



Matematikarako Sarrera

Irakaskuntza gida



Sarrera

Matematikarako sarrera irakasgaiaren helburua, izenburuak adierazten duen gisan, matematika abstrakturako beharrezko oinarriak finkatzea du helburu. Matematika teorikoa ulertu eta garatzeko ezinbestekoak diren arau eta herramientak eskuragarri jartzen dira irakasgai honetan; hala nola, argudio logikoen eraikuntza, frogapen matematikoen garapena, horretarako estrategiak eta idazkera matematikoaren zuzentasuna. Horrez gain, matematika teorioaren alor ezberdinetan oinarritzkoak diren zenbait eduki ere lantzen dira, multzoak eta funtzioak, zenbaki motak eta beraien propietateak, zatigarritasuna, erlazioak, konbinatoria, polinomioak... Eduki matematiko formalean sakondu nahi duenarentzat lehen urrats garrantzitsua da irakasgai hau menperatzea.

Nori zuzendua eta aurrebaldintzak

Nori zuzendua

Matematika formalaren oinarriak ezagutu eta lantzeko interesa edonori dago zuzenduta ikastaroa. Izan liteke ondoren alor matematiko konkretu batean sakondu nahi duenarentzat, baina baita besterik gabe interes orokorra duenarentzat ere. Baita, jakina, matematika formalean modu orokorrean sakontzeko asmoz dabilenarentzat.

Zientzatak gradu gehienetan ez da irakasgai hau ageri, eta matematikaren oinarri formalak zuzenean bestelako (algebra edo kalkulia gehienetan) edukien bidez azaltzen da. Oinarri horietan gehiago sakondu nahi duten ikasleentzako interesgarri izan daiteke ikastaro hau. Etorkizunean beraien ibilbidean beharko dituzten harraminta matematikoak garatzen lagun diezaiekelako.

Matematikaren irakaskuntzan jarduten duenarentzat ere helduleku interesgarria izan daiteke, irakasgai honetan lantzen diren eduki gehienak derri-gorrezko bigarren hezkuntzan ere lantzen direlako, baina beste sakontasun eta zorroztasun maila batekin. Eduki hauek, hemen azaltzen diren moduan barneratuta eta presente izatea lagungarri izan daiteke.

Kasuak anitzak izan daitezke, baina esan bezala, irakasgai hau matematika teorikoaren hastapenetan murgiltzeko intentzinoa duen alor ezberdin eta formazio ezberdineko edonori dago zuzenduta.

Aurrebaldintzak

Komenigarria da bigarren hezkuntzako matematikan lantzen diren harraminta gehienekin trebatuta egotea. Hala ere, ez da beharrezkoa, baina denbora gehiago eskatuko dio lanketa hori egin gabe daukanari. Hortik gora, hizkuntza gaitasun nahikoa eta gogoia eta denbora dauzkan edonork jarraitzeko moduko ikastaroa da.

Gaitasunak

Ondoren zerrendatzen dira banan-banan irakasgai konkretu honetan eskuratu beharreko gaitasunak.

Gaitasun orokorrak

- Erraztasun eta zuzentasunez erabiltzea lengoaia eta notazio matematikoa.
- Problemen ebazpenean trebatuta egotea.
- Frogapen teknika eta enuntziatuen gezurtapenean trebatuta egotea.
- Konplexutasun maila jakin bateko problema kombinatorioak ebazten jakitea.
- Matematikan presentzialtasun esanguratsua duten zenbaki familien ezagutza zabala izatea.
- Erraztasunez manipulatzeko espresio eta identitate kombinatorio eta desberdintzak.
- Matematikaren alor ezberdinetako hainbat frogapen klasiko ezagutzea.
- Herramienta matematikoen beharra duten problema zientifiko, teknologiko nahiz bestelakoen inguruko datu, informazio eta emaitzen azterketa eta inprentazioa egitea.

Gaitasun espezifikoak

- Frogapen matematikoen teknika nagusiak ezagutzea, baita problemen ebazpenerako teknikak ere. (Behaketa-aierua-frogapena).
- Multzo teoriaren oinarriko elementuak ezagutu eta maneiatzea.

- Oinarrizko zenbakien multzoak ezagutzea, baita beraien arteko erlazioak ere.
- Zenbaki oso eta polinomioen zatigarritasunari buruzko propietate garrantzitsuenak ezagutzea, algoritmo garrantzitsuenekin batera (Euclidesen algoritmoa eta Bezout-en identitatea).
- Desberdintzak egoki manipulatzeko eta ezberdintza klasiko batzuen ezagutza.
- Problema konbinatorioak ebazten jakitea oinarrizko teknikak erabiliz.
- Identitate konbinatorioak ezagutu eta erabiltzen jakitea.

Zeharkako gaitasunak

- Matematikaren arlo desberdinetako oinarrizko kontzeptu eta emaitzak ezagutu eta beraien helburu, metodo eta erabilera ezagutzea.
- Matematikaren inguruko bilaketa bibliografikorako harrimintak erabiltzea.
- Abstrakzio gaitasuna izan eta argudiaketa abstraktua erabiltzen jakitea (izan objektu matematiko, behatutako errealitate edo beste alorretarako). Baita unean-unekoak diren fenomeno haietatik bereizten jakitea.
- Matematikako problemak ebazten jakitea, kalkulurako eta bestelako gaitasunak erabiliz, beti ere ebazpena eskura izandako harriminta eta denbora-mugaren arabera planifikatuz.
- Eskuratutako ezagutza eta analisi gaitasuna problemen planteamendu eta soluzioen bilaketan apilatzea, izan testuinguru akademikoan zein profesionalean.
- Lengoia matematikoa ulertu eta erabiltzea. Ezagutza, prozedura, emaitza eta ideia matematikoak komunikatzen jakitea, bai idatziz, baita ahoz ere.
- Etorkizunean ikasketak autonomiaz garatu ahal izateko ikasketak gaitasunak garatzea.

Ikastaroaren deskribapena

Ikastaro hau 2015eko OCW ikastaroen edizioan argitaratutako “Matematikarako Sarrera” izeneko ikastaroaren berrikuntza da. Zenbait eduki teoriko berriak dira, eta beste asko modu zabalagoan ikusten dira orain. Horrez gain, ariketa eta irakurgai berriak ere proposatzen dira.

Ikastaroa matematika graduko “Oinarrizko Matematika” izeneko irakasgaietan oinarrituta dago. Irakasgai honen helburua ikasleak graduko gainerako irakasgaietarako prestatzea da. Horregatik, irakasgai aproposa da matematika teorikoan barneratzeko interesa izan dezakeen edonorentzat.

Irakasgaia landu dugun irakasle-taldea Leire Legarreta eta Jone Uriak osatua da, biak matematika saileko irakasleak eta graduko irakasgaia emandakoak.

Ikastaroa ondo lantzeko dedikazioa behar da, egunean ordubetekoa gutxienez, 12 asteko luzeraz. Aste batzuetan dedikazioa hori baino handiagoa ere izan liteke. Beti ere, pertsona bakoitzaren erritmo eta aurre-ezagutzaren arabera.

Gai-zerrenda

Irakasgai honetan landuko diren eduki edo kontzeptuak deskribatzen ditu atal honek. Eduki horiek gaika antolatuta edo multzokatuta egongo dira. Guztira ondoko zortzi gaiak landuko ditugu. Hona hemen gaien azpiatalkako egitura eta deskribapen laburrak:

1. **Lengoaia matematikoa.** Sarrera. Oinarrizko notazioa. Enuntziatuak. Inplikazioak. Zenbait frogapen metodo. Indukzio bidezko froga. *Oinarrizko sinbolo eta lengoaia matematikoa lantzen da. Enuntziatuak eta enuntziatuen frogapen motak aztertzen dira.*
2. **Multzoak, funtzioak eta erlazioak.** Multzoak. Funtzioak. Baliokidetasun eta ordena erlazioak. *Multzo teoriaren oinarrizko kontzeptuak, funtzioaren definizioa eta funtzio motak; eta ordena eta baliokidetasun erlazioak lantzen dira.*
3. **Kardinalak eta konbinatoria.** Kardinalak. Konbinatoriako elementuak. Pascalen triangela eta Newtonen binomioa. *Multzoen kardinalen kontzeptua lantzen da. Konbinatoriako oinarrizko printzipioak ikusten dira (batukorra eta biderkatorra). Aldakuntzak, permutazioak, konbinazioen definizioa ematen da. Konbinatorian garrantzitsuak diren zenbait zenbakien propietateak ikasten dira.*
4. **Desberdintzak eta inekuazioak.** Ordena zenbaki errealean. Inekuazio polinomikoak. Frakzio arrazionalak eta inekuazioak. Inekuazioak balio absolutuarekin. *Zenbaki errealean desberdintzak betetzen dituen propietateetatik abiatu eta inekuazio polinomiko, arrazional eta balio absolutudunak ebazten ikasten da.*
5. **Zenbaki konplexuak eta trigonometria.** Trigonometria. Zenbaki konplexuak. *Trigonometriaren oinarrizko definizio, erlazio eta emaitza nagusiak ikusten dira. Zenbaki konplexuen oinarrizko propietateak, adierazteko moduak eta unitatearen erroak lantzen dira.*

6. **Zatigarritasuna.** Zatitzaileak eta multiploak. Zatitzaile komun handiena. Zenbaki lehenak eta aritmetikaren oinarrizko teorema. Zenbakitze-sistemak.

Zenbaki osoen gainean zatigarritasunaren kontzeptua lantzen da. Hor-tik abiatuz, zatiketaren algoritmoa, Bezouten identitatea, zenbaki lehenak eta zenbakien faktORIZAZIOA aztertzen dira.

7. **Aritmetika modularra.** Kongruentziak. Kongruentzia linealak. Fermaten teorema txikia eta Eulerren funtzioa.

Aritmetika modularra definitu eta lantzen da. Kongruentzia linealen eta sistemen ebazpena ikusten da, Hondarren Teorema Txinatarraren bidez. Fermaten teorema txikia eta haren erabilera eta ondorioak lantzen dira.

8. **Polinomioak** Polinomioen eraztuna. Zatigarritasuna. Polinomioen faktORIZAZIOA. Batugai soiletako zatikien deskonposizioa.

Polinomioen eraztuna aurkeztu eta haren gainean zatigarritasuna definitzen da. Zenbaki osoekin egindako prozedura imitatuz zatiketaren algoritmo eta zatitzaile komun handienak definitzen dira. Polinomioen faktORIZAZIOA eta zatikien adierazpen sinplifikatua lantzen dira.

Metodologia

Ikastaroaren gai bakoitzean ikasleak honela jokatzeari gomendatzen da ikastaroaren helburuak lortzeko:

- Eduki teorikoak barnebiltzen dituen dokumentua arretaz irakurri. Ematen diren adibideez gain, berriak pentsatzen ahalegindu posible denean. Proposatzen diren ariketa edo egin gabeko frogapenak egiten ahalegindu irakurri ahala.
- Eduki teorikoak irakurtzen joan ahala, proposatutako ariketa zerrendako ariketak egiten ahalegindu.
- Behin proposatutako ariketak egiten eta gidoi teorikoari irakurraldi aktibo bat eman ondoren, ebatzitako ariketak begiratu. Hasiera batean ebazpena begiratu gabe ebazten saiatu eta ondoren ikusi ebazpena. Ebazpena norberak ebatzitako ariketa zerrendako eta bestelako ebazpenekin konparatu eta, beharrik ikusiko balitz, ariketak berregin.
- Ariketaren edo kontzepturen batekin arazoak izanez gero, material gehigarrian edo sarean bilaketak egin eta aurkitutako zailtasunak gainditzen ahalegindu.
- Autoebaluaziorako proposatutako ariketak egin eta norbere egoeraz jabetu. Horren arabera, beharko balitz, edukien lanketan gehiago sakondu.

Kronograma

Ondoren ikastaroa 12 astetan, astero 5-6 ordu sartuz egin nahi izanez gero, aste bakoitzean gutxi gorabehera zer eta nola landu behar litzatekeen zehazten da.

- 1. astea:** Lengoaia matematikoa, egiazkotasun taulak eta konektore logikoak. Lehen ariketa praktikoak.
- 2. astea:** Frogapen mota ezberdinak: indukzioa, inplikazioak, kontrajartzea, kontraesan bidezkoa. Multzoen definizioa eta eragiketak. Frogapenei buruzko ariketak.
- 3. astea:** Funtzioak, injektibotasuna eta supraiektibotasuna. Irudia eta aurreirudia. Multzo eta funtzioekin lotutako ariketak.
- 4. astea:** Baliokidetasun erlazioak, klaseak eta ordena erlazioak. Erlazioekin lotutako ariketak.
- 5. astea:** Kardinalak, printzipio batukor eta biderkakorra. Konbinatoriako ariketak.
- 6. astea:** Konbinatoriako elementuak, konbinazioak, permutazioak. Konbinatoriako ariketak.
- 7. astea:** Desberdintzak, inekuazioak. Inekuazioekin lotutako ariketak.
- 8. astea:** Trigonometria eta zenbaki konplexuak. Trigonometria eta zenbaki konplexuen ariketak.
- 9. astea:** Zatigarritasuna zenbaki osoetan. Zatitzaile komun handiena eta Euklidesen algoritmoa. Zatigarritasunarekin lotutako ariketak.
- 10. astea:** Aritmetika modularra. Fermaten teorema txikia, hondarren kalkulua. Aritmetika modularrarekin lotutako ariketak.
- 11. astea:** Zatigarritasuna polinomioetan. Zatitzaile komun handiena eta Euklidesen algoritmoa polinomioetan. Polinomioekin lotutako ariketak.
- 12.astea:** Autoebaluazioko ariketak eta azterketa,

Materiala / Baliabideak

Plataforman bertan egongo dira irakasgaia jarraitzeko teoriako gidoiak eta zenbait ariketa ebatzi. Gainera, gaiarekin lotutako kuriositate edo material gehigarria ere bertan egongo da eskegita.

Horrez gain, behean dago irakasgairako oinarrizko eta lagungarri izan daitekeen zenbait material.

Gogoan izan Euskal Herriko Unibertsitateko liburutegi fisiko eta digitalean eskura daudela hainbat material. Bertsio digitalean eskuragarri dauden liburuen esteka gehituta dago.

Erreferentziak

- [1] T. S. Blyth and E. F. Robertson. *Sets and Mappings*. Springer Netherlands, Dordrecht, 1986. <https://ehu.on.worldcat.org/oclc/851368738>.
- [2] Robert J. Bond and William J. Keane. *An Introduction to Abstract Mathematics*. August 2007.
- [3] John P. D'Angelo and Douglas Brent West. *Mathematical thinking: problem-solving and proofs*. Prentice Hall, Upper Saddle River (New Jersey), 2nd ed edition, 2000. <https://ehu.on.worldcat.org/oclc/912409266>.
- [4] Gareth A. Jones and J. Mary Jones. *Elementary Number Theory*. Springer Undergraduate Mathematics Series, 1615-2085. Springer London, London, 1998. <https://ehu.on.worldcat.org/oclc/1159655753>.
- [5] Martin W. Liebeck. *A concise introduction to pure mathematics*. Chapman & Hall/CRC Mathematics. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, Florida, 3a ed edition, 2010.
- [6] Frédéric Mynard. *An introduction to the language of mathematics*. Springer, Cham, Switzerland, 2018. <https://ehu.on.worldcat.org/oclc/1077703090>.