

PROBLEMA DE PARADA

- ◆ La función $\text{Halt}(x, y) \cong \begin{cases} \text{true} & \varphi_x(y) \downarrow \\ \text{false} & \varphi_x(y) \uparrow \end{cases}$ no es computable

Demostración: Por reducción al absurdo.

Suponemos Halt computable. Construimos por diagonalización una nueva función:

$$\delta(x) \cong \begin{cases} 10 & \neg \text{Halt}(x, x) \\ \perp & \text{Halt}(x, x) \end{cases}$$

χ es una función computable (definición por casos), por tanto, existe un índice e tal que $\delta \cong \varphi_e$

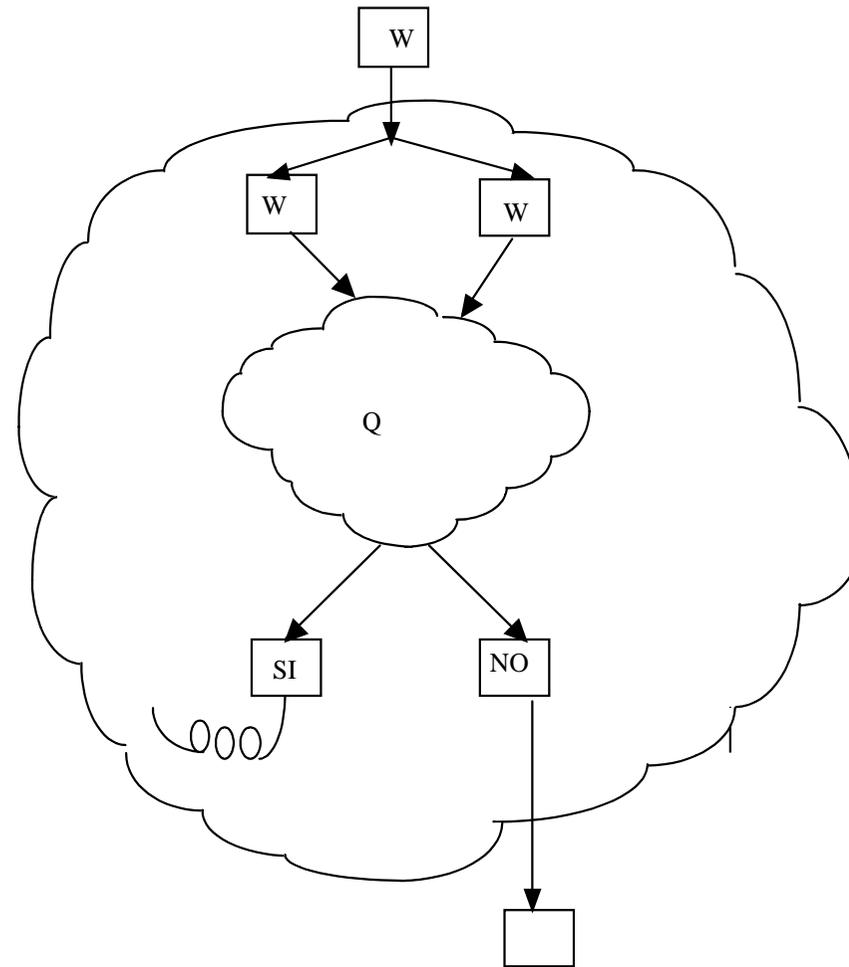
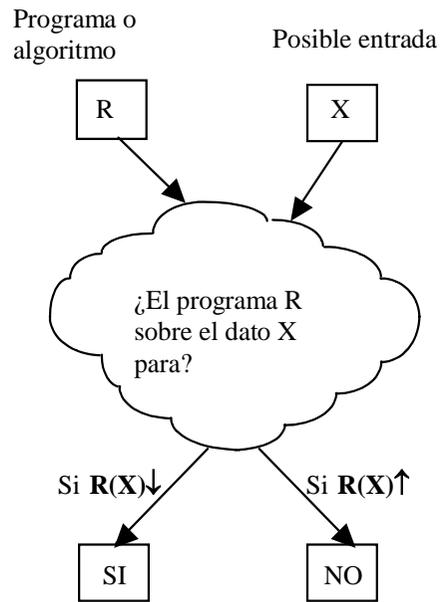
Veamos que $\delta(e)$ no puede ni converger ni divergir:

$$\delta(e) \downarrow \Rightarrow \text{Halt}(e, e) = \text{false} \Rightarrow \varphi_e(e) \uparrow \Rightarrow \delta(e) \uparrow$$

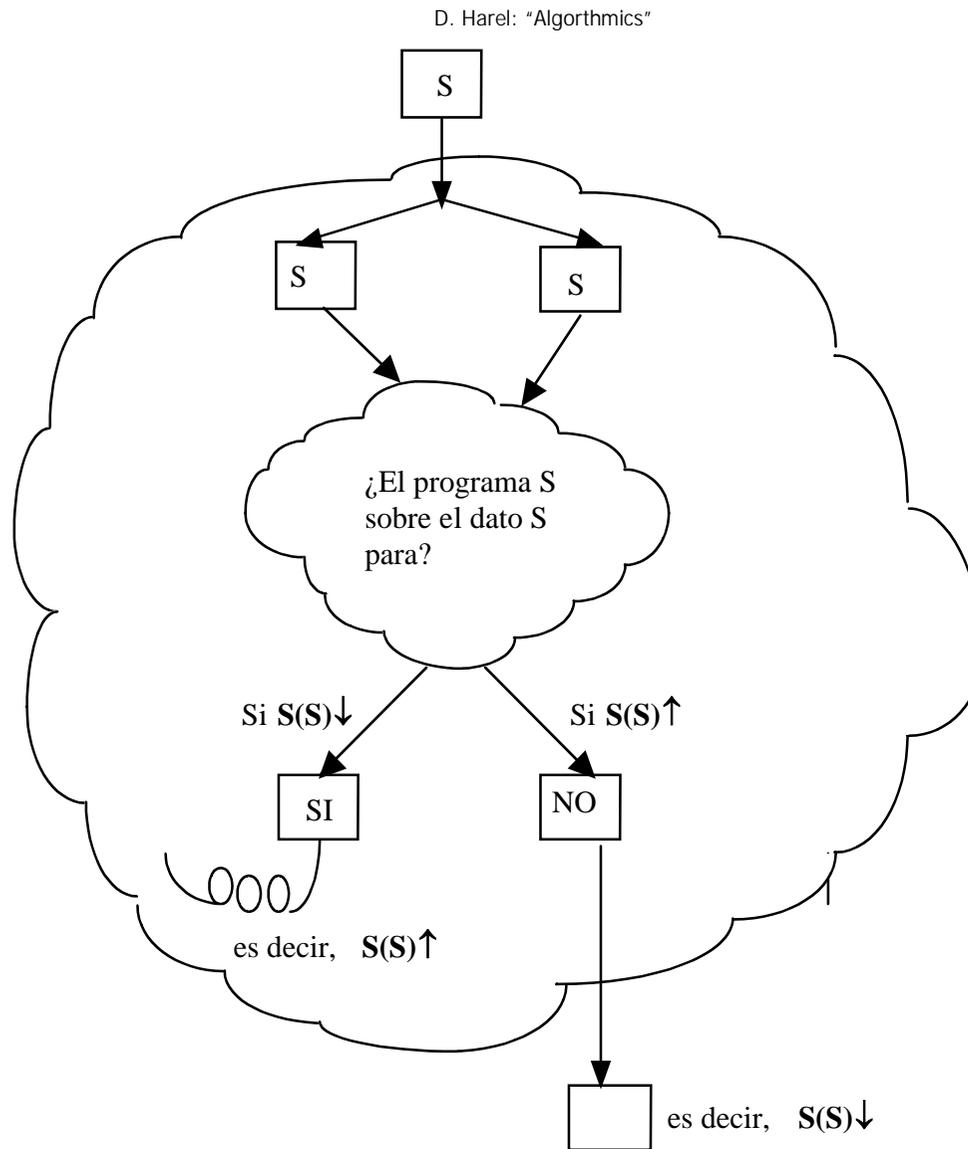
$$\delta(e) \uparrow \Rightarrow \text{Halt}(e, e) = \text{true} \Rightarrow \varphi_e(e) \downarrow \Rightarrow \delta(e) \downarrow$$

$$\delta(e) \uparrow \Leftrightarrow \delta(e) \downarrow$$

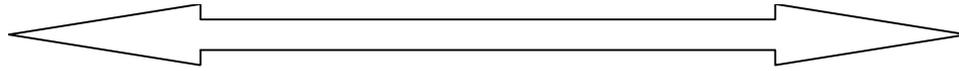
Llegamos a una contradicción, luego la hipótesis que hemos hecho es falsa: Halt no es computable.



D. Harel: "Algorithmics"



Todas las funciones computables



x	φ_0	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	δ
0	↓	↑	↓	↓	↓	↓	↑					↑
1	↓	↑	↓	↓	↑	↓	↑					↓
2	↓	↑	↓	↓	↑	↓	↑					↑
3	↓	↑	↓	↑	↑	↓	↑	↓
4	↓	↑	↑	↑	↓	↓	↑					↑
5	↓	↓	↓	↑	↑	↓	↑					↑
6	↓	↓	↓	↓	↑	↓	↑					↓
...												

↑ ↑ ↑
 Información de cada función que nos da *Halt*

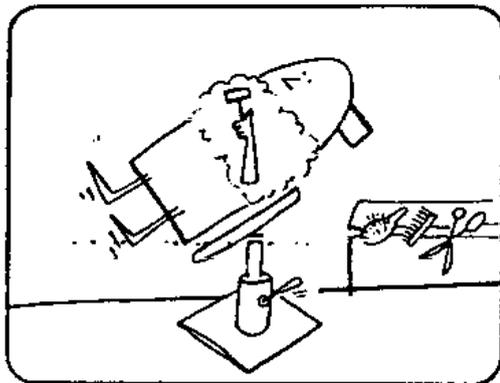
↑
 Lo que sabemos de $\varphi_x(x)$ gracias a *Halt(x,x)*
 ...

↑
 Si la función δ fuera φ_5 entonces debería converger en el punto 5

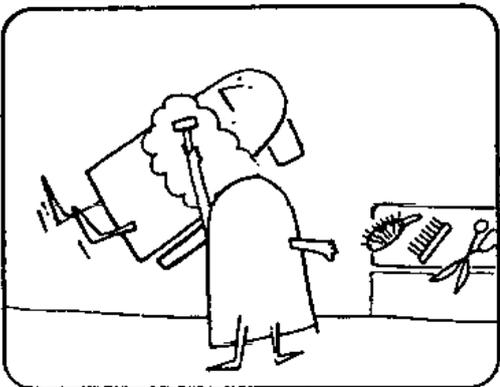
La paradoja del barbero



La famosa paradoja del barbero fue propuesta por Bertrand Russell. Si en la luna de la peluquería vemos el cartel de la viñeta, ¿quién afeita al barbero?



De afeitarse él a sí mismo formaría parte del conjunto de hombres que se afeitan a sí mismos. Su anuncio dice que él *nunca* afeita a miembros de tal conjunto. Por tanto, el barbero *no puede* afeitarse a sí mismo.



Si otra persona afeita al figaro, él no se afeita a sí mismo. Pero su anuncio dice que él *sí* afeita a todos estos hombres. Por consiguiente, no es otra persona quien rasura al barbero. ¡Parece como si *nadie* pudiera afeitarle!

¡Ajá! Paradojas Martin Gardner. Ed. Labor S.A. 1.984

FASES DEL MÉTODO DE DIAGONALIZACIÓN

- ◆ Justificación
 - * ¿Tenemos razones para sospechar que Ψ no es computable?

- ◆ Planificación
 - * ¿Qué “información” proporciona Ψ ?
 - * ¿Cómo podemos usar esa información para construir otra función δ distinta de todas las funciones computables?

- ◆ Contrucción
 - * Hipótesis de computabilidad de Ψ
 - * Definición formal de δ
 - * Demostración de la computabilidad de δ

- ◆ Demostración
 - * ¿Dónde surgirá la contradicción de δ ?
 - * Obtención de la contradicción