Hoja II.8

SOLUCIÓN DE ALGUNOS APARTADOS DEL EJERCICIO 1

$$\textbf{1a -}\quad f(\mathbf{x}) = \begin{cases} 80 & \varphi_{2^{120}}(4^{52})\downarrow \\ 90 & \text{c.c.} \end{cases}$$

El resultado de la función no depende de x y será siempre el mismo por lo que hay dos posibles soluciones y por tanto dos posibles programas para esta función:

X0 := false;

o bien

X0 := true;

$$1\text{b} \qquad \mathbf{g}(x) = \begin{cases} \text{true} & \exists y \varphi_y(y) \cong \varphi_{2*y+27}(2*y+8) \\ \text{false} & \text{c.c.} \end{cases}$$

En este caso sabemos que la condición no se cumple, por lo que concoemso el programa que demuestra la computabilidad de esta función:

X0 := false;

Hoja II.8

1-e - $$\mathbf{d}(x) = \begin{cases} \text{true} & \exists y < x\ (\forall z\ \varphi_y(z)\uparrow) \\ \text{false} & \text{c.c.} \end{cases}$$

La condición de la función es si existe un índice de la función vacía menor que la entrada. Si conociéramos el menor índice para la función vacía bastaría con comparar la entrada con dicho valor. Por tanto, si **n** es el menor índice de la función vacía, es decir, $\varphi_{\mathbf{n}} \cong ⫫ \wedge \forall e(\varphi_{\mathbf{e}} \cong ⫫) \rightarrow e>n$, entonces podemos describir la función de la siguiente manera

$$d(\mathbf{x}) = \begin{cases} \text{true} & \mathbf{x} \geq \mathbf{n} \\ \text{false} & \text{c.c.} \end{cases}$$

para cierta constante n que no conocemos. O dicho de otra manera el programa que computa la función d es uno con la forma

```
X0:= false;
if X1≥N then X0:= true end if;
```

Tendríamos tantos programas posibles como valores de N, es decir, un conjunto infinito.

Hoja II.8

$$\mathbf{1\text{-}f}\ k(\mathbf{x}) = \begin{cases} 3 & \exists y < x\ (\forall z < 300\ (\varphi_y(z) > 3000)\ ) \\ 2 & \text{lo anterior es falso} \wedge \exists y < x\ (\forall z < 200\ (\varphi_y(z) > 2000)\ ) \\ 1 & \text{los anteriores son falsos} \wedge \exists y < x\ (\forall z < 100\ (\varphi_y(z) > 1000)\ ) \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

Sea **n** el menor índice tal que $\forall z < 300\ (\varphi_y(z) > 3000)$

Sea **j** el menor índice tal que $\forall z < 200\ (\varphi_y(z) > 2000)$

Sea **k** el menor índice tal que $\forall z < 100\ (\varphi_y(z) > 1000)$

Podemos definir la función como una función por casos donde las condiciones a comprobar consiste en comparar la entrada con esas constantes. Según los casos la función podría definirse de la siguiente manera:

Caso 1: $n \geq j \geq k$

$$k(\mathbf{x}) = \begin{cases} 3 & x \geq n \\ 2 & j \leq x < n \\ 1 & k \leq x < j \\ 0 & x < k \end{cases}$$

Caso 2: $j \geq n \geq k$ ó $n \geq k \geq j$

$$k(\mathbf{x}) = \begin{cases} 3 & x \geq n \\ 1 & k \leq x \leq n \\ 0 & \mathbf{c.c} \end{cases}$$

Caso 3: $k \geq n \geq j$

$$k(\mathbf{x}) = \begin{cases} 3 & x \geq n \\ 2 & j \leq x \leq n \\ 0 & \mathbf{c.c} \end{cases}$$

Caso 4: $k \geq j \geq n$ ó $j \geq k \geq n$

$$k(\mathbf{x}) = \begin{cases} 3 & x \geq n \\ & \\ 0 & \mathbf{c.c} \end{cases}$$

Caso 5: $n \geq k \geq j$

$$k(\mathbf{x}) = \begin{cases} 3 & x \geq n \\ 2 & k \leq x < n \\ 0 & \mathbf{c.c} \end{cases}$$

Hoja II.8

1.k $\chi(\mathbf{x}) \cong \begin{cases} x & x \mid \varphi_{2^{120}}(4^{52}) \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$ {| significa "es divisor de"}

El conjunto de divisores siempre será un número finito. Sea $\{n_1, n_2, n_3, \ldots n_k\}$ el conjunto de divisores por el que se pregunta el condición. Podemos definir la función como una función por casos convirtiendo la condición en una comparación de la entrada con ese conjunto de valores.

$$\chi(x) = \begin{cases} x & \mathbf{x} = n_1 \vee \mathbf{x} = n_2 \vee \ldots \vee \mathbf{x} = n_{\mathbf{k}} \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$