

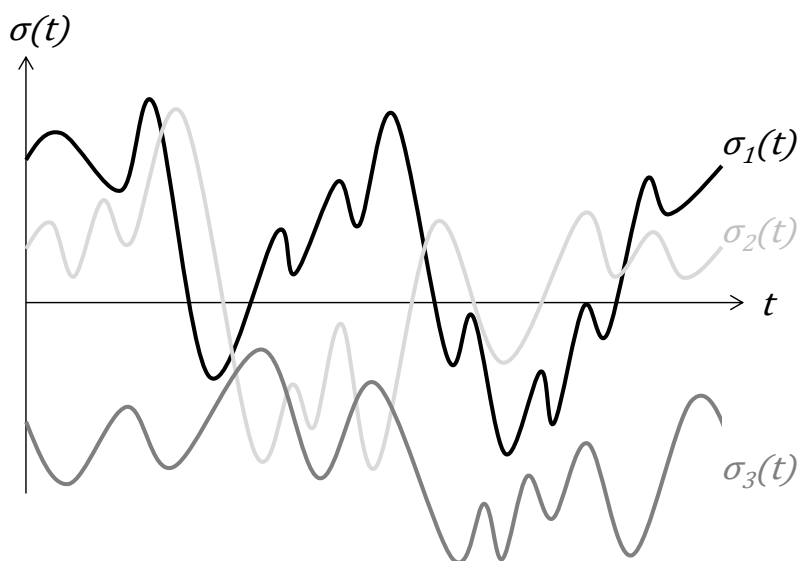
7. GAIA: NEKEA: TENTSIO MULTIAXIALA

1. SARRERA

Aurreko gaietan, denboran zehar tentsio uniaxial alternoa duen pieza baten nekearekiko portaera aztertu da. Hala ere, ohikoak dira tentsio-egoera multiaxialak (biaxiala edo, gutxiagotan, triaxiala), hala nola makurdura eta bihurtura jasaten dituen potentzia-transmisioko ardatz bat, urrunago joan gabe. Jakina da, geometria edo karga-kasu konplexuagoetan ere gertatzen direla egoera multiaxialak. Kasurik orokorrean, tentsio-egoera bat izango da, 6 osagai independente ez-nuluak eta denboran aldakorrak dituen, tentsio-tentsoreak adierazten duena:

$$[\sigma(t)] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}(t) & \tau_{xy}(t) & \tau_{xz}(t) \\ \tau_{xy}(t) & \sigma_{yy}(t) & \tau_{yz}(t) \\ \tau_{xz}(t) & \tau_{yz}(t) & \sigma_{zz}(t) \end{bmatrix}$$

Materialen Elastikotasunaren eta Erresistentziaren Teoriaz dakigunez, autobalioen eta autobektoreen problema ebatziz, $\sigma_1(t)$, $\sigma_2(t)$, $\sigma_3(t)$ tentsio nagusiak lortzen dira, baita norabide nagusiak ere. Oro har, hiru tentsio nagusi horietako bakoitza itxurazko patroirik gabe alda daiteke, 1. irudian ageri den moduan.



1. irudia. $\sigma_1(t)$, $\sigma_2(t)$ eta $\sigma_3(t)$ tentsio nagusiak. Egileen irudia.

Egoera multiaxial baten neke-portaera aztertzea ikerketa aktiboko eta eztabaida handiko gaia da. Izan ere, tentsio-egoera horietan hainbeste aldagaik parte hartzen dute (tentsio nagusien batez besteko balioak eta balio alternoak, tentsio horien arteko desfasea, norabide nagusien aldaketa...), eta horiek izugarri zailtzen dituzte nekearekiko saiakuntza esperimentalak, saiakuntza horien emaitzen interpretazioa eta baita ere emaitza horietatik abiatuta kalkulu-metodoak garatzea.

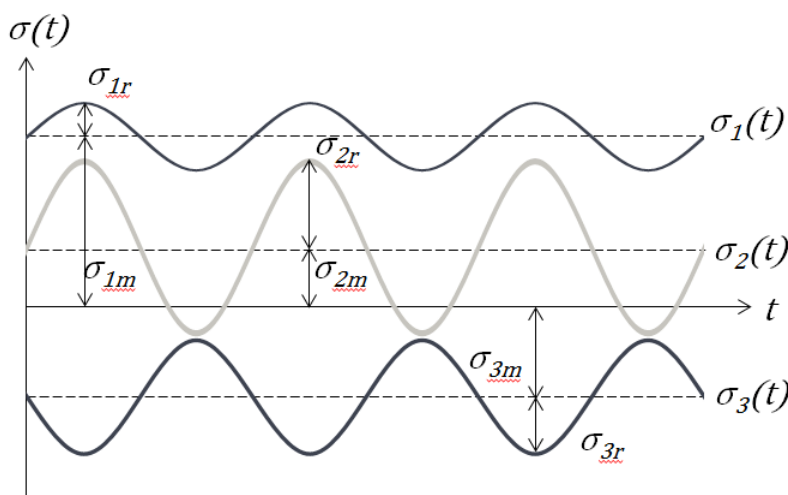
Azken hamarkadetan, neke multiaxialeko analisi-metodo ugari garatu dira. Urtero metodo berriak sortzen dira, eta inork ez du lortzen modu ukaezin batean prozedura orokor eta onargarri bat garatzea. Honela, metodo egokiagoak daude material mota baterako, tentsio-egoera jakin batzuetarako edo iraupen desberdinetarako. Metodo horiek, besteak beste, sailkapen hau onartzen dute:

- 1) Enpirikoak:
 - a. Espezifikokoak
 - b. Oinarrizkoak
- 2) Ikuspegi orokorrekoak
- 3) Plano kritikokoak
- 4) Hausturaren mekanikan oinarrituak

Gaur egun industria orokorrean gehien erabiltzen diren metodoak oinarrizko metodoak dira, ziurrenik Von Mises bezalako hutsegite estatikoen teorietan oinarritzen direlako eta Elementu Finituen emaitzetatik abiatuta horien aplikazioa nahiko zuzena delako. Hori dela

eta, metodo horiek nekeko pieza ugari diseinatzeko erabili ohi dira, eta, beraz, metodo kontrastatuak dira. Gai honetan oinarritzko metodo horiek aztertzen dira. Ikuspegi globaleko metodo aurreratuenak, plano kritiko eta hausturaren mekanikokoak, Ingeniaritza Mekanikoko Masterrean lantzen dira, hemen azaldutakoaren jarraipen natural gisa.

Oinarritzko metodoak azaltzen hasi aurretik, bi egoera bereizten dira: tentsio-egoera multiaxial sinplea eta konplexua. Egoera multiaxial sinplea esaten zaio tentsio nagusi guztiek periodo bera dutenari, eta tentsio horiek fasean egon daitezke edo ez (sinkronismo-baldintza, 2. irudian bezala). Tentsio-egoera sinplea ez bada (adibidez, 1. irudikoa), konplexua deritzo. Sailkapen horretan oinarrituta, lehenik, egoera multiaxial sinpleen nekearen kalkulua azalduko da, eta, ondoren, konplexuena.



2. irudia. Egoera multiaxial sinplea sinkronismoarekin. Egileen irudia.

2. TENSIO-EGOERA MULTIAXIAL SINPLEETARAKO OINARRIZKO METODOAK: MS METODOA

Metodo horiekin tentsio-egoera sinplea aztertzeko lehen urratsa sinkronismoa suposatzea da, 2. irudian bezala; hau da, pentsatuko da tentsio nagusiek, periodo bera izateaz gain (egoera sinplea izateko baldintza), fasean daudela, eta, beraz, tentsio nagusi guztiek aldi berean lortzen dituztela balio maximoa eta minimoa. Hori dela eta, errazago aztertzen da nekea, eta emaitza kontserbadoreak lortzen dira.

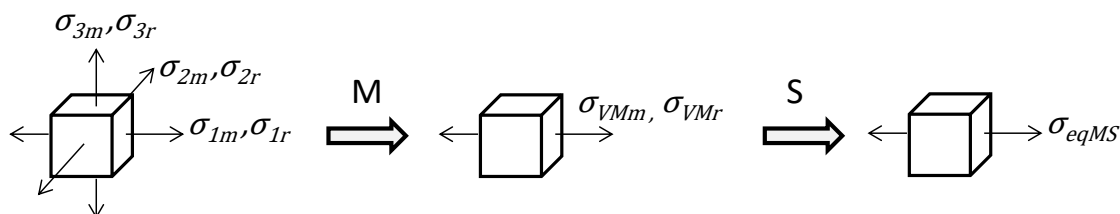
Bi metodo daude tentsio-egoera multiaxial sinpleak aztertzeko. Egia esan, bi metodoek urrats berberak erabiltzen dituzte, baina ordena desberdinean. Lehenengoak, “SM metodoa” deituko denak, Haigh-en diagrama aplikatzen du lehenik (hortik S, Soderberg-en zuzenari Makinen Diseinua

Mikel Abasolo, Edurne Iriondo eta Javier Corral

dagokiona), eta, ondoren, Von Mises-en hutsegite-teoria (hortik dator Von Mises-en M). “MS metodoan” berriz, lehenik hutsegite-teoria aplikatzen da, eta, ondoren, Haigh-en diagrama.

Irakasgai honetan MS metodoa baino ez da azalduko, orokorra eta errazena delako erabiltzeko (batez ere tentsioak elementu finituen eredu batetik lortzen direnean, ohikoa den bezala). Gainera, bibliografian gehien deskribatutako metodoa da hau.

Demagun 2. irudiko tentsio-egoera multiaxial sinplean dagoen pieza batek N ziklo iraungo duen ala ez zehaztu nahi dugula. Esandakoaren arabera, MS metodoak hutsegite-teoria bat aplikatzen du lehen urrats batean, eta, bigarren urrats batean, Haigh-en diagrama, 3. irudian ageri den moduan.



3. irudia. MS metodoaren urratsak. Egileen irudia.

Tentsio nagusi batez besteko eta alfernoetatik abiatuta, lehenengo urratsa (3. irudian “M” batez identifikatua) hutsegite-teoria bat aplikatzea datza, hala nola Von Mises-ena tentsio nagusi batez besteko eta alfernoa, hurrenez hurren Von Mises-en tentsio baliokide batezbestekoa eta alfernoa lortzeko:

$$\sigma_{VMm} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(\sigma_{1m} - \sigma_{2m})^2 + (\sigma_{2m} - \sigma_{3m})^2 + (\sigma_{1m} - \sigma_{3m})^2]} \quad (1)$$

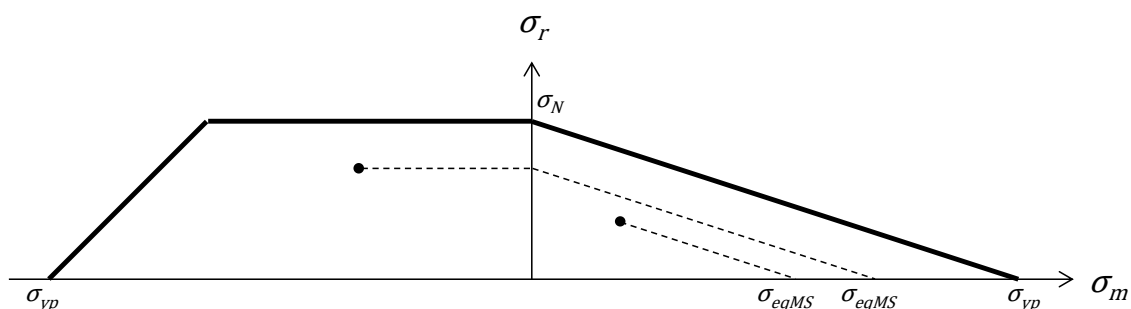
$$\sigma_{VMr} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(\sigma_{1r} - \sigma_{2r})^2 + (\sigma_{2r} - \sigma_{3r})^2 + (\sigma_{1r} - \sigma_{3r})^2]}$$

σ_{VMr} osagai alfernoaren zeinua beti positiboa bada ere definizioz, σ_{VMm} batez besteko osagaia positiboa edo negatiboa izan daiteke. Zeinu-irizpide gisa honako hau hartu ohi da: $\sigma_{1m} + \sigma_{2m} + \sigma_{3m} > 0$ bada, σ_{VMm} positiboa izango da; $\sigma_{1m} + \sigma_{2m} + \sigma_{3m} < 0$ bada, σ_{VMm} negatiboa izango da. Batuketak ia zero ematen badu, bi zeinuak aztertu eta azken emaitza kontserbadoreena har daiteke.

Puntu horretan, jatorrizko tentsio-egoera multiaxialaren baliokidea den tentsio-egoera

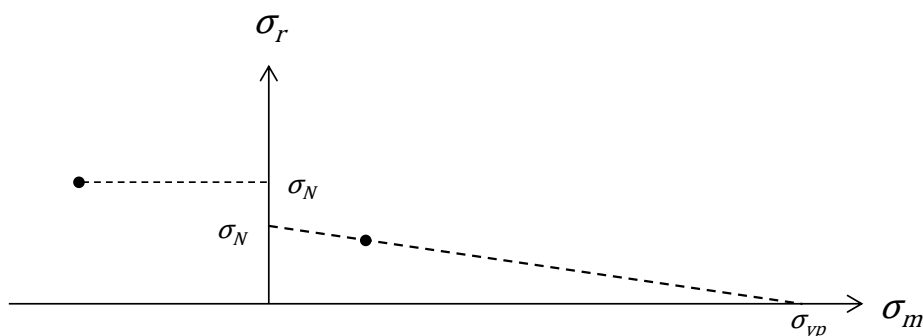
uniaxial bat lortu da. Hala, dagokion gaian ikusi zen bezala, tentsio-egoera hori ($\sigma_{VMm}-\sigma_{VMr}$) N zikloko Soderberg-en zuzenaren azpian geratzen bada (4. irudiko bi puntuetan gertatzen den bezala, bat batez besteko tentsio positiboarekin eta bestea negatiboarekin), piezak N ziklo baino gehiago iraungo du. Bestela, N ziklo baino gutxiago iraunen du eta N ziklorako CS segurtasun koefizientea honela kalkulatu da:

$$CS = \frac{\sigma_{yp}}{\sigma_{eqMS}} \quad (2)$$

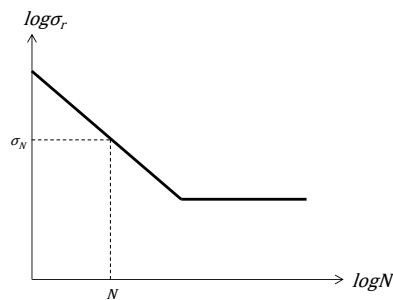


4. irudia. σ_{eqMS} lortzea. Egileen irudia.

Piezaren iraupen zehatza kalkulatzeko, tentsio uniaxialetarako azaldutakoaren arabera, σ_N iraupeneko tentsio alferno baliokidea lortuko da 5a irudiaren bidez, eta, harekin, N iraupena, 5b irudiko Basquin kurban σ_N -rekin sartuz.



a)



b)

5. irudia. N kalkulatzeko: a) σ_N lortzea (Sorderberg) b) N lortzea (Basquin). Egileen irudia.

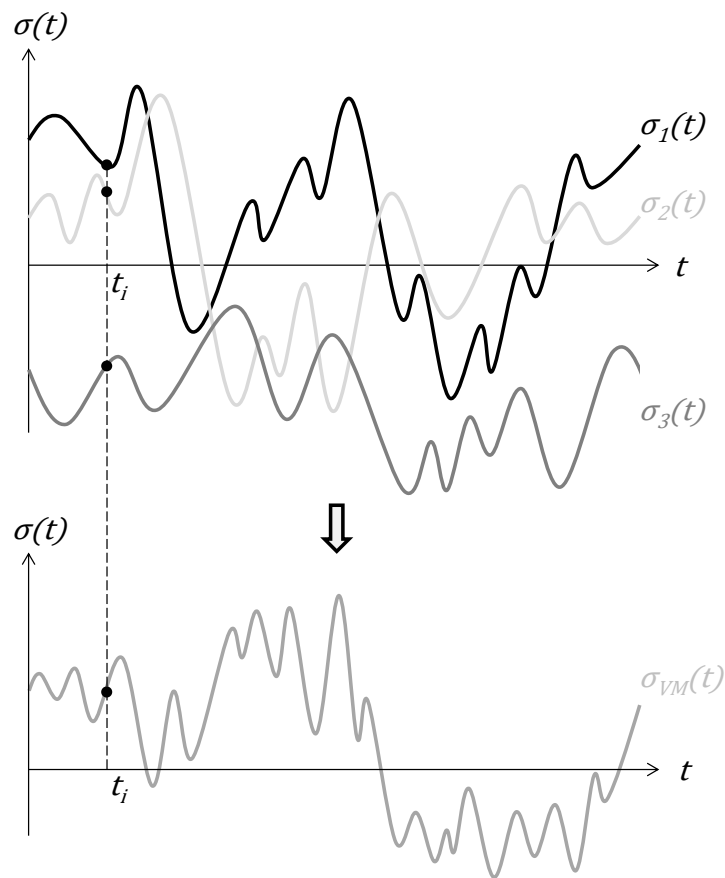
Azken batean, tentsio-egoera multiaxial sinpleetarako, von Mises-en tentsio batez bestekoa eta alternoa (zeinua esleituta) kalkulatzeko datu MS metodoak. Puntu horretan, dagoeneko tentsio uniaxial batez besteko+alternoa bat dago (jatorrizko egoera multiaxialaren baliokidea), eta, 5. gaian ikusitakoaren arabera, Haigh-en diagrama aplikatuz, bai N iraupen jakin baterako CS kalkulatzeko, bai N zuzenean kalkulatzeko erabiltzen da.

3. TENSIO-EGOERA MULTIAXIAL KONPLEXUETARAKO OINARRIZKO METODOAK: MS METODOA

1. irudiko tentsio-egoera multiaxial konplexu bat ezin da aztertu egoera sinpleetarako azaldutako prozedurekin, ezin baitira bereizi tentsio nagusietatik osagai batez bestekoa eta alternoa, tentsio horiek maiztasun desberdina baitute. Kasu horretan, MS metodoaren arabera, lehenik eta behin Von Mises-en tentsioa ebaluatzen da, aldienez aldiune. Hala, t_i aldiune bakoitzean:

$$\sigma_{VM}(t_i) = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(\sigma_1(t_i) - \sigma_2(t_i))^2 + (\sigma_2(t_i) - \sigma_3(t_i))^2 + (\sigma_1(t_i) - \sigma_3(t_i))^2]} \quad (4)$$

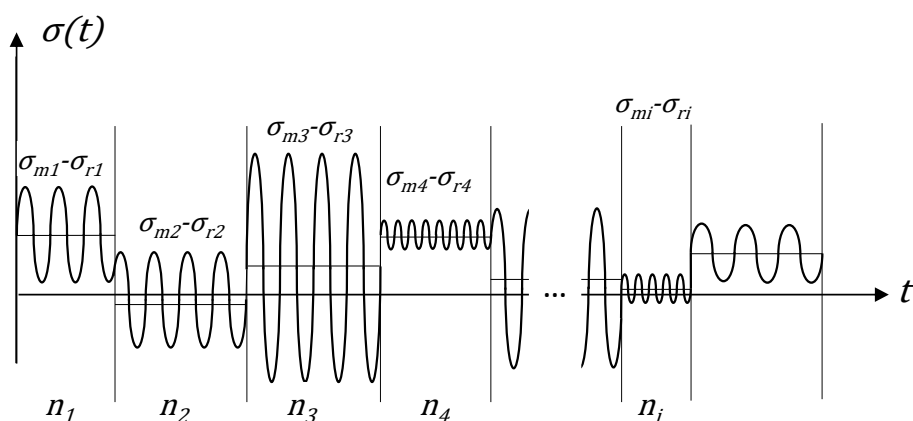
$\sigma_{VM}(t_i)$ balioa positibotzat hartuko da $\sigma_1(t_i) + \sigma_2(t_i) + \sigma_3(t_i) > 0$ bada, eta negatibotzat, bestela. Prozesu hori une bakoitzean errepikatuz (tentsio nagusien maximo eta minimo guztiak hartzeko adinako diskretizazioarekin), 1. irudikoa bezalako egoera multiaxial aldakor batetik 6. irudikoa bezalako egoera uniaxial batera pasatzen da.



6. irudia. Von Mises-en σ_{VM} tentsio baliokidea lortzea aldiunez aldiune. Egileen irudia.

6. gaian pilatutako kalteari buruz azaldutakoaren arabera, egoera uniaxial aldakor horri zikloak zenbatzeko metodo bat aplikatzen zaio, adibidez Rainflow, eta emaitza gisa 7. irudiko tentsio-egoera baliokidea lortzen da. Erregistro hori n_i zikloetan aplikatutako b tentsio-blokez ($\sigma_{mi}-\sigma_{ri}$) osatuta dago. Bloke bakoitzari ($\sigma_{mi}-\sigma_{ri}$) N_i iraupena dagokio zuzenean, 5. irudiko urratsei jarraituz kalkulaturik. Deskribatu bezala, i bloke horri dagokion kaltea, Palmgren-Miner-en pilatutako kaltearen metodoaren arabera, $d_i=n_i/N_i$ da, hau da, n_i aplikatzen den ziklo-kopuruarena eta ($\sigma_{mi}-\sigma_{ri}$) tentsio horri dagokion N_i iraupenaren arteko erlazioa. Hala, Palmgren-Miner-en arabera, piezak ez du huts egingo 7. irudiko b blokeen kalte pilatuak 1 balioa lortzen ez bada, hau da:

$$\sum_{i=1}^b \frac{n_i}{N_i} < 1$$



7. irudia. 6. irudiko tentsio-egoerari zikloak zenbatzeko metodo bat aplikatzean lortutako tentsio-egoera. Egileen irudia.

Azken finean, tentsio-egoera multiaxial konplexuetarako, berriz ere MS metodoa von Mises-en tentsioak kalkulatzeko besterik ez da, kasu honetan aldiunetik aldiunera (zeinua emanez). Puntu horretan, dagoeneko bada tentsio uniaxial bat (jatorrizko egoera multiaxialaren baliokidea), Miner aplikatuz aztertzen dena, 6. gaien ikusitakoaren arabera.

4. MS METODOARI BURUZKO GOGOETAK

Aztertutako piezaren geometria edo karga-egoera konplexuak direnean, tentsioak elementu finituen metodoaren bidez lortzen dira eta metodo hori 8. gaien azalduko da, sarrera gisa. Elementu finituen programek zuzenean ematen dute piezaren puntu bakoitzeko Von Mises-en tentsio baliokidea.

Hala, bada, tentsio-egoera multiaxial simple baten kasuan, bi analisi egin beharko dira Elementu Finitu bidez: alde batetik σ_{VMm} Von Mises-en tentsioak lortzeko batez besteko esfortzuekin, eta, bestetik, σ_{VMr} lortzeko esfortzu alternoarekin, 3. irudiaren arabera; hala, analistak σ_{VMm} -ri zeinua esleitu beharko dio, lehenago azaldukoaren arabera, ondoren 3. irudiko 2. urratsa aplikatzeko, hau da: Soderberg aplikatu neke-kalkulua egiteko.

Tentsio-egoera multiaxial konplexu baten kasuan, Elementu Finituen modelotik, Von Mises-en aldiunetik aldiuneko tentsioa lortuko da; analistak zeinua esleituko dio balio bakoitzari, ondoren zikloak zenbatu eta Palmgren Miner-en metodoa aplikatuz nekea kalkulatzeko.

Kontuan hartu beharreko beste alderdi garrantzitsu bat da MS metodoek arazo bat aurkezten dutela hiru tentsio nagusiek zeinu bera eta antzeko balioak dituzten tentsio-egoeretan, hau da, kasu kuasi-hidrostatikoan ($\sigma_1 \approx \sigma_2 \approx \sigma_3$). Kasu horretan, Von Mises-en tentsio baliokidea

nulua izango da, eta, beraz, ez litzateke hutsegitea aurreikusiko. Beraz, hemen deskribatutako oinarrizko metodoak aplikatzean, aztertutako piezan egoera hori ez dela gertatzen egiaztatu behar da; hala bada, neke-azterketa beste metodo aurreratuago batzuekin egin beharko litzateke, hala nola ikuspegi globaleko eta plano kritikoko metodoekin, eta irakasgai honen norainokotik kanpo geratzen dira. Oinarrizko metodoen zenbait muga gainditzen dituzten metodoak dira, hala nola tentsio-egoera hidrostatikoen tratamendua, batezbesteko tentsio ebakitzailaren osagaia kontuan hartu ala ez, edo norabide nagusien aldaketaren eragina.