

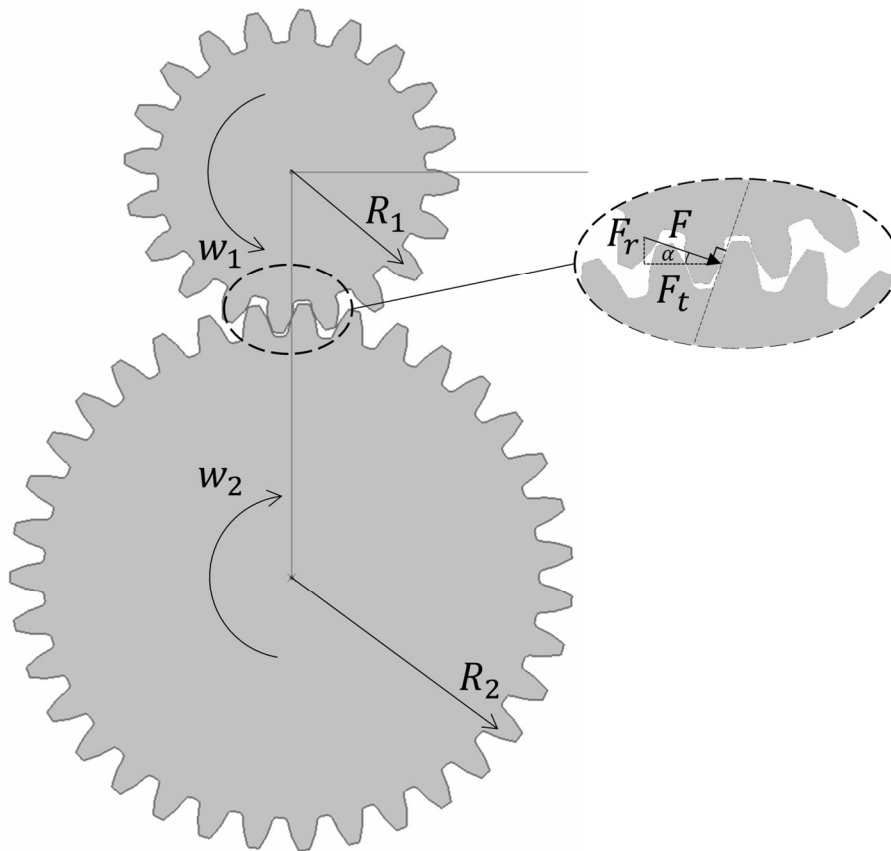
10. GAIA: ENGRANAJE ZILINDRIKOEN MODULUAREN KALKULUA

1. ENGRANAJEEN DISEINUARI BURUZKO ALDERDI OROKORRAK

Engranajeak zuzeneko kontaktuaren bidez potentzia transmititzeko elementuak dira. Bi horzdun gurpilek osatzen dituzte, bakoitza bere ardatzari lotuta. Biraketa eta potentzia ardatz batetik bestera transmititzen dira bi gurpiletako hortzen arteko bultzada-ingar baten bidez. F bultzada-ingar hori F_t osagai tangenzialean eta F_r erradialean deskonposa daiteke (ikusi 1. irudia): osagai tangenziala da potentzia transmititzeaz arduratzen dena, eta osagai erradialak, berriz, nahi ez den efektua du: ardatzak bata bestetik bereiztea. F indarrak gurpilen kontaktusorgailuarekiko plano tangentearekin eratzen duen angeluari α presio-angelua deritzo, eta honen balioa 20° da (normalizatuta dago). 1. eta 2. ardatzen arteko potentzia-transmisioa ekuazio honetan adierazten da:

$$Pot = Pot_1 = Pot_2 \rightarrow T_1 \cdot w_1 = T_2 \cdot w_2 \rightarrow F_t \cdot R_1 \cdot w_1 = F_t \cdot R_2 \cdot w_2 \quad (1)$$

Non Pot ardatzen artean transmititutako potentzia da (berdin bi ardatzetan), T_1 eta T_2 momentu torsoreak, w_1 eta w_2 biraketa-abiadurak dira, eta R_1 eta R_2 , hurrenez hurren, 1 eta 2 gurpilen erradio primitiboak. Egia esan, potentzia-galera txikiak daude hortzen arteko marruskaduraren ondorioz, eta, beraz, irteerako potentzia sarrera-potentzia baino txikitxoagoa da; hala ere, galera horiek baztergarritzat jotzen dira kalkulurako.



1. irudia. Potentzia-transmisioa engranajeetan. Egileen irudia.

Asko erabiltzen den kontzeptu bat i transmisio-erlazioaren da, (1) ekuaziotik abiatuta honela definitua:

$$i = w_1/w_2 = R_2/R_1 = T_2/T_1 \quad (2)$$

Ohartu beharrezkoa da (2) ekuazioaren arabera horzdun-gurpil txikiena dela birarik azkarrena duena eta pare gutxien jasaten duena. Gurpil horzdun baten neurri geometriko nagusiak (R erradio primitiboa, p hortzen arteko hortz-neurria...) haren m moduluaren balioaren arabera definitzen dira, 2. irudian ikus daitekeen moduan. Horzdun-gurpil baten oinarrizko parametroa m denez, haren balioak normalizatuta daude (ikusi 1. taula): I. seriea da gomendatutako seriea, lehentasunez erabili behar dena; II. seriea serie osagarria da, eta III. seriea, berriz, serie berezia, kasu berezietan bakarrik erabili beharrezkoa. Herrialde anglosaxoiek, m moduluaren ordez, Diametral Pitch erabiltzen dute, $DP=25.4/m$ gisa definitua (modulua mm-tan adierazita, eta Diametral Pitch hazbete⁻¹-ean). Parametro horrek bere balio normalizatuak ditu, 2. taulan adierazitakoak.

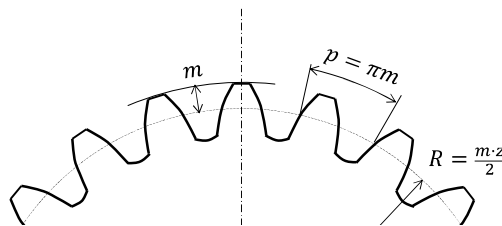
2. irudian ikusten denez, erradio primitiboaren parean, hortzaren zabalera eta hortzen arteko zuloa hortz-neurria erdiaren berdina da, $p/2 = \pi \cdot m/2$; beraz, bi gurgil horzdunek m modulu bera izan behar dute haien artean ahokatzeko eta ondo engrantatzeko. Horzdungurpilaren erradio primitiboari dagokionez, haren balioa $R = m \cdot z/2$ da, non z hortz kopurua da. 1 eta 2 gurgilen ardatzen arteko distantzia, beraz, hau da:

$$a = R_1 + R_2 = m/2 \cdot (z_1 + z_2) \quad (3)$$

(3) adierazpena (2) adierazpenean ordezkaturaz, i transmisio-erlazioa berridatz daiteke hortz-zenbakien arabera:

$$i = R_2/R_1 = z_2/z_1 \quad (4)$$

Formulatik ondorioztatzen da transmisio-erlazioa konstantea dela, gurgilen erradioak eta hortz-kopurua ere konstanteak baitira.



2. irudia. Gurgil koskadunaren neurri nagusiak moduluaren arabera. Egileen irudia.

Serieak		
I	II	III
1	1.125	3.25
1.25	1.375	3.75
1.5	1.75	6.5
2	2.25	
2.5	2.75	
3	3.5	
4	4.5	
5	5.5	
6	7	
8	9	
10	11	
12	14	
16	18	
20	22	
25	28	
32	26	
40	45	
50		

1. taula. m moduluaren balio normalizatuak (mm-tan) Egileen taula

DP (Diametral pitch) (hazbete ⁻¹)	Normalizatutako m gertukoena (mm)
1	25
1.25	20
1.5	16
2	12
2.5	10
3	8
4	6
5	5
6	4
8	3
10	2.5
12	2
16	1.5
20	1.25
24	1

2. taula. DP-en balio normalizatuak eta hurbileneko modulu normalizatuak. Egileen taula.

Horzdun-gurpilak era askotako materialez egiten dira: galdaketa grisa (ASTM 20, 30, 40, 60...), erresistentzia handiko burdinurtua, altzairu forjatuak, moldeatuak, karbono-erdiko altzairuak eta aleatuak, normalean Mn, Cr, Ni, Si (AISI 1020, 1040, 3arbon50, 4140, 43for40, aluminioa),

Metalezko gurpilek propietate mekanikoak hobetzen dituzten tratamenduak izaten dituzte. Sugar, indukzio, zementazio eta niturazio bidezko tenplaketa bezalako tratamenduek gogortasun handia lortzen dute engrane-hortzen azaleko geruzan, eta 50 HRC gaintitzen dituzte. Brontzezko gurpilek erresistentzia handia dute korrosioarekiko eta higadurarekiko, eta marruskadura-koefiziente txikiak dituzte. Azkenik, metalezkoak ez diren engranajeek ibilera isilagoa eta pisu txikiagoa dute metalikoen aurrean, potentzia handiak transmititzeko egokiak ez badira ere.

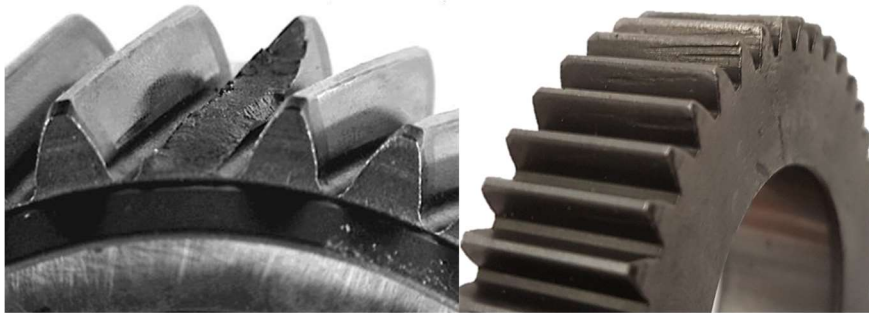
Engranajeetako akatsei dagokienez, normalean arrazoi hauengatik gertatzen dira:

- a) Zerbitzu- edo muntaia-arazoak (%75).
- b) Arazoak engranajeen tratamendu termikoan (%16)
- c) Akatsak diseinuan (%7).
- d) Mekanizazioak eragindako fabrikazio-arazoak (%1).
- e) Materialari egotz dakizkiokeen arazoak (%1).

Datu horietatik ondorioztatzen da engranajeak diseinatzeko prozedurak behar bezain fidagarriak direla, eta hutsegite gehienak engranajeak fabrikatzeko, muntatzeko eta egiaztatzekeo prozesu akastunen ondorio direla. Engranajeen hortzen hondatzea bi eratakoea izan daiteke funtsean:

- a) Hortzaren haustura (ikusi 3a irudia): engranajeak transmititutako indarrek eragindako tentsioek eragiten duten hortzaren haustura da, batez ere flexio-tentsio normalek eragindakoa. Hutsegite hori katastrofikoa da; izan ere, gertatzen denean, funtzionamendu-baldintzek nabarmen egiten dute okerrera (beste osagai batzuekin interferentziak eragiten dituzten partikula solteak, hortz bat edo haren zati bat ez izateak eragindako talkak...).
- b) Hortzaren gainazaleko hutsegiteak (ikusi 3b irudia): higadura, gripatze, koskadura eta esfoliazio gisa agertzen dira (lehenengo biak lubrifikazio akastunaren ondorioz, eta azken biak kontaktu-tentsio handiegien ondorioz). Hutsegite hori progresiboa da,

eta beste osagai mekaniko batzuetan eragin baino lehen hauteman daiteke.



3. irudia. Hutsegiteak horzdun gurpilean: a) hortzaren haustura b) gainazal-hutsegiteak.

Egileen irudia.

Engranajea diseinatzeko, bi hutsegite mota horiek saihesteko behar den modulu kalkulatu da lehenengo pausoa. Kalkulu horretan, gomendatzen da segurtasun-koefiziente handiagoa erabiltzea hortzaren hausturaren aurrean gainazal-hutsegitearen aurrean baino, lehenengo hutsegitea katastrofikoak baita eta bigarrena progresiboa.

(3) ekuazioaren arabera, a ardatzen arteko distantzia betetzeko, modulu altu bat eta hortz kopuru baxu batzuk aukeratu daitezke, edo alderantziz. Alde horretatik, gomendagarria da modulu baxuko eta hortz kopuru handiko gurpilak erabiltzea, horrela engrane-koefizientea handiagoa baita, eta, beraz, esfortzua hortz gehiagoren artean banatzen da, eta, hala, engranajearen iraupena luzatzen da.

Gurpilaren modulu egokia hautatu ondoren, modulu horrekin tailatzen da tresna normalizatuen bidez. Gehien erabiltzen diren tresnak kremailera tailatzailea (4. irudian ageri da), fresa ama (ohikoena) eta forma-fresak dira.



4. irudia. Engranajeak tailatzeko kremailera. Egileen irudia.

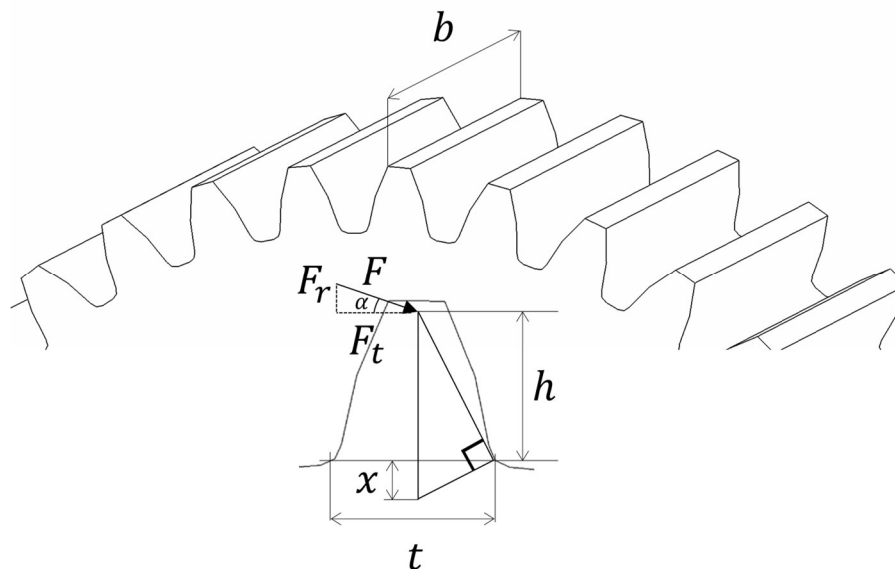
2. ENGRANAJE ZILINDRIKO ZUZENEN MODULUAREN KALKULUA FLEXIOAREN ARABERA: LEWISEN FORMULA

Hortza hausten duten engranajeen diseinua arazo konplexua da, batez ere proba-errore iterazio prozesu batean oinarritzen delako. Zenbait metodo erabil daitezke diseinua egiteko; ikasmaterial honetan, metodorik sinple eta teorikoena, azalduko da. Metodo horren emaitza Lewisen modulua kalkulatzeko formula da. Sinplea izan arren, formula hori moduluen aldez aurreko kalkulurako erabilgarria da eta nahikoa litzateke erantzukizun gutxiko diseinuetarako ere. Erantzukizun handiagoko kalkulueterako, Lewisen formula egungo arau bati (AGMA, ISO...) egokitzen zaio.

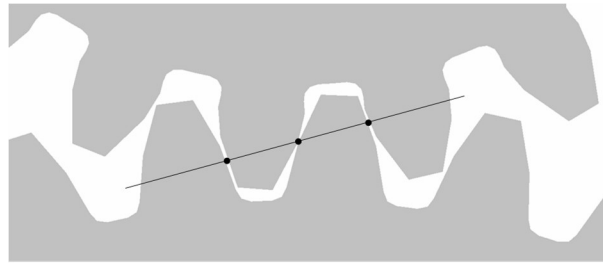
Lewisen formula engranajearen hortzaren oinarriko tentsioa kalkulatzean oinarritzen da, eta hau hortzen arteko F indarraren mende dagoen eta landapena duen habe gisa aztertzen da (ikus 5. irudia). Bi hortzen arteko engrane-prozesuan, kontaktua altuera desberdinetan gertatzen da denboran zehar, 6. irudian ageri den bezala. 5. irudian ageri den unerik txarreanean, indarrak hortzaren buruan eragiten du, oinarrian une maximo bat eragiten duelarik. Aurrez aipatu dugunez, F indarra bi osagaitan bana daiteke:

$$F_t = F \cdot \cos\alpha \quad (5a)$$

$$F_r = F \cdot \sin\alpha = F_t \cdot \tan\alpha \quad (5b)$$



5. irudia. F indarraren eraginpeko hortza. Egileen irudia.



6. irudia. Hortzen arteko kontaktua engrane-denboran. Egileen irudia.

F_r -ran osagai erradialak konpresio-tentsio uniformea eragiten du hortzaren oinarriaren sekzioan; F_t osagai tangentialak, berriz, flexio-tentsioa eragiten du sekzio erdi trakzioan eta beste sekzio erdi konpresioan dituela. Konpresio bidezko tentsioa bi arrazoiengatik baztertzen da: alde batetik, haren magnitudea askoz txikiagoa da aipatutako beste tentsio batzuen baino; bestetik, engranajeak fabrikatzeko erabiltzen diren materialek erresistentzia handiagoa dute konpresioarekiko trakzioarekiko baino, eta, beraz, sinplifikazio hori segurtasunaren aldetik egiten da. Horren arabera, hortza oinarrian txertatuta eta F_t indar tangentiala soilik jasango duen habe gisa tratatzen bada, hau izango da tentsio maximoa:

$$\sigma = \frac{M \cdot t/2}{I} = \frac{F_t \cdot h \cdot t/2}{b \cdot t^3/12} = \frac{6 \cdot F_t \cdot h}{b \cdot t^2} \quad (6)$$

Non b hortzaren zabalera da (ikus 6. irudia). 6. irudiko triangeluen antzekotasunagatik:

$$\frac{t/2}{x} = \frac{h}{t/2} \quad (7)$$

(6) eta (7) ekuazioak konbinatuz:

$$\sigma = \frac{F_t}{b \cdot 2 \cdot x/3} \quad (8)$$

Izendatzailea $p = \pi \cdot m$ urratsaz biderkatuz eta zatituz (ikus 2. irudia):

$$\sigma = \frac{F_t}{b \cdot p \cdot 2 \cdot x/(3 \cdot p)} = \frac{F_t}{b \cdot p \cdot y} \quad (9)$$

Non $y=2x/3p$ baita. p eta x hortz-neurria eta profilaren araberako parametro geometrikoak direnez, “ y ” faktorea ere halakoa da. “ y ”-ren ordez, Lewisen forma-faktorea erabiltzen da, $Y=\pi \cdot y$ balioa duena, eta 3. taulan ageri da, horzdun gurpilaren hortz-kopuruaren arabera.

Hortz kopurua	Y	Hortz kopurua	Y
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
20	0.322	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Kremailera	0.485

3. taula. Lewis Y forma-faktorearen balioak.. Egileen taula.

(9) adierazpenean $p = \pi \cdot m$ eta $Y = \pi \cdot y$ ordezkaturaz, Lewisen ekuazio gisa ezagutzen den adierazpena iristen gara:

$$\sigma = \frac{F_t}{b \cdot m \cdot Y} \quad (10)$$

Parametroen unitateak: F_t (kg-tan), b eta m cm-tan daude ordea, Y adimentsionala da eta, ondorioz, σ kg/cm²-tan dago. b gurpilaren zabalera moduluaren arabera ere adieraz daiteke, $b = \Psi \cdot m$; Ψ -ri gidatze-faktorea deritzo, adimentsionala da eta engranajearen aplikazioaren arabera gomendatutako balioak hartzen ditu (ikusi 4. taula).

GIDATZE FAKTOREA Ψ	
<i>Flancos en bruto, poca velocidad y montaje deficiente</i> Saihetsak gordinik, abiadura txikia eta muntaketa eskasa	5
<i>Calidad y condiciones normales</i> Kalitatea eta baldintza normalak	10
<i>Tallado muy exacto, montaje muy preciso y buen asiento de cojinetes y apoyo rígido de estos</i> Oso zehatz landua, muntaia oso zehatza eta kojineten asentu ona eta horien euskarri zurruna	15-20 (ezohiko kasuetan 30-raino)

4. taula. Ψ -ren gidatze-faktorearen balio gomendatuak. Egileen taula.

Gainera, (1) ekuazioaren arabera:

$$F_t = \frac{Pot}{w \cdot R} \quad (11)$$

Ekuazio horren aldagaiek (11) Nazioarteko Sistemaren unitateak dituzte, indarra N-n, potentzia W-tan, abiadura angeluarra rad/s-tan eta erradioa m-tan. (10) ekuazioan (11) sartu ahal izateko, N kg eta m cm-tara pasatu behar dira; gainera, erosotasunagatik, komeni da potentzia ZP-tan egotea eta abiadura angeluarra rpm-tan. (11) ekuazioa, kg, cm, CV eta rpm-tan adierazia, dagozkien unitate-aldaketak egin ondoren:

$$F_t = 71620 \cdot \frac{Pot}{w \cdot R} \quad (12)$$

Orain bai, (12) ekuazioa (10) ekuazioan ordezkatur:

$$\sigma = \frac{71620 \cdot Pot}{w \cdot R \cdot b \cdot m \cdot Y} \quad (13)$$

$b = \Psi \cdot m$ eta $R = m \cdot z / 2$ izanik:

$$\sigma = \frac{143240 \cdot Pot}{w \cdot z \cdot \Psi \cdot m^3 \cdot Y} \quad (14)$$

Hortik m modulua ateratzen da:

$$m = \sqrt[3]{\frac{143240 \cdot Pot}{w \cdot z \cdot \Psi \cdot \sigma \cdot Y}} = 52.32 \cdot \sqrt[3]{\frac{Pot}{w \cdot z \cdot \Psi \cdot \sigma \cdot Y}} \quad (15)$$

m moduluarekin (cm-tan), potentzia ZP-tan, w abiadura angeluarra rpm-tan eta σ tentsioa kg/cm²-tan. σ hortzeko tentsioak σ_{adm} balio maximo onargarria du (ikus 5. taula), eta balio horren azpitik ez da hortza haustearen ondoriozko hutsegiterik gertatuko. Hala, $\sigma < \sigma_{adm}$ dela bermatzen da, eta, beraz, ez da hutsegiterik izango gurpilaren m modulua gutxieneko balio baten gainetik badago:

$$m \geq 52.32 \cdot \sqrt[3]{\frac{Pot}{w \cdot z \cdot \Psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}} \quad (16)$$

Adierazpen horri modulua kalkulatzeko Lewisen formula esaten zaio.

Azaldu dugunez, engranajearen bi gurpilek modulu bera izan behar dute behar bezala engranatzeko. Modulua beti gurpil txikienerako kalkulatu da engranajearen, (16) ekuazioaren arabera modulu-balio murriztaileena ematen baitu. Horrek badu logikarik gurpil txikia abiadura handiagoan biratzen dela pentsatuz gero, non gurpil handiaren hortz batek zenbait aldiz engranatu baitu gurpil txikiaren hortz bat, eta, beraz, gehiago lan egiten duenez, errazago huts egin baitezake.

MATERIALA	TRATAMENDU TERMIKOA	GOGORTASUN EDO ERRESISTENTZIA MINIMOA	TENTSIO ONARGARRIA σ_{adm} (Mpa)	
			Zuzena, Helikoidal y Helikoidal bikoitza	Konikoa
<i>Altzairua</i>	Normalizatua	140 BHN	130-172	76
	Tenplaketa eta iraoketa	180 BHN	172-227	96
	Tenplaketa eta iraoketa	300 BHN	248-323	131
	Tenplaketa eta iraoketa	450 BHN	303-406	172
	Karburizatua	55 Rc	375-447	189
	Karburizatua	60 Rc	413-482	207
	Indukzio edo sugar bidezko tenplaketa. 1* gogortasun eredu.	54 Rc	310-375	
	gogortasun eredu 1*	54 Rc gainazalean	151	93
	1* gogortasun eredu.	53 Rc gainazalean eta 300 BHN nukleoan	254-289	138
<i>Burdinurtu grisa</i>				
AGMA 20 Gradua			34	19
AGMA 30 Gradua		175 BHN	58	32
AGMA 40 Gradua		200 BHN	89	48
<i>Burdinurtu nodularra</i>				
ASTM 60-40-18	Iraoketa		103	55
ASTM 80-55-06 Gradua			137	76
ASTM 100-70-03 Gradua	Normalizatua		179	96
ASTM 120-90-02 Gradua	Tenplaketa eta iraoketa		206	127
<i>Brontzea</i>				
AGMA 2e (10%-12% Tin)		275.8 MPa	39	21
<i>Brontze-aluminioi aleazioa</i>				
ASTM B-148-52				
Alloy 9C-H.T.		620.1 MPa	162	83

1*: m>4 mm-ko hortzen balioetarako.

5. taula. Hortza haustearen ondoriozko hutsegiteko tentsio onargarriaren balioak, σ_{adm} (MPa-tan). Egileen taula.

Lewisen formulari jarraituz, engranaje baten diseinuan, abiapuntuko datua ez da izaten hortz kopurua, baizik eta a ardatzen arteko distantzia eta engranaje horrek bete behar duen i transmisio-erlazioa. 1 gurpila gurpil txikia (edo pinoia) izanik, (2) eta (4) adierazpenen arabera, i transmisio-erlazioa 1 baino handiagoa da:

$$i = w_1/w_2 = z_2/z_1 \geq 1 \quad (17)$$

(3) ekuazioko a ardatzen arteko distantzia, z_1 gurpil txikiaren hortz kopuruaren eta i transmisio erlazioaren arabera, hau da:

$$a = R_1 + R_2 = m/2 \cdot z_1 \cdot (i + 1) \quad (18)$$

Beraz, hau da z_1 hortz kopurua:

$$z_1 = \frac{2 \cdot a}{m \cdot (i + 1)} \quad (19)$$

a distantzia cm-tan jarriz eta (19) ekuazioa (16) ekuazioan ordezkatzuz:

$$m \geq 52.32 \cdot \sqrt[3]{\frac{Pot \cdot m \cdot (i + 1)}{w \cdot 2 \cdot a \cdot \Psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}} \quad (20)$$

Hortik:

$$m \geq 267.62 \cdot \sqrt{\frac{Pot \cdot (i + 1)}{w \cdot a \cdot \Psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}} \quad (21)$$

Gogoan izan behar da m adierazpen horretan cm dagoela, Pot cv-tan, w rpm-tan, a cm-tan, σ_{adm} kg/cm²-tan eta $i \geq 1$ dela. Hala ere, (21) formularen bidez modulua kalkulatzeko, arazo bat dago: Y balioaren aukeraketa. Izan ere, Y z_1 -en mende dago, eta haren balioa ezezaguna da. Jarduteko modua iteratiboa da: Y -ren edozein balio aukeratzeko da, modulua (21) ekuazioarekin kalkulatu da, eta hortik z_1 -en balioa, modulu horri (19) ekuazioarekin dagokiona, eta egiaztatzen da ea hautatutako Y -ren balioa kalkulatuak z_1 -en balioari dagokion; negatiboa izanez gero, prozesua errepikatu egingo litzateke. Oro har, prozesu horrek bi edo hiru iterazio izaten ditu.

Lehenago esan bezala, metodo erraz eta hurbildua aurkezten da, honako sinplifikazio hauetan oinarritua:

a) Ez da kontuan hartzen engrane-koefizientea; engranaje zilindriko zuzenetan 1,7 ingurukoa izaten da. Horrek esan nahi du denboraren %70ean bi hortz pare daudela kontaktuan, eta

Makinen Diseinua *Mikel Abasolo, Edurne Iriondo eta Javier Corral* 12

gainerako %30ean pare bakarra dagoela kontaktuan. Ondorioz, hortz bakoitzak batez beste F baino karga nabarmen txikiagoa jasaten du.

b) F indarraren banaketa uniforme kontsideratu da hortzaren b zabaleran zehar. Hala ere, gurgil horzdunak, haien ardatzak, euskarriak eta abar, kargen eraginez deformatzen diren elementu elastikoak dira, eta, ondorioz, ez da uniforme hartzaren saihesteko kargen banaketa.

c) Ez dira kontuan hartzen F indarraren balioan izan daitezkeen oszilazioak, hortzarentzat kaltegarriak diren talkak eta esfortzu dinamikoak eragiten baitituzte.

d) Ez da kontuan hartzen hortzaren oinarriko tentsio-kontzentrazioa.

e) Ez da kontuan hartzen F indarraren F_r osagai erradialaren eragina.

AGMA eta ISO arauak metodo hori hartzen dute oinarritzat, zenbait koefiziente esperimentera erabiliz faktore horietako bakoitzaren eragina kontuan hartzeko eta, hartara, moduluaren balio zehatzagoa lortzeko.

3. HORTZAREN GAINAZALEKO HUTSEGITEAN OINARRITUTAKO ENGRANAJE ZILINDRIKO ZUZENEN MODULUAREN KALKULUA: HERTZEN EKUAZIOA

Hortzen arteko kontaktuak sortutako tentsioek eragiten dituzte azaleko hutsegiteak. Engranajeak geometrikoki perfektuak eta guztiz zurrinak balira, kontaktua lerro baten gainean gertatuko litzateke hortzaren zabaleran zehar, baina praktikan hala ez denez, kontaktu-gainazal baten gainean gertatzen da. Gainazaleko hutsegiteen moduluaren kalkuluari iraupen eta higaduraren kalkulua deitzen zaio orokorrean, gainazal-hutsegite mota hauei “higadura” deitzen baitzaie:

a) Higadura urratzailea: huts egin du, lubrifikatzailean materia arraroa dagoelako eta horrek hortzaren azala kaltetzen du.

b) Higadura korrosiboa: erreakzio kimiko batek hortzaren azalean eragindako hutsegitea.

c) Koskada: neke-hutsegitea, indar-zikloak behin eta berriz aplikatzearen ondorioz.

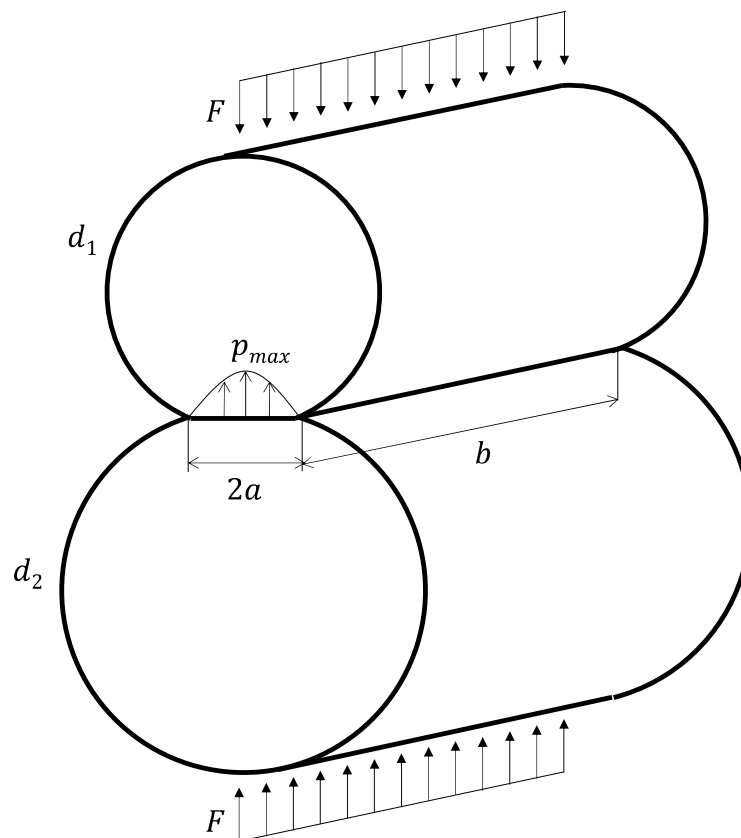
d) Marratzea: hutsegitea metala metalarekin kontaktuan egoteagatik.

Higadura eta marraketa lubrifikazio desegoki batek eragiten ditu; hori saihesteko,

lubrifikatzaile bat hautatu behar da, engranajearen karga-baldintzetara eta abiadurara egokitutako biskositearekin. Pikadura edo koskada, batez ere, neke-hutsegitea da, eta horren kontra babes daiteke diseinatzailea, higadurarako onargarria den karga zehaztuz.

Hortzen arteko kontaktuko konpresio esfortzu erreala kalkulatzeko adierazpen bat lortzeko, Hertzzen ekuaziotik bi zilindroen arteko kontaktuarentzat abiatzen da. Kontuan hartuz kontaktu-azalera txikia dela zilindroen dimentsioei dagokienez, hau da d_1 eta d_2 diametroko eta b zabalerako bi zilindroen arteko kontaktu-eremuko a erdi azalera, F indar baten bidez konprimatuta (ikus 7. irudia):

$$a = \sqrt{\frac{2 \cdot F}{\pi \cdot b} \cdot \frac{\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}}{\frac{1}{d_1} \pm \frac{1}{d_2}}} \quad (22)$$



7. irudia. Bi zilindroen arteko kontaktua. Egileen irudia.

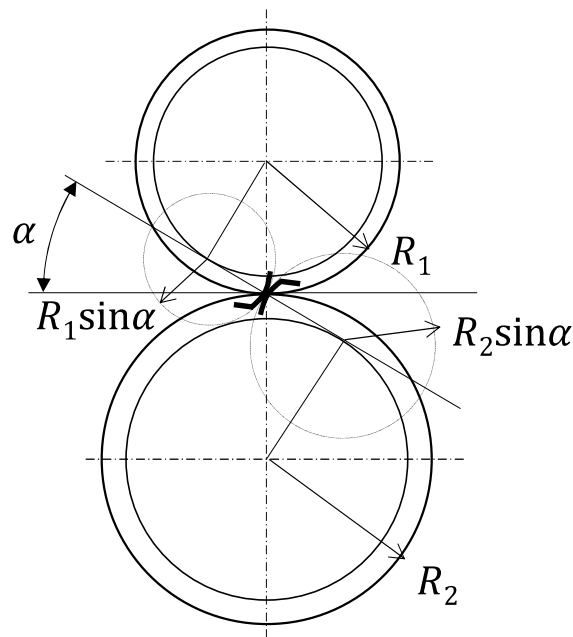
E_1 eta E_2 modulu elastikoak dira, eta ν_1 eta ν_2 zilindro bakoitzeko materialen Poisson-en koefizienteak. Kontaktu-presioak banaketa erdi eliptikoa du, 7. irudian ikus daitekeen moduan, eta balio maximoa erdian:

$$p_{max} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot a \cdot b} \quad (23)$$

(23) adierazpena (22) adierazpenean ordezkatzuz eta karratura jasoz:

$$p_{max}^2 = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot b} \cdot \frac{\frac{1}{d_1} \pm \frac{1}{d_2}}{\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}} \quad (24)$$

Hertzen ekuazioa engranaje zuzenetara egokitzean, hortzen arteko kontaktua puntu primitiboan gertatzen dela jotzen da, 8. irudian ageri den bezala. Hortzek bilakaeraren profila dute, ez zirkunferentzia-forma, hau da, ezin da esan bi hortzen arteko kontaktua bi zilindroren artekoa denik. Hala ere, bilakaeraren propietateak direla eta (ikasmaterial honen irismenetik kanpo geratzen dira), argi dago kontaktu-puntuaren inguruan $R_1 \cdot \sin\alpha$ erradioko zirkunferentzia batera hurbil daitekeela eboluzio-profila (ikus 8. irudia).



8. irudia. Kontaktu-puntuan zirkunferentzien bidez hortzen profilak hurbiltzea. Egileen irudia.

Hala, hortzen arteko kontaktua $d_1 = 2R_1 \cdot \sin\alpha$ diametroko zilindroen arteko kontaktu batek eta $d_2 = 2R_2 \cdot \sin\alpha$ eta b zabalerako kontaktu gisa azter daiteke. Kontaktuko konpresio-presio maximoa, σ_c deritzona, hortzak puntu primitiboan kontaktuan daudenean (errodadura puruan) ematen da, hau da:

$$\sigma_c^2 = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot b} \cdot \frac{\frac{1}{d_1} \pm \frac{1}{d_2}}{\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}} \quad (25)$$

Kontaktuan dauden bi hortzen materiala altzairua dela jota ($\nu_i=0,3$) eta $d=2 \cdot r$ ordeztuz:

$$\sigma_c^2 = 0.35 \cdot \frac{F}{b} \cdot \frac{\frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{r_2}}{\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}} \quad (26)$$

Une horretan, r_m (kurbaduraren batez besteko erradioa) eta E (elastikotasun-moduluaren batez besteko balioa) aldagai osagarriak definitzen dira:

$$\frac{1}{r_m} = \frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{r_2} \quad (27a)$$

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \quad (27b)$$

Horrenbestez, (26) ekuazioa:

$$\sigma_c^2 = 0.35 \cdot \frac{F}{b} \cdot \frac{1}{\frac{r_m}{2} E} \quad (28)$$

F hortzen arteko kontaktu-indarra bakanduz:

$$F = \frac{b \cdot \sigma_c^2 \cdot r_m}{0.175 \cdot E} \quad (29)$$

σ_c -rekin lan egin beharrean, praktikan K errodadura-presioa erabiltzen da:

$$F = 2 \cdot K \cdot b \cdot r_m \quad (30)$$

(29) eta (30) adierazpenak konbinatuz:

$$K = 2.86 \cdot \frac{\sigma_c^2}{E} \quad (31)$$

Aurretik lortutako erlazioak ordezkatzuz (30) ekuazioan, $r_1=R_1 \cdot \sin\alpha$, $r_2=R_2 \cdot \sin\alpha$ eta $i=R_2/R_1$:

$$F = 2 \cdot K \cdot b \cdot \frac{1}{\frac{1}{r_m}} = 2 \cdot K \cdot b \cdot \frac{1}{\frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{r_2}} = 2 \cdot K \cdot b \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1 \cdot \sin\alpha} \pm \frac{1}{R_2 \cdot \sin\alpha}} \quad (32)$$

Operatuz, honako hauek lortzen dira:

$$F = 2 \cdot K \cdot b \cdot R_1 \cdot \sin\alpha \cdot \frac{i}{i \pm 1} \quad (33)$$

$b = \Psi \cdot m$, $F_t = F \cdot \cos\alpha$ eta $R = m \cdot z / 2$ ordezkatzuz:

$$F_t = 2 \cdot K \cdot \Psi \cdot m \cdot \frac{m \cdot z_1}{2} \cdot \sin\alpha \cdot \frac{i}{i \pm 1} \cdot \cos\alpha \quad (34)$$

Azkenik, $F_t = T_1/R_1$ izanik:

$$F_t = \frac{T_1}{R_1} = \frac{2 \cdot T_1}{m \cdot z_1} = 2 \cdot K \cdot \Psi \cdot m \cdot \frac{m \cdot z_1}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{i}{i \pm 1} \cdot \cos \alpha \quad (35)$$

Hortik modulu hau ateratzen da:

$$m = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T_1 \cdot (i \pm 1)}{K \cdot \Psi \cdot z_1^2 \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}} \quad (36)$$

Gainazal-hutsegitea gerta ez dadin, K presioak K_{adm} balio maximo onargarria baino txikiagoa izan behar du. Horretarako, m moduluak gutxieneko balio bat izan behar du:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T_1 \cdot (i \pm 1)}{K_{adm} \cdot \Psi \cdot z_1^2 \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}} \quad (37)$$

m modulua cm-tan dagoenean, T momentu tortsorea ($\text{kg} \cdot \text{cm}$ -tan), K_{adm} errodadurako presio onargarria (kg/cm^2 -tan), eta gogorarazten da $i \geq 1$ dela.

K_{adm} -en balioa lortzeko, esperimentalki ikusi da σ_c -k gehieneko balio onargarria duela $\sigma_{c,adm}$ (kg/cm^2 -tan):

$$\sigma_{c,adm} = 48.7 \cdot \frac{HB}{t^{1/6}} \quad (38)$$

Non HB materialaren Brinell gogortasuna baita (kg/mm^2 -tan), eta t baita karga-zikloen kopurua, milioitan, hau da, aurreikusitako iraupenean gurpilak osatzen duen bira kopurua. t -ren balioa, milioika itzulitan:

$$t = \frac{w \cdot h \cdot 60}{10^6} \quad (39)$$

w da horzdun gurpilaren abiadura angeluarra, bira/min-tan (rpm), eta h aurreikusitako iraupena, ordutan. Hala, (38) ekuazioa (31) ekuazioan ordezkatur:

$$K_{adm} = 2.86 \cdot \frac{\sigma_{c,adm}^2}{E} \approx 6800 \cdot \frac{HB^2}{t^{1/3} \cdot E} \quad (40)$$

HB kg/mm^2 -tan dago, eta E eta K_{adm} kg/cm^2 -tan. Gogoan izan behar da E elastikotasun-moduluaren batez besteko balioa dela (ikusi 27b ekuazioa), eta E_1 eta E_2 engranajeko 1 eta 2 gurpiletako materialen elastikotasun-moduluak direla. Altzairuan edo altzairu urtua $E=2100000 \text{ kg}/\text{cm}^2$, eta burdinurto grisean $E=1100000 \text{ kg}/\text{cm}^2$.

Beraz, K_{adm} -en balioa gurgiletako materialaren gogortasunaren eta elastikotasun-koefizientearen eta jasan behar duen ziklo-kopuruaren (aurreikusitako iraupena) arabera da. K_{adm} -en balioak, (40) formulatik lortutakoak, 6. taulan ageri dira.

K_{ADM}-REN BALIOAK [kg/cm²] 5.000 ORDUKO ZERBITZUALDIRAKO													
Pinoi edo gorpila		Brinell Gogortasu na BH (kg/mm ²)	Pinoi edo gurgilaren bira/minutu abiadura angeluarra										K_{min}
			10	25	50	100	250	500	750	1000	1500	2500	
Burdinurtua	GG-18	170	32	24	19	15	11	8.8	7.7	-	-	-	3.5
	GG-26	220	60	44	35	28	21	16.5	14.4	13	11.5	-	7
Altzairurtua	GS o St 42	125	35	26	20	16	12	9.5	8.3	7.5	6.6	5.6	4.3
Karbono-altzairua	St 50	155	53	39	31	25	18	14	12.5	11.5	10	8.5	5.3
	St 60	180	73	53	42	34	25	20	17	16	14	11.0	6.7
	St 70	210	98	72	57	45	33	27	23	21	18.5	15.5	9.0
Aleazio-altzairua	Mn-dun altzairua 80-95 kg/mm ²	230	-	87	69	55	41	32	28	26	22	19	22
	Mn-dun altzairua 90-105 kg/mm ²	260	-	-	89	70	52	41	36	33	28	24	30
	Altzairu tenplatu	450	-	-	-	210	155	120	105	95	83	70	60
	Altzairu zementatu eta tenplatu	600	-	-	-	370	270	215	190	170	150	125	80

OHARRAK:

Goian adierazitako balioak onargarriak dira dagokion materiala altzairuz edo altzairu-galdaketarekin lan eginez gero. Burdinurtu grisez lan eginez gero, taulako balioak bider 1,5 egin behar dira.

5.000 ordu ez den h balio baterako, K_{adm} -en balioa = $\varphi \cdot K_{5000}$ izango da. Balioak taula honetatik ateratzen dira:

Zerbitzu orduak	150	312	625	1200	2500	5000	10000	40000	80000	150000
φ	3.2	2.5	2	1.6	1.25	1	0.8	0.5	0.4	0.32

6. taula. K_{adm} -en balioen taula. Egileen taula.

Akzio/erreakzio bidez, kontaktuan dauden bi hortzek K errodadura-presioaren balio bera dute, eta, beraz, K_{adm} balio onargarri bera izan behar dute. Balio horretatik, honako diseinubaldintza hau ondorioztatzen da ($E_1 = E_2$ dela suposatuz):

$$\frac{HB_1}{HB_2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^{1/6} \quad (41)$$

Bi gurgilek h funtzionamendu-orduetan iraupen bera izatea nahi badugu, (39) ekuazioaren arabera, hau bete behar da:

$$\frac{HB_1}{HB_2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^{1/6} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{1/6} = i^{1/6} \quad (42)$$

Hau da, bi gurpilen HB gogortasunen arteko erlazioak $i^{1/6}$ izan behar du. $i \geq 1$ denez, gurpil txikiak (1. gurpila) handia baino $i^{1/6}$ aldiz gogorragoa izan behar du. 7. taulan, engranajeen iraupen gomendatuen gutxi gorabeherako balioak jaso dira, aplikazioaren arabera.

APLIKAZIOA	IRAUPEN GOMENDATUA (ordutan)
Elektrizitate-tresnak	1000-2000
Hegazkin-motorrak	1000-4000
Autoak	1500-5000
Nekazaritza makinak	3000-6000
Igogailuak, haize-sorgailu industrialak, erabilera anitzeko transmisioak	8000-15000
Motor elektrikoak, makina industrialak orokorrean	20000-30000
Bonbak eta konpresoreak	40000-60000
Makina kritikoak funtzionamenduan 24 ordu/egunean	100000-200000

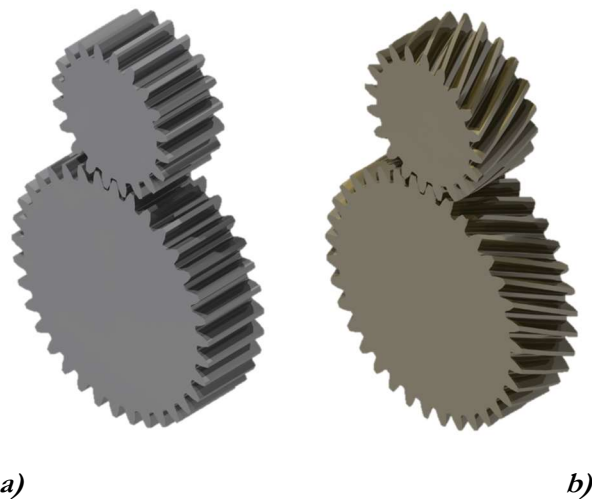
7. taula. Eskatutako iraupenaren balio orientagarriak (ordutan), aplikazioaren arabera.

Egileen taula.

Hortzaren haustura kalkuluan bezala, AGMA eta ISO arauak (37) formula egokitzen dute modulua gainazaleko hutsegitera kalkulatzeko, zenbait koefizienteren bidez (esperimentalki lortutakoak), moduluaren balio zehatzagoa lortzeko.

4. ENGRANAJE ZILINDRIKO HELIKOIDALETARAKO ADIERAZPENAK

Aurreko ataletako adierazpenak hortz zuzeneko engranaje zilindrikoei dagozkie. Oso erabilia den beste engranaje mota bat hortz helikoidaletako zilindrikoa da. Engranaje zuzenetan, hortzak zilindroaren sorgailuaren gainean bermatzen dira (gurpila); engranaje helikoidaletan, berriz, hortzek β_a angeluaren ibilbide helikoidala jarraitzen dute (ikusi 9. irudia). Helize-formako engranajeek bi ardatz elkar ditzakete, edozein angelutara gurutzatzen direnak; zuzenek, aldiz, ardatz paraleloetarako soilik balio dute. Ardatz paraleloak dituzten engranaje helikoidalen kasuan, β_a angelua berdina da bi gurpilentzat, bat ezkerrean eta bestea eskuinaldean (ikusi 9b irudia).



9. irudia. Engranaje zilindrikoak: a) zuzenak b) helikoidalak. Egileen irudia.

Ardatz ez-paraleloen arteko mugimendua transmititzeaz gain, engranaje zilindriko helikoidalek ezaugarri onuragarri hauek dituzte:

- a) Ardatzen arteko distantzia doitu daiteke β_a helizearen angelua aldatuz.
- b) Bi gurpil pare baino gehiago egon daitezke aldi berean kontaktuan.
- c) Ez dira hain zaratatsuak, gutxiago gastatzen dira eta arazo dinamiko gutxiago dituzte hortz zuzenek baino.

Hala ere, hortz zuzeneko engranajeetan ez bezala, helikoidaletan indar-osagai axial bat agertzen da, ezagutzen diren osagai tangenzial eta erradialez gainera. Hori desabantaila bat da, ardatzen euskarri diren ardatz eta errodamenduek karga axial hori absorbatu beharko baitute. Hauek dira indarrak, 2. irudian ageri den moduan:

$$F_r = F \cdot \sin\alpha_r \quad (43a)$$

$$F_t = F \cdot \cos\alpha_r \cdot \cos\beta_a \quad (43b)$$

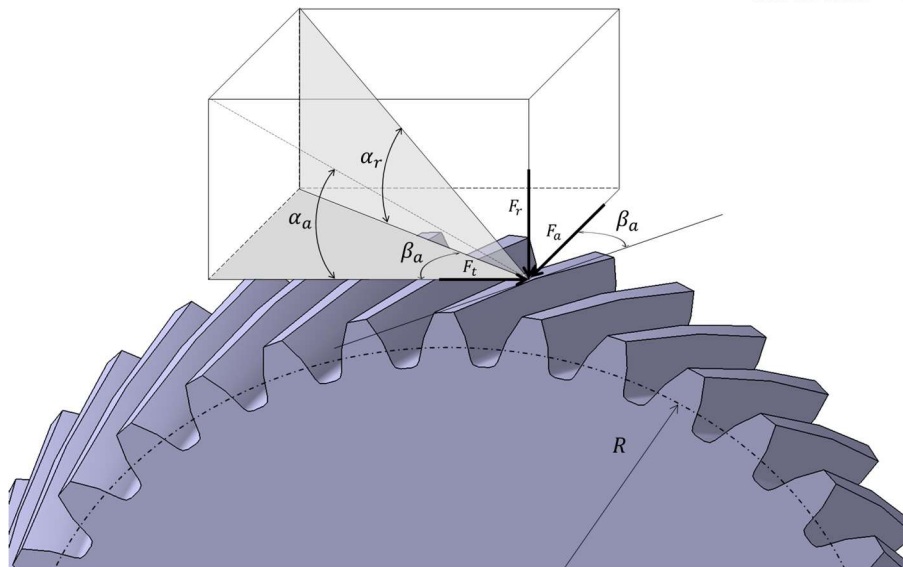
$$F_a = F \cdot \cos\alpha_r \cdot \sin\beta_a \quad (43c)$$

2. irudiaren arabera:

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_r}{\operatorname{tg}\beta_a} = \cos\alpha_a \quad (44a)$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_r}{\operatorname{tg}\alpha_a} = \cos\beta_a \quad (44b)$$

Non α_r presio-angelua da, 20° balio normalizatukoa.



10. irudia. Engranaje zilindriko helikoidaletako indarrak. Egileen irudia.

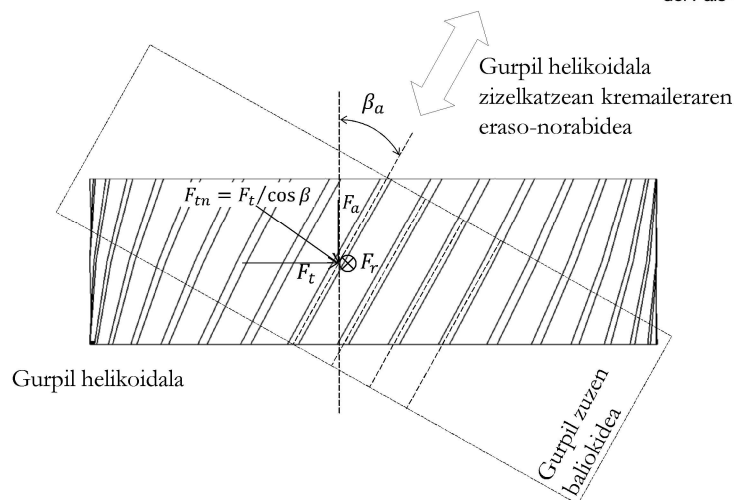
Transmisio-erlazioa engranaje zilindriko zuzenetan bezala definitzen da, (1) eta (2) ekuazioak erabiliz. Gurpil zilindriko helikoidalen kasuan, R erradioa da:

$$R = \frac{m_n \cdot z}{2 \cdot \cos \beta_a} \quad (45)$$

m_n modulu arrunta da, gurpil zuzenen m moduluen baliokidea. Jakina, m_n modulu normalak berdina izan behar du engranatzeko duten bi gurpiletan. β_a ere berdina denez bi gurpiletan, transmisio-erlazioak ere (4) adierazpena betetzen du.

m bezala, m_n -ren balioa 1. taularen arabera normalizatuta dago. Izan ere, gurpil zuzenak eta helikoidalak erreminta berarekin eta tailatze-prozesu berari jarraituz mozten dira; alde bakarra da, gurpil zuzenetan, erreminta zizelkatzaileak gurpil axialari eraso egiten diola, eta gurpil helikoidaletan, berriz, norabide axialarekiko β_a inklinazio batekin sartzen dela erreminta. Horrela lortzen da hertz helikoidalek ibilbide helikoidala izatea.

Gurpil zuzen eta helikoidalen tailatze-prozesuaren antzekotasun horri esker, 11. Irudiaren arabera frogatzen da z hortzeko, R erradioko, β_a helize angeluko, m_n moduluko eta b zabaleko gurpil zilindriko helikoidal bat z_n hortzetako, R_n erradioko, m_n moduluko eta b_n zabaleko engranaje zilindriko zuzen baten baliokidea dela.



11. irudia. Gurpil helikoidal baten baliokidea den gurpil zuzena. Egileen irudia.

Gurpil baliokidearen hortz kopuruaren, erradioaren eta zabaleraren balioak hauek direla frogatzen da:

$$R_n = \frac{R}{\cos^2 \beta_a} \quad (46a)$$

$$z_n = \frac{z}{\cos^3 \beta_a} \quad (46b)$$

$$b_n = \frac{b}{\cos \beta_a} \quad (46c)$$

Gurpil zuzen baliokidearen azterketa eta (46) ekuazioko parametro geometrikoak lortzea engranajeen zinematikaren esparruan sartzen dira, eta, beraz, ikasmaterial honen irismenetik kanpo geratzen dira.

Nolanahi ere, baliokidetasunaren kontzeptu hori oso garrantzitsua da, aukera ematen baitu engranaje helikoidala engranaje zuzen bat balitz bezala aztertu eta diseinatzeko, prozedura berberak aplikatuz. Hala, modulua engranaje helikoidaletan kalkulatzeko adierazpenak lortzen dira. Hortza haustea saihesteko, moduluak hau izan behar du:

$$m_n \geq 52.32 \cdot \sqrt[3]{\frac{Pot \cdot \cos \beta_a}{1.5 \cdot w_1 \cdot z_1 \cdot \Psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}} \quad (47)$$

m_n modulua cm-tan, Pot potentzia ZP-tan, w abiadura angeluarra rpm-tan eta σ_{adm} tentsioa (5. taulakoa) kg/cm²-tan, 1 gurpil txikia izanik.

Bestalde, gainazaleko hutsegitea saihesteko, moduluak hau izan behar du:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T_1 \cdot \cos^4 \beta_a \cdot (i \pm 1)}{K_{adm} \cdot \Psi \cdot z_1^2 \cdot i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}} \quad (48)$$

Non T_1 kg·cm-tan dagoen, K_{adm} kg/cm²-tan eta m_n modulua cm-tan, $i \geq 1$ eta 1 gurpil txikia izanik.

Horiek izango lirateke, azken batean, moduluaren adierazpenak haustura eta gainazaleko hutsegiteak, engranaje zilindriko helikoidaletarako, AGMA eta ISO arauen oinarri gisa balio dituztenak.