4. Hipotesi kontraste parametrikoak

1. ARIKETA

Tratamendu planta batean 20 egunetan uretako kloro mailak neurtzen dira, emaitzak mg/l –tan ondorengoak dira:

2.2, 1.9, 1.7, 1.6, 1.7, 1.8, 1.7, 1.9, 2.0, 2.0, 2.2, 1.9, 1.7, 1.6, 1.7, 1.8, 1.7, 1.9, 2.0, 2.0

Demagun kloro mailak banaketa normala jarraitzen duela.

Plantako zuzendariak jasotako datuak kloro mailaren batezbestekoa 2.0 mg/l den depositu batetik datozela ziurtatzen du.

a) Hipotesi kontraste baten bidez, aztertu %5 adierazgarritasun mailarekin zuzendariak ziurtatzen duena egia den ala ez.
b) Hipotesi kontraste baten bidez, aztertu %1 adierazgarritasun mailarekin, jasotako datuak batezbestekoa 2.0 mg/l baino txikiagoa duen populazioa batetik datozen ala ez.
c) Hipotesi kontraste baten bidez, aztertu %2 adierazgarritasun mailarekin, jasotako datuak batezbestekoa 2.0 mg/l baino handiagoa duen populazio batetik datozen ala ez.

Ebazpena :

Zorizko aldagaia definituko da.

X: “Uraren kloro maila mg/l –tan”.

Zorizko aldagai honek banaketa normal bat jarraitzen du:

$X \sim N(\mu,\sigma)$ non μ eta σ ezezagunak diren.

20 neurketa hartu dira, hau da, laginaren tamaina, $n = 20$ da

Aldagaia eraiki eta izendatuko da c( ) komandoa erabiliz:

```
> kloromaila<-c(2.2,1.9,1.7,1.6,1.7,1.8,1.7,1.9,2.0,2.0,
2.2,1.9,1.7,1.6,1.7,1.8,1.7,1.9,2.0,2.0)
> kloromaila
[1] 2.2 1.9 1.7 1.6 1.7 1.8 1.7 1.9 2.0 2.0 2.2 1.9 1.7
    1.6 1.7 1.8 1.7 1.9 2.0 2.0
```

Aldagaiaren elementu kopurua length() komandoa erabiliz lortzen da:

```
>length(kloromaila)
[1] 20
```

a)

Eskatzen den hipotesi kontrastea %5 adierazgarritasun mailarekin:

$$H_0 : \mu = 2$$
$$H_a : \mu \neq 2$$

H_0 hipotesi nulua eta H_a hipotesi alternatiboa izanik.

Adierazgarritasun maila: %5, $a = 0.05$

Student-en T-test-a aplikatzen da batezbestekoaren bi aldeko hipotesi kontrastea egiteko. Argumentu bezala, kloromaila datuak, hipotesi nulua, eta $1- a = 0.95$ konfiantza maila zehaztuko dira. Kasu honetan hipotesi alternatiboa zein den adieraztea ez da beharrezkoa:

```
> t.test(kloromaila, mu=2.0,conf.level=0.95)

         One Sample t-test

data:  kloromaila
t = -3.7438, df = 19, p-value = 0.001375
alternative hypothesis: true mean is not equal to 2
95 percent confidence interval:
1.766141 1.933859
sample estimates:
  mean of x
       1.85
```

T-test-aren emaitzaren interpretazioa hau litzateke:

Estatistikoaren balioa t= -3.7438 da,

df= 19 askatasun graduak dira (*n*-1),

p-balioa 0.001375 da

p-balioa < 0.05 adierazgarritasun maila baino txikiagoa denez H_0 hipotesi nulua baztertzen da.

Beraz, ezin da onartu %5 adierazgarritasun mailarekin zuzendariak ziurtatzen duena egia denik.

b)

Eskatzen den hipotesi kontrastea %1 adierazgarritasun mailarekin:

$$H_0 : \mu = 2$$
$$H_a : \mu < 2$$

H_0 hipotesi nulua eta H_a hipotesi alternatiboa izanik.

Adierazgarritasun maila: %1, $a = 0.01$

Student-en T-test-a aplikatzen da batezbestekoaren alde bateko hipotesi kontrastea egiteko.

Argumentu bezala, kloromaila datuak, hipotesi nulua, eta $1\text{-}\ a = 0.99$ konfiantza maila zehaztuzko dira. Kasu honetan hipotesi alternatiboa zein den adieraziko dugu alternative= “less” erabiliz:

```
>t.test(kloromaila,mu=2.0,conf.level=0.99,
alternative="less")

         One Sample t-test

data:  kloromaila
t = -3.7438, df = 19, p-value = 0.0006876
alternative hypothesis: true mean is less than 2
99 percent confidence interval:
-Inf 1.951746
sample estimates:
   mean of x
        1.85
```

T-test-aren emaitzaren interpretazioa hau litzateke:

Estatistikoaren balioa t= -3.7438 da,

df= 19 askatasun graduak dira (*n*-1),

p-balioa 0.0006876 da

p-balioa < 0.01 adierazgarritasun maila baino txikiagoa denez H_0 hipotesi nulua baztertzen da.

Beraz, %1 adierazgarritasun mailarekin, onar daiteke jasotako datuak batezbestekoa 2.0 mg/l baino txikiagoa duen populazio batetik datozela.

c)

Eskatzen den hipotesi kontrastea %2 adierazgarritasun mailarekin:

$$H_0 : \mu = 2$$
$$H_a : \mu > 2$$

H_0 hipotesi nulua eta H_a hipotesi alternatiboa izanik.

Adierazgarritasun maila: %2, $a = 0.02$

Student-en T-test-a aplikatzen da batezbestekoaren alde bateko hipotesi kontrastea egiteko.

Argumentu bezala, kloromaila datuak, hipotesi nulua, eta $1- a = 0.98$ konfiantza maila zehaztuzko dira. Kasu honetan hipotesi alternatiboa zein den adieraziko dugu alternative= “greater” erabiliz:

```
>t.test(kloromaila,mu=2.0,conf.level=0.98,
alternative="greater")

         One Sample t-test

data:  kloromaila
t = -3.7438, df = 19, p-value = 0.9993
alternative hypothesis: true mean is greater than 2
98 percent confidence interval:
  1.761667   Inf
sample estimates:
  mean of x
       1.85
```

T-test-aren emaitzaren interpretazioa hau litzateke:

Estatistikoaren balioa t= -3.7438 da,

df= 19 askatasun graduak dira (n-1),

p-balioa 0.9993 da

p-balioa > 0.02, adierazgarritasun maila baino handiagoa denez H_0 hipotesi nulua ezin da baztertu, eta beraz, onartzen da.

Beraz, %2 adierazgarritasun mailarekin, ezin da onartu jasotako datuak batezbestekoa 2.0 mg/l baino handiagoa duen populazioa batetik datozenik.

2. ARIKETA

A eta B denden fakturazioak esanguratsuki ezberdinak diren aztertzeko, salmenta datuak zenbatzen dira 11 egunetan zehar A-n eta10 egunetan zehar B-n.

Salmenta A: 1320 1495 990 1250 12900 1900 1500 1100 1250 1100 1930

Salmenta B: 1110 1405 985 1290 1300 1705 1200 1105 1150 1210 NA

Demagun salmentek banaketa normala jarraitzen dutela.

Oharra: NA-k datua eskuragarri ez dagoela esan nahi du.

a) %10eko adierazgarritasun-mailaz, esan al daiteke bi aldagaien desbiderazio tipikoak berdinak direla?
b) %10eko adierazgarritasun-mailaz, esan al daiteke bi aldagaien batezbestekoak berdinak direla?

Ebazpena :

Zorizko aldagaiak definituko dira.

X_A: “Salmentak A dendan”.

X_B: “Salmentak B dendan”.

Zorizko aldagai hauek banaketa normal bat jarraitzen dute:

$X \sim N(\mu, \sigma)$ non μ eta σ ezezagunak diren.

11 neurketa hartu dira A dendarentzat, hau da, laginaren tamaina, $n_A = 11$ da

10 neurketa hartu dira B dendarentzat, hau da, laginaren tamaina, $n_B = 10$ da

Bi aldagaiak eraiki eta izendatuko dira, emandako balioak sartzeko c() komandoa erabiliz:

```
> A<-c(1320,1495,990,1250,12900,1900,1500,
1100,1250,1100,1930)
```

```
> B<-c(1110,1405,985,1290,1300,1705,1200,
1105,1150,1210,NA)
```

Bi aldagaien elementu kopurua length() komandoa erabiliz lortzen da:

```
>length(A)
[1] 11
>length(B)
[1] 11
```

Elementu kopurua berdina da, NA elementua kontuan hartzen duelako.

a)

Eskatzen den hipotesi kontrastea %10 adierazgarritasun mailarekin:

$$H_0 : \sigma_A^2 = \sigma_B^2$$
$$H_a : \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$$

H_0 hipotesi nulua eta H_a hipotesi alternatiboa izanik.

Adierazgarritasun maila: %10, $a = 0.1$

F-test-a aplikatzen da bariantzaren hipotesi kontrastea egiteko.

Argumentu bezala, A eta B aldagaien datuak eta $1- a = 0.90$ konfiantza maila zehaztuzko dira. Kasu honetan hipotesi alternatiboa zein den adieraztea ez da beharrezkoa:

```
> var.test(A,B,conf.level=0.90)

F test to compare two variances

data:  A and B
F = 303.85, num df = 10, denom df = 9,
p-value = 7.775e-10
alternative hypothesis:true ratio of variances is not
equal to 1
90 percent confidence interval:
96.85099 917.73943
sample estimates:
  ratio of variances
```

```
              303.8487
```

F-test-aren emaitzaren interpretazioa hau litzateke:

Estatistikoaren balioa F= 303.85 da,

df= 10 askatasun graduak dira (n-1),

p-balioa 7.775×10^{-10} da

p-balioa < 0.1 adierazgarritasun maila baino txikiagoa denez, H_0 hipotesi nulua baztertzen da.

Beraz, %10eko adierazgarritasun mailaz, ezin daiteke esan bi aldagaien bariantzak berdinak direnik eta, ondorioz, ezta desbiderazio tipikoak berdinak direnik ere.

b)

Eskatzen den hipotesi kontrastea %10eko adierazgarritasun mailarekin:

$$H_0 : \mu_A = \mu_B$$
$$H_a : \mu_A \neq \mu_B$$

H_0 hipotesi nulua eta H_a hipotesi alternatiboa izanik.

Adierazgarritasun maila: %1, $a = 0.01$

Welch-en T-test-a aplikatzen da batezbestekoaren hipotesi kontrastea egiteko.

Argumentu bezala, A eta B aldagaien datuak, $1 - a = 0.99$ konfiantza maila eta bariantzak ezberdinak (F, FALSE) direla zehaztuko da. Kasu honetan hipotesi alternatiboa zein den adieraztea ez da beharrezkoa:

```
> t.test(A,B,conf.level=0.90,var.equal=F)

     Welch Two Sample t-test

data:  A and B
t = 1.1249, df = 10.072, p-value = 0.2867
alternative hypothesis: true difference in means is not
equal to 0
90 percent confidence interval:
 -722.5992 3091.5083
sample estimates:
mean of x mean of y
```

```
 2430.455  1246.000
```

Welch-en T-test-aren emaitzaren interpretazioa hau litzateke:

Estatistikoaren balioa t= 1.1249 da,

df= 10.072 askatasun graduak dira (n-1),

p-balioa 0.2867 da

p-balioa > 0.1, adierazgarritasun maila baino handiagoa denez H_0 hipotesi nulua ez da baztertzen.

Beraz, ezin da onartu %10eko adierazgarritasun mailaz bi aldagaien batezbestekoak ezberdinak direnik.

3. ARIKETA

Lege berri baten alde bozketa egiten da parlamentuan. 121 diputatuk hartzen dute parte bozketan eta 57 legearen alde daude.

a) %5eko adierazgarritasun-mailaz, esan al daiteke populazioaren %50a legearen alde dagoela?
b) %5eko adierazgarritasun-mailaz, esan al daiteke gutxienez populazioaren %57a legearen alde dagoela?
c) Ematen duenez, bozketa prozesuan zenbait akats informatiko egon dira eta bozketa errepikatu egin da. Bigarren bozketan, 121 diputatuk hartzen dute parte eta orain 43 daude legearen alde.
d) %10eko adierazgarritasun-mailaz, esan al daiteke legearen aldeko proportzioa berdina dela bi bozketetan?

Ebazpena :

Zorizko aldagaia definituko da.

X_A: “Lehenengo bozketan legearen aldeko diputatuak”.

X_B: “Bigarren bozketan legearen aldeko diputatuak”.

Zorizko aldagai hauek banaketa binomiala jarraitzen dute:

$X \sim Bin(n, p)$ non n laginaren tamaina eta p populazioaren proportzioa diren.

$n_A = 121$ da eta $n_B = 121$

a)

Eskatzen den hipotesi kontrastea %5 adierazgarritasun mailarekin:

$$H_0 : p_A = 0.5$$
$$H_a : p_A \neq 0.5$$

H_0 hipotesi nulua eta H_a hipotesi alternatiboa izanik.

Adierazgarritasun maila: %5, $a = 0.05$

Proportzioaren test-a aplikatzen da hipotesi kontrastea egiteko.

Argumentu bezala, legearen aldeko diputatuak (x_A=57), laginaren tamaina (n=121), hipotesi nulua eta $1- a = 0.95$ konfiantza maila zehaztuzko dira. Kasu honetan hipotesi alternatiboa zein den adieraztea ez da beharrezkoa:

```
> prop.test(57,121,p=0.5,conf.level=0.95)

     1-sample proportions test with continuity correction

data:  57 out of 121, null probability 0.5
X-squared = 0.29752, df = 1, p-value = 0.5854
alternative hypothesis: true p is not equal to 0.5
95 percent confidence interval:
0.3804375 0.5635728
sample estimates:
        p
 0.4710744
```

Proportzio baten test-aren emaitzaren interpretazioa hau litzateke:

Estatistikoaren balioa χ^2= 0.29752 da,

df= 1 askatasun graduak dira (n-1),

p-balioa 0.5854 da

p-balioa >0.05, adierazgarritasun maila baino handiagoa denez H_0 hipotesi nulua ez da baztertzen.

Beraz, onar daiteke %5eko adierazgarritasun mailaz, populazioaren erdia legearen alde dagoela.

b)

Eskatzen den hipotesi kontrastea %5 adierazgarritasun mailarekin:

$H_0 : p_A = 0.57$
$H_a : p_A < 0.57$

H_0 hipotesi nulua eta H_a hipotesi alternatiboa izanik.

Adierazgarritasun maila: %1, $a = 0.05$

Proportzioaren test-a aplikatzen da hipotesi kontrastea egiteko.

Argumentu bezala, legearen aldeko diputatuak (x_A=57), laginaren tamaina (*n*=121), hipotesi nulua eta $1\text{-}\ a = 0.95$ konfiantza maila zehaztuzko dira. Kasu honetan hipotesi alternatiboa zein den adieraztea beharrezkoa da, alternative= “less” :

```
> prop.test(57,121,p=0.57,conf.level=0.95,
alternative=”less”)


     1-sample proportions test with continuity correction

data:  57 out of 121, null probability 0.57
X-squared = 4.4361, df = 1, p-value = 0.01759
alternative hypothesis: true p is less than 0.57
95 percent confidence interval:
0.0000000 0.5496038
sample estimates:
         p
 0.4710744
```

Proportzio baten test-aren emaitzaren interpretazioa hau litzateke:

Estatistikoaren balioa χ^2= 4.4361 da,

df= 1 askatasun graduak dira (*n*-1),

p-balioa 0.01759 da

p-balioa <0.05, adierazgarritasun maila baino txikiagoa denez H_0 hipotesi nulua baztertzen da.

Beraz, ezin da onartu %5eko adierazgarritasun mailaz, gutxienez populazioaren %57a legearen alde dagoenik.

c)

Eskatzen den hipotesi kontrastea %10 adierazgarritasun mailarekin:

$$H_0 : p_A = p_B$$
$$H_a : p_A \neq p_B$$

H_0 hipotesi nulua eta H_a hipotesi alternatiboa izanik.

Adierazgarritasun maila: %10, $a = 0.1$

Proportzioaren test-a aplikatzen da hipotesi kontrastea egiteko.

Argumentu bezala, legearen aldeko diputatuak lehenengo bozketan (57), legearen aldeko diputatuak bigarren bozketan (43), hau da, c(57,43), eta ondoren laginaren tamainak bi bozketetan, hau da, c(121,121), eta $1-\alpha = 0.90$ konfiantza maila zehaztuzko dira. Kasu honetan hipotesi alternatiboa zein den adieraztea ez da beharrezkoa da:

```
> prop.test(c(57,43),c(121,121),conf.level=0.90)

       2-sample test for equality of proportions with
                               continuity correction

data:  c(57, 43) out of c(121, 121)
X-squared = 2.8801, df = 1, p-value = 0.08968
alternative hypothesis: two.sided
90 percent confidence interval:
0.00402856 0.22737640
sample estimates:
    prop 1    prop 2
 0.4710744 0.3553719
```

Bi proportzioen test-aren emaitzaren interpretazioa hau litzateke:

Estatistikoaren balioa χ^2= 2.88 da,

df= 1 askatasun graduak dira (*n*-1),

p-balioa 0.08968 da

p-balioa < 0.1, adierazgarritasun maila baino txikiagoa denez H_0 hipotesi nulua baztertzen da.

Beraz, ezin da onartu %10eko adierazgarritasun mailaz, proportzioak berdinak direnik.