7. Gaiko ariketak

1. (i) Kalkulatu $23^{84292} : 7$ eta $113^{34291} : 5$ zatiketen hondarrak.

(ii) Kalkulatu $23^{3n+2} - 7n + 4 : 7$ zatiketaren hondarra (n bakoitzerako).

(iii) Frogatu $53^{103} + 103^{53}$ zenbakia 39-ren multiploa dela.

(iv) Frogatu $111^{333} + 333^{111}$ zenbakia 7-ren multiploa dela.

(v) Frogatu $7^{2n+1} + 11^{2n+1}$ zenbakia 18-ren multiploa dela, $n \in \mathbb{N}$ guztietarako.

(vi) Frogatu $3^{3n+2} + 5^{3n+1}$ zenbakia 14-ren multiploa dela, $n \in \mathbb{N}$ guztietarako.

2. Frogatu era hamartarrean idatzita dagoen edozein $n \in \mathbb{N}$ zenbaki baten digituen batura n-rekin kongruentea dela 9 moduluarekiko. Ondorioztatu 9-gatik zatigarria izatearen irizpide bat.

3. Baldin eta $n = a_0 + a_1 10 + a_2 10^2 + \cdots + a_k 10^k$ zenbaki positibo oso baten adierazpen hamartarra bada, frogatu

- $11 \mid n$ dela baldin eta soilik baldin $11 \mid \sum_{i=0}^{k} (-1)^i a_i$ bada,
- $7 \mid n$ dela baldin eta soilik baldin $7 \mid a_0 + 3a_1 + 2a_2 - a_3 - 3a_4 - 2a_5 + a_6 + 3a_7 + 2a_8 - a_9 - 3a_{10} - 2a_{11} \ldots$ bada

4. Ebatzi kongruentzia lineal hauek:

(i) $13x \equiv 17 \pmod{42}$;

(ii) $36x \equiv 53 \pmod{131}$;

(iii) $11x \equiv 25 \pmod{60}$;

(iv) $64x \equiv 16 \pmod{84}$;

(v) $21x \equiv 15 \pmod{39}$.

5. Aurkitu kongruentzia linealen sistema honen soluzioa.

$$\begin{cases} x \equiv 8 \pmod{5}, \\ x \equiv 5 \pmod{3}, \\ x \equiv 11 \pmod{7}, \\ x \equiv 2 \pmod{4}. \end{cases}$$

6. Baldin eta n ez bada zenbaki lehen bat, frogatu $(n-1)!+1$ ez dela n-ren multiploa.

7. Zenbaki oso bat a alderanzgarria dela diogu n moduluarekiko, baldin eta existitzen bada b non $ab \equiv 1 \pmod{n}$ den.

(i) Aurkitu $5, 6, 9$ eta 11 moduluekiko alderanzgarriak diren elementu guztiak.

(ii) Aurkitu 107-ren alderantzizkoa 281 moduluarekiko eta 281-ena 107-rekiko.

(iii) Frogatu a alderanzgarria dela n moduluarekiko baldin eta soilik baldin $zkh(a, n) = 1$ bada.