Estatistika Inferentziala R software librea erabiliz

4. Hipotesi kontraste parametrikoak

**Artxibo honetako irudi guztiak irakasle taldeak prestatutako irudi propioak dira.*

Eneko Arrospide, Gorka Bidegain, Xabier Erdocia, Aitziber Unzueta

eman ta zabal zazu
Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

AURKIBIDEA

AURKIBIDEA

4.1. Sarrera

- Hipotesi-kontrastea populazioko parametro bati buruzko erabaki bat hartzean datza.
- Hipotesi-kontrastea populazioaren ezaugarri bati buruz egindako hipotesia onargarria ala errefusagarria den erabakitzeko erabiltzen den tresna da.
- Hipotesi estatistikoa egia den jakiteko populazio osoa aztertu beharko zen.
- Populazio osoa aztertzea ezinezkoa edo oso zaila denez, populazioaren adierazgarria den lagin bat erabiltzen da non hipotesia onargarria den aztertzen den.
- Laginetik lortutako informazioa hipotesiarekin bat badator hipotesia onartu egiten da, eta bat ez badator, berriz, hipotesia errefusatu egiten da.

4.2. Oinarrizko kontzeptuak

Hipotesi nulua H_0

- Kontrastatu nahi den hipotesia da
- H_0 errefusatzea sententzia sendo bat da, izan ere hipotesia lortutako datuekin bat ez datorrela esan nahi du.
- H_0 ez errefusatzea sententzia ahula da, izan ere hipotesia lortutako datuekin bat datorrela esan nahi du.

Hipotesi alternatiboa H_a

- Hipotesi nuluaren hipotesi osagarria da (“kontrakoa”).

Hipotesi nulua H_0 eta Hipotesi alternatiboa H_a

H_0 hipotesi nulua onartu ⇒ H_a hipotesi alternatiboa errefusatu

H_0 hipotesi nulua errefusatu ⇒ H_a hipotesi alternatiboa onartu

Kontrasterako estatistikoa

Hipotesi kontrastea egiteko zorizko lagin bakunean oinarriturik laginaren menpeko estatistiko bat lortuko dugu.

S_0 onarpen eremua eta S_1 eremu kritikoa

Kontrasterako estatistikoa lortu ondoren **S_0** onarpen eremua edo **S_1** eremu kritikoa lortu behar ditugu

Kontrasterako estatistikoaren balioa S_0 eremuan badago → H_0 hipotesi nulua onar daiteke

Kontrasterako estatistikoaren balioa S_1 eremuan badago → H_0 hipotesi nulua errefusatuko da

4.3. Hipotesi kontraste motak

Hipotesi motak

Eremu kritikoaren arabera bi motatako hipotesi-kontrasteak daude:

1. **Bi aldeko hipotesi kontrasteak**

$$H_0:\ \theta = \theta_0$$
$$H_a:\ \theta \neq \theta_0$$

2. **Alde bakarreko hipotesi kontrasteak**

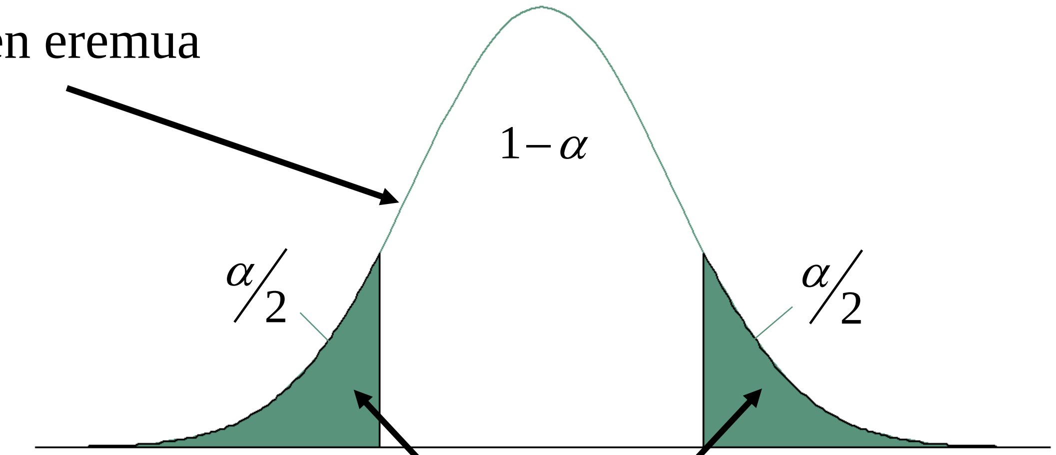
$$H_0:\ \theta = \theta_0 \qquad\qquad H_0:\ \theta = \theta_0$$
$$H_a:\ \theta > \theta_0 \qquad\qquad H_a:\ \theta < \theta_0$$

1. Bi aldeko hipotesi kontrasteak

$$H_0:\ \theta = \theta_0$$
$$H_a:\ \theta \neq \theta_0$$

H_0 onartu

S_0 onarpen eremua

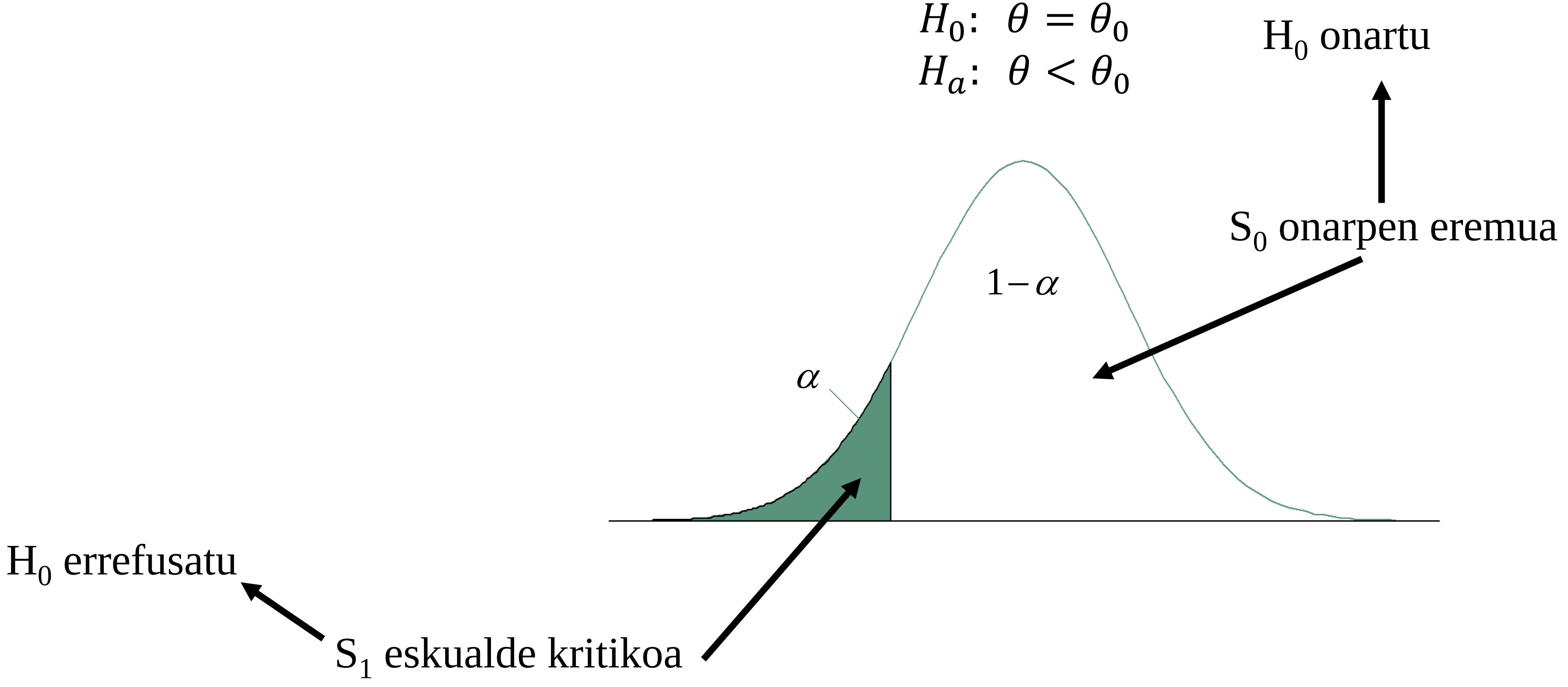


S_1 eskualde kritikoa

H_0 errefusatu

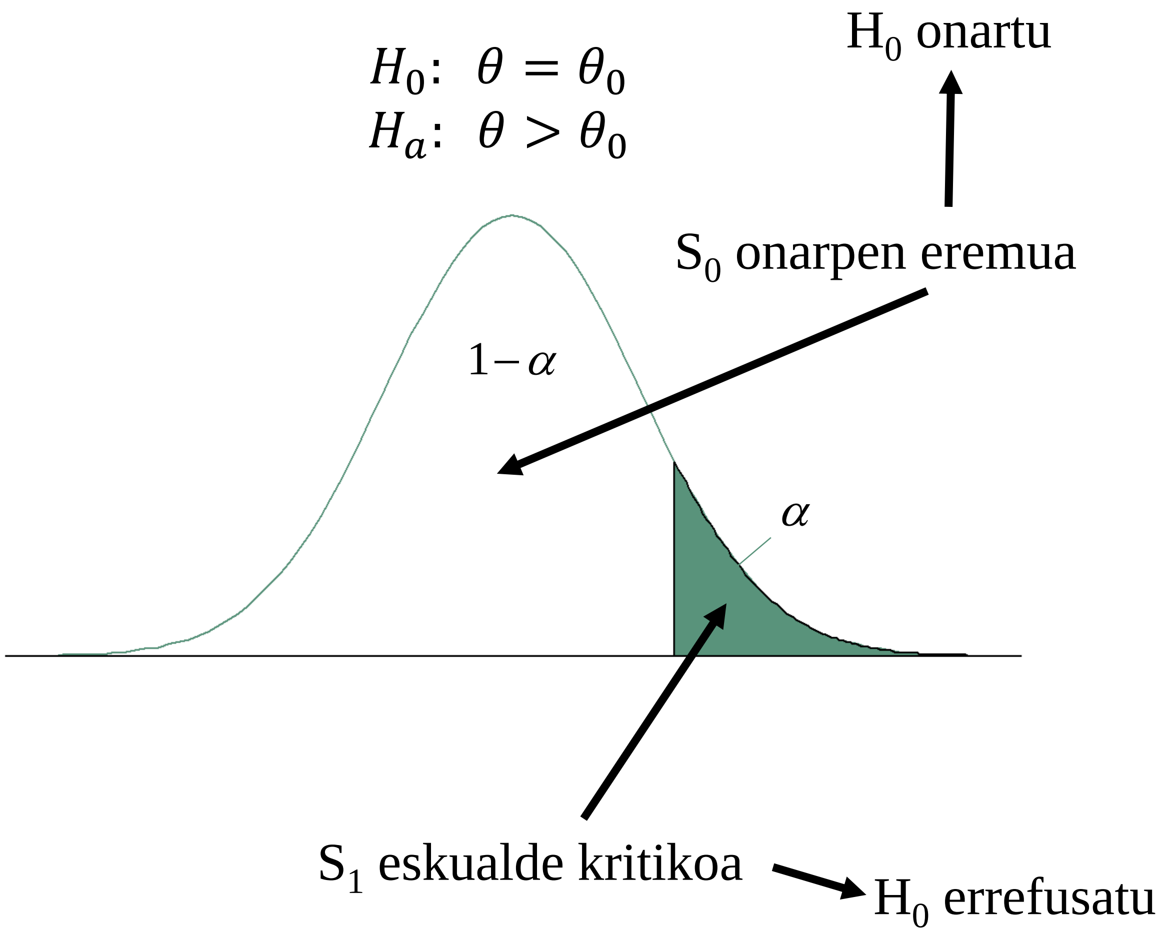
2. Alde bakarreko hipotesi kontrasteak

$$H_0:\ \theta = \theta_0$$
$$H_a:\ \theta < \theta_0$$



2. Alde bakarreko hipotesi kontrasteak

$$H_0:\ \theta = \theta_0$$
$$H_a:\ \theta > \theta_0$$



4.4. Hipotesi kontrasteen hurratsak

1. **Hipotesi nulua eta hipotesi alternatiboa zehaztu H_0 H_a**

Aztertu nahi den populazioaren parametroari buruzko baieztapena finkatu.

2. **Adierazgarritasun maila finkatu α**

Adierazgarritasun-maila aurretik finkatuko da. Adierazgarritasun-maila erabilienak:

$$\alpha = 0.005,\ \alpha = 0.01,\ \alpha = 0.05$$

3. **Probarako estatistiko egokia aukeratu**

Populazioko parametroaren estimatzailearen menpekoa den probako estatistikoak laginean hartzen duen balioa kalkulatu.

4. Eremu kritikoa edo/eta onarpen-eremua zehaztu

Zehaztutako estatistikoaren banaketa ezaguna bada, orduan eskualde kritikoa edo/eta onarpen eremua finka daitezke.

5. Erabaki estatistikoa hartu

Probarako estatistikoaren balioa,
S_1 eskualde kritikoan badago

⬇

H_0 hipotesi nulua errefusatuko da,
α adierazgarritasun mailaz

Probarako estatistikoaren balioa,
S_1 eskualde kritikoan EZ badago

⬇

H_0 hipotesi nulua onartuko da,
α adierazgarritasun mailaz

4.5. Zenbait hipotesi kontraste

4.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi kontrastea

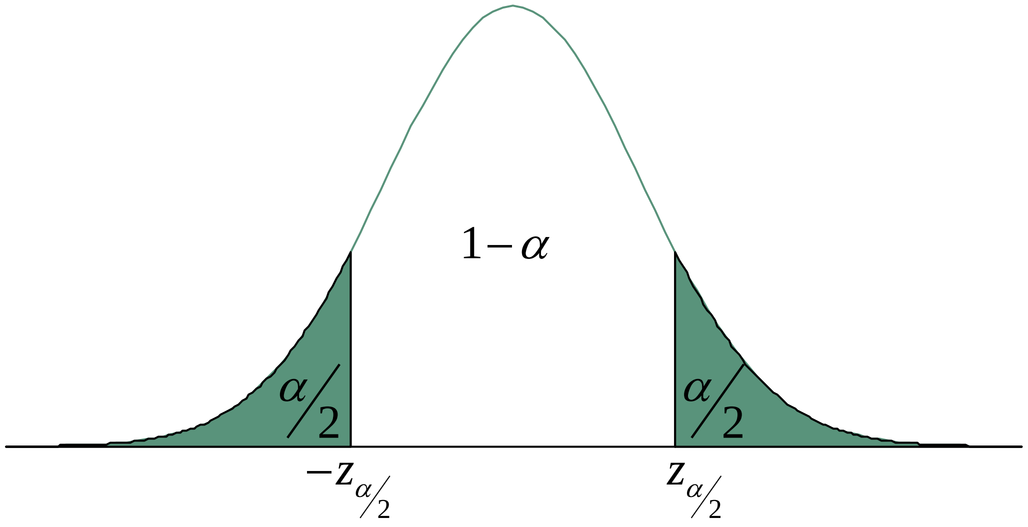
Banaketa normala denean:

- ***σ ezaguna den kasuan***

$$\boldsymbol{H_0: \mu = \mu_0 \;\; eta \;\; H_a: \mu \neq \mu_0}$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\left| \bar{X} - \mu_0 \right|}{\sigma / \sqrt{n}} > z_{\alpha/2} \right\}$



4.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi kontrastea

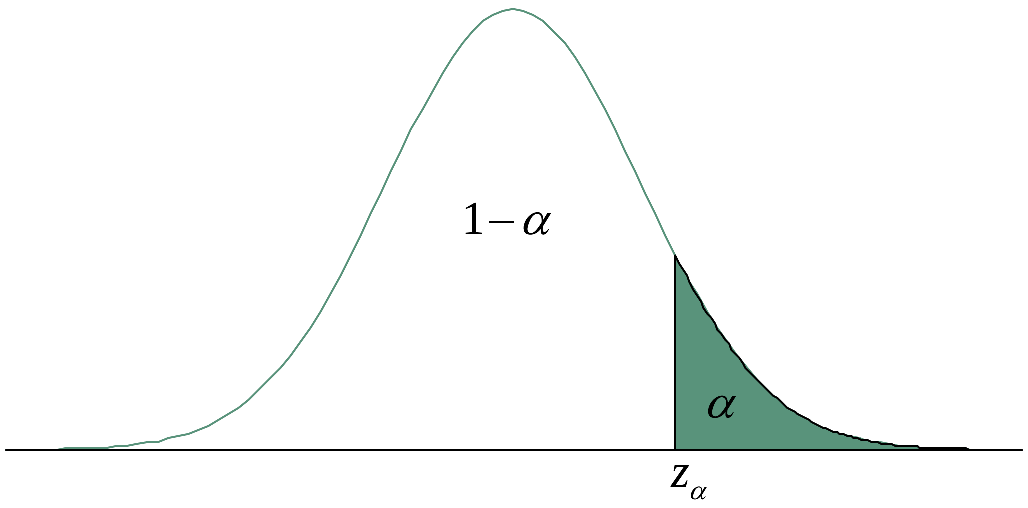
Banaketa normala denean:

- ***σ ezaguna den kasuan***

$$\boldsymbol{H_0 : \mu = \mu_0 \;\; eta \;\; H_a : \mu > \mu_0}$$

$\mathrm{H_o}$ hipotesiaren menpe: $\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > z_\alpha \right\}$



4.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi kontrastea

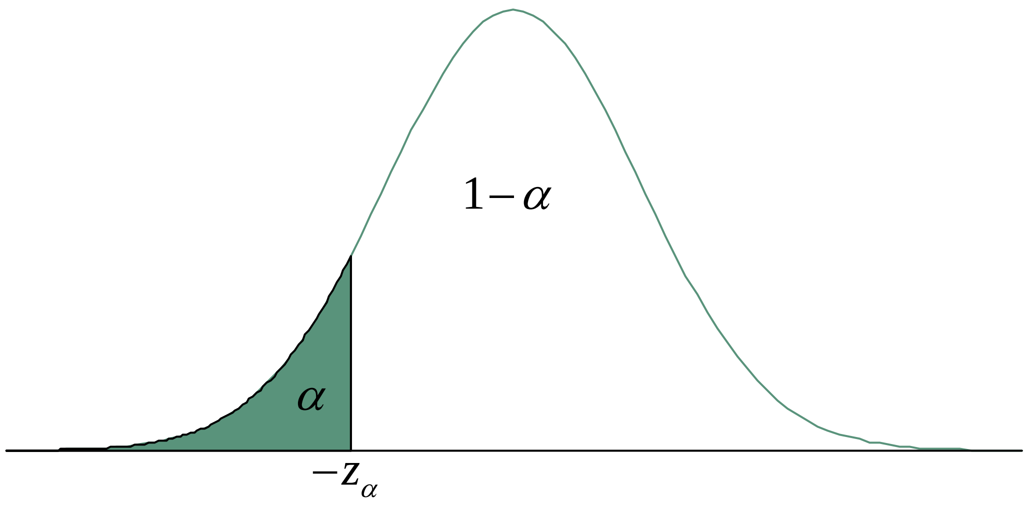
Banaketa normala denean:

- ***σ ezaguna den kasuan***

$$\boldsymbol{H_0: \mu = \mu_0 \ \ eta \ \ H_a: \mu < \mu_0}$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < -z_\alpha \right\}$



4.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi kontrastea

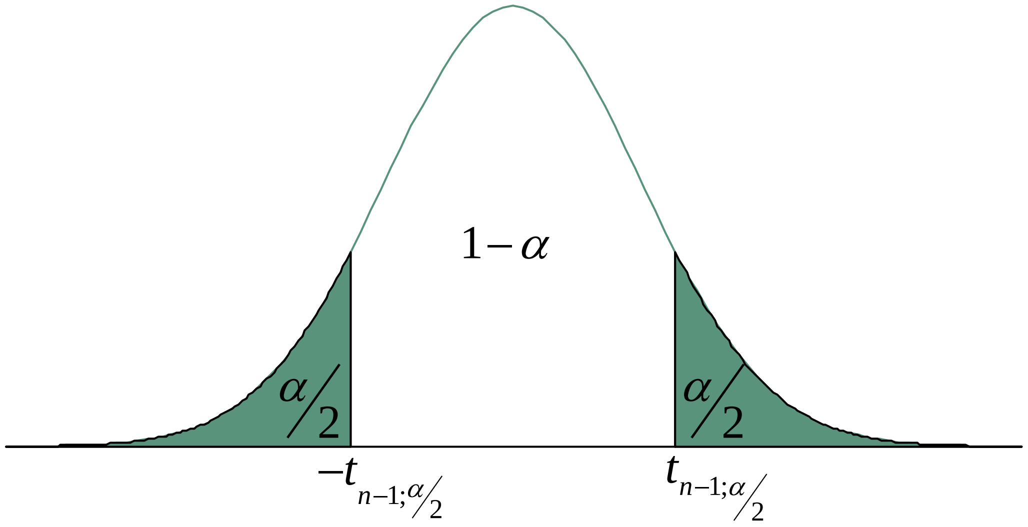
Banaketa normala denean:

- $\boldsymbol{\sigma}$ ***ezezaguna den kasuan***

$$H_0: \mu = \mu_0 \;\; eta \;\; H_a: \mu \neq \mu_0$$

$\mathrm{H_o}$ hipotesiaren menpe: $\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\left|\bar{X}-\mu_0\right|}{S/\sqrt{n}} > t_{n-1;\alpha/2} \right\}$



4.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi kontrastea

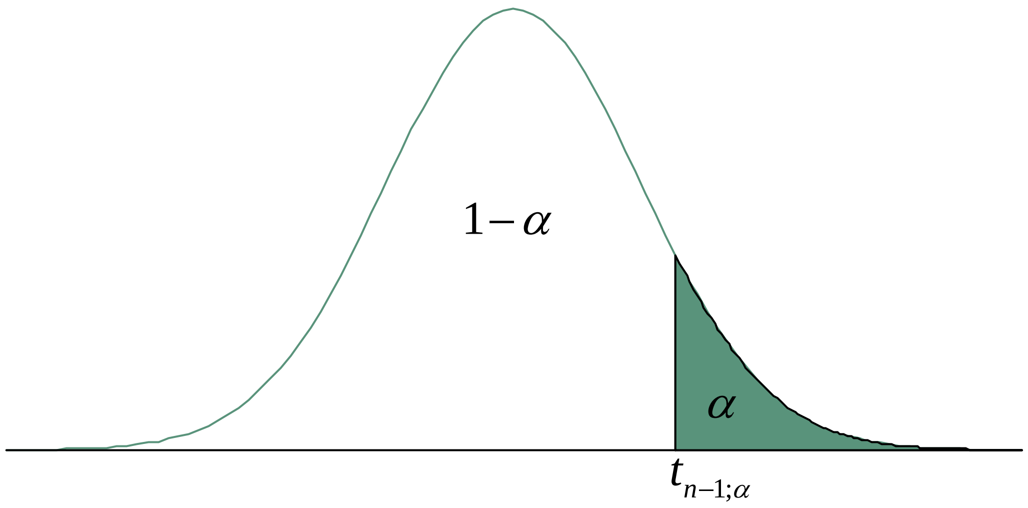
Banaketa normala denean:

- ***σ ezezaguna den kasuan***

$\boldsymbol{H_0: \mu = \mu_0 \ \ eta \ \ H_a: \mu > \mu_0}$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} > t_{n-1;\alpha} \right\}$



4.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi kontrastea

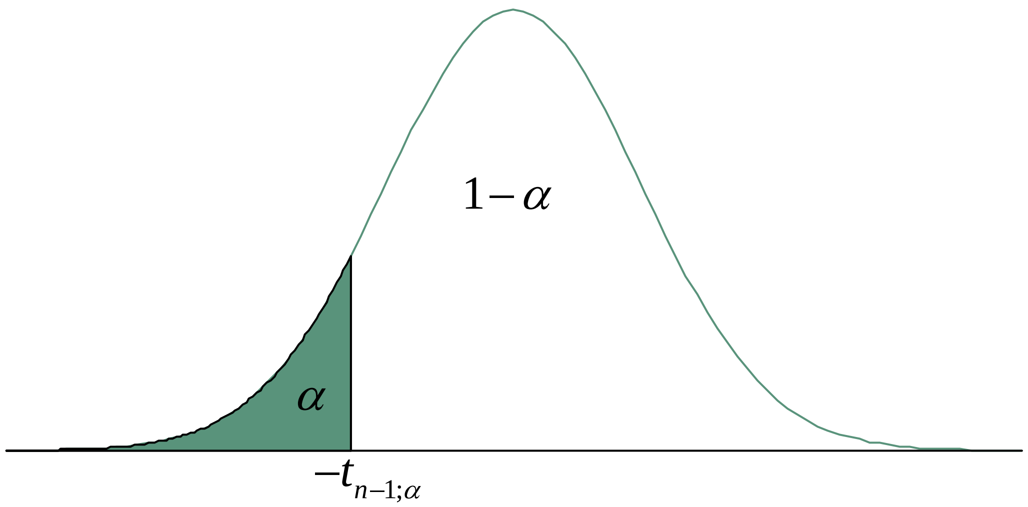
Banaketa normala denean:

- ***σ ezezaguna den kasuan***

$$\boldsymbol{H_0: \mu = \mu_0 \;\; eta \;\; H_a: \mu < \mu_0}$$

$\mathrm{H_o}$ hipotesiaren menpe: $\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} < -t_{n-1;\alpha} \right\}$



4.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi kontrastea

Edozein banaketa denean

- $\mathbf{n \geq 30}$

Limite zentralaren teoremak hurrengoa dio: $\boldsymbol{\bar{X} \approx N(\mu,\ \sigma/\sqrt{n})}$. Beraz, eremu kritikoak $\boldsymbol{\sigma}$ **ezaguna** duenean aurreko atalean lortutako berberak dira. Student-en t banaketa agertzen denean, $\boldsymbol{\sigma}$ **ezezaguna** denean, berriz, honako aldaketak egin behar dira:

$$t_{n-1;\alpha/2} \rightarrow z_{\alpha/2}$$

$$t_{n-1;\alpha} \rightarrow z_{\alpha}$$

$$t_{n-1;1-\alpha} \rightarrow z_{1-\alpha}$$

4.5.1 Populazioaren batezbestekorako hipotesi kontrastea

Populazioa	Kontraste mota	Eskualde kritikoa
Normala σ ezaguna	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_a: \mu \neq \mu_0$	$\left\{\lvert\bar{x} - \mu_0\rvert > z_{\alpha/2}\, {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}\right\}$
Normala σ ezaguna	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_a: \mu > \mu_0$	$\left\{\bar{x} - \mu_0 > z_{\alpha}\, {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}\right\}$
Normala σ ezaguna	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_a: \mu < \mu_0$	$\left\{\bar{x} - \mu_0 < z_{\alpha}\, {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}\right\}$
Normala σ ezezaguna	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_a: \mu \neq \mu_0$	$\left\{\bar{x} - \mu_0 > t_{n-1;\alpha} \cdot {}^{S}/_{\sqrt{n}}\right\}$
Normala σ ezezaguna	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_a: \mu > \mu_0$	$\left\{\bar{x} - \mu_0 > t_{n-1;1-\alpha}\, {}^{S}/_{\sqrt{n}}\right\}$
Normala σ ezezaguna	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_a: \mu < \mu_0$	$\left\{\bar{x} - \mu_0 < t_{n-1;1-\alpha}\, {}^{S}/_{\sqrt{n}}\right\}$
Edozein (n>30)	Aurreko formulak onargarriak dira hurrengoa aldatuz	$t_{n-1;\alpha/2} \rightarrow z_{\alpha/2}$ $\quad t_{n-1;\alpha} \rightarrow z_{\alpha}$ $t_{n-1;1-\alpha} \rightarrow z_{1-\alpha}$

4.5.1 Taula. Populazioaren batezbestekorako hipotesi kontraste laburpen taula

4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

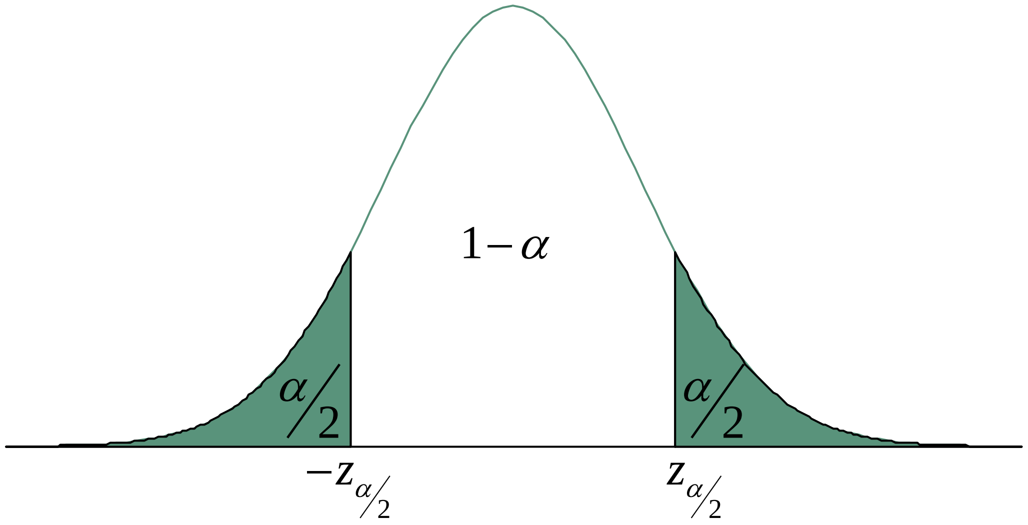
Banaketa normala denean

- ***σ_1 eta σ_2 ezagunak diren kasuan***

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \;\; eta \;\; H_a: \mu_1 \neq \mu_2$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}}$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\left|\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right| - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}} > z_{\alpha/2} \right\}$



4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

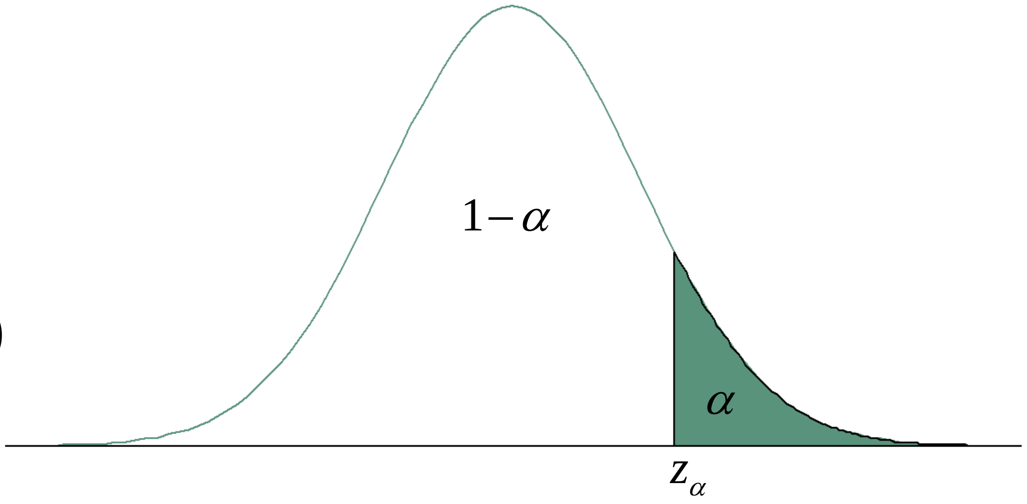
Banaketa normala denean

- ***σ_1 eta σ_2 ezagunak diren kasuan***

$$\boldsymbol{H_0: \mu_1 = \mu_2 \;\; eta \;\; H_\alpha: \mu_1 > \mu_2}$$

$\mathrm{H_o}$ hipotesiaren menpe: $$\frac{\left(\bar{X}_1-\bar{X}_2\right)-\left(\mu_1-\mu_2\right)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n}+\frac{\sigma_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$$

Eskualde kritikoa: $$\left\{\frac{\left(\bar{X}_1-\bar{X}_2\right)-\left(\mu_1-\mu_2\right)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n}+\frac{\sigma_2^2}{m}}} > z_\alpha\right\}$$



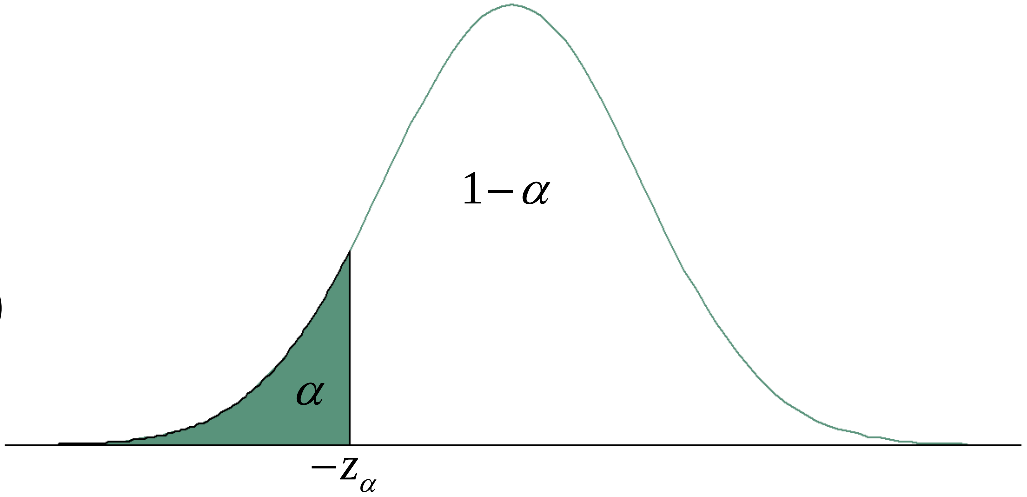
4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

Banaketa normala denean

- ***σ_1 eta σ_2 ezagunak diren kasuan***

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \ \ eta \ \ H_a: \mu_1 < \mu_2$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$



Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}} < -z_\alpha \right\}$

4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

Banaketa normala denean

- ***σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina berdinak diren kasuan***

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \;\; eta \;\; H_a: \mu_1 \neq \mu_2$$

H$_o$ hipotesiaren menpe: $\dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{m}}} \sim t_{n+m-2}$ non $S_p = \sqrt{\dfrac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}}$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\left|\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right| - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{m}}} > t_{n+m-2;\alpha/2} \right\}$

4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

Banaketa normala denean

- ***σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina berdinak diren kasuan***

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \;\; eta \;\; H_a: \mu_1 > \mu_2$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{S_p \sqrt{\dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{m}}} \sim t_{n+m-2}$ non $S_p = \sqrt{\dfrac{(n-1) S_1^2 + (m-1) S_2^2}{n+m-2}}$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{S_p \sqrt{\dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{m}}} > t_{n+m-2;\alpha} \right\}$

4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

Banaketa normala denean

- ***σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina berdinak diren kasuan***

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \;\; eta \;\; H_a : \mu_1 < \mu_2$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{m}}} \sim t_{n+m-2}$ non $S_p = \sqrt{\dfrac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}}$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{m}}} < -t_{n+m-2;\alpha} \right\}$

4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

Banaketa normala denean

- ***σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina ezberdinak diren kasuan***

$$\boldsymbol{H_0: \mu_1 = \mu_2 \ \ eta \ \ H_a: \mu_1 \neq \mu_2}$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}} \sim t_\nu$ non $\nu = \dfrac{\left(\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}\right)^2}{\dfrac{\left(S_1^2/n\right)^2}{n+1} + \dfrac{\left(S_2^2/m\right)^2}{m+1}} - 2$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\left|\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right| - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}} > t_{\nu;\alpha/2} \right\}$

4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

Banaketa normala denean

- ***σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina ezberdinak diren kasuan***

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \;\; eta \;\; H_a: \mu_1 > \mu_2$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}} \sim t_v$ non $v = \dfrac{\left(\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}\right)^2}{\dfrac{\left(S_1^2/n\right)^2}{n+1} + \dfrac{\left(S_2^2/m\right)^2}{m+1}} - 2$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}} > t_{v;\alpha} \right\}$

4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

Banaketa normala denean

- $\boldsymbol{\sigma_1}$ ***eta*** $\boldsymbol{\sigma_2}$ ***ezezagunak baina ezberdinak diren kasuan***

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \;\; eta \;\; H_a: \mu_1 < \mu_2$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}} \sim t_\nu$ non $\nu = \dfrac{\left(\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}\right)^2}{\dfrac{\left(S_1^2/n\right)^2}{n+1} + \dfrac{\left(S_2^2/m\right)^2}{m+1}} - 2$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}} < -t_{\nu;\alpha} \right\}$

4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea Banaketa normala denean

Populazioa	Kontraste mota	Eskualde kritikoa
Normalak σ_1 eta σ_2 ezagunak	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$	$\left\{ \lvert\bar{x}_1 - \bar{x}_2\rvert > z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}} \right\}$
Normalak σ_1 eta σ_2 ezagunak	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 > \mu_2$	$\left\{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 > z_{\alpha}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}} \right\}$
Normalak σ_1 eta σ_2 ezagunak	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 < \mu_2$	$\left\{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 < z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}} \right\}$
Normalak σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina berdinak	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$	$\left\{ \lvert\bar{x}_1 - \bar{x}_2\rvert > t_{n+m-2;\alpha/2} S_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} \right\}$
Normalak σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina berdinak	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 > \mu_2$	$\left\{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 > t_{n+m-2;\alpha} S_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} \right\}$
Normalak σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina berdinak	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 > \mu_2$	$\left\{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 > t_{v;\alpha}\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}} \right\}$

4.5.2.1. Taula. Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontraste laburpen taula banaketa normala denean.

4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea Banaketa normala denean

Populazioa	Kontraste mota	Eskualde kritikoa
Normalak σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina desberdinak	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 < \mu_2$	$\left\{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 < t_{v;1-\alpha}\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}}\right\}$
Normalak σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina desberdinak	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 < \mu_2$	$\left\{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 < t_{n+m-2;1-\alpha} S_p\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\right\}$
Normalak σ_1 eta σ_2 ezezagunak baina desberdinak	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$	$\left\{\lvert\bar{x}_1 - \bar{x}_2\rvert > t_{v;\alpha/2}\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}}\right\}$

4.5.2.1 Taula. Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontraste laburpen taula banaketa normala denean (jarraipena)

non

$$S_p = \sqrt{\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}}$$

$$v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}\right)^2}{\frac{\left(S_1^2/n\right)^2}{n+1} + \frac{\left(S_2^2/m\right)^2}{m+1}} - 2$$

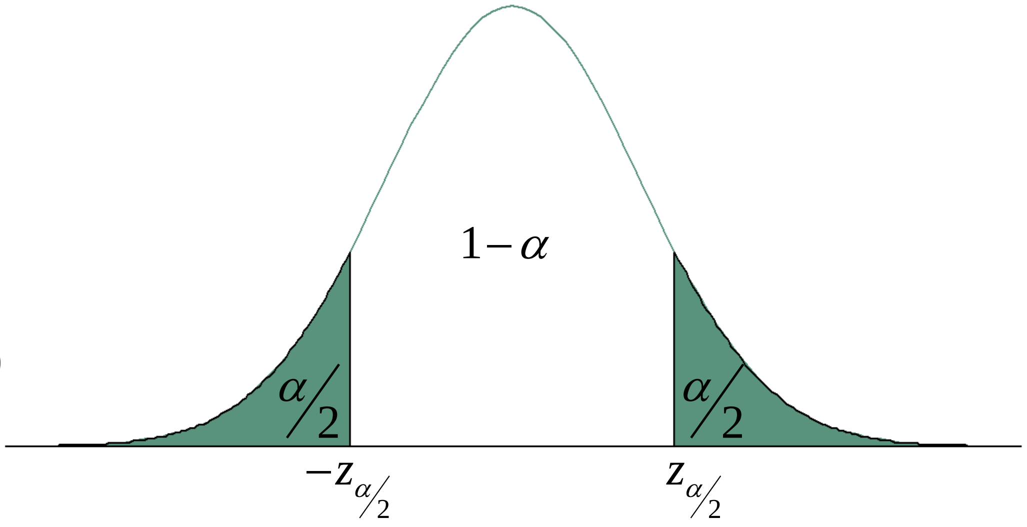
4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

Edozein banaketa

- ***σ_1 eta σ_2 ezagunak diren kasuan (n,m>15)***

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \ \ eta \ \ H_a: \mu_1 \neq \mu_2$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$



Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\left|\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right| - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}} > z_{\alpha/2} \right\}$

4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

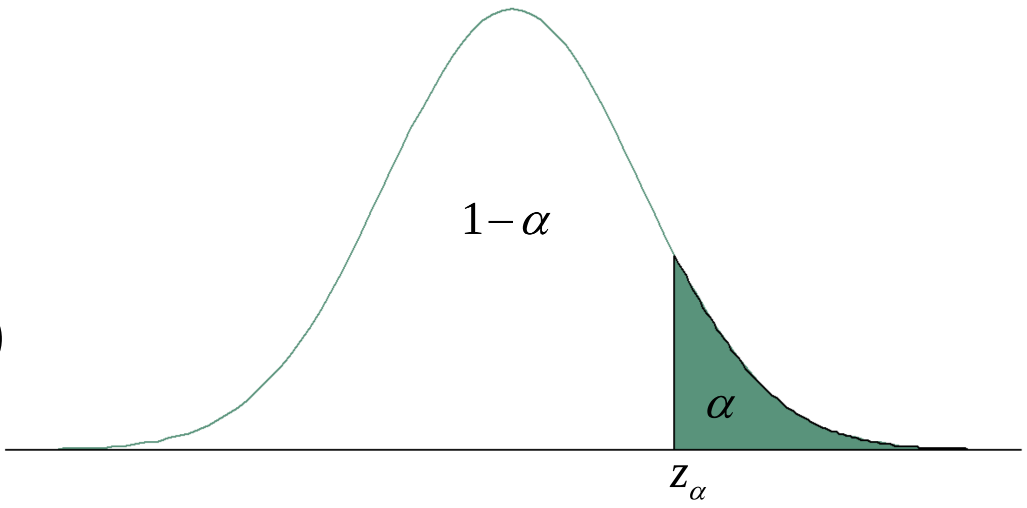
Edozein banaketa

- ***σ_1 eta σ_2 ezagunak diren kasuan (n,m>15)***

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \;\; eta \;\; H_a: \mu_1 > \mu_2$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}} > z_\alpha \right\}$



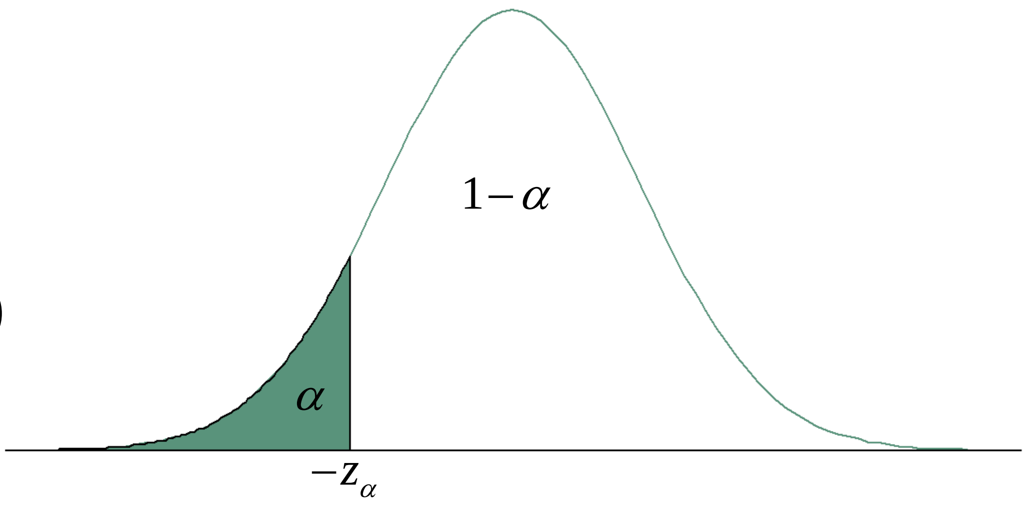
4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

Edozein banaketa

- ***σ_1 eta σ_2 ezagunak diren kasuan (n,m>15)***

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \ \ eta \ \ H_a : \mu_1 < \mu_2$$

$\mathrm{H_o}$ hipotesiaren menpe: $\dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$



Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}} < -z_\alpha \right\}$

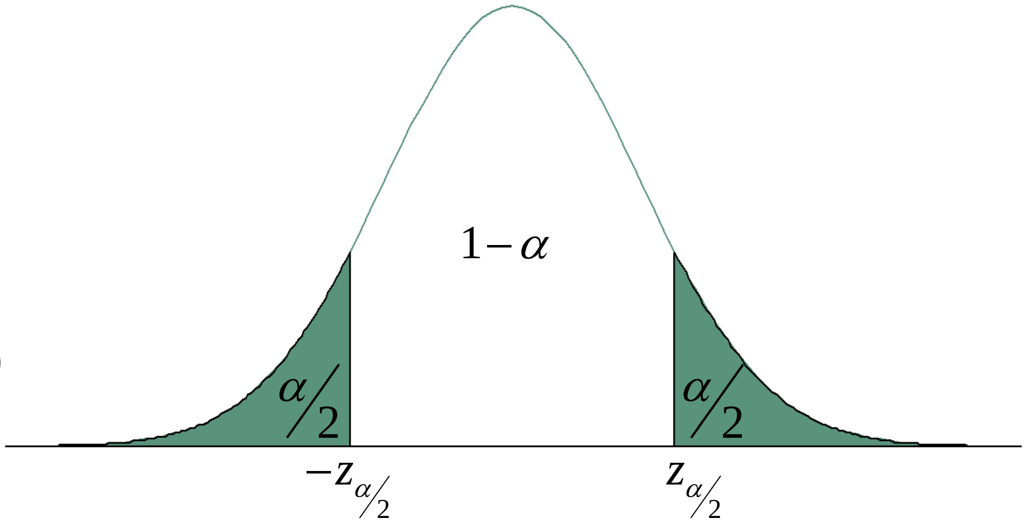
4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

Edozein banaketa

- ***σ_1 eta σ_2 ezezagunak diren kasuan (n,m>30)***

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \;\; eta \;\; H_a: \mu_1 \neq \mu_2$$

$\mathrm{H_o}$ hipotesiaren menpe: $$\frac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$$



Eskualde kritikoa: $$\left\{ \frac{\left|\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right| - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}}} > z_{\alpha/2} \right\}$$

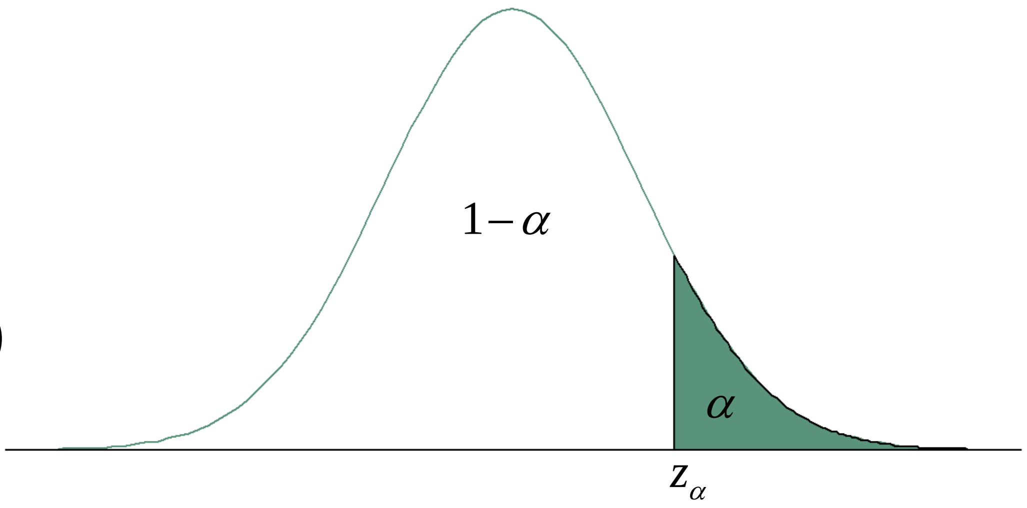
4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

Edozein banaketa

- ***σ_1 eta σ_2 ezezagunak diren kasuan (n,m>30)***

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \;\; eta \;\; H_a: \mu_1 > \mu_2$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$



Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}} > z_\alpha \right\}$

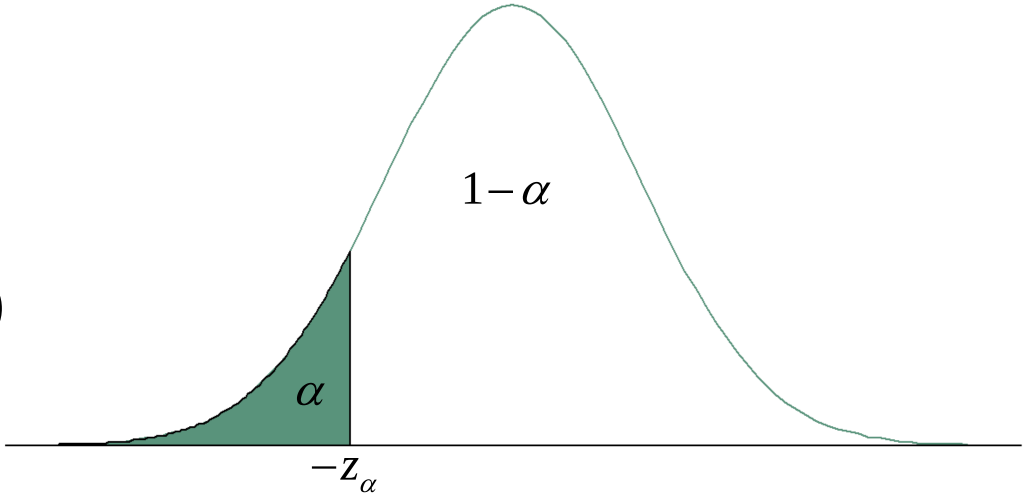
4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

Edozein banaketa

- ***σ_1 eta σ_2 ezezagunak diren kasuan (n,m>30)***

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \ \ eta \ \ H_a: \mu_1 < \mu_2$$

$\mathrm{H_o}$ hipotesiaren menpe: $\dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}} \sim N(0,1)$



Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\left(\bar{X}_1 - \bar{X}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n} + \dfrac{S_2^2}{m}}} < -z_\alpha \right\}$

4.5.2 Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea Edozein banaketa

Populazioa	Kontraste mota	Eskualde kritikoa
Edozein σ_1 eta σ_2 ezagunak (n,m>15)	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$	$\left\{ \lvert\bar{x}_1 - \bar{x}_2\rvert > z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}} \right\}$
Edozein σ_1 eta σ_2 ezagunak (n,m>15)	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 > \mu_2$	$\left\{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 > z_{\alpha}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}} \right\}$
Edozein σ_1 eta σ_2 ezagunak (n,m>15)	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 < \mu_2$	$\left\{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 < z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}} \right\}$
Edozein σ_1 eta σ_2 ezezagunak (n,m>30)	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$	$\left\{ \lvert\bar{x}_1 - \bar{x}_2\rvert > z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}} \right\}$
Edozein σ_1 eta σ_2 ezezagunak (n,m>30)	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 > \mu_2$	$\left\{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 > z_{\alpha}\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}} \right\}$
Edozein σ_1 eta σ_2 ezezagunak (n,m>30)	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 < \mu_2$	$\left\{ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 < z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}} \right\}$

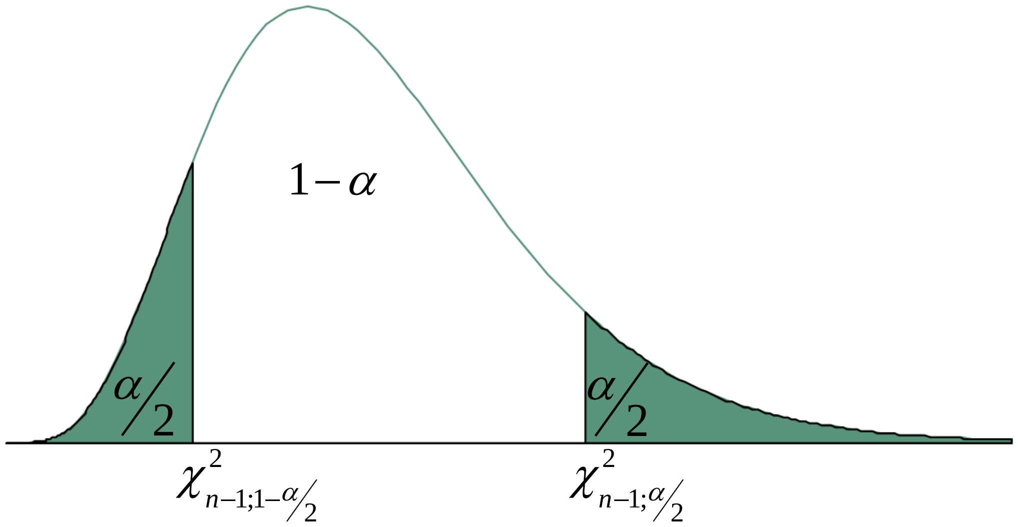
4.5.2.2 Taula. Bi banaketa independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontraste laburpen taula edozein banaketarentzat

4.5.3 Populazio normalaren bariantzarako hipotesi kontrastea

- ***μ ezezaguna***

$$\boldsymbol{H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 \;\; eta \;\; H_a: \sigma^2 \neq \sigma_0^2}$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{n-1}$



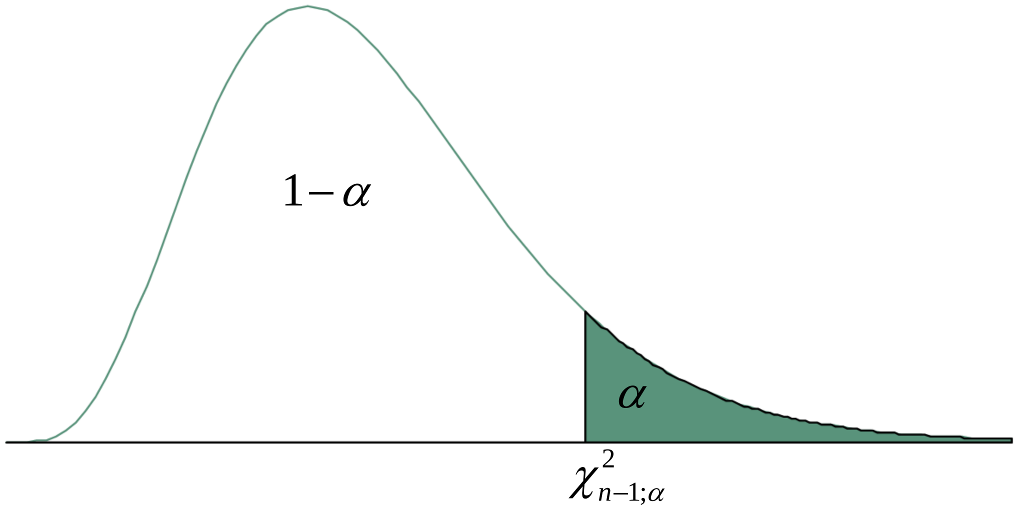
Eskualde kritikoa: $\left\{\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} < \chi^2_{n-1;1-\alpha/2}\right\} \cup \left\{\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} > \chi^2_{n-1;\alpha/2}\right\}$

4.5.3 Populazio normalaren bariantzarako hipotesi kontrastea

- ***μ ezezaguna***

$$\boldsymbol{H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 \;\; eta \;\; H_a: \sigma^2 > \sigma_0^2}$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{n-1}$



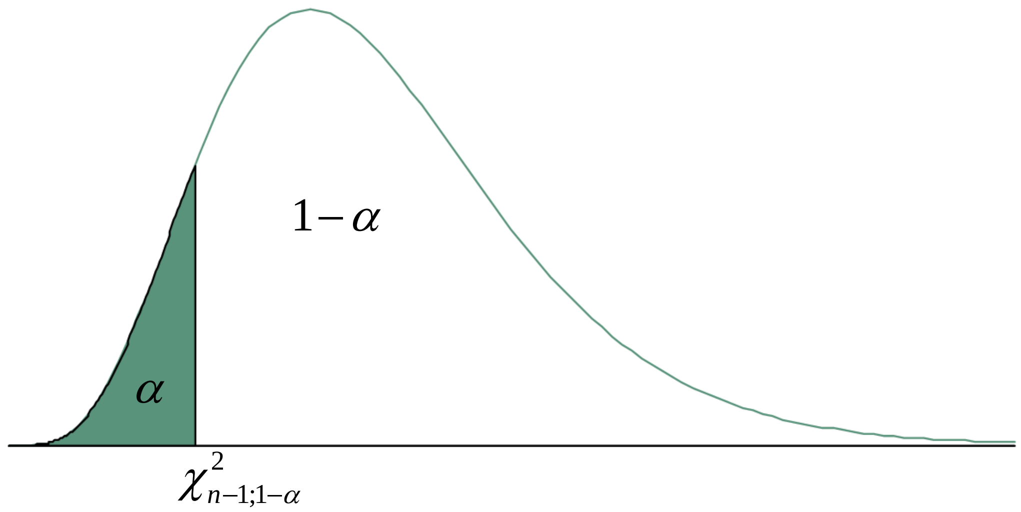
Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} > \chi^2_{n-1;\alpha} \right\}$

4.5.3 Populazio normalaren bariantzarako hipotesi kontrastea

- $\boldsymbol{\mu}$ ***ezezaguna***

$$\boldsymbol{H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 \;\; eta \;\; H_a: \sigma^2 < \sigma_0^2}$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{n-1}$



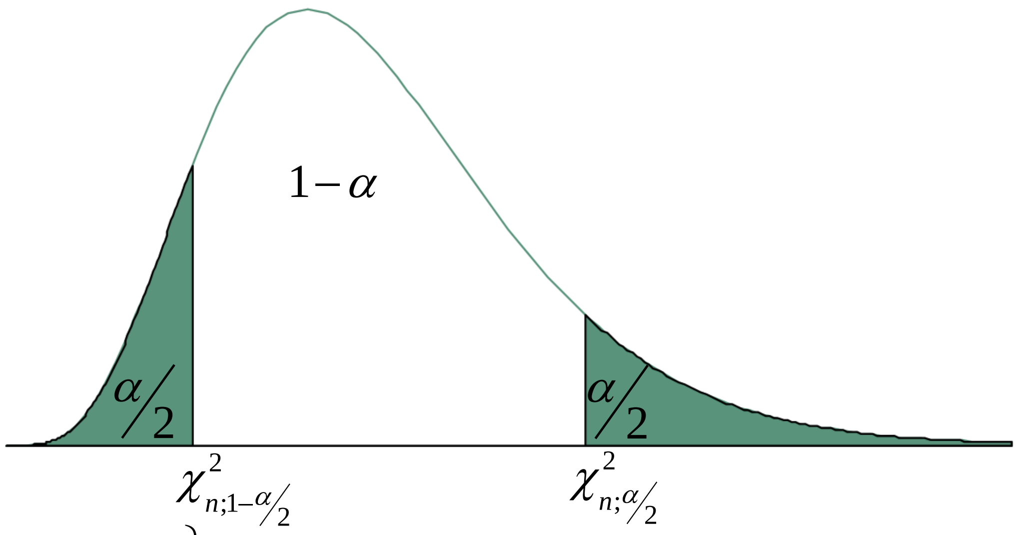
Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} < \chi^2_{n-1;1-\alpha} \right\}$

4.5.3 Populazio normalaren bariantzarako hipotesi kontrastea

- $\boldsymbol{\mu}$ ***ezezaguna***

$\boldsymbol{H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 \;\; eta \;\; H_a: \sigma^2 \neq \sigma_0^2}$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)}{\sigma_0^2} \sim \chi_n^2$



Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)}{\sigma_0^2} < \chi^2_{n;1-\alpha/2} \right\} \cup \left\{ \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)}{\sigma_0^2} > \chi^2_{n;\alpha/2} \right\}$

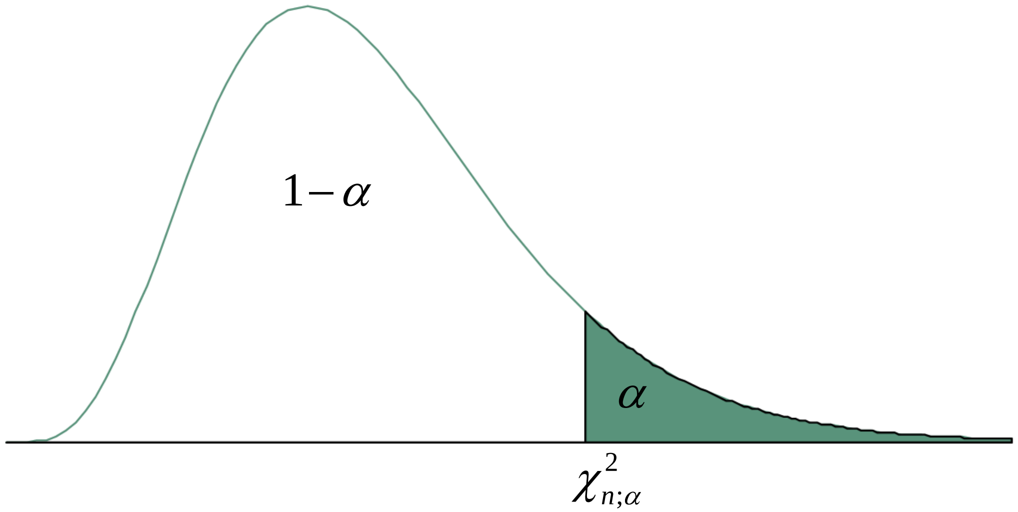
4.5.3 Populazio normalaren bariantzarako hipotesi kontrastea

- ***μ* ezezaguna**

$$H_0\colon \sigma^2 = \sigma_0^2 \;\; eta \;\; H_a\colon \sigma^2 > \sigma_0^2$$

$\mathrm{H_o}$ hipotesiaren menpe: $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)}{\sigma_0^2} \sim \chi_n^2$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)}{\sigma_0^2} > \chi_{n;\alpha}^2 \right\}$



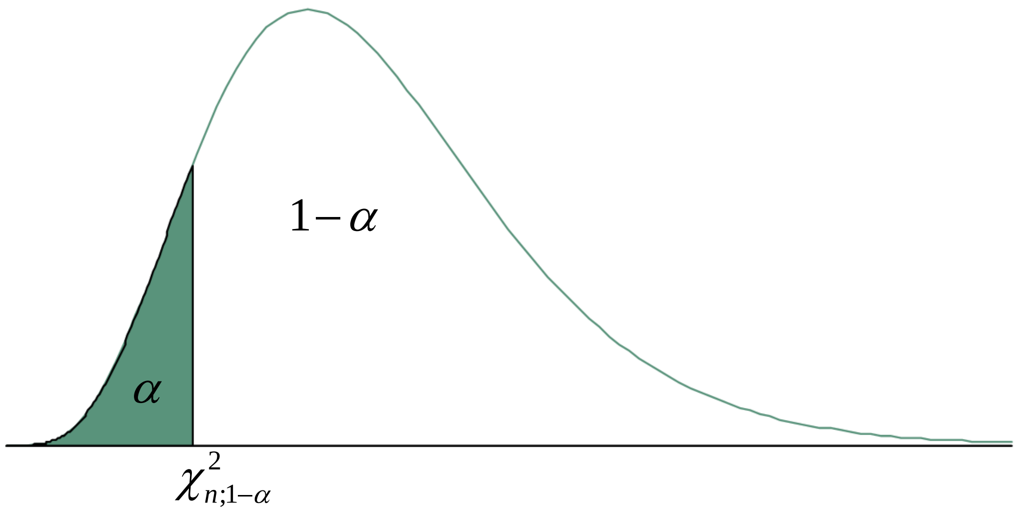
4.5.3 Populazio normalaren bariantzarako hipotesi kontrastea

- ***μ* ezezaguna**

$\boldsymbol{H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \;\; eta \;\; H_a : \sigma^2 < \sigma_0^2}$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)}{\sigma_0^2} \sim \chi_n^2$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)}{\sigma_0^2} < \chi^2_{n;1-\alpha} \right\}$



4.5.3 Populazio normalaren bariantzarako hipotesi-kontrastea

Populazioa	Kontraste mota	Eskualde kritikoa
Normala μ ezezaguna	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_a: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\left\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} < \chi^2_{n-1;1-\alpha/2}\right\} \cup \left\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} > \chi^2_{n-1;\alpha/2}\right\}$
Normala μ ezezaguna	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_a: \sigma^2 > \sigma_0^2$	$\left\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} > \chi^2_{n-1;\alpha}\right\}$
Normala μ ezezaguna	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_a: \sigma^2 < \sigma_0^2$	$\left\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} < \chi^2_{n-1;1-\alpha}\right\}$
Normala μ ezaguna	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_a: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\left\{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i-\mu)^2}{\sigma_0^2} < \chi^2_{n;1-\alpha/2}\right\} \cup \left\{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i-\mu)^2}{\sigma_0^2} > \chi^2_{n;\alpha/2}\right\}$
Normala μ ezaguna	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_a: \sigma^2 > \sigma_0^2$	$\left\{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i-\mu)^2}{\sigma_0^2} > \chi^2_{n;\alpha}\right\}$
Normala μ ezaguna	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_a: \sigma^2 < \sigma_0^2$	$\left\{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i-\mu)^2}{\sigma_0^2} < \chi^2_{n;1-\alpha}\right\}$

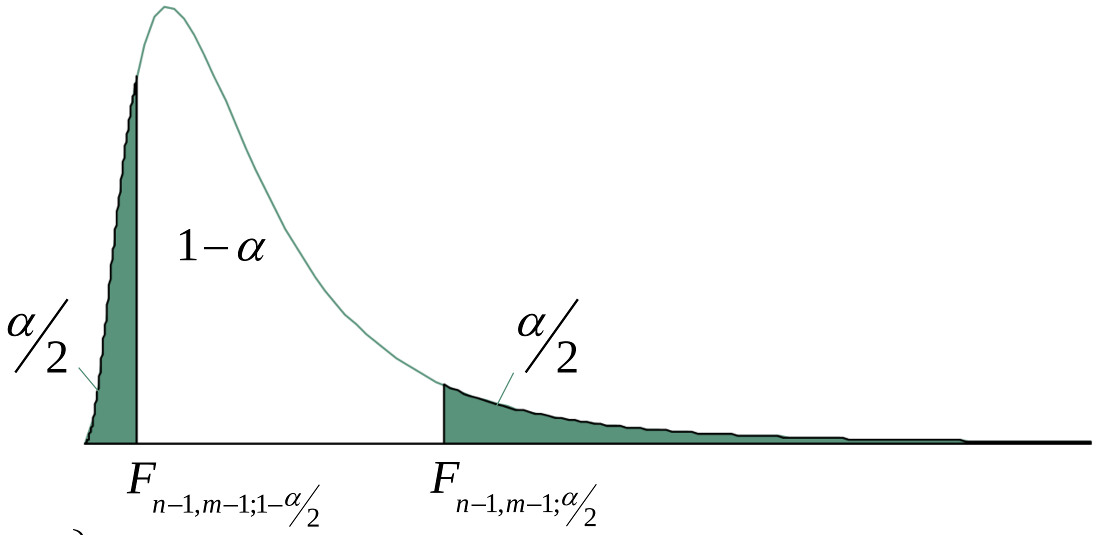
4.5.3 Taula. Populazio normalaren bariantzarako hipotesi kontraste laburpen taula

4.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

- ***$\boldsymbol{\mu_1}$ eta $\boldsymbol{\mu_2}$ ezezagunak***

$$\boldsymbol{H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \ \ eta \ \ H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2}$$

$\mathrm{H_o}$ hipotesiaren menpe: $\dfrac{S_1^2}{S_2^2} \sim F_{n-1,m-1}$



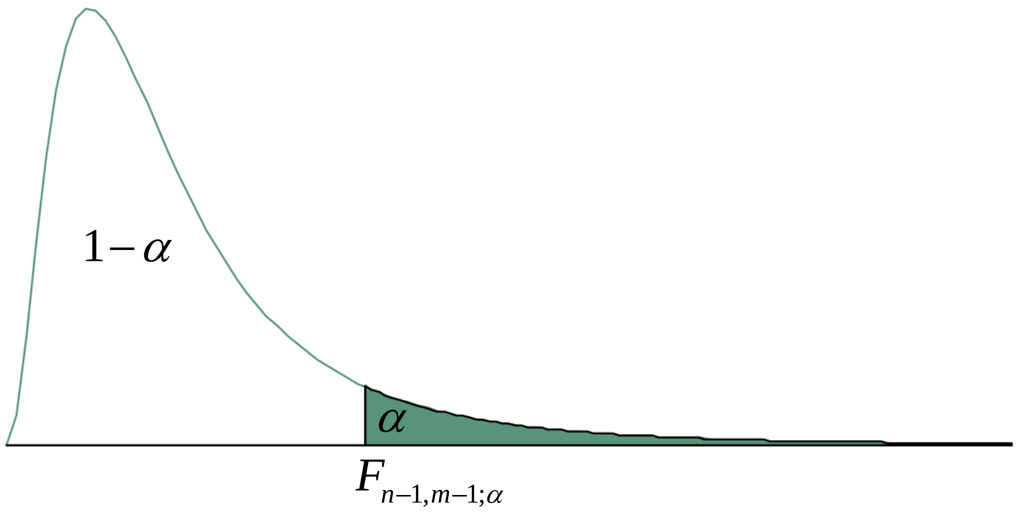
Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{S_1^2}{S_2^2} < F_{n-1,m-1;1-\alpha/2} \right\} \cup \left\{ \dfrac{S_1^2}{S_2^2} > F_{n-1,m-1;\alpha/2} \right\}$

4.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

- $\boldsymbol{\mu_1}$ ***eta*** $\boldsymbol{\mu_2}$ ***ezezagunak***

$$\boldsymbol{H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \;\; eta \;\; H_a: \sigma_1^2 > \sigma_2^2}$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{S_1^2}{S_2^2} \sim F_{n-1,m-1}$



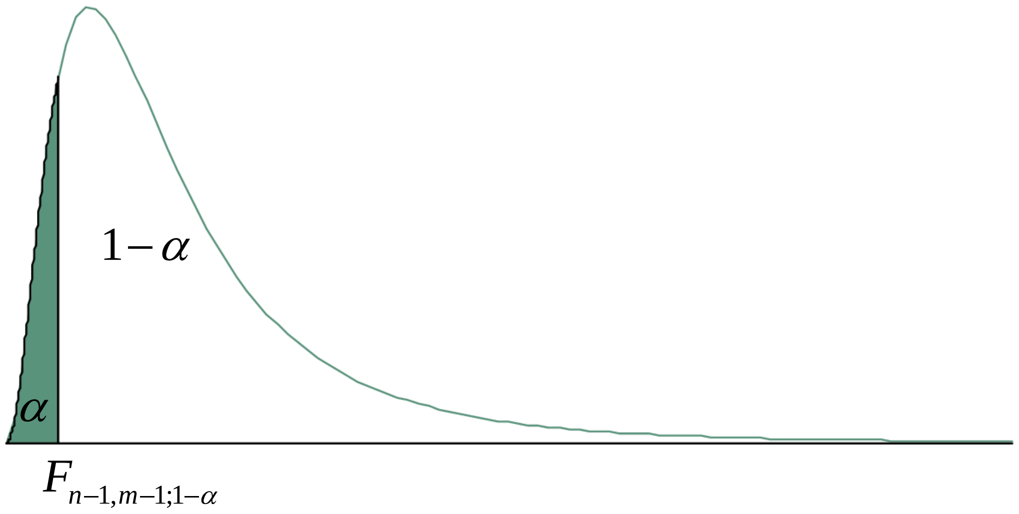
Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{S_1^2}{S_2^2} > F_{n-1,m-1;\alpha} \right\}$

4.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

- $\boldsymbol{\mu_1}$ ***eta*** $\boldsymbol{\mu_2}$ ***ezezagunak***

$$\boldsymbol{H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \ \ eta \ \ H_a: \sigma_1^2 < \sigma_2^2}$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{S_1^2}{S_2^2} \sim F_{n-1,m-1}$



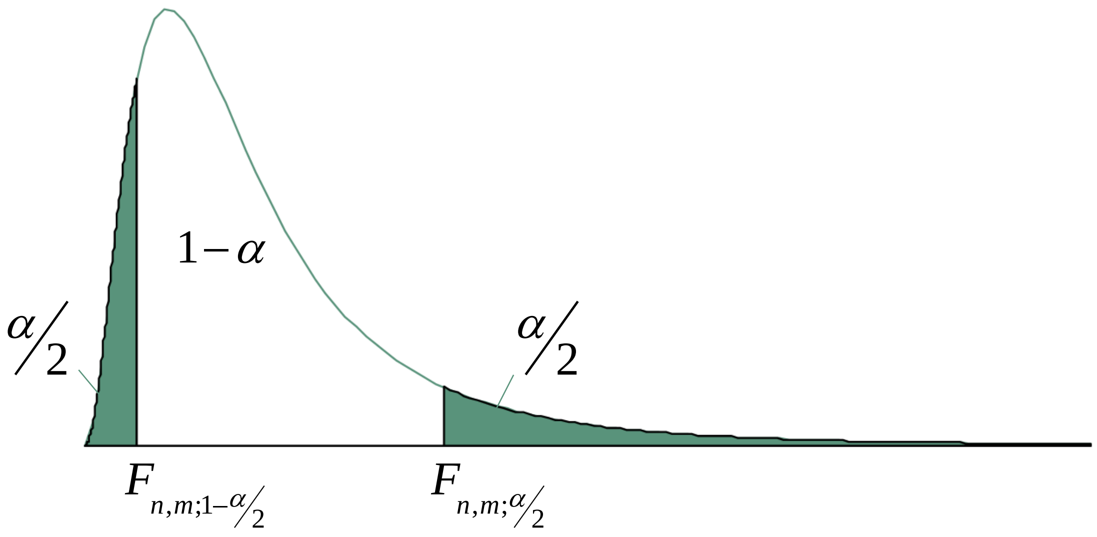
Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{S_1^2}{S_2^2} < F_{n-1,m-1;1-\alpha} \right\}$

4.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

- ***μ_1 eta μ_2 ezagunak***

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \;\; eta \;\; H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_1)^2 \cdot m}{\sum_{i=1}^{m}(Y_i-\mu_2)^2 \cdot n} \sim F_{n,m}$



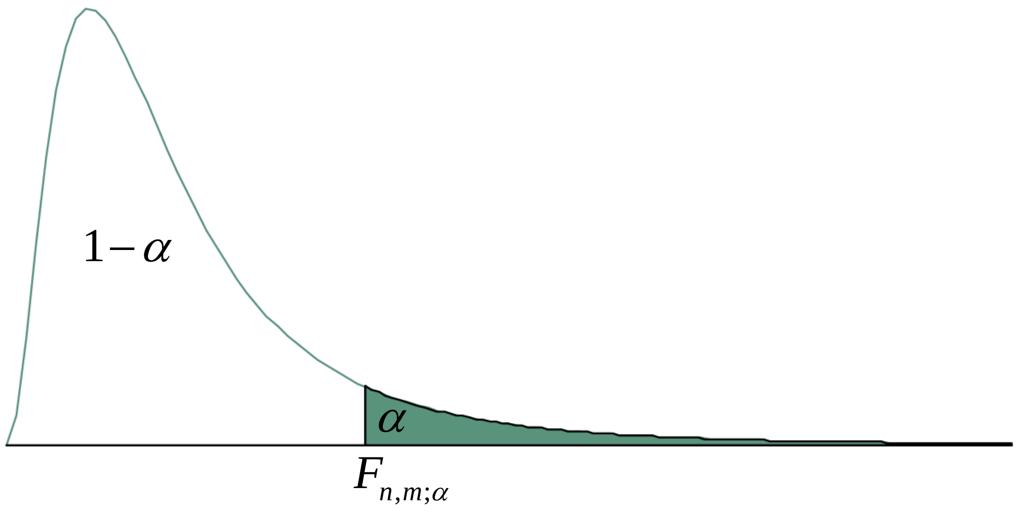
Eskualde kritikoa: $\left\{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_1)^2 \cdot m}{\sum_{i=1}^{m}(Y_i-\mu_2)^2 \cdot n} < F_{n,m;1-\alpha/2}\right\} \cup \left\{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_1)^2 \cdot m}{\sum_{i=1}^{m}(Y_i-\mu_2)^2 \cdot n} > F_{n,m;\alpha/2}\right\}$

4.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

- ***μ_1 eta μ_2 ezagunak***

$$\boldsymbol{H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \;\; eta \;\; H_a: \sigma_1^2 > \sigma_2^2}$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu_1\right)^2\cdot m}{\sum_{i=1}^{m}\left(Y_i-\mu_2\right)^2\cdot n} \sim F_{n,m}$



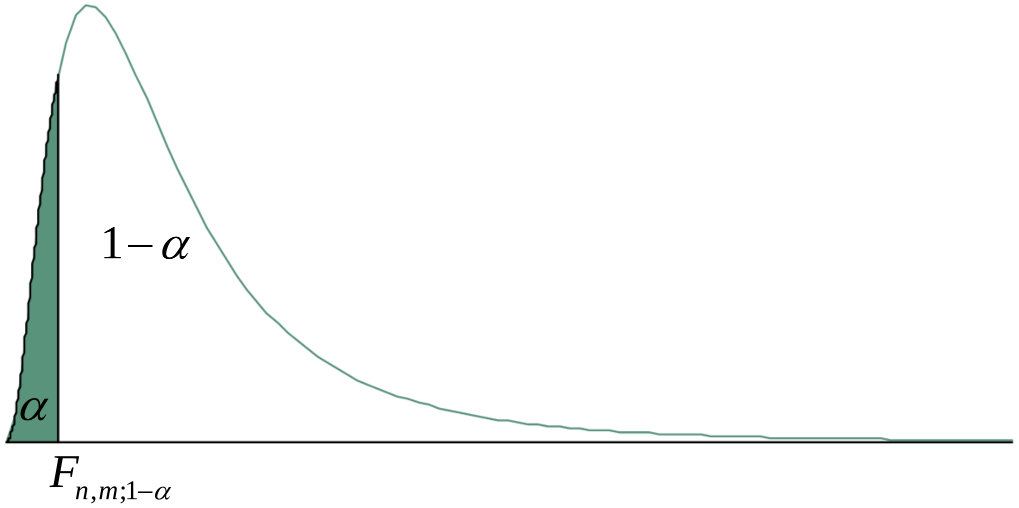
Eskualde kritikoa: $\left\{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu_1\right)^2\cdot m}{\sum_{i=1}^{m}\left(Y_i-\mu_2\right)^2\cdot n} > F_{n,m;\alpha}\right\}$

4.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

- $\boldsymbol{\mu_1}$ ***eta*** $\boldsymbol{\mu_2}$ ***ezagunak***

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \;\; eta \;\; H_a: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

$\mathrm{H_o}$ hipotesiaren menpe: $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu_1\right)^2\cdot m}{\sum_{i=1}^{m}\left(Y_i-\mu_2\right)^2\cdot n} \sim F_{n,m}$



Eskualde kritikoa: $\left\{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu_1\right)^2\cdot m}{\sum_{i=1}^{m}\left(Y_i-\mu_2\right)^2\cdot n} < F_{n,m;1-\alpha}\right\}$

4.5.4 Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontrastea

Populazioa	Kontraste mota	Eskualde kritikoa
Normalak μ_1 eta μ_2 ezezagunak	$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$\left\{\frac{S_1^2}{S_2^2} \notin \left[F_{n-1,m-1;1-\alpha/2}, F_{n-1,m-1;\alpha/2}\right]\right\}$
Normalak μ_1 eta μ_2 ezezagunak	$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_a: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$\left\{\frac{S_1^2}{S_2^2} > F_{n-1,m-1;\alpha}\right\}$
Normalak μ_1 eta μ_2 ezezagunak	$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_a: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$\left\{\frac{S_1^2}{S_2^2} < F_{n-1,m-1;1-\alpha}\right\}$
Normalak μ_1 eta μ_2 ezagunak	$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_1)^2 . m}{\sum_{i=1}^{m}(y_i-\mu_2)^2 . n} \notin \left[F_{n,m;1-\alpha/2}, F_{n,m;\alpha/2}\right]\right\}$
Normalak μ_1 eta μ_2 ezagunak	$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_a: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_1)^2 . m}{\sum_{i=1}^{m}(y_i-\mu_2)^2 . n} > F_{n,m;\alpha}\right\}$
Normalak μ_1 eta μ_2 ezagunak	$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_a: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_1)^2 . m}{\sum_{i=1}^{m}(y_i-\mu_2)^2 . n} < F_{n,m;1-\alpha}\right\}$

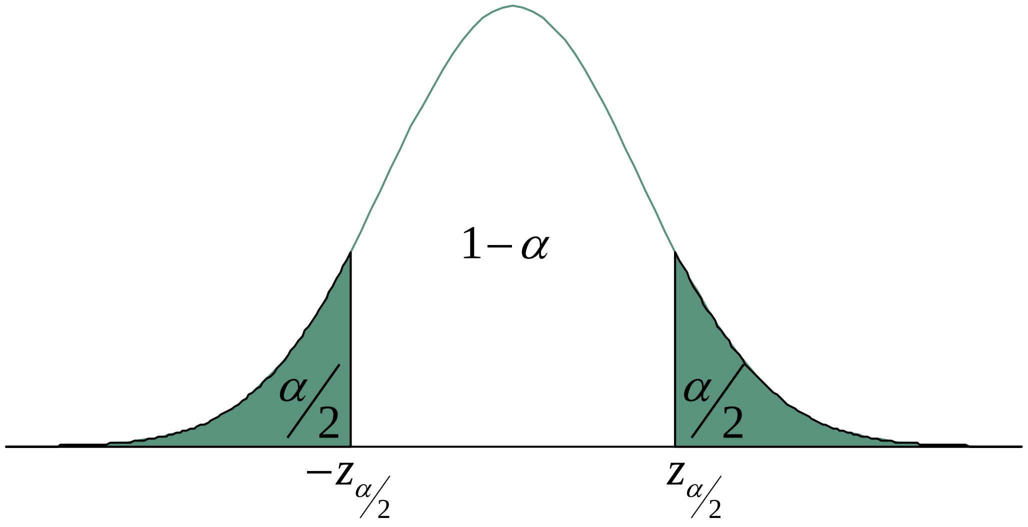
4.5.4 Taula. Banaketa normaleko bi populazio independenteren bariantzen arteko zatidurarako hipotesi-kontraste laburpen taula

4.5.5 Banaketa binomialaren proportziorako hipotesi-kontrastea (n>100)

$$\boldsymbol{H_0 : p = p_0 \ \ eta \ \ H_a : p \neq p_0}$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{|\hat{p}-p_0|}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}} > z_{\alpha/2} \right\}$

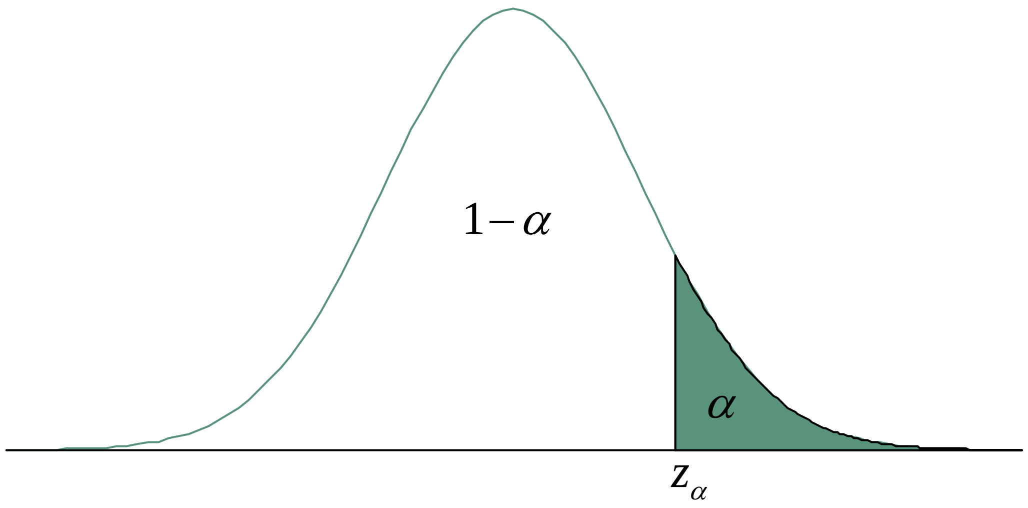


4.5.5 Banaketa binomialaren proportziorako hipotesi-kontrastea (n>100)

$$\boldsymbol{H_0: p = p_0 \;\; eta \;\; H_\alpha: p > p_0}$$

$\mathrm{H_o}$ hipotesiaren menpe: $\dfrac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}} > z_\alpha \right\}$

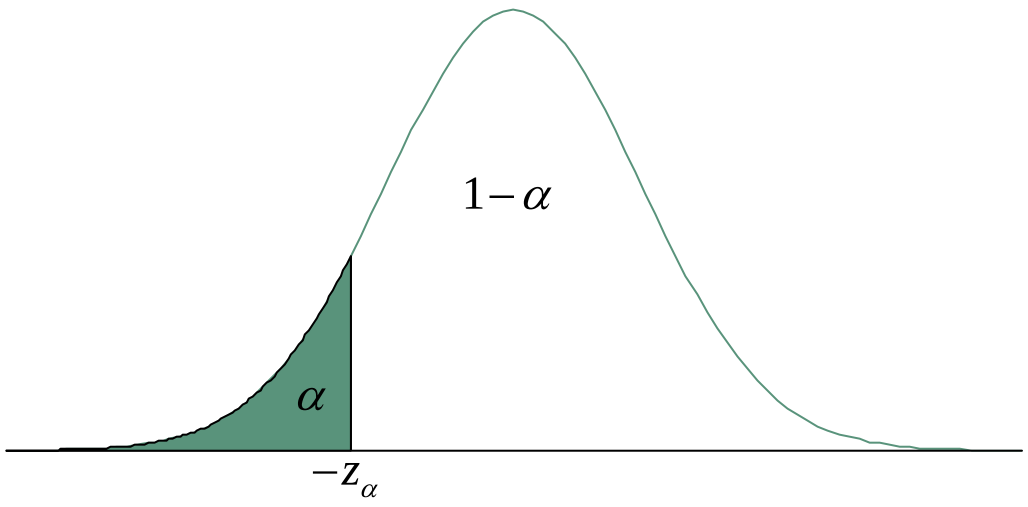


4.5.5 Banaketa binomialaren proportziorako hipotesi-kontrastea (n>100)

$$\boldsymbol{H_0: p = p_0 \ \ eta \ \ H_a: p < p_0}$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}} < -z_\alpha \right\}$



4.5.5 Banaketa binomialaren proportziorako hipotesi-kontrastea (n>100)

Populazioa	Kontraste mota	Eremu kritikoa
Binomiala lagina handia izanez (n>100)	$H_0: p = p_0$ $H_a: p \neq p_0$	$\left\{ \lvert\hat{p} - p_0\rvert > z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right\}$
	$H_0: p = p_0$ $H_a: p > p_0$	$\left\{ \hat{p} - p_0 > z_{\alpha} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right\}$
	$H_0: p = p_0$ $H_a: p < p_0$	$\left\{ \hat{p} - p_0 < z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right\}$

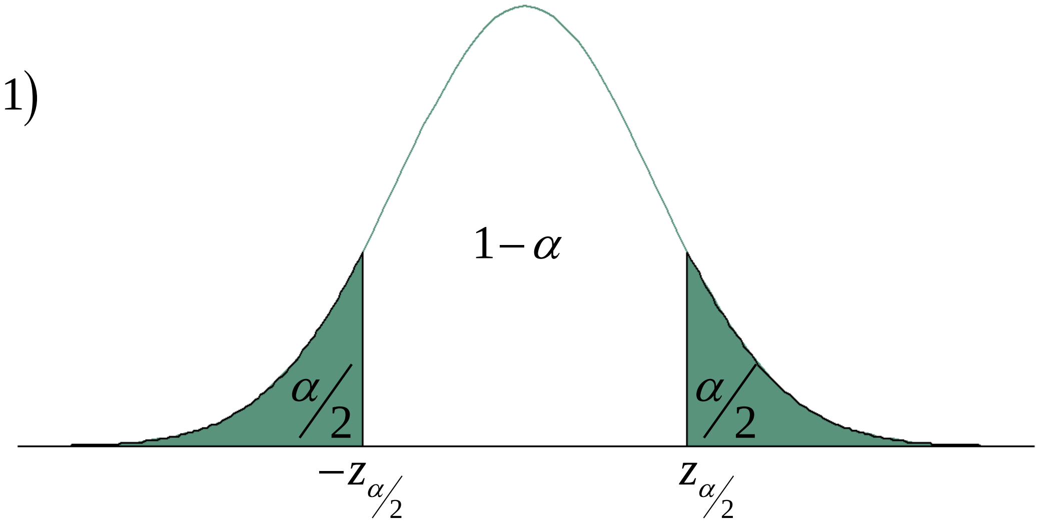
4.5.5 Taula. Banaketa binomialaren proportziorako hipotesi-kontrastea taula

4.5.6 Bi banaketa binomial independenteren proportzioen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea (n,m>100)

$$\boldsymbol{H_0}: \boldsymbol{p_1 = p_2} \;\; \boldsymbol{eta} \;\; \boldsymbol{H_a}: \boldsymbol{p_1 \neq p_2}$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\dfrac{p_1 q_1}{n} + \dfrac{p_2 q_2}{n}}} \sim N(0,1)$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{|\hat{p}_1 - \hat{p}_2| - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\dfrac{p_1 q_1}{n} + \dfrac{p_2 q_2}{n}}} > z_\alpha \right\}$

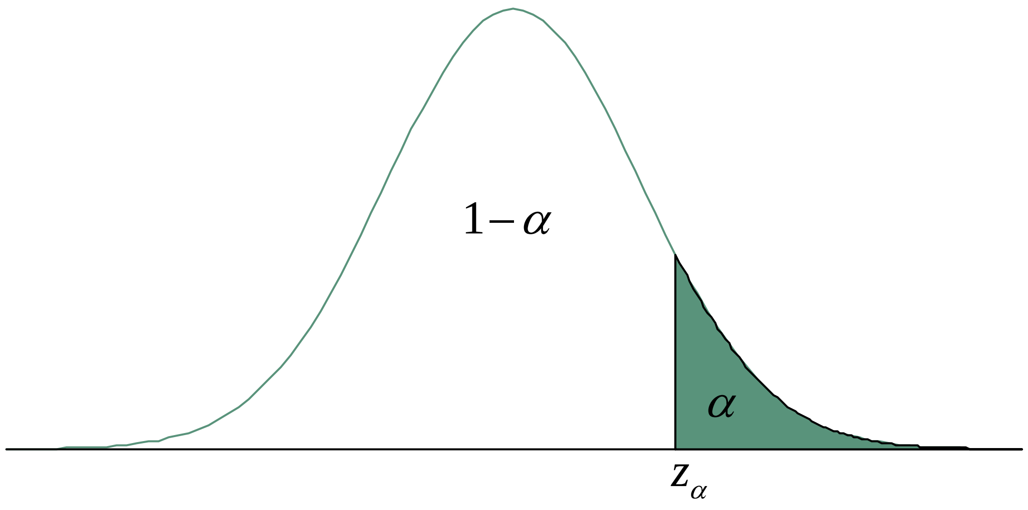


4.5.6 Bi banaketa binomial independenteren proportzioen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea (n,m>100)

$$\boldsymbol{H_0: p_1 = p_2 \;\; eta \;\; H_a: p_1 > p_2}$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p}{\sqrt{\dfrac{p_1 q_1}{n} + \dfrac{p_2 q_2}{n}}}$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\dfrac{p_1 q_1}{n} + \dfrac{p_2 q_2}{n}}} \right.$

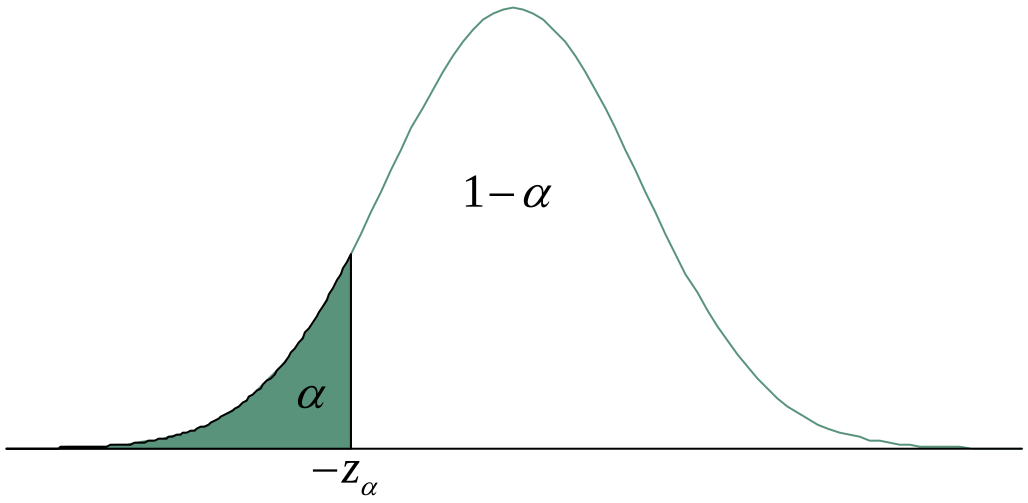


4.5.6 Bi banaketa binomial independenteren proportzioen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea (n,m>100)

$$\boldsymbol{H_0: p_1 = p_2 \;\; eta \;\; H_a: p_1 < p_2}$$

H_o hipotesiaren menpe: $\dfrac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p}{\sqrt{\dfrac{p_1 q_1}{n} + \dfrac{p_2 q_2}{n}}}$

Eskualde kritikoa: $\left\{ \dfrac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\dfrac{p_1 q_1}{n} + \dfrac{p_2 q_2}{n}}} < \right.$



4.5.6 Bi banaketa binomial independenteren proportzioen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea (n,m>100)

Populazioa	Kontraste mota	Eskualde kritikoa
Binomialak laginak handiak izanez (n,m>100)	$H_0: p_1 = p_2$ $H_a: p_1 \neq p_2$	$\left\{\lvert\hat{p}_1 - \hat{p}_2\rvert > z_{\alpha/2}\sqrt{\left(\frac{p_1 q_1}{n} + \frac{p_2 q_2}{m}\right)}\right\}$
	$H_0: p_1 = p_2$ $H_a: p_1 > p_2$	$\left\{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 > z_{\alpha}\sqrt{\left(\frac{p_1 q_1}{n} + \frac{p_2 q_2}{m}\right)}\right\}$
	$H_0: p_1 = p_2$ $H_a: p_1 < p_2$	$\left\{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 < z_{1-\alpha}\sqrt{\left(\frac{p_1 q_1}{n} + \frac{p_2 q_2}{m}\right)}\right\}$

4.5.6 Taula. Bi banaketa binomial independenteren proportzioen arteko diferentziarako hipotesi-kontraste taula

7.5.7 Bi banaketa normal ez independenteren batezbestekoen arteko diferentziarako hipotesi-kontrastea

$$D = X - Y \qquad \bar{d} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - y_i)}{n} \qquad S^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(d_i - \bar{d})^2}{n-1}$$

Oharra:

Parekatutako datuak direnean (lagin ez independenteak direnean) bikoteen diferentziak kalkulatu eta lagin bakarra dela kontsideratu.

4.6. Errore motak

I. Motako errorea: E_I

H_o hipotesi nulua egia izanik, errefusatu egiten da.

α adierazgarritasun maila (E_I errorearen probabilitatea)

$$\alpha = P(E_I) = P(H_0\ errefusatu \mid H_0 \text{ egia})$$

1- α konfiantza-maila (erabaki egokia)

$$1-\alpha = 1 - P(E_I) = P(H_0\ onartu \mid H_0 \text{ egia})$$

II. Motako errorea: E_{II}

H_o hipotesi nulua gezurra izanik, onartu egiten da.

$\boldsymbol{\beta}$ (E_{II} errorearen probabilitatea)

$$\beta = P(E_{II}) = P(H_0 \text{ onartu} \mid H_0 \text{ gezurra})$$

1- $\boldsymbol{\beta}$ kontrastearen-potentzia edo ahalmena (erabaki egokia)

$$1 - \beta = 1 - P(E_{II}) = P(H_0\ errefus\text{atu} \mid H_0 \text{ gezurra})$$

Erroreen laburpena

	H_0 egia	H_0 gezurra
H_0 errefusatu	(α) I motako errorea	(1-β) Erabaki egokia
H_0 onartu	(1-α) Erabaki egokia	(β) II motako errorea

4.6. Taula. Errore moten laburpen taula hipotesi nuluen egiatasun eta erabakiaren arabera

$\boldsymbol{\alpha}$ adierazgarritasun-maila aldez aurretik finkatzea komeni da.

1- $\boldsymbol{\beta}$ potentzia maximoa (edo bigarren motako errore minimoa)

4.7. p-balioa

4.7. p-balioa

- p-balioa adierazgarritasun-maila kritikoa da

- Kontrasterako estatistikoaren balioa onarpen-eremuan dagoeneko adierazgarritasun maila maximoa da.

- Beste era batera esanda, hipotesi nulua ez errefusatzeko (onartzeko) adierazgarritasun maila maximoa da.

- p-balioari eskez, hipotesi nulua errefusa edo onar daiteke.

4.7. p-balioa

Adibidez, p-balioan oinarrituta α =0.05 duen hipotesi kontrastearen onarpen araua hurrengoa litzateke:

- $p < 0.05$, H_0 errefusatu egiten da, konfiantza-maila 0.95 izanik.
- $p \geq 0.05$, H_0 onar daiteke, konfiantza-maila 0.95 izanik.

Orokorrean:

- $p < \alpha$, H_0 errefusatu egiten da, konfiantza-maila $1-\alpha$ izanik.
- $p \geq \alpha$, H_0 onar daiteke, konfiantza-maila $1-\alpha$ izanik.

4.7 p-balioa

p-balioa zenbat eta txikiagoa izan, hipotesi nulua errefusatzeko ebidentzia gehiago daude:

- $p < 0.01$, H_0 errefusatzeko ebidentzia asko daude
- $0.01 \leq p < 0.05$, H_0 errefusatzeko ebidentzia sendoak daude
- $0.05 \leq p < 0.1$, H_0 errefusatzeko ebidentzia gutxi daude
- $p \geq 0.1$, ez dago H_0 errefusatzeko ebidentziarik

4.7 p-balioa

Demagun kontrasterako estatistikoa **S** dela eta estatistiko honek laginean hartzen duen balioa berriz, **s** dela. Orduan, p-balioa hau litzateke:

- $H_a: \theta < \theta_0$: $p = P(S \leq s \,|\theta = \theta_0)$
- $H_a: \theta > \theta_0$: $p = P(S \geq s \,|\theta = \theta_0)$
- $H_a: \theta \neq \theta_0$: $p = 2\, x\, min\{P(S \leq s \,|\theta = \theta_0), P(S \geq s \,|\theta = \theta_0)\}$

4.8. Hipotesi-kontrasteak R erabiliz

- R software librea erabiliz, hipotesi-kontrasteak ondorengo moduan aztertzen dira dira:

Hipotesi-kontrasteak		
Parametroa	**Hipotesi-kontrastea**	**Zorizko laginak eta argumentuak**
Batezbestekoa (μ)	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_a: \mu \neq \mu_0$	t.test(lagina, mu=μ_0, alternative="**two.sided**", conf.level=1$-\alpha$)
	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_a: \mu > \mu_0$	t.test(lagina, mu=μ_0, alternative="**greater**", conf.level=1$-\alpha$)
	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_a: \mu < \mu_0$	t.test(lagina, mu=μ_0, alternative="**less**", conf.level=1$-\alpha$)
Bariantzen arteko zatiketa (σ_1/σ_2)	$H_0: \sigma_1 = \sigma_2$ $H_a: \sigma_1 \neq \sigma_2$	var.test(lehen lagina, bigarren lagina, alternative="**two.sided**", conf.level=1$-\alpha$)
	$H_0: \sigma_1 = \sigma_2$ $H_a: \sigma_1 > \sigma_2$	t.test(lehen lagina, bigarren lagina, alternative="**greater**", conf.level=1$-\alpha$)
	$H_0: \sigma_1 = \sigma_2$ $H_a: \sigma_1 < \sigma_2$	t.test(lehen lagina, bigarren lagina, alternative="**less**", conf.level=1$-\alpha$)

4.8.1 Taula. Hipotesi-kontrasteen azterketa R software-a erabiliz. Bariantzaren kontrastea egiteko ez dago komandorik.

- R software librea erabiliz, hipotesi-kontrasteak ondorengo moduan aztertzen dira dira:

Hipotesi-kontrasteak		
Parametroa	**Hipotesi-kontrastea**	**Zorizko laginak eta argumentuak**
Batezbestekoen arteko diferentzia (μ_1-μ_2)	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$	t.test(lehen lagina, bigarren lagina, alternative="**two.sided**", conf.level=1$-\alpha$, var-equal=T edo F)
	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 > \mu_2$	t.test(lehen lagina, bigarren lagina, alternative="**greater**", conf.level=1$-\alpha$, var-equal=T edo F)
	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_a: \mu_1 < \mu_2$	t.test(lehen lagina, bigarren lagina, alternative="**less**", conf.level=1$-\alpha$, var-equal=T edo F)
Proportzioa (p)	$H_0: p = p$ $H_a: p \neq p$	prop.test(x, n, alternative="**two.sided**", conf.level=1$-\alpha$, correct=T edo F)
	$H_0: p = p_0$ $H_a: p > p_0$	prop.test(x,n,, alternative="**greater**", conf.level=1$-\alpha$, correct=T edo F)
	$H_0: p = p$ $H_a: p < p_0$	prop.test(x,n, alternative="**less**", conf.level=1$-\alpha$, correct=T edo F)

4.8.2 Taula. Hipotesi-kontrasteen azterketa R software-a erabiliz. var.equal erabiltzean, T: bariantzak berdinak dira eta F: bariantzak ezberdinak dira. correct erabiltzean, T: Yates-en zuzenketarekin, F: Yates-en zuenketarik gabe.

- R software librea erabiliz, hipotesi-kontrasteak ondorengo moduan aztertzen dira dira:

Hipotesi-kontrasteak		
Parametroa	**Hipotesi-kontrastea**	**Zorizko laginak eta argumentuak**
Proportzioen arteko diferentzia (p_1-p_2)	$H_0: p_1 = p_2$ $H_a: p_1 \neq p_2$	prop.test(c(x_1,x_2), c(n_1,n_2), alternative="**two.sided**", conf.level=$1-\alpha$, correct=T edo F)
	$H_0: p_1 = p_2$ $H_a: p_1 > p_2$	prop.test(c(x_1,x_2), c(n_1,n_2), alternative="**greater**", conf.level=$1-\alpha$, correct=T edo F)
	$H_0: p_1 = p_2$ $H_a: p_1 < p_2$	prop.test(c(x_1,x_2), c(n_1,n_2), alternative="**less**", conf.level=$1-\alpha$, correct=T edo F)

4.8.3 Taula. Hipotesi-kontrasteen azterketa R software-a erabiliz. T: Yates-en zuzenketarekin, F: Yates-en zuzenketarik gabe.