Autoebaluazioa: 2. Gaia
Ebazpenak

Ariketa 1. *Izan bedi $A = \{1, 2, 3\}$. Esan zein erlazio betetzen dute $\{1, 2\}$ eta $\{1, 4\}$ multzoak A multzoarekiko, eta kalkulatu A-ren azpimultzo guztiak.*

Nabaria da $\{1, 2\} \subseteq A$ eta $\{1, 4\} \nsubseteq A$ betetzen dela. Honako hauek dira A-ren azpimultzo guztiak:

$$\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\} \text{ eta } \{1, 2, 3\}.$$

Beraz, A-k 8 azpimultzo ditu.

Ariketa 2. *Izan bitez $A = \{1, 2, 3\}$ eta $B = \{x, y\}$ multzoak, kalkulatu $A \times B$.*

$$A \times B = \{(1, x), (2, x), (3, x), (1, y), (2, y), (3, y)\}.$$

Ariketa 3. *Aztertu zein eremutan eta koeremutan $f(x) = x^2$ aplikazioa bijektiboa den ala ez, eta posible denean, zein den aplikazio horren alderantzizko aplikazioa.*

1) Har dezagun $f : \mathbb{R} \longrightarrow [0, +\infty)$ aplikazioa non $f(x) = x^2$ den $\forall x \in \mathbb{R}$. Garbi dago f ez dela bijektiboa (supraiektiboa da, baina ez injektiboa), beraz ez da f^{-1} alderantzizkoa existitzen.

2) Izan bedi $g : [0, +\infty) \longrightarrow [0, \infty)$ berriro ere $g(x) = x^2$ formularen bidez emanda. Beraz, g, f-ren murrizketa da $[0, \infty)$ tartera eta g bijektiboa da. Ondorioz, existitzen da $g^{-1} : [0, +\infty) \longrightarrow [0, +\infty)$. Zein formularen bidez dago emanda? Gogoratu $g^{-1}(y) = x$ dela baldin eta soilik baldin $g(x) = y$ bada. Beraz, $y \in [0, +\infty)$ elementu baten irudia kalkulatzeko g^{-1}-en bitartez, $g(x) = y$ ekuazioa askatu behar da, x ezezagunarekiko. Hau g-ren supraiektibotasuna aztertzerakoan egiten da, eta $x = \sqrt{y}$ lortzen da. Beraz, $g^{-1}(y) = \sqrt{y}$ dugu edo, aldagaiaren izena aldatuz, $g^{-1}(x) = \sqrt{x}$, $\forall x \in [0, +\infty)$.

3) Izan bedi $h : (-\infty, 0] \longrightarrow [0, \infty)$ non $h(x) = x^2$ den, hau da, f-ren murrizketa $(-\infty, 0]$ tartera. Aurreko ataleko prozedura bera jarraituz h bijektiboa dela ikus daiteke eta $h^{-1}(x) = -\sqrt{x}$ dela $x \in [0, -\infty)$ guztietarako.

Ariketa 4. *Izan bitez $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ eta $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ aplikazioak, $f(x) = x^2$ eta $g(x) = x+2$ formulen bidez emanda. Kalkulatu, posible baldin bada, $f \circ f$, $f \circ g$, $g \circ f$ eta $g \circ g$ lau konposizioak.*

Konposizio horien formulak honako hauek dira:

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x^2) = (x^2)^2 = x^4,$$
$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x+2) = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4,$$
$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2) = x^2 + 2,$$
$$(g \circ g)(x) = g(g(x)) = g(x+2) = (x+2) + 2 = x + 4.$$

Ikusten denez, $f \circ g \neq g \circ f$ dugu. Beraz, konposizioa egiterakoan garrantzitsua da zein ordenatan idazten diren aplikazioak.