Ejercicios

III.11. REDUCCION

PRERREQUISITOS:

- ❑ Entender el mecanismo lógico de la reducción y conocer sus fases
- ❑ Conocer la definición de reducibilidad y su significado intuitivo
- ❑ Conocer el enunciado del Teorema s-m-n

PROBLEMAS:

A. APRENDER A UTILIZAR LA TÉCNICA DE REDUCCIÓN DE FORMA MANUAL

1. Demuestra que los siguientes conjuntos no son decidibles:

   a) A = { (x,y,n): Al ejecutarse P_x sobre y, se ejecuta alguna vez la n-ésima asignación (contada según su orden en el texto de P_x) }

   b) B = { (x,y,n,u,v): Al ejecutarse P_x sobre y, la variable XN siempre se mantiene entre los valores u y v }

   c) C = { (x,y,n,m): Al ejecutarse P_x sobre y, el n-ésimo bucle de P_x (contado según su orden en el texto de P_x) se ejecuta exactamente m veces }

   d) D = { (x,y): Al ejecutarse P_x sobre y, el programa no consigue salir nunca del primer bucle de P_x (contado según su orden en el texto de P_x) }

   e) E = { (x,y): la ejecución del programa P_x sobre el dato y termina, y al final de la misma las variables X2, X3 y X4 tienen el valor ε }

B. PARA ACOSTUMBRARSE A RAZONAR SOBRE EL CONCEPTO DE REDUCIBILIDAD

2. Demuestra que las siguientes propiedades relativas a la reducibilidad son válidas para cualesquiera conjuntos A, B y C:

   a) $A \leq A$

   b) $A \leq B \wedge B \leq C \Rightarrow A \leq C$

   c) $A \leq B \Leftrightarrow \overline{A} \leq \overline{B}$

   d) $A \leq \overline{A} \wedge A \in \Sigma_1 \Rightarrow A \in \Sigma_0$

   e) $A \in \Sigma_1 \wedge B \in \Sigma_1 \wedge A \cup B = \Sigma^* \wedge A \cap B \neq \varnothing \Rightarrow A \leq A \cap B$

   f) $C \in \Sigma_1 \Rightarrow C \leq K$

   g) $A \in \Sigma_0 \wedge B \in \Sigma_0 - \{ \varnothing, \Sigma^* \} \Rightarrow A \leq B$.

C. PARA APRENDER A DEMOSTRAR RESULTADOS DE REDUCIBILIDAD Y/O INCOMPUTABILIDAD POR REDUCCIÓN MEDIANTE EL TEOREMA S-M-N

3. Demuestra utilizando el teorema s-m-n que los siguientes conjuntos no son decidibles:

   a) PERM
   b) $\{ x : \varphi_x$ converge sobre los pares $\}$
   c) $\{ x: \varphi_x$ converge sobre algún par $\}$
   d) $\{ x : W_x = \{ y : y \bmod 2 \neq 0 \} \}$
   e) FIN
   f) $\overline{\text{FIN}}$
   g) $\{ x : \varphi_x(x) = x \}$
   h) $\{ x : |W_x| = 1 \}$

4. Demuestra utilizando el teorema s-m-n que los siguientes conjuntos no son semidecidibles:

   a) CONS
   b) $\{ x : W_x = \{ y : y \bmod 2 \neq 0 \} \}$
   c) $\{ x : |\overline{W_x}| = 3 \}$
   d) $\{ x : \forall y > x\ (\varphi_x(y) > y^2) \}$
   e) FIN
   f) $\overline{\text{FIN}}$