2ª Práctica:Sistemas Lineales (Métodos Iterativos)

$$\begin{array}{l} 10\,x - y + 2\,z \\ 3\,t - x + 11\,y - z \\ -t + 2\,x - y + 10\,z \\ 8\,t + 3\,y - z \end{array} = \begin{array}{l} 6 \\ 25 \\ -11 \\ 15 \end{array}$$

Resolver el sistema A.x=b utilizando el método de Jacobi. Estudiar la convergencia del método. Error absoluto menor que 10^-3.

$$\text{Mcoef} = \begin{pmatrix} 10 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 11 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 10 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

```
{{10, -1, 2, 0}, {-1, 11, -1, 3}, {2, -1, 10, -1}, {0, 3, -1, 8}}
```

```
ind = {6, 25, -11, 15}
```

```
{6, 25, -11, 15}
```

```
Diag = Table[If[i == j, Mcoef[[i, i]], 0],
  {i, 1, Length[Mcoef]}, {j, 1, Length[Mcoef]}]
```

```
{{10, 0, 0, 0}, {0, 11, 0, 0}, {0, 0, 10, 0}, {0, 0, 0, 8}}
```

```
diagonal = Table[Mcoef[[i, i]], {i, 1, Length[Mcoef]}]
```

```
{10, 11, 10, 8}
```

```
Diag = DiagonalMatrix[diagonal]
```

```
{{10, 0, 0, 0}, {0, 11, 0, 0}, {0, 0, 10, 0}, {0, 0, 0, 8}}
```

Matriz de paso

```
MatrixForm[TJac = Inverse[Diag].(Diag - Mcoef)]
```

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{10} & -\frac{1}{5} & 0 \\ \frac{1}{11} & 0 & \frac{1}{11} & -\frac{3}{11} \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{10} & 0 & \frac{1}{10} \\ 0 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{8} & 0 \end{pmatrix}$$

```
vprop = Eigenvalues[TJac] // N
```

```
{-0.426437, 0.344478, 0.185957, -0.103999}
```

```
Max[Abs[vprop]] < 1
```

```
True
```

-Aplicar la expresión general de cálculo.(incógnita por incógnita)

Valores iniciales

```
xold = {0, 0, 0, 0}; xnew = Table[0, {Length[Mcoef]}];
tol = 10^-3; Itermax = 40; k = 1;
```

Método de Jacobi

```
While[k ≤ Itermax,

  Do[xnew[[i]] = (ind[[i]] - Sum[Mcoef[[i, j]] * xold[[j]], {j, 1, i-1}] - Sum[Mcoef[[i,
        j]] * xold[[j]], {j, i+1, Length[Mcoef]}]) / Mcoef[[i, i]], {i, 1, Length[Mcoef]}];
   error = Max[Abs[xnew - xold]]; Print["Iteración:    ",
  "Aproximación       ", "                error:    "];
  Print[k, "                ", xnew // N, "\t\t\t", N[error]]; If[error < tol,
   Print[" "]; Print["Después de  ", k, "  iteraciones la solución es:"];
   Print[ xnew // N]; Break[], k = k + 1; xold = xnew]];
```

```
Iteración:   Aproximación                    error:
1             {0.6, 2.27273, -1.1, 1.875}            2.27273
Iteración:   Aproximación                    error:
2             {1.04727, 1.71591, -0.805227, 0.885227}            0.989773
Iteración:   Aproximación                    error:
3             {0.932636, 2.05331, -1.04934, 1.13088}            0.337397
Iteración:   Aproximación                    error:
4             {1.0152, 1.9537, -0.968109, 0.973843}            0.157038
Iteración:   Aproximación                    error:
5             {0.988991, 2.01141, -1.01029, 1.02135}            0.057719
Iteración:   Aproximación                    error:
6             {1.0032, 1.99224, -0.994522, 0.994434}            0.0269168
Iteración:   Aproximación                    error:
7             {0.998128, 2.00231, -1.00197, 1.00359}            0.0100656
Iteración:   Aproximación                    error:
8             {1.00063, 1.99867, -0.999036, 0.998888}            0.00470592
Iteración:   Aproximación                    error:
9             {0.999674, 2.00045, -1.00037, 1.00062}            0.00177737
Iteración:   Aproximación                    error:
10             {1.00012, 1.99977, -0.999828, 0.999786}            0.000833212

Después de  10  iteraciones la solución es:
{1.00012, 1.99977, -0.999828, 0.999786}
```

-Aplicar la expresión matricial

Apartiendo del sistema A.x=b se transforma para aplicar el método de Jacobi.

Mediante la expresión matricial x[k+1]=c+T.x[k], siendo c=D^{-1}.b y T=D^{-1}.(D-A)

```
xold = {0, 0, 0, 0}; xnew = Table[0, {Length[Mcoef]}];
tol = 10^-3; Itermax = 40; k = 1;
```

```
c = Inverse[Diag].ind
```

$$\left\{\frac{3}{5}, \frac{25}{11}, -\frac{11}{10}, \frac{15}{8}\right\}$$

```
TJac = Inverse[Diag].(Diag - Mcoef)
```

$$\left\{\left\{0, \frac{1}{10}, -\frac{1}{5}, 0\right\}, \left\{\frac{1}{11}, 0, \frac{1}{11}, -\frac{3}{11}\right\}, \left\{-\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, 0, \frac{1}{10}\right\}, \left\{0, -\frac{3}{8}, \frac{1}{8}, 0\right\}\right\}$$

```
While[k ≤ Itermax,
    xnew = c + TJac.xold;
    error = Max[Abs[xnew - xold]];
  Print["Iteración:   ", "Aproximación      ", "              error:   "];
  Print[k, "             ", xnew // N, "\t\t\t", N[error]]; If[error < tol,
   Print[" "]; Print["Después de  ", k, "  iteraciones la solución es:"];
   Print[ xnew // N]; Break[], k = k + 1; xold = xnew]];
```

```
Iteración:   Aproximación                    error:
1             {0.6, 2.27273, -1.1, 1.875}            2.27273
Iteración:   Aproximación                    error:
2             {1.04727, 1.71591, -0.805227, 0.885227}            0.989773
Iteración:   Aproximación                    error:
3             {0.932636, 2.05331, -1.04934, 1.13088}            0.337397
Iteración:   Aproximación                    error:
4             {1.0152, 1.9537, -0.968109, 0.973843}            0.157038
Iteración:   Aproximación                    error:
5             {0.988991, 2.01141, -1.01029, 1.02135}            0.057719
Iteración:   Aproximación                    error:
6             {1.0032, 1.99224, -0.994522, 0.994434}            0.0269168
Iteración:   Aproximación                    error:
7             {0.998128, 2.00231, -1.00197, 1.00359}            0.0100656
Iteración:   Aproximación                    error:
8             {1.00063, 1.99867, -0.999036, 0.998888}            0.00470592
Iteración:   Aproximación                    error:
9             {0.999674, 2.00045, -1.00037, 1.00062}            0.00177737
Iteración:   Aproximación                    error:
10             {1.00012, 1.99977, -0.999828, 0.999786}            0.000833212

Después de  10  iteraciones la solución es:
{1.00012, 1.99977, -0.999828, 0.999786}
```

Resolver el sistema A.x=b utilizando el método de Gauss-Seidel.

Estudiar la convergencia del método.
Error absoluto menor que 10^-3.

-Aplicar la expresión general de cálculo.(incógnita por incógnita)

```
xold = {0, 0, 0, 0}; xnew = {0, 0, 0, 0}; tol = 10^-3; Itermax = 40; k = 1;
```

```
While[k ≤ Itermax,

  Do[xnew[[i]] = (ind[[i]] - Sum[Mcoef[[i, j]] * xnew[[j]], {j, 1, i-1}] - Sum[Mcoef[[i,
        j]] * xold[[j]], {j, i+1, Length[Mcoef]}]) / Mcoef[[i, i]], {i, 1, Length[Mcoef]}];
   error = Max[Abs[xnew - xold]]; Print["Iteración:   ",
   "Aproximación      ", "              error:   "];
  Print[k, "              ", xnew // N, "\t\t\t", N[error]]; If[error < tol,
   Print[" "]; Print["Después de  ", k, "  iteraciones la solución es:"];
   Print[ xnew // N]; Break[], k = k + 1; xold = xnew]];
```

```
Iteración:   Aproximación                    error:
1             {0.6, 2.32727, -0.987273, 0.878864}            2.32727
Iteración:   Aproximación                    error:
2             {1.03018, 2.03694, -1.01446, 0.984341}            0.430182
Iteración:   Aproximación                    error:
3             {1.00659, 2.00356, -1.00253, 0.998351}            0.033383
Iteración:   Aproximación                    error:
4             {1.00086, 2.0003, -1.00031, 0.99985}            0.00572406
Iteración:   Aproximación                    error:
5             {1.00009, 2.00002, -1.00003, 0.999988}            0.000769698

Después de  5  iteraciones la solución es:
{1.00009, 2.00002, -1.00003, 0.999988}
```

-Aplicar la expresión matricial

Apartiendo del sistema A.x=b se transforma para aplicar el método de Jacobi.

Mediante la expresión matricial x[k+1]=c+T.x[k], siendo c=$(L+D)^{-1}$.b y T=$(L+D)^{-1}$.((L+D)-A)

```
xold = {0, 0, 0, 0}; xnew = Table[0, {Length[Mcoef]}];
tol = 10^-3; Itermax = 40; k = 1;
```

```
lmasd = Table[If[i ≥ j, Mcoef[[i, j]], 0],
  {i, 1, Length[Mcoef]}, {j, 1, Length[Mcoef]}]
```

```
{{10, 0, 0, 0}, {-1, 11, 0, 0}, {2, -1, 10, 0}, {0, 3, -1, 8}}
```

```
c = Inverse[lmasd].ind
```

$$\left\{\frac{3}{5}, \frac{128}{55}, -\frac{543}{550}, \frac{3867}{4400}\right\}$$

```
TGs = Inverse[lmasd].(lmasd - Mcoef)
```

$$\left\{\left\{0, \frac{1}{10}, -\frac{1}{5}, 0\right\}, \left\{0, \frac{1}{110}, \frac{4}{55}, -\frac{3}{11}\right\}, \left\{0, -\frac{21}{1100}, \frac{13}{275}, \frac{4}{55}\right\}, \left\{0, -\frac{51}{8800}, -\frac{47}{2200}, \frac{49}{440}\right\}\right\}$$

```
Max[Abs[Eigenvalues[TGs]]] < 1
```

```
True
```

```
While[k ≤ Itermax,
    xnew = c + TGs.xold;
    error = Max[Abs[xnew - xold]];
  Print["Iteración:   ", "Aproximación      ", "              error:   "];
  Print[k, "             ", xnew // N, "\t\t\t", N[error]]; If[error < tol,
   Print[" "]; Print["Después de  ", k, "  iteraciones la solución es:"];
   Print[ xnew // N]; Break[], k = k + 1; xold = xnew]];
```

Iteración:	Aproximación	error:
1	{0.6, 2.32727, −0.987273, 0.878864}	2.32727
Iteración:	Aproximación	error:
2	{1.03018, 2.03694, −1.01446, 0.984341}	0.430182
Iteración:	Aproximación	error:
3	{1.00659, 2.00356, −1.00253, 0.998351}	0.033383
Iteración:	Aproximación	error:
4	{1.00086, 2.0003, −1.00031, 0.99985}	0.00572406
Iteración:	Aproximación	error:
5	{1.00009, 2.00002, −1.00003, 0.999988}	0.000769698

Después de 5 iteraciones la solución es:

{1.00009, 2.00002, −1.00003, 0.999988}