

eman ta zabal zazu



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

Autoevaluación

OCW 2020: *Parametrización y representación gráfica de superficies construidas*

Test nº3 (enunciados)

Equipo docente del curso

Martín Yagüe, Luis

Barrallo Calonge, Javier

Soto Merino, Juan Carlos

Lecubarri Alonso, Inmaculada

Departamento de Matemática Aplicada

Escuela de Ingeniería de Bilbao, Edificio II-I (EIB/BIE)
ETS de Arquitectura de Donostia-San Sebastián (ETSASS/DAGET)



EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN: Test nº3

Ejercicios de autoevaluación del tercer tema de la asignatura.
 Formato test con seis posibles opciones de respuesta. Sólo una es correcta.
 La resolución con el programa *Mathematica* se encuentra en otro fichero en formato *pdf*.

Nota. Puede complementarse esta actividad de autoevaluación realizando la representación gráfica de las líneas y superficies que se plantean en cada ejercicio.

Ejercicio 1. Clasifique el tipo de superficie cuyas ecuaciones paramétricas son:

$$S_1 \equiv \begin{cases} x = 4 \operatorname{sen}(t) \cdot \cos(u) \\ y = 4 \operatorname{sen}(t) \cdot \operatorname{sen}(u) \\ z = \cos(t) \end{cases} \quad \forall t, u \in [0, 2\pi] \subset \mathbb{R}$$

- | | |
|--------------|---------------------------|
| a) Esfera | d) Cilindro elíptico |
| b) Elipsoide | e) Cilindro de revolución |
| c) Cono | f) Cilindro hiperbólico |

Ejercicio 2. Calcule la ecuación implícita de la superficie reglada cuyas ecuaciones paramétricas son:

$$S_2 \equiv \begin{cases} x = t \cdot z + t + 1 \\ y = 2t \cdot z + 3t - 1 \\ z = z \end{cases} \quad \forall t, z \in \mathbb{R}$$

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $3x + xz - yz - 3z - y + 4 = 0$ | d) $x(3 + 2z) + yz + 3z + y + 4 = 0$ |
| b) $x(3 + 2z) - yz - 3z - y + 4 = 0$ | e) $z(3x + 2) - yz - 3z - y + 4 = 0$ |
| c) $y(3 + 2z) - xz - 3z - x - 4 = 0$ | f) $x(3 + 2z) - yz - 3z - y - 4 = 0$ |

Ejercicio 3. Se considera la superficie reglada cuyas ecuaciones paramétricas son:

$$S_3 \equiv \begin{cases} x = t \cdot z + t + 1 \\ y = 2t \cdot z + 3t - 1 \\ z = z \end{cases} \quad \forall t, z \in \mathbb{R}$$

Halle el punto de intersección $P = (z = \sqrt{3}) \cap g_1$ siendo g_1 la generatriz correspondiente al valor del parámetro $t = 1$. Obtenga el resultado con cinco cifras significativas.

- a) $P = (1, -1, 0)$

 b) $P = (5.4641, 3.7321, 1.7321)$

 c) $P = (-3.7321, 5.4641, -1.7321)$

 d) $P = (3.7321, -5.4641, 1.7321)$

 e) $P = (3.7321, 5.4641, 1.7321)$

 f) $P = (3.7321, 5.7321, 1.7321)$

Ejercicio 4. Calcule la ecuación implícita de la superficie reglada cuyas generatrices verifican las siguientes ecuaciones paramétricas:

$$S_4 \equiv \begin{cases} x = 3\lambda \cdot \cos(t) \\ y = 3\lambda \cdot \sin(t) \\ z = 4\lambda \end{cases} \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} \quad \forall t \in [0, 2\pi] \subset \mathbb{R}$$

- a) $F(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2 - \frac{9}{16} = 0$

 b) $F(x, y, z) = 16(x^2 + y^2) - 9z^2 = 0$

 c) $F(x, y, z) = 16x^2 + y^2 - 9z^2 = 0$

 d) $F(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2 - \frac{16}{9} = 0$

 e) $F(x, y, z) = 16(x^2 + y^2) + 9z^2 = 0$

 f) $F(x, y, z) = 4(x + y) - 3z = 0$

Ejercicio 5. Indique la parametrización de la superficie cilíndrica cuyas generatrices son paralelas al eje Ox y se apoyan en la curva directriz:

$$C_5 \equiv \begin{cases} yz = 1 \\ x = 1 \end{cases} \quad \forall y \in \left[\frac{1}{4}, 1\right] \subset \mathbb{R}$$

- a) $S_5 \equiv \begin{cases} x = u \\ y = t \\ z = \frac{1}{u} \end{cases} \quad \forall t \in \left[\frac{1}{4}, 1\right] \subset \mathbb{R} \quad \forall u \in \mathbb{R}$

 b) $S_5 \equiv \begin{cases} x = u \\ y = t \\ z = u \cdot t \end{cases} \quad \forall t \in \left[\frac{1}{4}, 1\right] \subset \mathbb{R} \quad \forall u \in \mathbb{R}$

 c) $S_5 \equiv \begin{cases} x = t \\ y = u \\ z = \frac{1}{t} \end{cases} \quad \forall t \in \left[\frac{1}{4}, 1\right] \subset \mathbb{R} \quad \forall u \in \mathbb{R}$

 d) $S_5 \equiv \begin{cases} x = u \\ y = t \\ z = \frac{1}{t} \end{cases} \quad \forall t \in \left[\frac{1}{4}, 1\right] \subset \mathbb{R} \quad \forall u \in \mathbb{R}$

 e) $S_5 \equiv \begin{cases} x = u \\ y = t \\ z = u \cdot t \end{cases} \quad \forall t \in [1, 4] \subset \mathbb{R} \quad \forall u \in \mathbb{R}$

 f) $S_5 \equiv \begin{cases} x = t \\ y = u \\ z = \frac{1}{t} \end{cases} \quad \forall u \in \left[\frac{1}{4}, 1\right] \subset \mathbb{R} \quad \forall t \in \mathbb{R}$

Ejercicio 6. Indique la parametrización de la superficie cilíndrica cuyas generatrices son paralelas al vector $\vec{e} = (1, -1, 0)$ y se apoyan en la curva directriz:

$$C_6 \equiv \begin{cases} y + z^2 = 1 \\ x = -1 \end{cases} \quad \forall y \in [0, 1] \subset \mathbb{R}$$

$$\text{a) } S_6 \equiv \begin{cases} x = -1 + u \\ y = 1 - t^2 - u \\ z = t \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall t \in [-1, 1] \subset \mathbb{R} \\ \forall u \in \mathbb{R} \end{matrix}$$

$$\text{d) } S_6 \equiv \begin{cases} x = -1 + u \\ y = 1 - t^2 - u \\ z = t \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall t \in [0, 1] \subset \mathbb{R} \\ \forall u \in \mathbb{R} \end{matrix}$$

$$\text{b) } S_6 \equiv \begin{cases} x(t) = -1 \\ y(t) = 1 - t^2 \\ z(t) = t \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall t \in [-1, 1] \subset \mathbb{R} \\ \forall u \in \mathbb{R} \end{matrix}$$

$$\text{e) } S_6 \equiv \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 - t^2 - u \\ z = t \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall t \in [0, 1] \subset \mathbb{R} \\ \forall u \in \mathbb{R} \end{matrix}$$

$$\text{c) } S_6 \equiv \begin{cases} x(t) = -1 \\ y(t) = 1 - t^2 - u \\ z(t) = t \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall t \in [-1, 1] \subset \mathbb{R} \\ \forall u \in \mathbb{R} \end{matrix}$$

$$\text{f) } S_6 \equiv \begin{cases} x = -1 + u \\ y = 1 - t^2 - u \\ z = u \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall t \in [-1, 1] \subset \mathbb{R} \\ \forall u \in \mathbb{R} \end{matrix}$$

Ejercicio 7. Indique la parametrización de la superficie cilíndrica cuyas generatrices son paralelas al vector $\vec{e} = (1, -1, 2)$ y se apoyan en el primer arco de una cicloide generada por una circunferencia de radio $R=2$ y situado en el plano $z=2$.

$$\forall t \in [0, 2\pi] \subset \mathbb{R}, \forall u \in \mathbb{R}$$

$$\text{a) } S_7 \equiv \begin{cases} x = 2(t + \sin(t)) + u \\ y = 2(1 + \cos(t)) - u \\ z = 2(1 + u) \end{cases}$$

$$\text{d) } S_7 \equiv \begin{cases} x = 2(t - \sin(t)) - u \\ y = 2(1 - \cos(t)) + u \\ z = -2(1 + u) \end{cases}$$

$$\text{b) } S_7 \equiv \begin{cases} x = 2(t - \sin(t)) - u \\ y = 2(1 - \cos(t)) + u \\ z = 2 \end{cases}$$

$$\text{e) } S_7 \equiv \begin{cases} x = 2(t - \sin(t)) + u \\ y = 2(1 - \cos(t)) + u \\ z = 2(1 + u) \end{cases}$$

$$\text{c) } S_7 \equiv \begin{cases} x = 2(t - \sin(t)) + u \\ y = 2(1 - \cos(t)) - u \\ z = 2(1 + u) \end{cases}$$

$$\text{f) } S_7 \equiv \begin{cases} x = 2(t - \sin(t)) - u \\ y = 2(1 - \cos(t)) + u \\ z = 2u \end{cases}$$

Ejercicio 8. Indique la tercera coordenada, z , de las ecuaciones paramétricas de la superficie cilíndrica cuyas generatrices son paralelas al vector $\vec{e} = (1, 1, -2)$ y se apoyan en la curva:

$$C(t) = \left(1 + \frac{\cos(t)}{\sqrt{3}} + \frac{\sin(t)}{\sqrt{2}}, 1 - \frac{\cos(t)}{\sqrt{3}} + \frac{\sin(t)}{\sqrt{2}}, \frac{\sin(t)}{\sqrt{2}} \right) \quad \forall t \in [0, 2\pi]$$

a) $z(t, u) = \frac{\sin(t)}{\sqrt{2}} + 2$

d) $z(t, u) = \frac{2\sin(u)}{\sqrt{2}}$

b) $z(t, u) = \frac{u \cdot \sin(t)}{\sqrt{2}}$

e) $z(t, u) = \frac{\sin(t)}{\sqrt{2}} - 2u$

c) $z(t, u) = \frac{2u \cdot \sin(t)}{\sqrt{2}}$

f) $z(t, u) = 2 \left(\frac{\sin(t)}{\sqrt{2}} - u \right)$

Ejercicio 9. Parametrice la sección plana triangular cuyos vértices son $O = (0, 0, 0)$, $A = (0, 0, 2)$ y $P = (6, 0, 2)$.

a) $S_9 \equiv \begin{cases} x = 3u \cdot t & \forall t \in [0, 2] \subset \mathbb{R} \\ y = t & \forall u \in [0, 1] \subset \mathbb{R} \\ z = 0 \end{cases}$

d) $S_9 \equiv \begin{cases} x = 3u \cdot t & \forall t \in [0, 2] \subset \mathbb{R} \\ y = u \cdot t & \forall u \in [0, 1] \subset \mathbb{R} \\ z = u \cdot t \end{cases}$

b) $S_9 \equiv \begin{cases} x = 3u \cdot t & \forall t \in [0, 1] \subset \mathbb{R} \\ y = 0 & \forall u \in [0, 2] \subset \mathbb{R} \\ z = u \cdot t \end{cases}$

e) $S_9 \equiv \begin{cases} x = 3u \cdot t & \forall t \in [0, 2] \subset \mathbb{R} \\ y = 0 & \forall u \in [0, 1] \subset \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$

c) $S_9 \equiv \begin{cases} x = 3u \cdot t & \forall t \in [0, 2] \subset \mathbb{R} \\ y = u & \forall u \in [0, 1] \subset \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$

f) $S_9 \equiv \begin{cases} x = 3u \cdot t & \forall t \in [0, 2] \subset \mathbb{R} \\ y = u \cdot t & \forall u \in [0, 1] \subset \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$

Ejercicio 10. Parametrice la sección circular del plano $z = 0$ con centro en $P = (2, 2, 0)$ y radio $R = 2$.

a) $\begin{cases} x = 2(1 + \cos(t)) \\ y = 2(1 + \sin(t)) \\ z = u \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall t \in [0, 2\pi] \\ \forall u \in [0, 1] \end{matrix}$

d) $\begin{cases} x = 2u \cdot \cos(t) \\ y = 2u \cdot \sin(t) \\ z = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall t \in [0, 2\pi] \\ \forall u \in [0, 1] \end{matrix}$

b) $\begin{cases} x = 2 + \sqrt{2}u \cdot \cos(t) \\ y = 2 + \sqrt{2}u \cdot \sin(t) \\ z = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall t \in [0, 2\pi] \\ \forall u \in [0, 1] \end{matrix}$

e) $\begin{cases} x = 2 + u \cdot \cos(t) \\ y = 2 + u \cdot \sin(t) \\ z = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall t \in [0, 2\pi] \\ \forall u \in [0, 1] \end{matrix}$

c) $\begin{cases} x = 2(1 + \cos(t)) \\ y = 2(1 + \sin(t)) \\ z = u \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall t \in [0, 2\pi] \\ \forall u \in [0, 1] \end{matrix}$

f) $\begin{cases} x = 2(1 + u \cdot \cos(t)) \\ y = 2(1 + u \cdot \sin(t)) \\ z = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \forall t \in [0, 2\pi] \\ \forall u \in [0, 1] \end{matrix}$

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN: Test nº3
 (respuestas)

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
1	<i>b</i>	6	<i>a</i>
2	<i>f</i>	7	<i>c</i>
3	<i>e</i>	8	<i>e</i>
4	<i>b</i>	9	<i>e</i>
5	<i>d</i>	10	<i>f</i>