Practica nº 6: Integración Numérica

Calcular las fórmulas de integración de newton cotes cerradas y abiertas hasta diez puntos.

Crear una lista de puntos {{0,f[x[0]]},{1,f[x[1]]},....} (dependiendo del grado del polinomio)
Crear el polinomio de inetrpolación en la variable t con el comando InterpolatingPolynomial
Integrar h*p[t] en el intervalo correspondiente.
(hacer esto para valores de n desde n=1 hasta n=10 ,(desde 2 puntos a 11 puntos))

Proceso valido para ambos casos, solo varían los límites de integración

Solución

Formulas cerradas

```
For[n = 1, n ≤ 10, lista = Table[{i, f[x[i]]}, {i, 0, n}];
 p[t_] = Simplify[InterpolatingPolynomial[lista, t]];
 int[n] = Simplify[Integrate[p[t] * h, {t, 0, n}]]; Print[int[n]]; n++]
```

$$\frac{1}{2} h (f[x[0]] + f[x[1]])$$

$$\frac{1}{3} h (f[x[0]] + 4 f[x[1]] + f[x[2]])$$

$$\frac{3}{8} h (f[x[0]] + 3 f[x[1]] + 3 f[x[2]] + f[x[3]])$$

$$\frac{2}{45} h (7 f[x[0]] + 32 f[x[1]] + 12 f[x[2]] + 32 f[x[3]] + 7 f[x[4]])$$

$$\frac{5}{288} h (19 f[x[0]] + 75 f[x[1]] + 50 f[x[2]] + 50 f[x[3]] + 75 f[x[4]] + 19 f[x[5]])$$

$$\frac{1}{140} h (41 f[x[0]] + 216 f[x[1]] + 27 f[x[2]] + 272 f[x[3]] + 27 f[x[4]] + 216 f[x[5]] + 41 f[x[6]])$$

$$\frac{1}{17280} 7 h (751 f[x[0]] + 3577 f[x[1]] + 1323 f[x[2]] + 2989 f[x[3]] + 2989 f[x[4]] + 1323 f[x[5]] + 3577 f[x[6]] + 751 f[x[7]])$$

$$\frac{1}{14175} 4 h (989 f[x[0]] + 5888 f[x[1]] - 928 f[x[2]] + 10496 f[x[3]] - 4540 f[x[4]] + 10496 f[x[5]] - 928 f[x[6]] + 5888 f[x[7]] + 989 f[x[8]])$$

$$\frac{1}{89600} 9 h (2857 f[x[0]] + 15741 f[x[1]] + 1080 f[x[2]] + 19344 f[x[3]] + 5778 f[x[4]] + 5778 f[x[5]] + 19344 f[x[6]] + 1080 f[x[7]] + 15741 f[x[8]] + 2857 f[x[9]])$$

$$\frac{1}{299376} 5 h (16067 f[x[0]] + 106300 f[x[1]] - 48525 f[x[2]] + 272400 f[x[3]] - 260550 f[x[4]] + 427368 f[x[5]] - 260550 f[x[6]] + 272400 f[x[7]] - 48525 f[x[8]] + 106300 f[x[9]] + 16067 f[x[10]])$$

Formulas abiertas

```
For[n = 0, n ≤ 10, lista = Table[{i, f[x[i]]}, {i, 0, n}];
 p[t_] = Simplify[InterpolatingPolynomial[lista, t]];
 intab[n] = Simplify[Integrate[p[t] * h, {t, -1, n + 1}]];
 Print[intab[n]]; n++]
```

$$2\,h\,f[x[0]]$$

$$\frac{3}{2}\,h\,(f[x[0]]+f[x[1]])$$

$$\frac{4}{3}\,h\,(2\,f[x[0]]-f[x[1]]+2\,f[x[2]])$$

$$\frac{5}{24}\,h\,(11\,f[x[0]]+f[x[1]]+f[x[2]]+11\,f[x[3]])$$

$$\frac{3}{10}\,h\,(11\,f[x[0]]-14\,f[x[1]]+26\,f[x[2]]-14\,f[x[3]]+11\,f[x[4]])$$

$$\frac{1}{1440}\,7\,h\,(611\,f[x[0]]-453\,f[x[1]]+562\,f[x[2]]+562\,f[x[3]]-453\,f[x[4]]+611\,f[x[5]])$$

$$\frac{8}{945}\,h\,(460\,f[x[0]]-954\,f[x[1]]+2196\,f[x[2]]-2459\,f[x[3]]+2196\,f[x[4]]-954\,f[x[5]]+460\,f[x[6]])$$

$$\frac{1}{4480}\,9\,h\,(1787\,f[x[0]]-2803\,f[x[1]]+4967\,f[x[2]]-1711\,f[x[3]]-1711\,f[x[4]]+4967\,f[x[5]]-2803\,f[x[6]]+1787\,f[x[7]])$$

$$\frac{1}{4536}\,5\,h\,(4045\,f[x[0]]-11\,690\,f[x[1]]+33\,340\,f[x[2]]-55\,070\,f[x[3]]+67\,822\,f[x[4]]-55\,070\,f[x[5]]+33\,340\,f[x[6]]-11\,690\,f[x[7]]+4045\,f[x[8]])$$

$$\frac{1}{7\,257\,600}\,11\,h\,(2\,752\,477\,f[x[0]]-6\,603\,199\,f[x[1]]+15\,673\,880\,f[x[2]]-17\,085\,616\,f[x[3]]+8\,891\,258\,f[x[4]]+8\,891\,258\,f[x[5]]-17\,085\,616\,f[x[6]]+15\,673\,880\,f[x[7]]-6\,603\,199\,f[x[8]]+2\,752\,477\,f[x[9]])$$

$$\frac{1}{1925}\,h\,(9626\,f[x[0]]-35\,771\,f[x[1]]+123\,058\,f[x[2]]-266\,298\,f[x[3]]+427\,956\,f[x[4]]-494\,042\,f[x[5]]+427\,956\,f[x[6]]-266\,298\,f[x[7]]+123\,058\,f[x[8]]-35\,771\,f[x[9]]+9626\,f[x[10]])$$

Dada la función : f[x] = 1 + e^{-x} ∗ Sin[4 ∗ x], realizar la integral $\int_0^1 f[x]\,dx$ mediante las fórmulas de cuadratura cerradas de 2, 3, 4 y 5 puntos, comparar el resultado con el valor exacto de la integral.

Realizar el proceso del ejercicio anterior , sabiendo que x[i]=a+i*h a la hora de crear la lista de puntos

Solución

Formulas cerradas

```
f[x_] = 1 + e^-x * Sin[4 * x]
```

```
1 + e^-x Sin[4 x]
```

```
a = 0; b = 1;
```

```
For[n = 1, n ≤ 10, h = (b - a) / n; lista = Table[{i, f[a + i * h]}, {i, 0, n}];
 p[t_] = Simplify[InterpolatingPolynomial[lista, t]];
 int[n] = Simplify[Integrate[p[t] * h, {t, 0, n}]]; Print[int[n] // N]; n++]
```

0.860794

1.32128

1.3144

1.30859

1.30843

1.30823

1.30824

1.30825

1.30825

1.30825

```
∫_0^1 f[x] dx // N
```

```
1.30825
```

Formulas abiertas

```
For[n = 0, n ≤ 10, h = (b - a) / (n + 2);
 lista = Table[{i, f[a + (i + 1) * h]}, {i, 0, n}];
 p[t_] = Simplify[InterpolatingPolynomial[lista, t]];
 int[n] = Simplify[Integrate[p[t] * h, {t, -1, n + 1}]];
 Print[int[n] // N]; n++]
```

```
1.55152
1.4656
1.29749
1.30053
1.30747
1.30772
1.30832
1.3083
1.30825
1.30825
1.30825
```

Método Romberg

Utilizar la aplicación de Wolfram Demosntratios para entender el método de Romberg. Pinchar sobre el link que aparece a continuación.

Demostración del método de Romberg