

eman ta zabal zazu



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

Autoevaluación

OCW 2020: *Parametrización y representación gráfica de superficies construidas*

Test nº2 (enunciados)

Equipo docente del curso

Martín Yagüe, Luis

Barrallo Calonge, Javier

Soto Merino, Juan Carlos

Lecubarri Alonso, Inmaculada

Departamento de Matemática Aplicada

Escuela de Ingeniería de Bilbao, Edificio II-I (EIB/BIE)

ETS de Arquitectura de Donostia-San Sebastián (ETSASS/DAGET)



EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN: Test nº2

Ejercicios de autoevaluación del primer tema de la asignatura.

Formato tipo test con seis posibles opciones de respuesta. Sólo una es correcta.

La resolución con el programa *Mathematica* se encuentra en otro fichero en formato *pdf*.

Nota. Puede complementarse esta actividad de autoevaluación realizando la representación gráfica de las líneas y superficies que se plantean en cada ejercicio.

Ejercicio 1. Determine los valores del parámetro $t \in \mathbb{R}$ para los que intersectan el plano $y=1$ y la circunferencia:

$$C(t) = (1 + \sqrt{2} \cdot \cos(t), \sqrt{2} \cdot \sin(t), 0) \quad \forall t \in [0, 2\pi]$$

a) $t_1 = -\frac{3\pi}{4}, t_2 = \frac{3\pi}{4}$

d) $t_1 = \frac{\pi}{4}, t_2 = \frac{3\pi}{4}$

b) $t_1 = \frac{3\pi}{4}, t_2 = \frac{5\pi}{4}$

e) $t_1 = \frac{\pi}{4}, t_2 = \frac{5\pi}{4}$

c) $t_1 = -\frac{3\pi}{4}, t_2 = \frac{5\pi}{4}$

f) $t_1 = \frac{\pi}{2}, t_2 = \frac{3\pi}{4}$

Ejercicio 2. Calcule el punto de la circunferencia C correspondiente al valor del parámetro $t = \frac{4\pi}{9}$:

$$C(t) = (1 + \sqrt{2} \cdot \cos(t), \sqrt{2} \cdot \sin(t), 0) \quad \forall t \in [0, 2\pi]$$

a) $P = (-1.88175, 1.10568)$

d) $P = (1.88175, 1.10568)$

b) $P = (-1.88175, -1.10568)$

e) $P = (1.10568, 1.88175)$

c) $P = (1.88175, -1.10568)$

f) $P = (1, 0)$

Ejercicio 3. Halle el valor del parámetro $t \in \mathbb{R}$ para el que se obtiene el punto $A = (-4.12, 0.96, 4.15, 4.12)$ de la recta que pasa por los puntos $P = (-1, 2, 1)$ y $Q = (2, 3, -2)$

a) $t = 0$

d) $t = -1.04$

b) $t = 1$

e) $t = 2.15$

c) $t = -1$

f) $t = -2.15$

Ejercicio 4. Indique la parametrización correcta de la cónica:

$$C \equiv \begin{cases} 9x^2 + 4y^2 + 18x - 16y - 11 = 0 \\ z + 1 = 0 \end{cases}$$

- | | |
|--|---|
| a) $\begin{cases} x(t) = 1 + 2 \cdot \cos(t) \\ y(t) = 2 + 3 \cdot \text{sen}(t) \\ z(t) = 1 \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$ | d) $\begin{cases} x(t) = -1 + 2 \cdot \cos(t) \\ y(t) = 2 + 3 \cdot \text{sen}(t) \\ z(t) = -1 \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$ |
| b) $\begin{cases} x(t) = -1 + 2 \cdot \cos(t) \\ y(t) = 2 - 3 \cdot \text{sen}(t) \\ z(t) = 1 \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$ | e) $\begin{cases} x(t) = 2 - \cos(t) \\ y(t) = 3 + 2 \cdot \text{sen}(t) \\ z(t) = -1 \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$ |
| c) $\begin{cases} x(t) = 1 + 2 \cdot \cos(t) \\ y(t) = 2 + 3 \cdot \text{sen}(t) \\ z(t) = 1 \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$ | f) $\begin{cases} x(t) = 1 + 2 \cdot \text{sen}(t) \\ y(t) = 2 + 3 \cdot \cos(t) \\ z(t) = 1 \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$ |

Ejercicio 5. Parametrización correcta de la cónica:

$$C \equiv \begin{cases} 2x^2 - \sqrt{2} z - 1 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

- | | |
|---|--|
| a) $\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = -t \\ z(t) = \frac{1}{2}(2t^2 - 1) \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$ | d) $\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = t \\ z(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - 2t^2) \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$ |
| b) $\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = t \\ z(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(2t^2 - 1) \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$ | e) $\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = -t \\ z(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - 2t^2) \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$ |
| c) $\begin{cases} x(t) = -t \\ y(t) = -t \\ z(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - 2t^2) \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$ | f) $\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = t \\ z(t) = -\frac{1}{\sqrt{2}}(2t^2 - 1) \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$ |

Ejercicio 6. Determine la recta tangente en el punto $P = (0, 1, 0)$ a la curva:

$$\begin{cases} x(t) = \cos(t) \\ y(t) = \operatorname{sen}(t) \\ z(t) = \operatorname{sen}(2t) \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$

a) $\begin{cases} x(t) = -t \\ y(t) = t \\ z(t) = -2t \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$

d) $\begin{cases} x(t) = -t \\ y(t) = -t \\ z(t) = -2t \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$

b) $\begin{cases} x(t) = -t \\ y(t) = 1 \\ z(t) = -2t \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$

e) $\begin{cases} x(t) = -1 \\ y(t) = t \\ z(t) = -2t \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$

c) $\begin{cases} x(t) = -t \\ y(t) = t \\ z(t) = -2 \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$

f) $\begin{cases} x(t) = -2t \\ y(t) = 1 \\ z(t) = -t \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$

Ejercicio 7. Indique el plano en el que está contenida la siguiente curva:

$$C(t) = \left(1 + \frac{\cos(t)}{\sqrt{3}} + \frac{\operatorname{sen}(t)}{\sqrt{2}}, 1 - \frac{\cos(t)}{\sqrt{3}} + \frac{\operatorname{sen}(t)}{\sqrt{2}}, \frac{\operatorname{sen}(t)}{\sqrt{2}} \right) \quad \forall t \in [0, 2\pi]$$

a) $x + y + 2z + 2 = 0$

d) $x + y - z - 2 = 0$

b) $x - y + 2z + 2 = 0$

e) $x + y - 2z - 2 = 0$

c) $x + y - z - 1 = 0$

f) $2x - y - z - 2 = 0$

Ejercicio 8. Obtenga la forma implícita de la siguiente curva:

$$C(t) = \left(1 + \frac{\cos(t)}{\sqrt{3}} + \frac{\operatorname{sen}(t)}{\sqrt{2}}, 1 - \frac{\cos(t)}{\sqrt{3}} + \frac{\operatorname{sen}(t)}{\sqrt{2}}, \frac{\operatorname{sen}(t)}{\sqrt{2}} \right) \quad \forall t \in [0, 2\pi]$$

a) $\begin{cases} 3(y-1)^2 + 5(z + \frac{3}{5})^2 - 6yz + \frac{14}{5} = 0 \\ x + y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3(y-1)^2 + 5(z + \frac{3}{5})^2 = 0 \\ x + y - 2z - 2 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3(y-1)^2 + 5(z + \frac{3}{5})^2 - 6yz + \frac{14}{5} = 0 \\ x + y - 2z - 2 = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3(y-1)^2 + 5(z + \frac{3}{5})^2 - yz = 0 \\ x - y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3(y-1)^2 + 5(z + \frac{3}{5})^2 - 6yz + \frac{14}{5} = 0 \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3(y-1)^2 + 5(z + \frac{3}{5})^2 - 1 = 0 \\ 2x - y - z - 2 = 0 \end{cases}$

Ejercicio 9. Calcule la proyección sobre el plano $x=0$ de la curva:

$$C(t) = \left(1 + \frac{\cos(t)}{\sqrt{3}} + \frac{\operatorname{sen}(t)}{\sqrt{2}}, 1 - \frac{\cos(t)}{\sqrt{3}} + \frac{\operatorname{sen}(t)}{\sqrt{2}}, \frac{\operatorname{sen}(t)}{\sqrt{2}} \right) \quad \forall t \in [0, 2\pi]$$

a)
$$\begin{cases} 3(y-1)^2 + 5(z + \frac{3}{5})^2 - 6yz + \frac{14}{5} = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 5(y-1)^2 + 3(z + \frac{3}{5})^2 + 2 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3(y+1)^2 + 5(z - \frac{3}{5})^2 + 6yz - \frac{14}{5} = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 3(y-1)^2 + 5(z + \frac{3}{5})^2 - yz = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3(y-1)^2 + 5(z + \frac{3}{5})^2 - 6yz + \frac{14}{5} = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 3(y-1)^2 + 5(z + \frac{3}{5})^2 - 1 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 10. Determine el paso de la hélice elíptica:

$$C(t) = \left(\cos(t), \frac{t}{5}, \frac{\operatorname{sen}(t)}{\sqrt{3}} \right) \quad \forall t \in [0, 2\pi]$$

a) $t = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ rad}$

d) $t = \frac{\sqrt{3}\pi}{5} \text{ rad}$

b) $t = \frac{1}{5} \text{ rad}$

e) $t = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$

c) $t = \frac{\pi}{5} \text{ rad}$

f) $t = \frac{2\pi}{5} \text{ rad}$

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN: Test nº2
(respuestas)

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
1	<i>d</i>	6	<i>b</i>
2	<i>d</i>	7	<i>e</i>
3	<i>d</i>	8	<i>b</i>
4	<i>d</i>	9	<i>c</i>
5	<i>b</i>	10	<i>f</i>