



Aplicaciones del PTV

Introducción



Introducción



Introducción

En esta parte se exponen dos aplicaciones derivadas del Principio de los Trabajos Virtuales (PTV). La primera es el Teorema de los desplazamientos virtuales (TDV). Tiene poca aplicación práctica y sirve para obtener alguna reacción exterior o axial en estructuras articuladas sin necesidad de calcular todas las reacciones y esfuerzos, y sin tener que emplear las ecuaciones de la estática.



Introducción

En esta parte se exponen dos aplicaciones derivadas del Principio de los Trabajos Virtuales (PTV). La primera es el Teorema de los desplazamientos virtuales (TDV). Tiene poca aplicación práctica y sirve para obtener alguna reacción exterior o axil en estructuras articuladas sin necesidad de calcular todas las reacciones y esfuerzos, y sin tener que emplear las ecuaciones de la estática.

La segunda es el Teorema de las fuerzas virtuales (TFV) ó método de la carga unitaria. Este método, en combinación con las tablas de integrales de Mohr, es muy útil para determinar flechas o giros, ya que el número de operaciones a realizar es muy pequeño. También se emplea para resolver problemas de hiperestaticidad dando lugar al método de las deformaciones consistentes.



Aplicaciones del PTV

Introducción



Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los
desplazamientos
virtuales



Aplicaciones del PTV

Introducción

Definición

Teorema de los
desplazamientos
virtuales



Definición



Definición

Como se comentó anteriormente, el Teorema permite calcular las reacciones exteriores y los axiles sin utilizar las ecuaciones de equilibrio. Dicho Teorema se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales a un caso del cual se conocen todos los datos que intervienen en la ecuación menos la reacción o la sollicitación que se propone calcular



Definición

Como se comentó anteriormente, el Teorema permite calcular las reacciones exteriores y los axiles sin utilizar las ecuaciones de equilibrio. Dicho Teorema se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales a un caso del cual se conocen todos los datos que intervienen en la ecuación menos la reacción o la sollicitación que se propone calcular

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Definición

Como se comentó anteriormente, el Teorema permite calcular las reacciones exteriores y los axiles sin utilizar las ecuaciones de equilibrio. Dicho Teorema se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales a un caso del cual se conocen todos los datos que intervienen en la ecuación menos la reacción o la sollicitación que se propone calcular

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales



Definición

Como se comentó anteriormente, el Teorema permite calcular las reacciones exteriores y los axiles sin utilizar las ecuaciones de equilibrio. Dicho Teorema se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales a un caso del cual se conocen todos los datos que intervienen en la ecuación menos la reacción o la sollicitación que se propone calcular

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$



Definición

Como se comentó anteriormente, el Teorema permite calcular las reacciones exteriores y los axiles sin utilizar las ecuaciones de equilibrio. Dicho Teorema se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales a un caso del cual se conocen todos los datos que intervienen en la ecuación menos la reacción o la sollicitación que se propone calcular

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema de acciones:
Acciones reales



Definición

Como se comentó anteriormente, el Teorema permite calcular las reacciones exteriores y los axiles sin utilizar las ecuaciones de equilibrio. Dicho Teorema se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales a un caso del cual se conocen todos los datos que intervienen en la ecuación menos la reacción o la sollicitación que se propone calcular

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema de acciones:
Acciones reales

Sistema de desplazamientos:
Uno imaginario conveniente



Definición

Como se comentó anteriormente, el Teorema permite calcular las reacciones exteriores y los axiles sin utilizar las ecuaciones de equilibrio. Dicho Teorema se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales a un caso del cual se conocen todos los datos que intervienen en la ecuación menos la reacción o la sollicitación que se propone calcular

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema de acciones:
Acciones reales

Sistema de desplazamientos:
Uno imaginario conveniente

Incógnitas de la ecuación



Definición

Como se comentó anteriormente, el Teorema permite calcular las reacciones exteriores y los axiles sin utilizar las ecuaciones de equilibrio. Dicho Teorema se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales a un caso del cual se conocen todos los datos que intervienen en la ecuación menos la reacción o la sollicitación que se propone calcular

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales

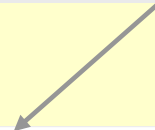
$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema de acciones:
Acciones reales

Sistema de desplazamientos:
Uno imaginario conveniente

Alguna reacción exterior

Incógnitas de la ecuación





Definición

Como se comentó anteriormente, el Teorema permite calcular las reacciones exteriores y los axiles sin utilizar las ecuaciones de equilibrio. Dicho Teorema se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales a un caso del cual se conocen todos los datos que intervienen en la ecuación menos la reacción o la sollicitación que se propone calcular

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema de acciones:
Acciones reales

Sistema de desplazamientos:
Uno imaginario conveniente

Alguna reacción exterior

o bien

Incógnitas de la ecuación



Definición

Como se comentó anteriormente, el Teorema permite calcular las reacciones exteriores y los axiles sin utilizar las ecuaciones de equilibrio. Dicho Teorema se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales a un caso del cual se conocen todos los datos que intervienen en la ecuación menos la reacción o la sollicitación que se propone calcular

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema de acciones:
Acciones reales

Sistema de desplazamientos:
Uno imaginario conveniente

Alguna reacción exterior

o bien

El esfuerzo axil de alguna barra

Incógnitas de la ecuación



Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los
desplazamientos
virtuales

Definición



Aplicaciones del PTV

Introducción

Definición

Teorema de los
desplazamientos
virtuales

Aplicaciones



Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales

Definición

Aplicaciones

Obtención de reacciones exteriores



Aplicaciones del PTV

Introducción

Definición

Obtención de
reacciones
exteriores

Descripción

Aplicaciones

Teorema de los
desplazamientos
virtuales



Descripción



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

Se plantea un movimiento cualquiera de la estructura con tal de que sea compatible con los enlaces exteriores. Este movimiento se realiza de manera que sólo produzca trabajo una de las reacciones exteriores. El valor de esta reacción se obtiene despejándola de la ecuación según se muestra en el esquema siguiente:



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema A de acciones:



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema A de acciones:



Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + sollicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Dato de partida

Sistema A de acciones:

→ Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + sollicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Dato de partida

Incógnitas

Sistema A de acciones:



Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + sollicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Dato de partida

Incógnitas

Incógnitas

Sistema A de acciones:



Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

Objetivo: conocer R_A

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Dato de partida

Incógnitas

Incógnitas

Sistema A de acciones:



Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + sollicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

**Sistema B de desplazamientos:
Uno imaginario conveniente**

Objetivo: conocer R_A

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Dato de partida

Incógnitas

Incógnitas

Sistema A de acciones:



Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

Sistema B de desplazamientos:
 Uno imaginario conveniente

→ Se desea que desaparezcan todas las incógnitas fuerza de la ecuación salvo R_A . Para ello se realiza un movimiento de sólido rígido en el que sólo trabaje dicha reacción

Objetivo: conocer R_A

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Dato de partida

Incógnitas

Incógnitas

Sistema A de acciones:

→ Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

Sistema B de desplazamientos:
 Uno imaginario conveniente

→ Se desea que desaparezcan todas las incógnitas fuerza de la ecuación salvo R_A . Para ello se realiza un movimiento de sólido rígido en el que sólo trabaje dicha reacción

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Dato de partida

Incógnitas

Incógnitas

Sistema A de acciones:



Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + sollicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

Sistema B de desplazamientos:
 Uno imaginario conveniente

→ Se desea que desaparezcan todas las incógnitas fuerza de la ecuación salvo R_A . Para ello se realiza un movimiento de sólido rígido en el que sólo trabaje dicha reacción

Estas incógnitas son nulas, ya que los movimientos de los tramos son de sólido rígido

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A \alpha_B + \int_0^L T_A \alpha_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta_B$$

↑
↑
↑

↓
↓
↓

↓
↓
↓

↓
↓
↓

↓
↓
↓

Sistema A de acciones:

→ Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

Sistema B de desplazamientos:
 Uno imaginario conveniente

→ Se desea que desaparezcan todas las incógnitas fuerza de la ecuación salvo R_A . Para ello se realiza un movimiento de sólido rígido en el que sólo trabaje dicha reacción

Estos movimientos son nulos, excepto el de la reacción R_A

Estas incógnitas son nulas, ya que los movimientos de los tramos son de sólido rígido

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A \alpha \theta_B + \int_0^L T_A \alpha \psi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

↓ Dato de partida
↓ Incógnitas
↓ Incógnitas
↓ Incógnitas

Sistema A de acciones:

→ Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

Sistema B de desplazamientos:
 Uno imaginario conveniente

→ Se desea que desaparezcan todas las incógnitas fuerza de la ecuación salvo R_A . Para ello se realiza un movimiento de sólido rígido en el que sólo trabaje dicha reacción

Estos movimientos son nulos, excepto el de la reacción R_A

Estas incógnitas son nulas, ya que los movimientos de los tramos son de sólido rígido

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A \alpha \theta_B + \int_0^L T_A \alpha \phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

↓ Dato de partida
↓ Incógnitas
↓ Incógnitas
↓ Incógnitas

Sistema A de acciones:

→ Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

Sistema B de desplazamientos:
Uno imaginario conveniente

→ Se desea que desaparezcan todas las incógnitas fuerza de la ecuación salvo R_A . Para ello se realiza un movimiento de sólido rígido en el que sólo trabaje dicha reacción

Los movimientos realizados se obtienen por trigonometría

Estos movimientos son nulos, excepto el de la reacción R_A

Estas incógnitas son nulas, ya que los movimientos de los tramos son de sólido rígido

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A \alpha \theta_B + \int_0^L T_A \alpha \psi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Diagram description: The equation above is annotated with arrows and red marks. An arrow points from the text '1 incógnita' to the $\sum R_A \cdot \Delta'_B$ term. Another arrow points from the text 'Dato de partida' to the $\sum F_A \cdot \Delta_B$ term. A third arrow points from the text 'Incógnitas' to the $\sum R_A \cdot \Delta'_B$ term. A fourth arrow points from the text 'Incógnitas' to the $\int_0^L M_A \alpha \theta_B$ term. A fifth arrow points from the text 'Incógnitas' to the $\int_0^L T_A \alpha \psi_B$ term. A sixth arrow points from the text 'Incógnitas' to the $\sum N_A \cdot \Delta L_B$ term. Red 'X' marks are placed over the $\alpha \theta_B$, $\alpha \psi_B$, and ΔL_B terms, indicating they are to be eliminated.

Sistema A de acciones:

→ Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

Sistema B de desplazamientos:
Uno imaginario conveniente

→ Se desea que desaparezcan todas las incógnitas fuerza de la ecuación salvo R_A . Para ello se realiza un movimiento de sólido rígido en el que sólo trabaje dicha reacción

Los movimientos realizados se obtienen por trigonometría

Estos movimientos son nulos, excepto el de la reacción R_A

Estas incógnitas son nulas, ya que los movimientos de los tramos son de sólido rígido

$$\underbrace{\sum F_A \cdot \Delta_B}_{\text{Dato de partida}} + \underbrace{\sum R_A \cdot \Delta'_B}_{\text{1 incógnita}} = \sum \left[\int_0^L \cancel{M_A \alpha \theta_B} + \int_0^L \cancel{T_A \alpha \phi_B} \right] + \sum \cancel{N_A \Delta L_B}$$

Incógnitas
Incógnitas
Incógnitas

Sistema A de acciones:

→ Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

$$\underbrace{\sum F_A \cdot \Delta_B}_{\text{Conocido}} + \underbrace{\sum R_A \cdot \Delta'_B}_{1 \text{ incógnita}} = \sum \left[\int_0^L M_A \alpha \theta_B + \int_0^L T_A \alpha \psi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

The image shows the virtual work equation with annotations. The first term, $\sum F_A \cdot \Delta_B$, is circled in grey and labeled "Conocido" (Known) with a red arrow. The second term, $\sum R_A \cdot \Delta'_B$, is also circled in grey and labeled "1 incógnita" (1 unknown) with a red arrow. The terms $M_A \alpha \theta_B$ and $T_A \alpha \psi_B$ inside the brackets are crossed out with large red 'X' marks. The term $N_A \cdot \Delta L_B$ is also crossed out with a large red 'X' mark.



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

$$\underbrace{\sum F_A \cdot \Delta_B}_{\text{Conocido}} + \underbrace{\sum R_A \cdot \Delta'_B}_{\text{1 incógnita}} = \sum \left[\int_0^L M_A \alpha \theta_B + \int_0^L T_A \alpha \psi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

De esta ecuación se despeja R_A



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

$$\underbrace{\sum F_A \cdot \Delta_B}_{\text{Conocido}} + \underbrace{\sum R_A \cdot \Delta'_B}_{1 \text{ incógnita}} = \sum \left[\int_0^L M_A \alpha \theta_B + \int_0^L T_A \alpha \phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta_B$$

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + R \cdot \Delta_R = 0$$



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A \alpha \theta_B + \int_0^L T_A \alpha \phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta_B$$

Diagrama de la ecuación anterior con anotaciones:

- Una elipse rodea el término $\sum F_A \cdot \Delta_B$ con una flecha roja que apunta al texto "Conocido" debajo.
- Una elipse rodea el término $\sum R_A \cdot \Delta'_B$ con una flecha roja que apunta al texto "1 incógnita" encima.
- Los términos $\int_0^L M_A \alpha \theta_B$, $\int_0^L T_A \alpha \phi_B$ y $\sum N_A \cdot \Delta_B$ están tachados con una gran X roja.

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + R \cdot \Delta_R = 0$$

Movimiento de R



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A \alpha \theta_B + \int_0^L T_A \alpha \phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Diagrama de la ecuación anterior con anotaciones:

- Una elipse rodea a $\sum F_A \cdot \Delta_B$ con la etiqueta "Conocido" debajo.
- Una elipse rodea a $\sum R_A \cdot \Delta'_B$ con la etiqueta "1 incógnita" encima.
- Las expresiones $\int_0^L M_A \alpha \theta_B$, $\int_0^L T_A \alpha \phi_B$ y $\sum N_A \cdot \Delta L_B$ están tachadas con una gran X roja.

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + R \cdot \Delta_R = 0$$

$$R = \frac{\sum F_A \cdot \Delta_B}{\Delta_R}$$

Movimiento de R



Descripción

El objetivo consiste en utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca en ella como única incógnita una reacción exterior

$$\underbrace{\sum F_A \cdot \Delta_B}_{\text{Conocido}} + \underbrace{\sum R_A \cdot \Delta'_B}_{1 \text{ incógnita}} = \sum \left[\int_0^L M_A \alpha \theta_B + \int_0^L T_A \alpha \phi_B \right] + \sum N_A \Delta L_B$$

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + R \cdot \Delta_R = 0$$

$$R = \frac{\sum F_A \cdot \Delta_B}{\Delta_R}$$

Movimiento de R



Aplicaciones del PTV

Introducción

Definición

Teorema de los desplazamientos virtuales

Aplicaciones

Obtención de reacciones exteriores

Descripción



Aplicaciones del PTV

Introducción

Definición

Obtención de
reacciones
exteriores

Descripción
Ejemplo

Aplicaciones

Teorema de los
desplazamientos
virtuales

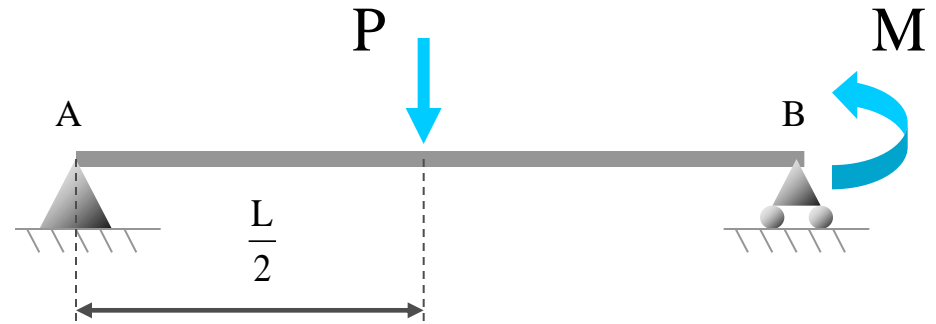


Ejemplo



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

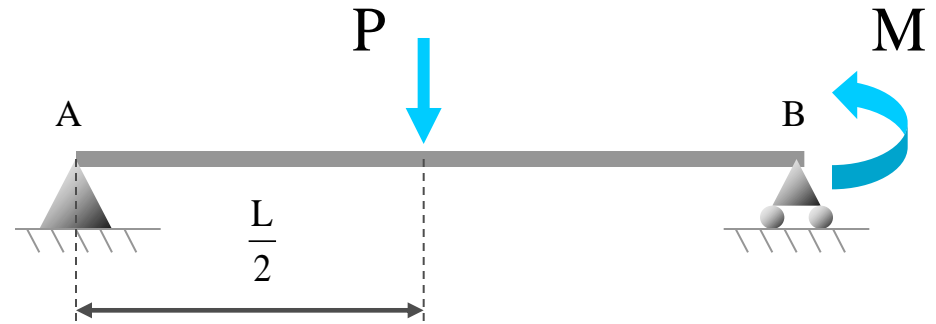




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura


- Reacción en A
- Reacción en B

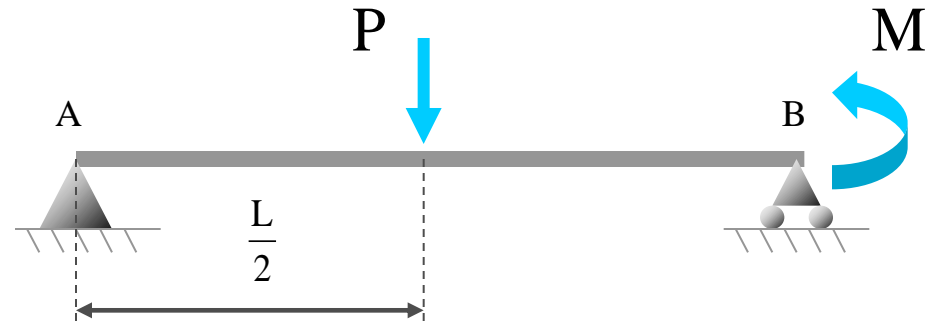




Ejemplo


Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

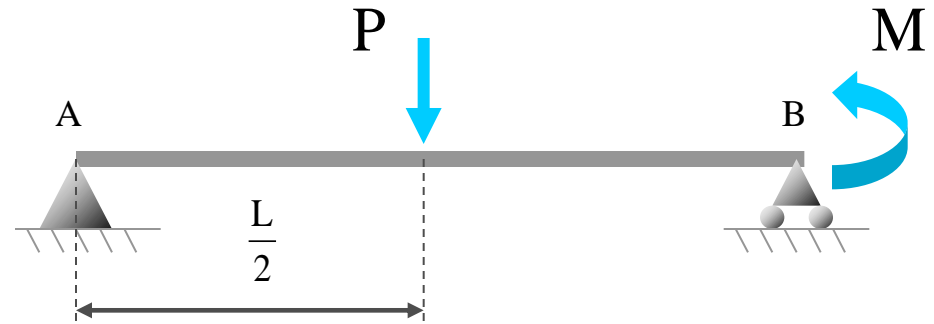
- Reacción en A 
- Reacción en B



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A 
- Reacción en B



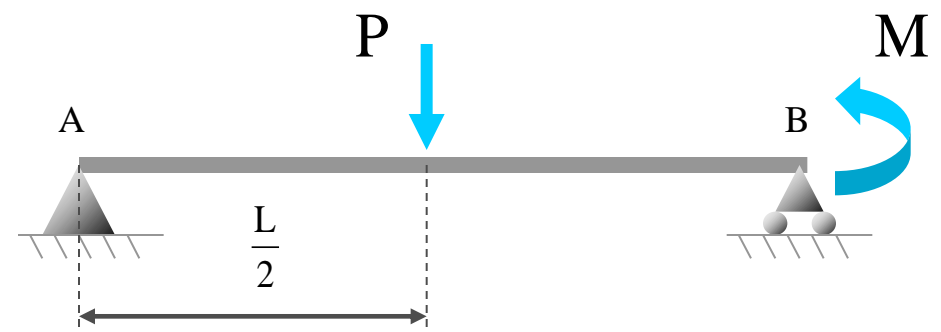
El sistema de fuerzas en equilibrio que se emplea está formado por las acciones y reacciones reales sobre la estructura



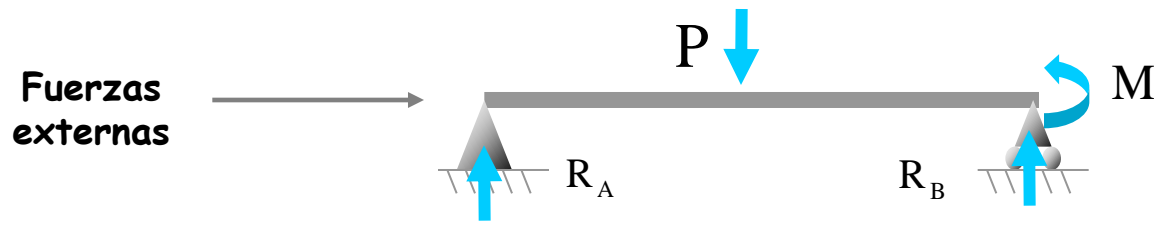
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



El sistema de fuerzas en equilibrio que se emplea está formado por las acciones y reacciones reales sobre la estructura

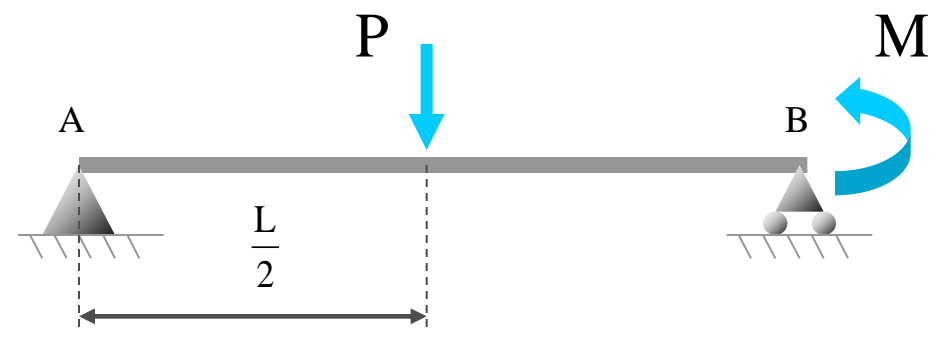




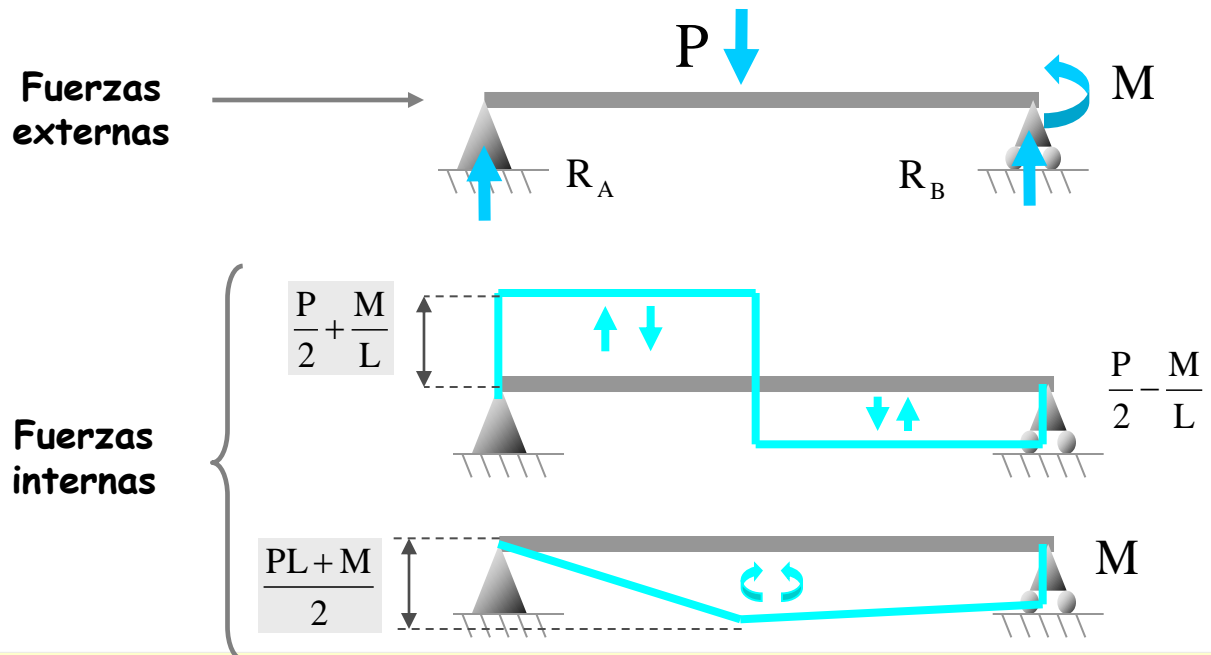
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



El sistema de fuerzas en equilibrio que se emplea está formado por las acciones y reacciones reales sobre la estructura

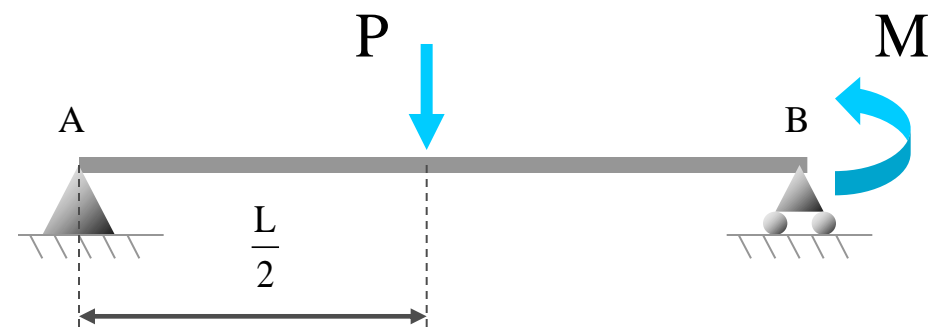




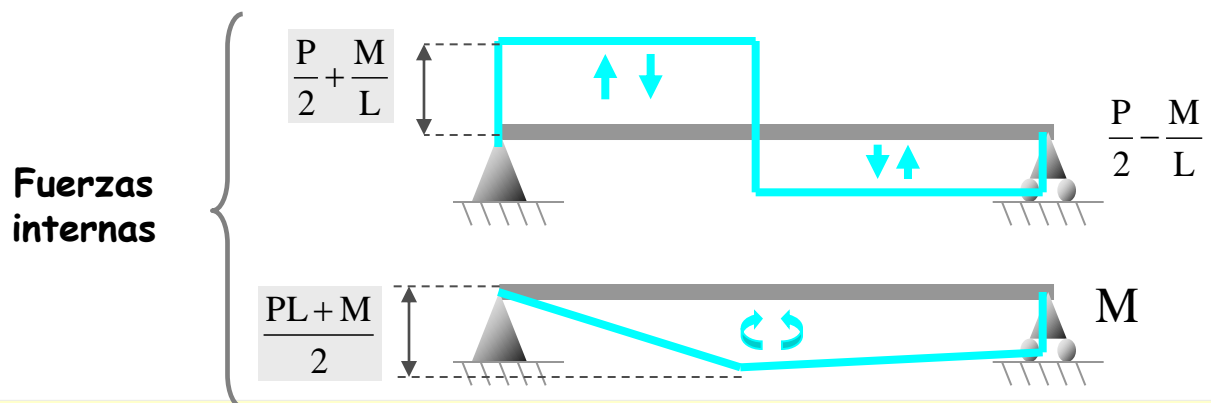
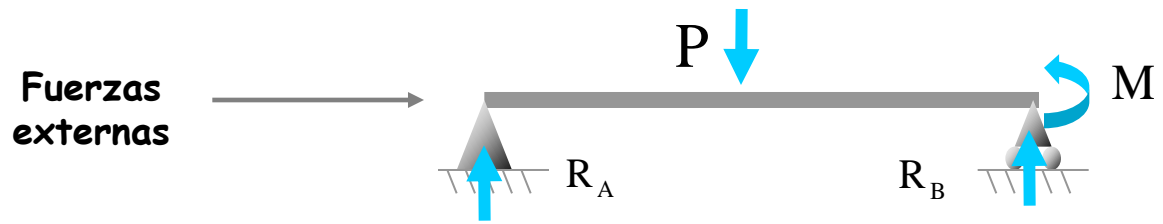
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



El sistema de fuerzas en equilibrio que se emplea está formado por las acciones y reacciones reales sobre la estructura



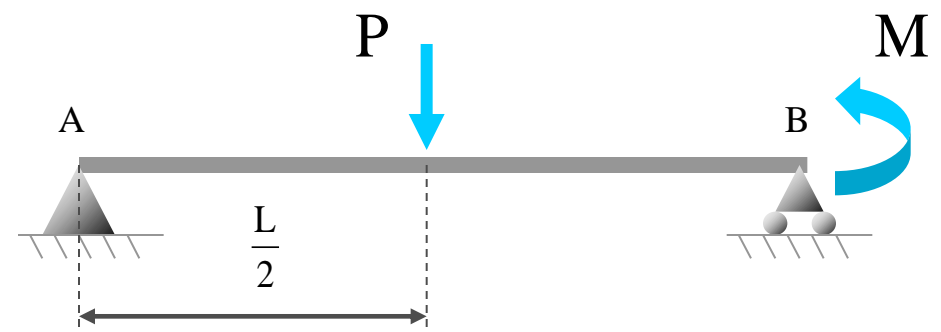
Se elige un sistema de desplazamientos compatible con los enlaces de la estructura de la manera siguiente:



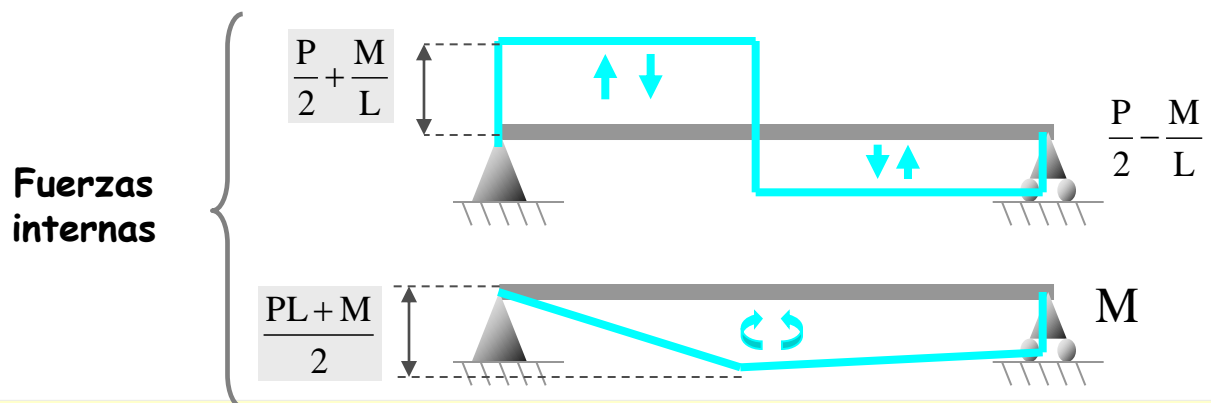
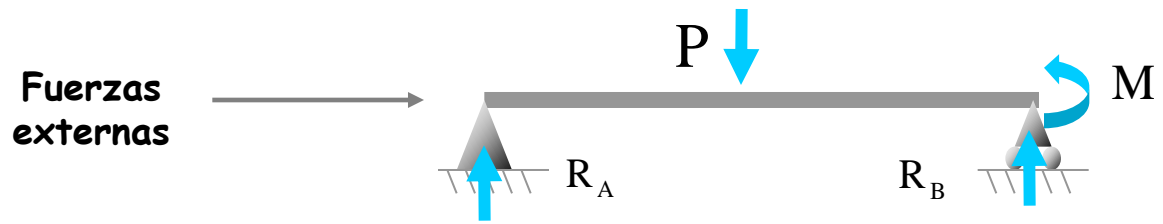
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



El sistema de fuerzas en equilibrio que se emplea está formado por las acciones y reacciones reales sobre la estructura



Se elige un sistema de desplazamientos compatible con los enlaces de la estructura de la manera siguiente:

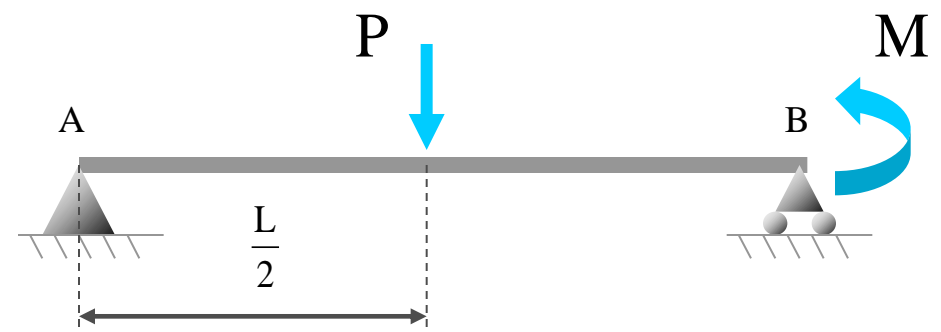
- Que el tramo experimente un movimiento de sólido rígido (así no trabajan las solicitaciones)



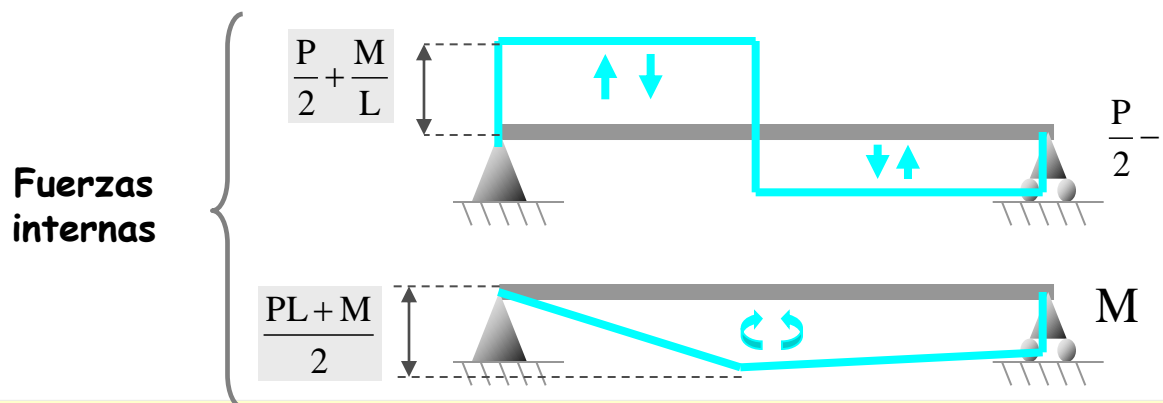
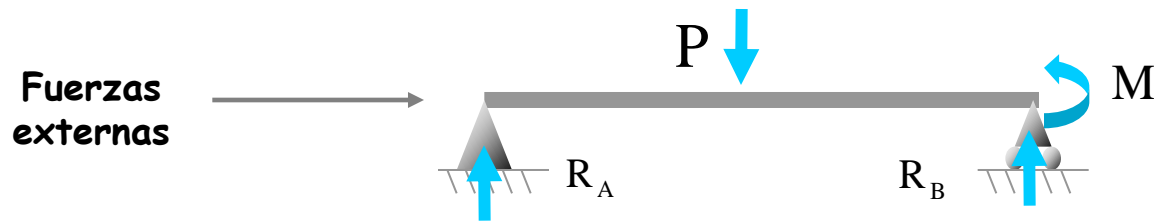
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



El sistema de fuerzas en equilibrio que se emplea está formado por las acciones y reacciones reales sobre la estructura



Se elige un sistema de desplazamientos compatible con los enlaces de la estructura de la manera siguiente:

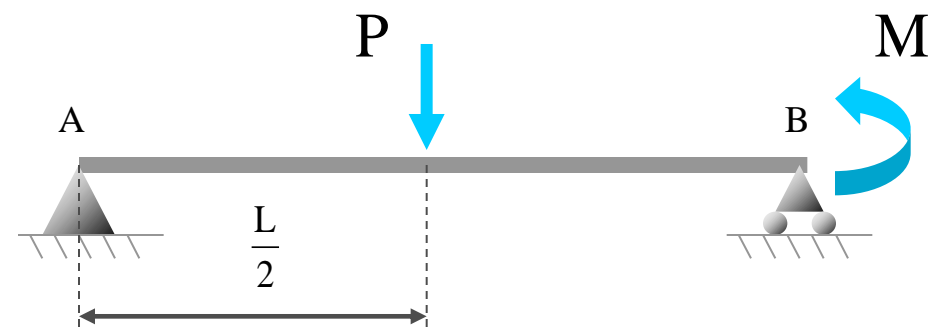
- Que el tramo experimente un movimiento de sólido rígido (así no trabajan las solicitaciones)
- Que el apoyo en B no se mueva (así no trabaja su reacción)



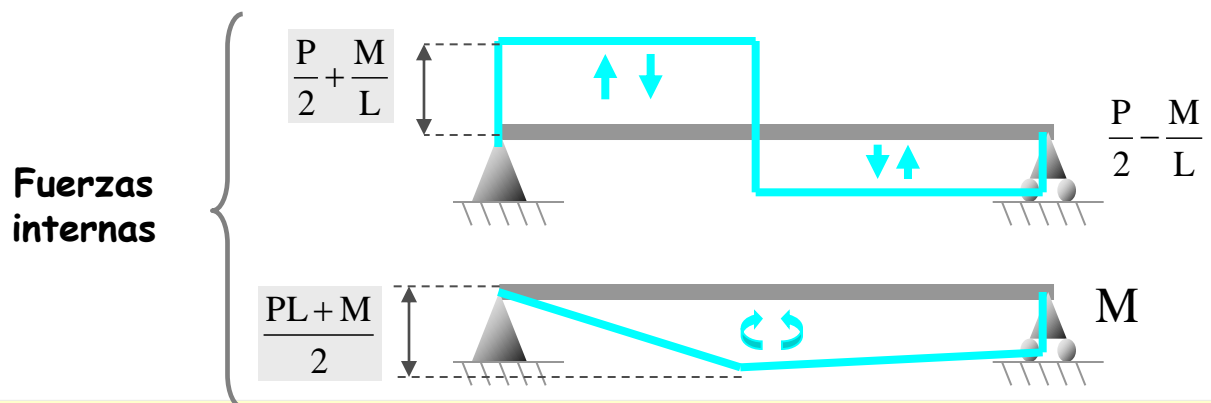
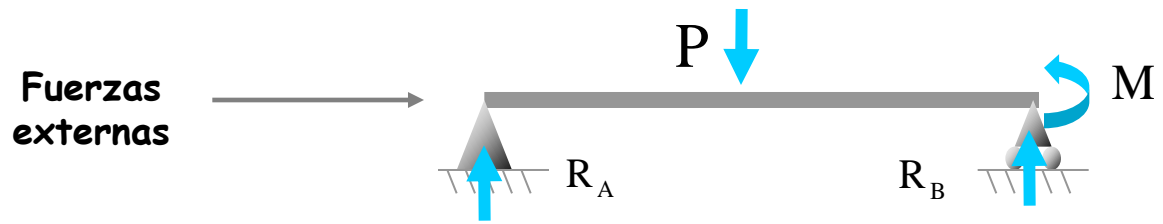
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



El sistema de fuerzas en equilibrio que se emplea está formado por las acciones y reacciones reales sobre la estructura



Se elige un sistema de desplazamientos compatible con los enlaces de la estructura de la manera siguiente:

- Que el tramo experimente un movimiento de sólido rígido (así no trabajan las solicitaciones)
- Que el apoyo en B no se mueva (así no trabaja su reacción)

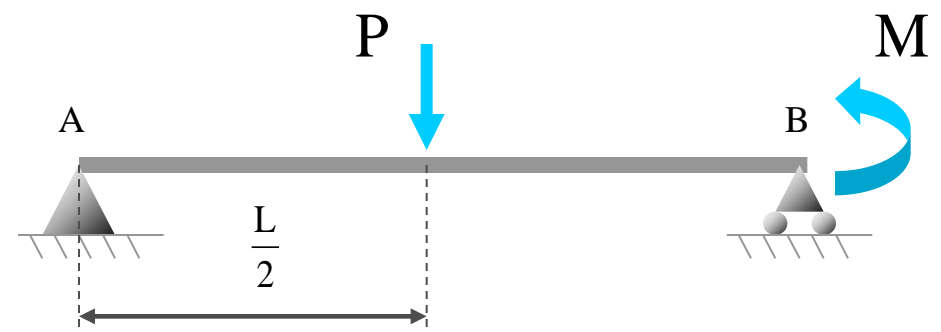
Se propone un movimiento similar al de un asiento en el apoyo A



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura


- Reacción en A
- Reacción en B

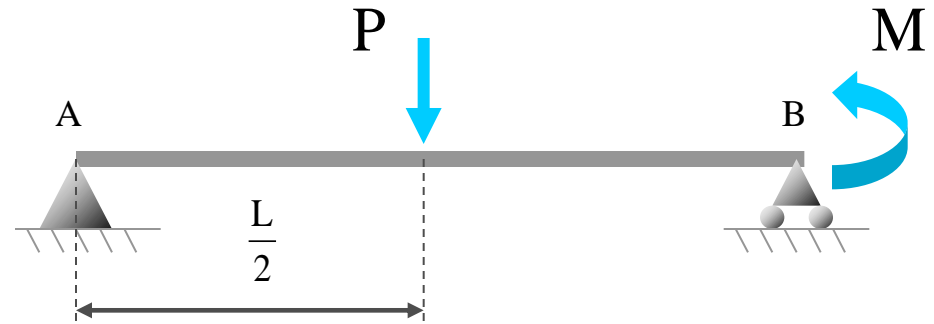




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A 
- Reacción en B



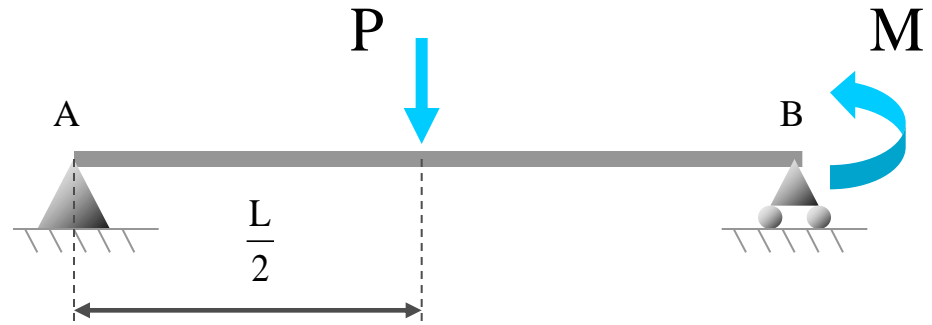
El movimiento de A que se propone es el siguiente:



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B

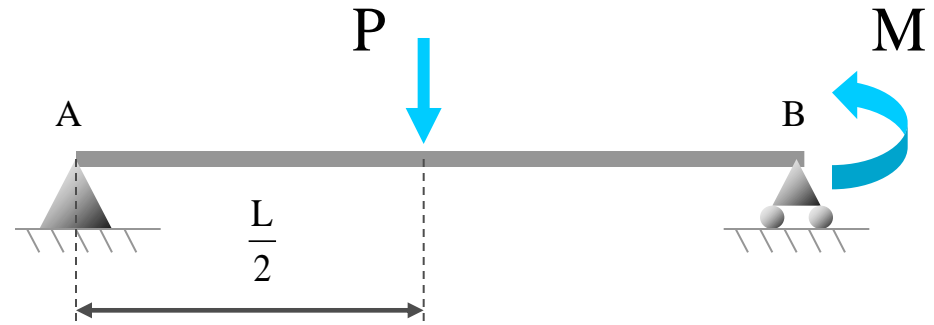




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B

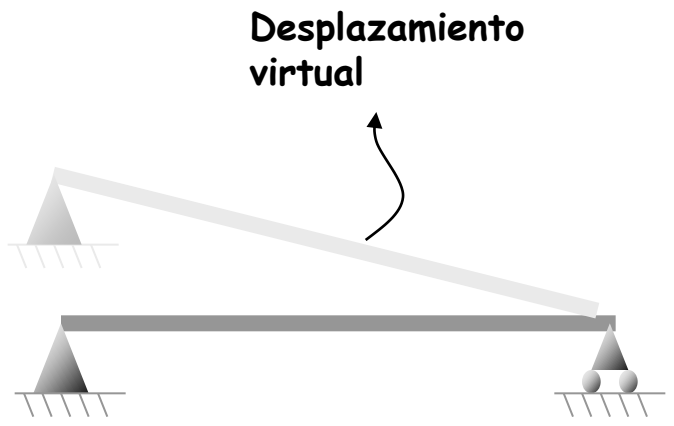
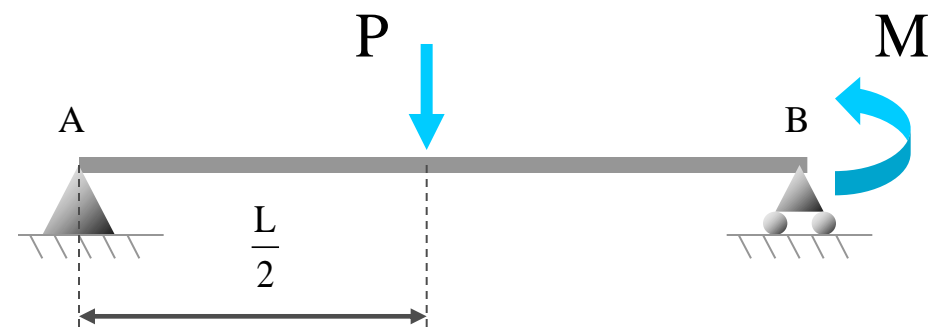




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B

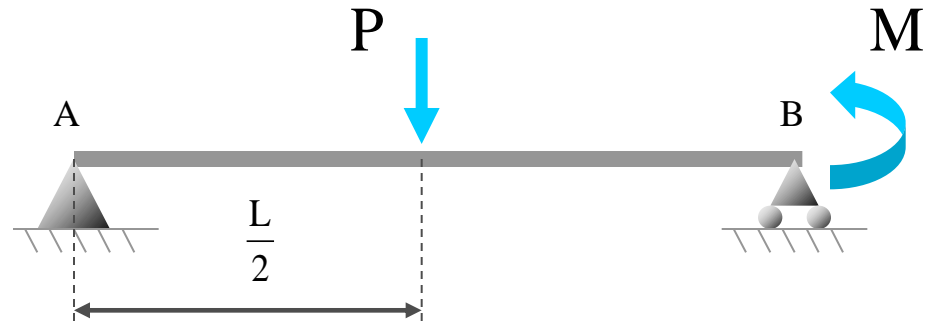




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B

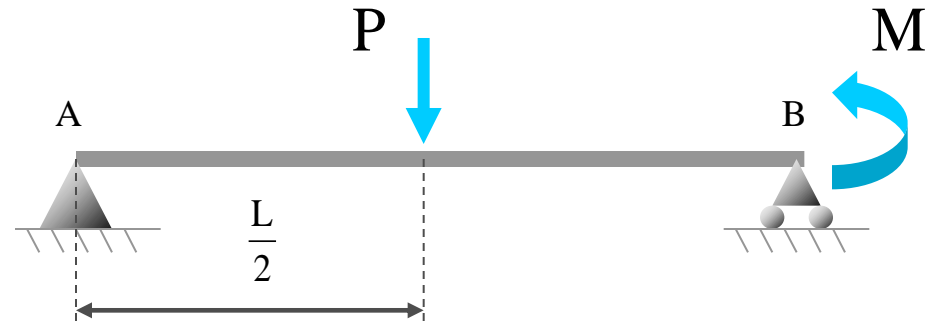




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B

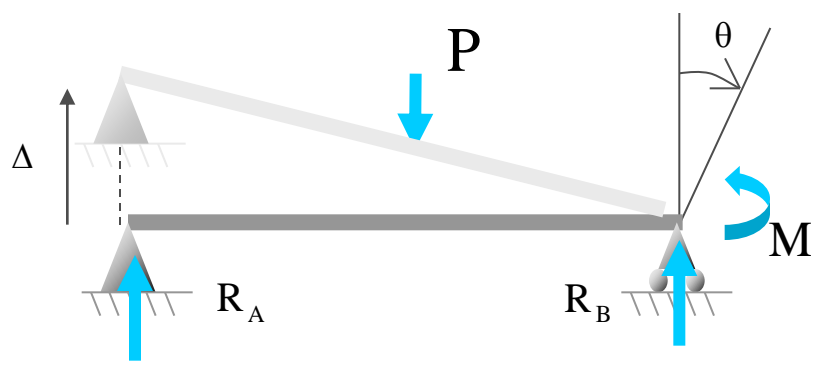
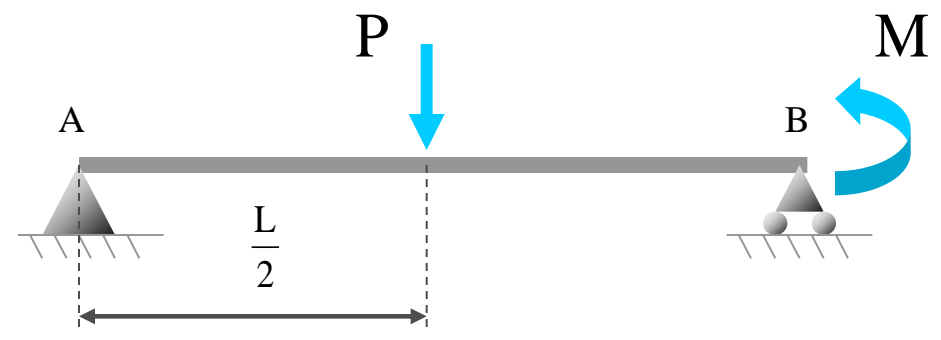




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B

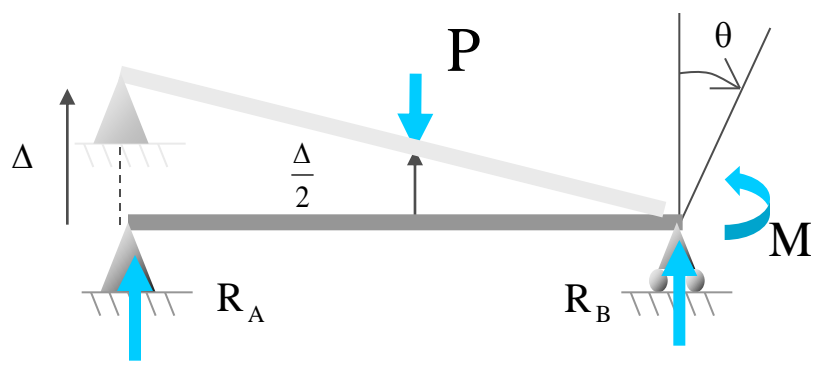
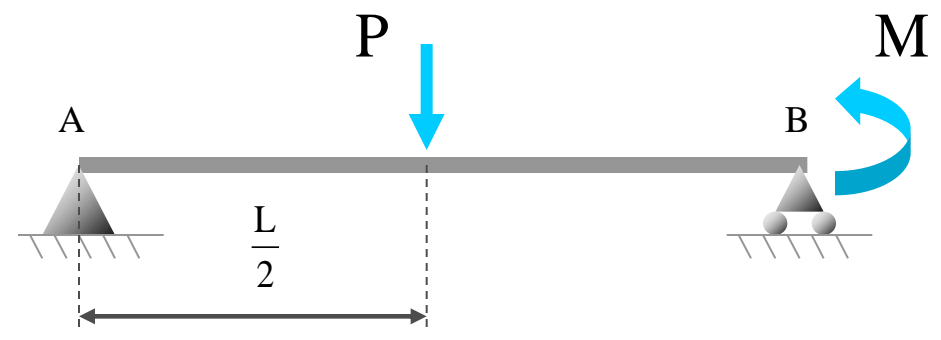




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B

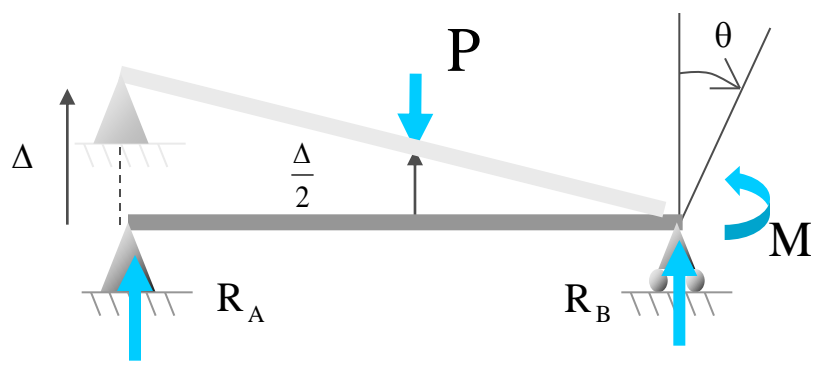
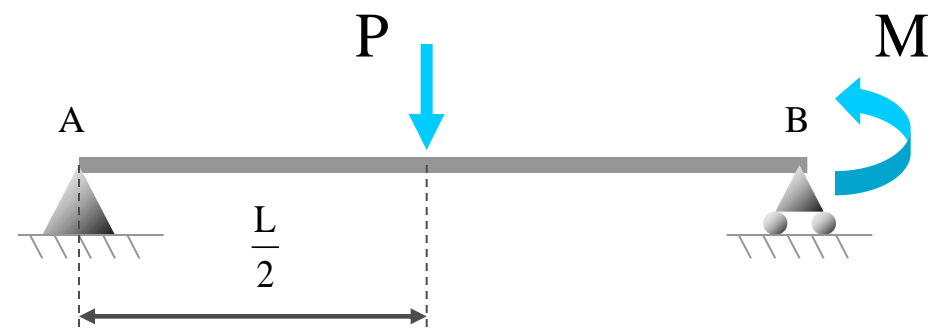




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



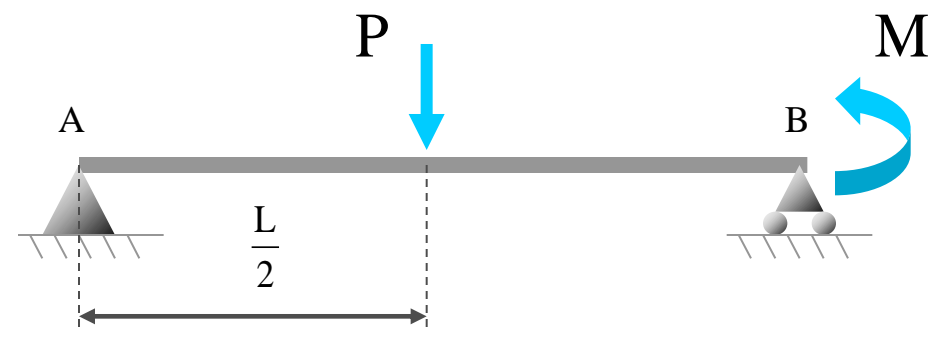
Aplicando el teorema de los Desplazamientos Virtuales, se obtiene:



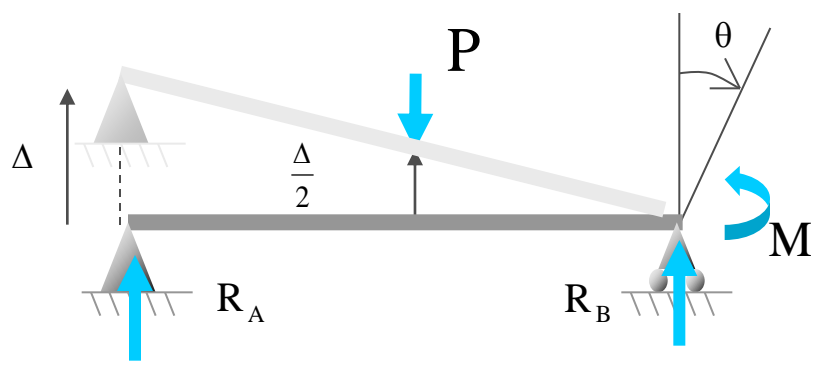
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



$$W_{EXT} = W_{INT}$$

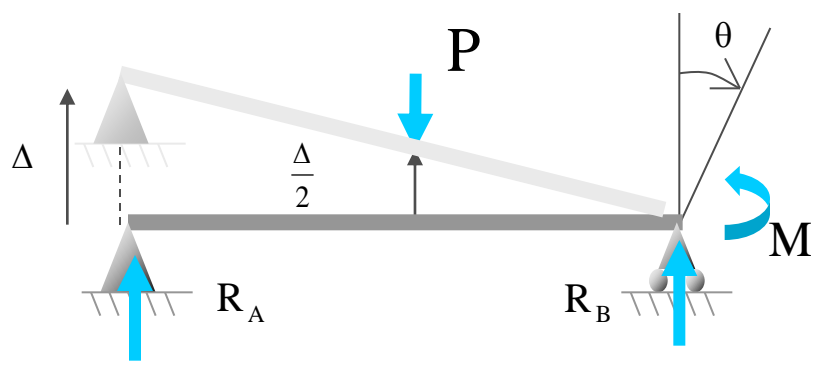
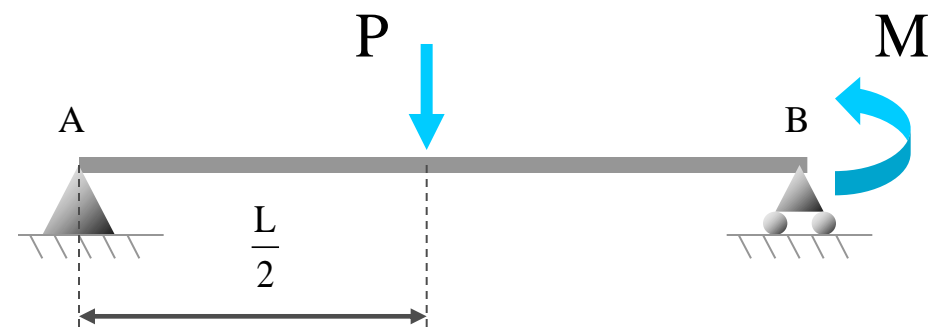




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



$$W_{EXT} = W_{INT}$$

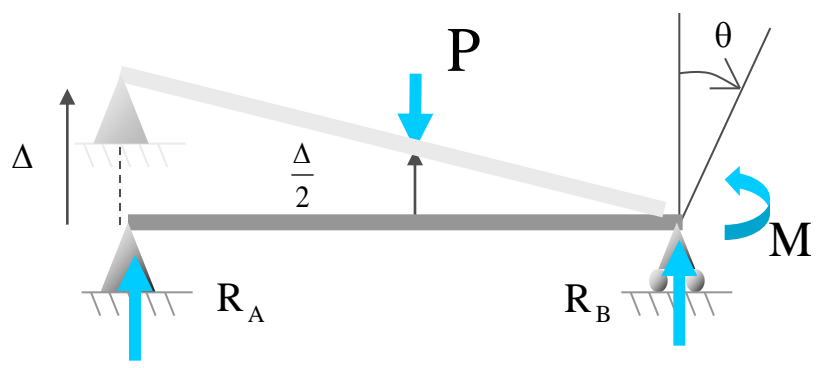
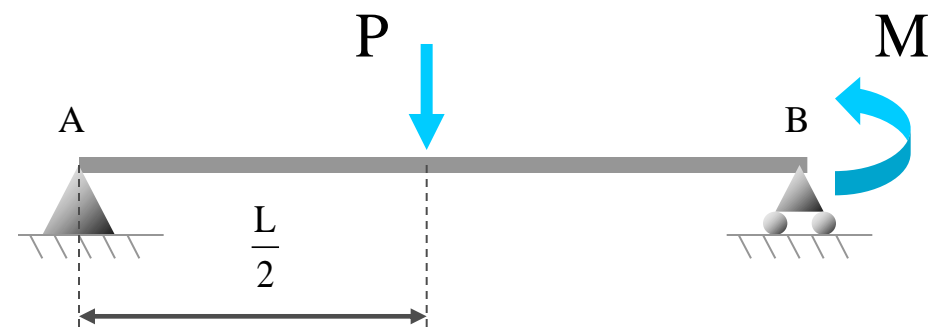
$$W_{EXT} = -\frac{P\Delta}{2} + R_A\Delta - M\theta$$



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



$$W_{EXT} = W_{INT}$$

$$W_{EXT} = -\frac{P\Delta}{2} + R_A\Delta - M\theta$$

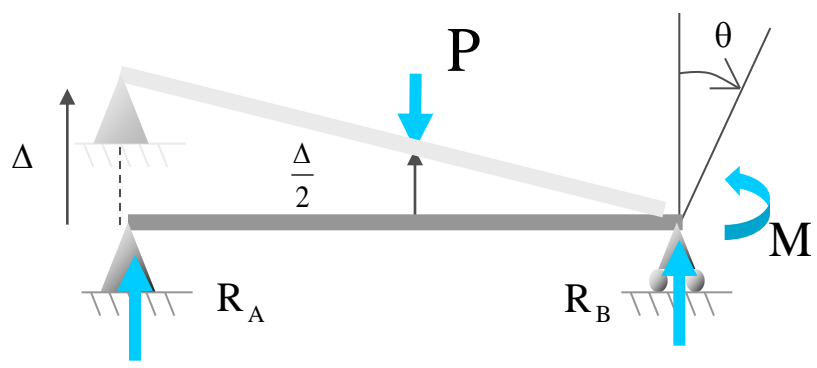
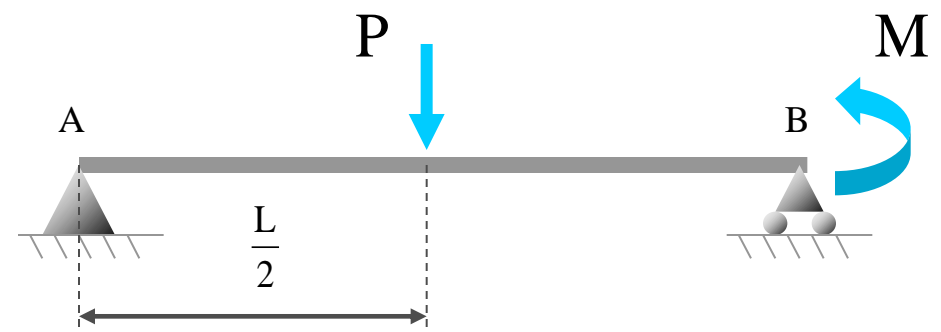
$$\theta = \frac{\Delta}{L}$$



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



$$W_{EXT} = W_{INT}$$

$$W_{EXT} = -\frac{P\Delta}{2} + R_A\Delta - M\theta$$

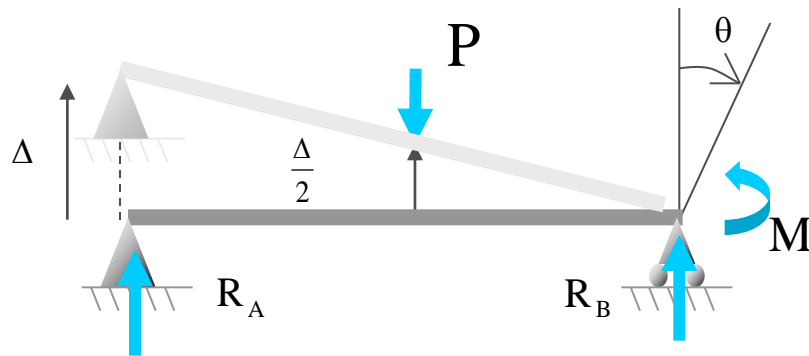
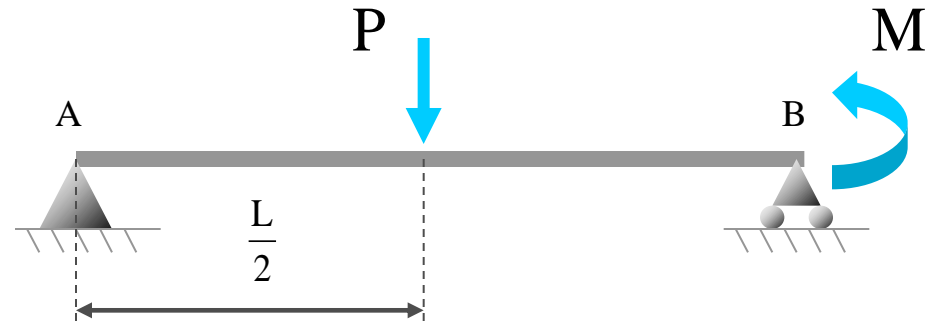
$$\theta = \frac{\Delta}{L}$$

$$W_{INT} = 0$$

Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



$$W_{EXT} = W_{INT}$$

$$W_{EXT} = -\frac{P\Delta}{2} + R_A\Delta - M\theta$$

$$\theta = \frac{\Delta}{L}$$

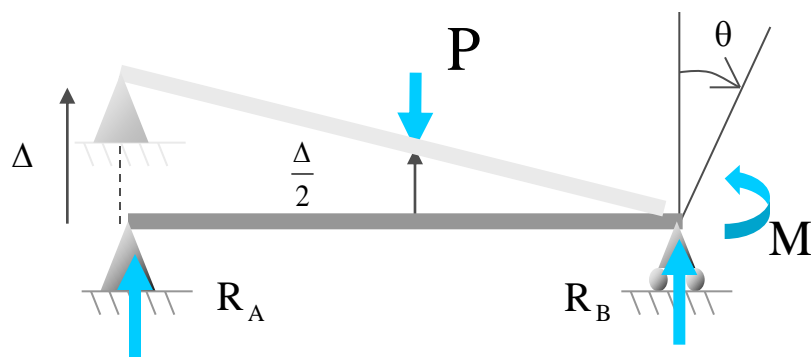
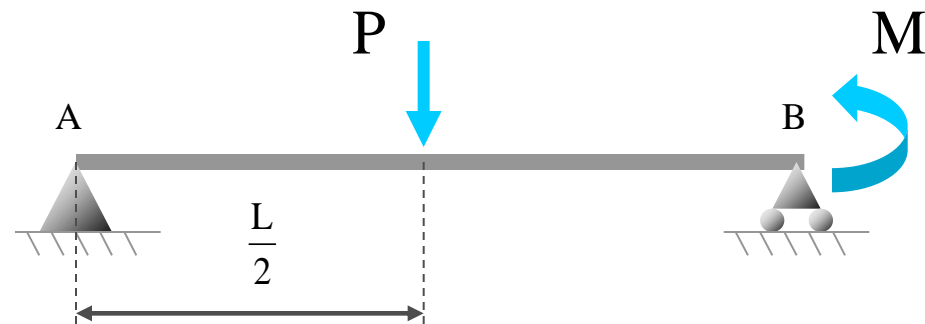
$$W_{INT} = 0$$

$$R_A = \frac{P}{2} + \frac{M}{L}$$

Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



$$W_{EXT} = W_{INT}$$

$$W_{EXT} = -\frac{P\Delta}{2} + R_A\Delta - M\theta$$

$$\theta = \frac{\Delta}{L}$$

$$W_{INT} = 0$$

$$R_A = \frac{P}{2} + \frac{M}{L}$$

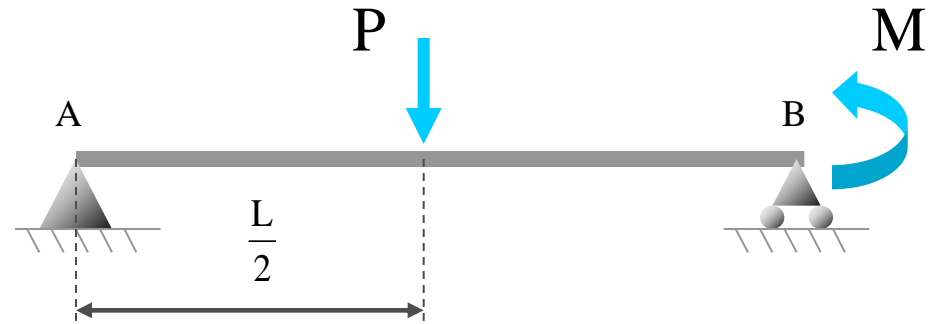
Se observa que el valor del desplazamiento Δ no influye en el resultado final de la reacción



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B

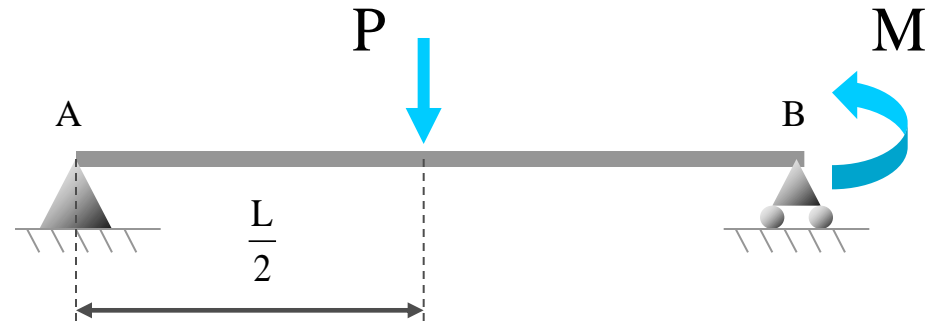


Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

Reacción en A

Reacción en B

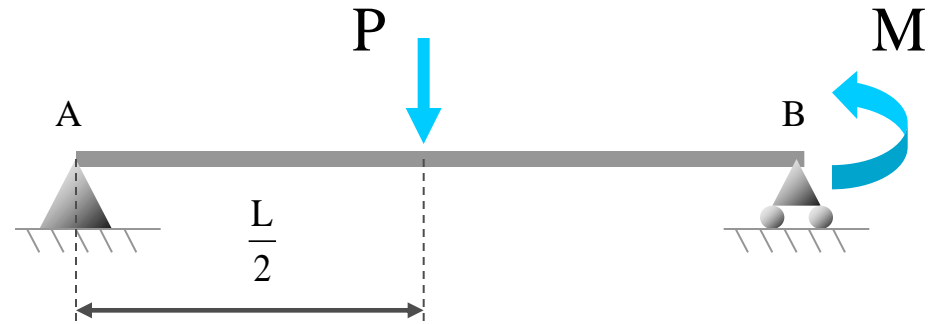


Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

Reacción en A

Reacción en B



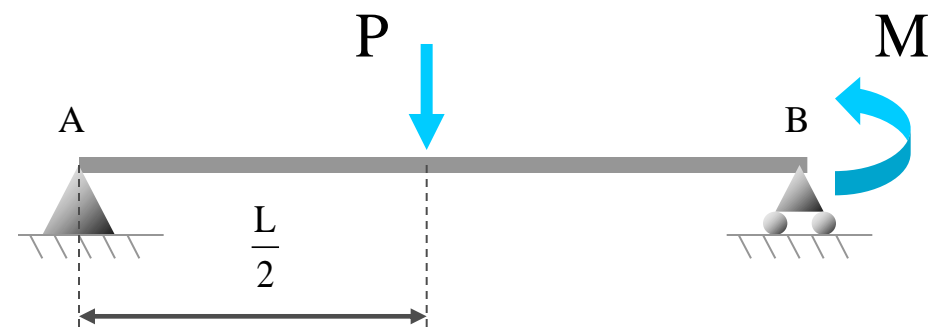
El sistema de fuerzas en equilibrio que se emplea está formado por las acciones y reacciones reales sobre la estructura



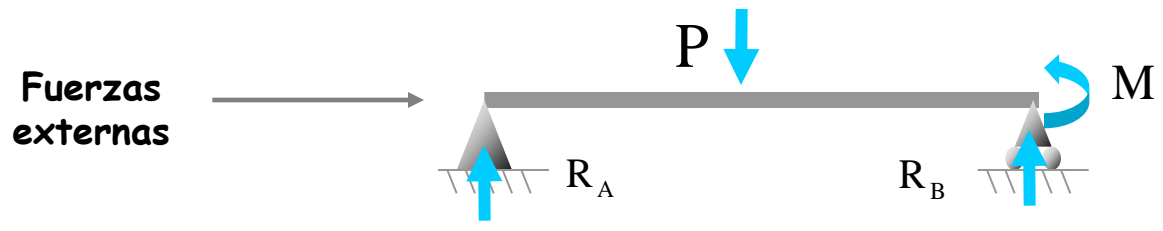
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



El sistema de fuerzas en equilibrio que se emplea está formado por las acciones y reacciones reales sobre la estructura

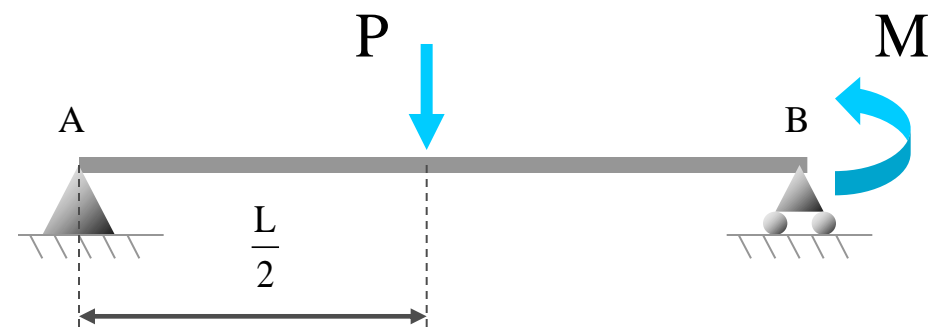




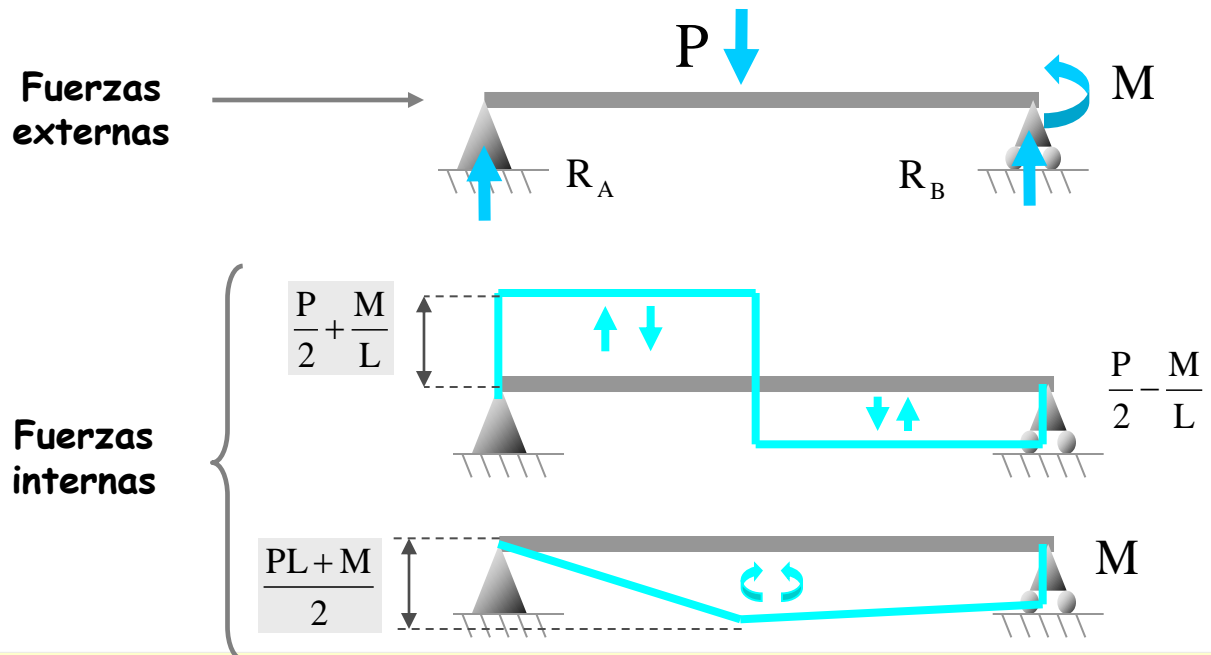
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



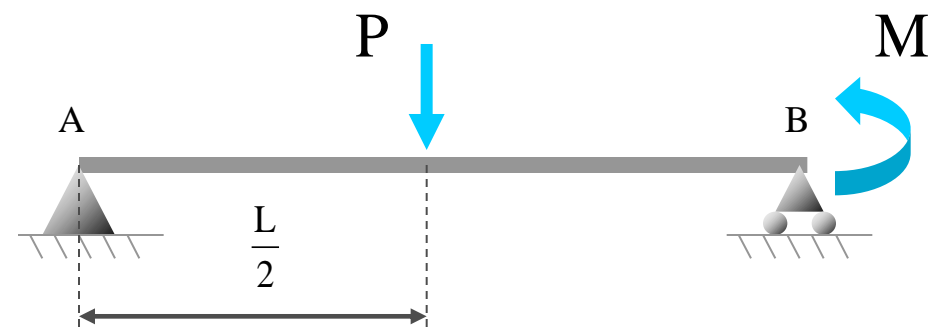
El sistema de fuerzas en equilibrio que se emplea está formado por las acciones y reacciones reales sobre la estructura





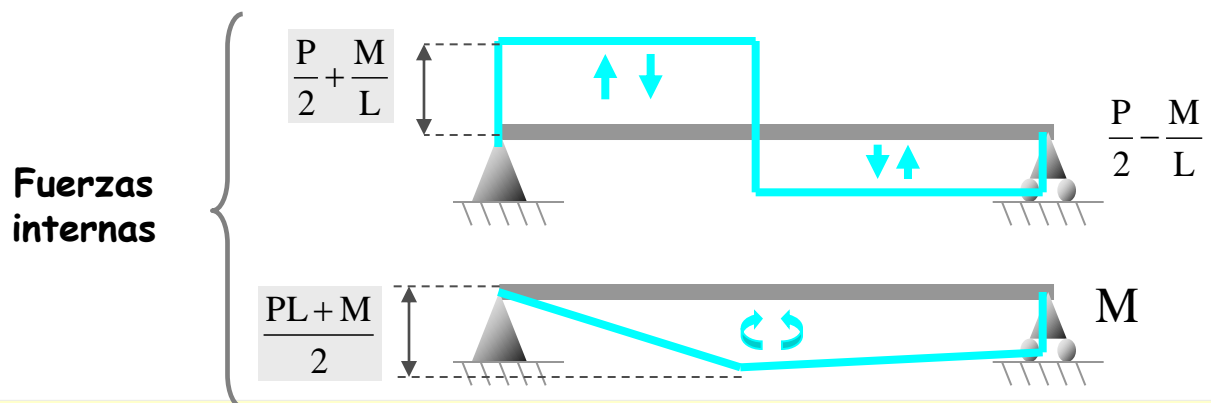
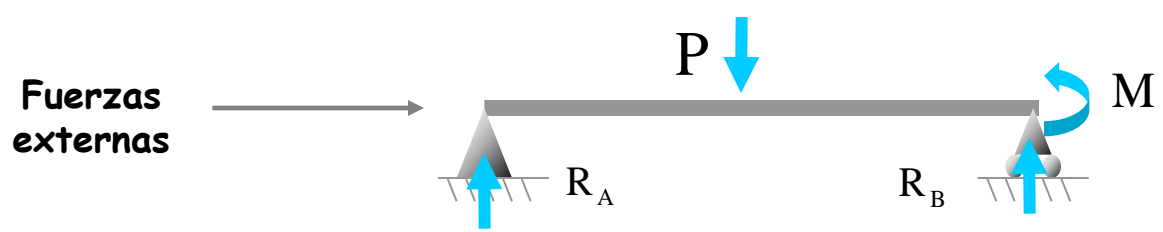
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura



- Reacción en A
- Reacción en B

El sistema de fuerzas en equilibrio que se emplea está formado por las acciones y reacciones reales sobre la estructura



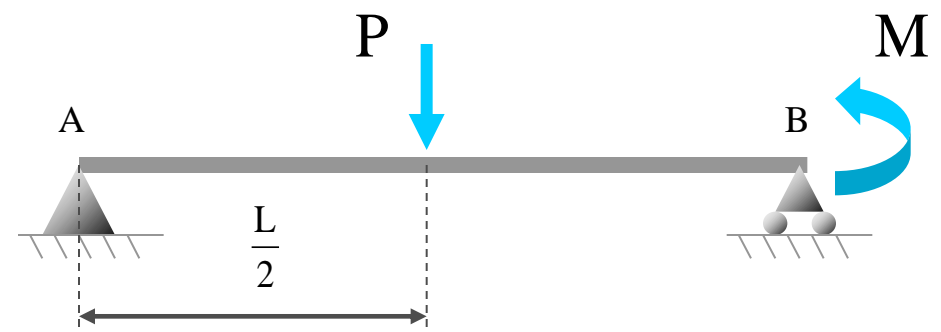
Se elige un sistema de desplazamientos compatible con los enlaces de la estructura de la manera siguiente:



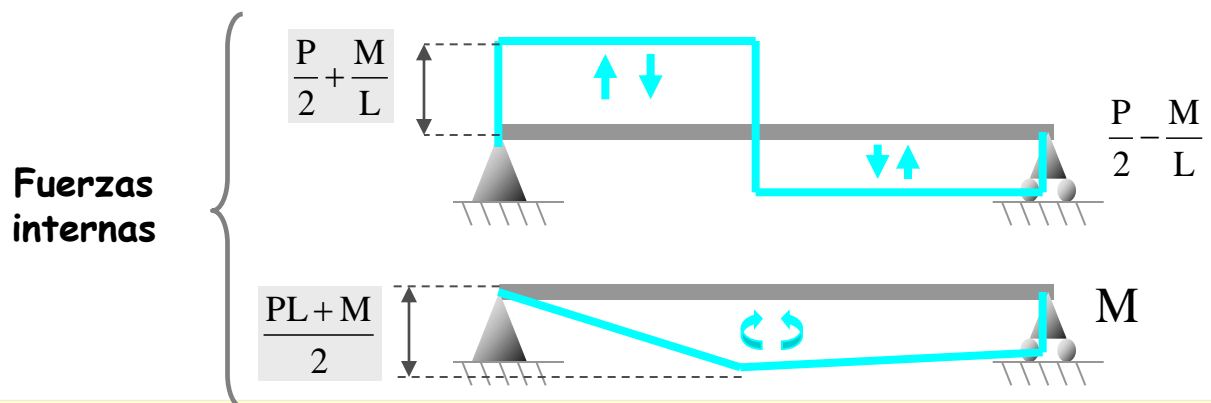
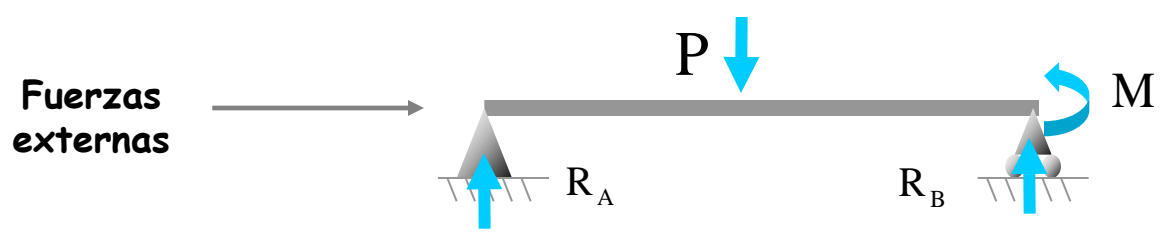
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



El sistema de fuerzas en equilibrio que se emplea está formado por las acciones y reacciones reales sobre la estructura



Se elige un sistema de desplazamientos compatible con los enlaces de la estructura de la manera siguiente:

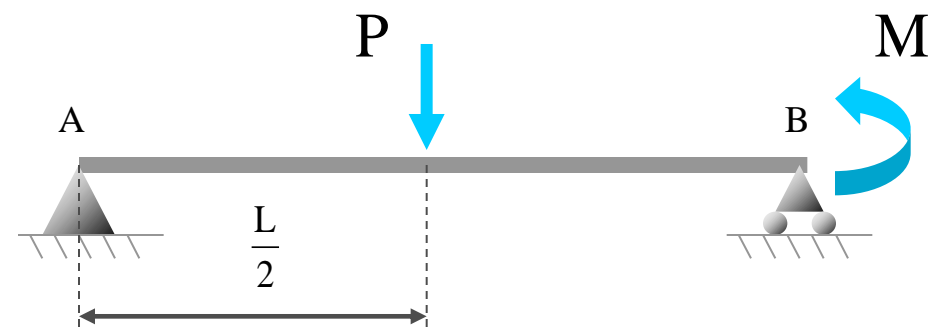
- Que el tramo experimente un movimiento de sólido rígido (así no trabajan las solicitaciones)



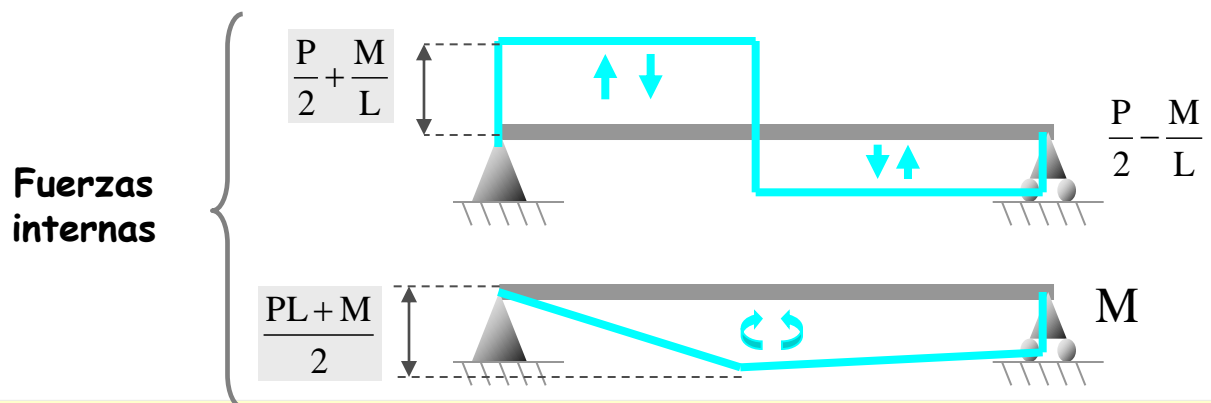
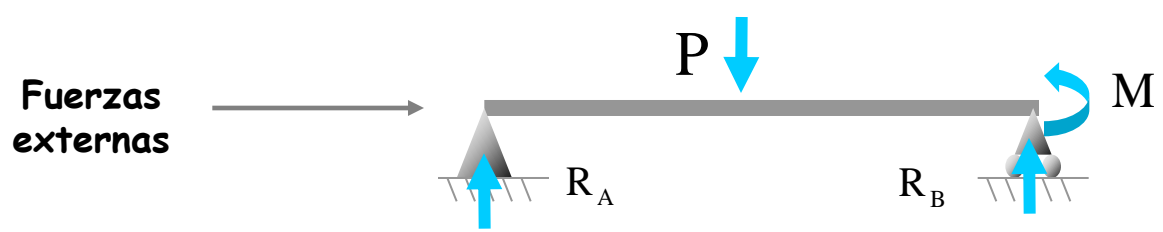
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



El sistema de fuerzas en equilibrio que se emplea está formado por las acciones y reacciones reales sobre la estructura



Se elige un sistema de desplazamientos compatible con los enlaces de la estructura de la manera siguiente:

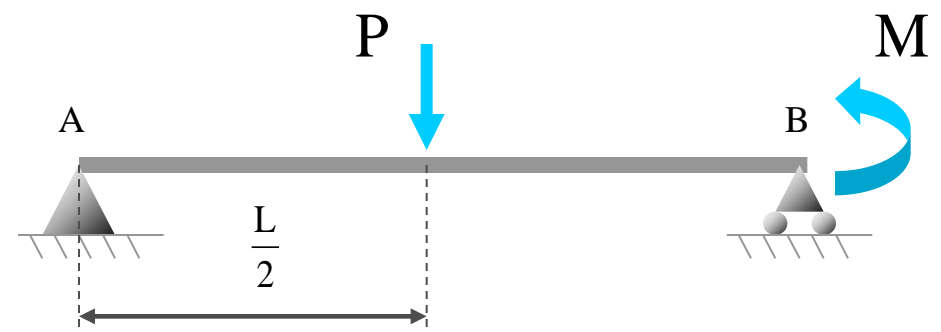
- Que el tramo experimente un movimiento de sólido rígido (así no trabajan las solicitaciones)
- Que el apoyo en A no se mueva (así no trabaja su reacción)



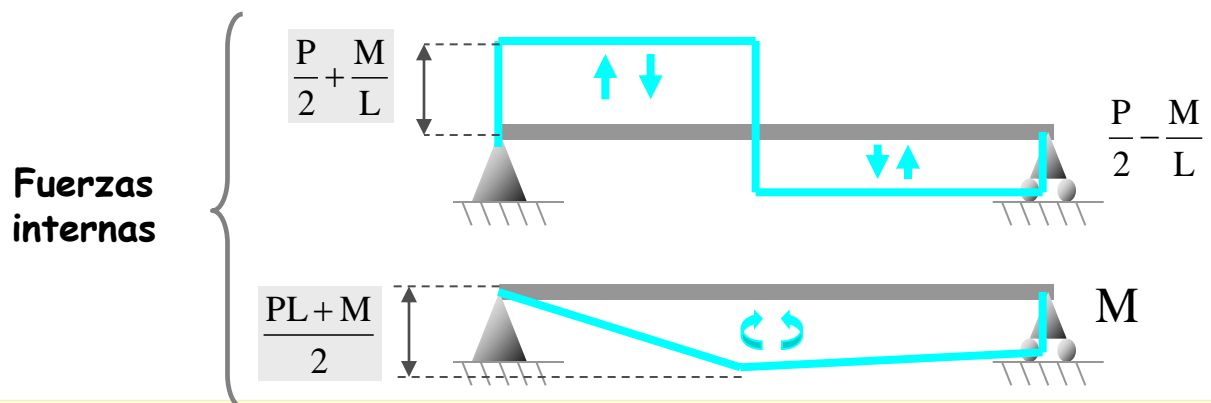
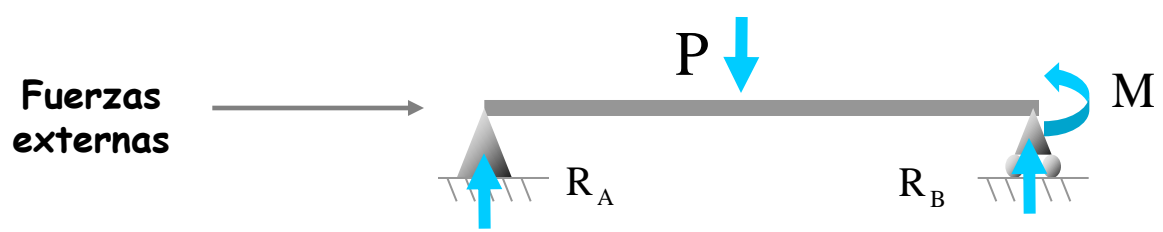
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



El sistema de fuerzas en equilibrio que se emplea está formado por las acciones y reacciones reales sobre la estructura



Se elige un sistema de desplazamientos compatible con los enlaces de la estructura de la manera siguiente:

- Que el tramo experimente un movimiento de sólido rígido (así no trabajan las solicitaciones)
- Que el apoyo en A no se mueva (así no trabaja su reacción)

Se propone un movimiento similar al de un asiento en el apoyo B

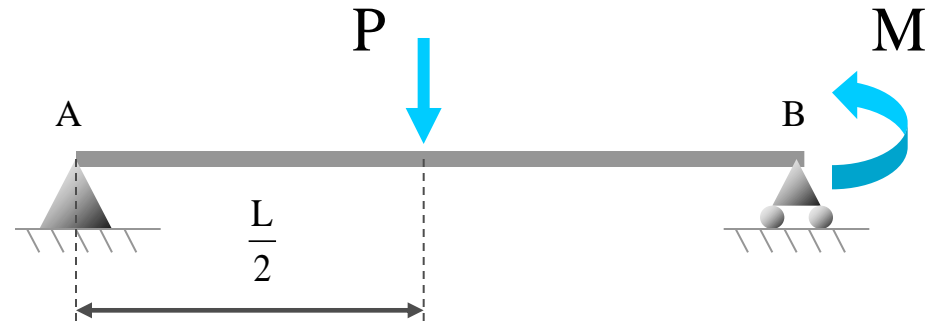


Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

Reacción en A

Reacción en B

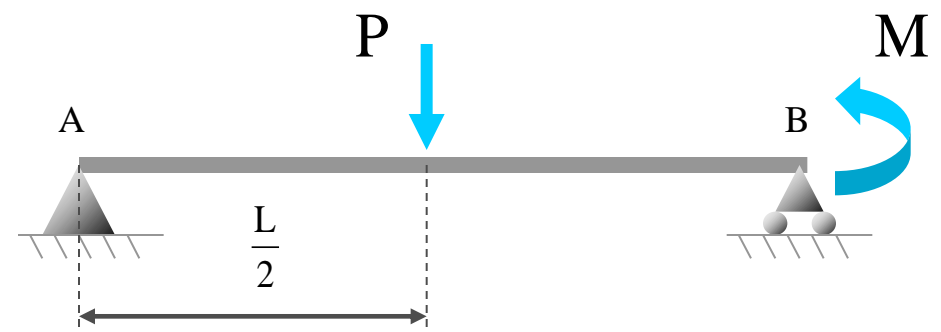




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



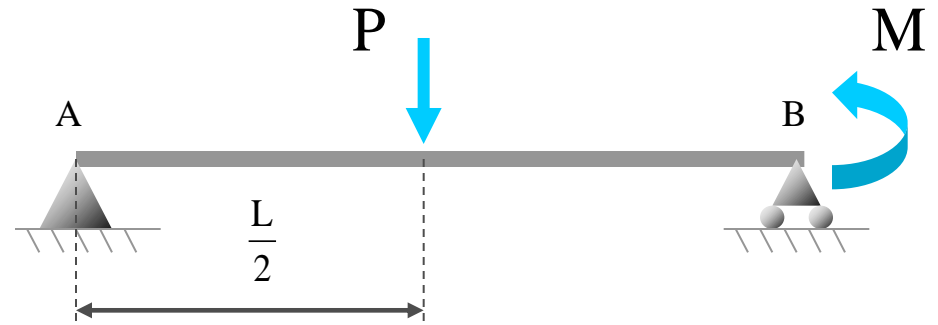
El movimiento de B que se propone es el siguiente:



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B

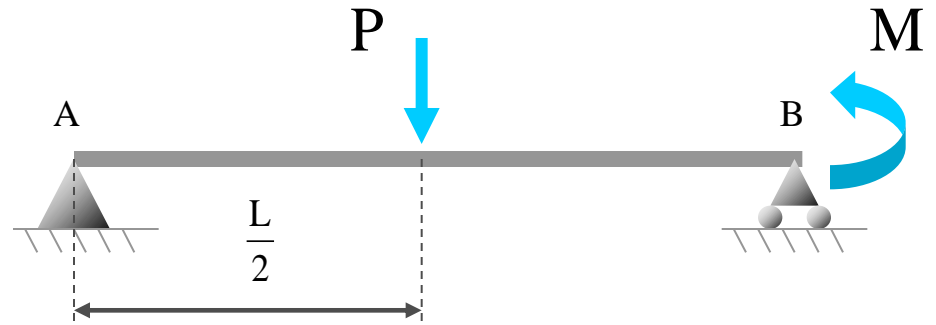




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B

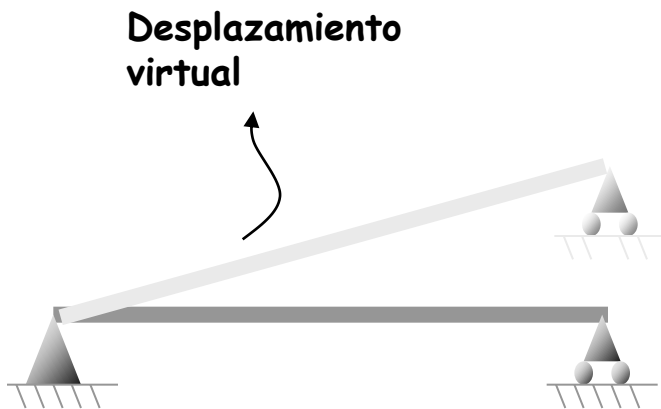
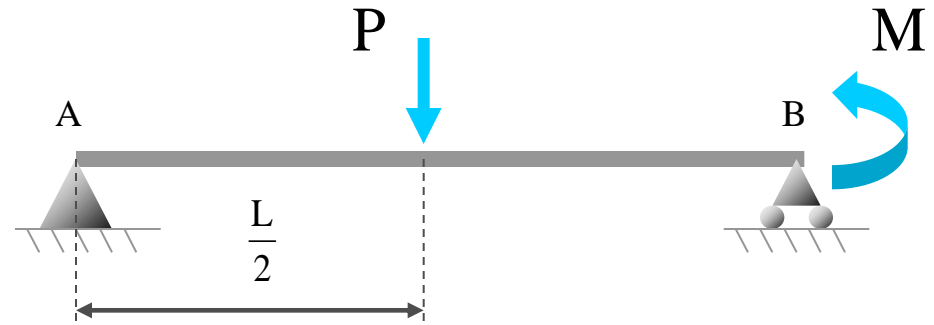




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B

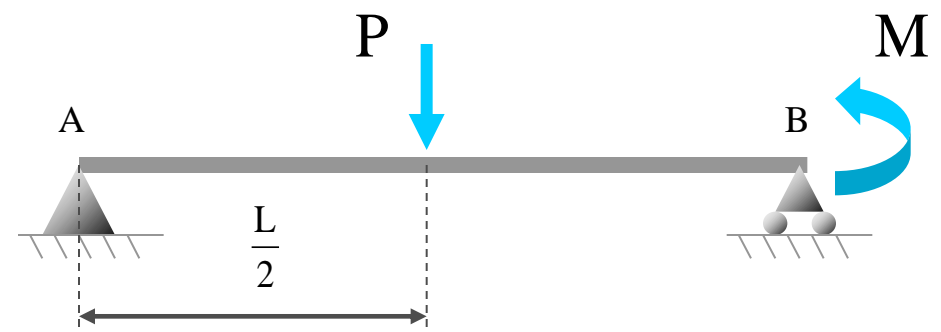




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B

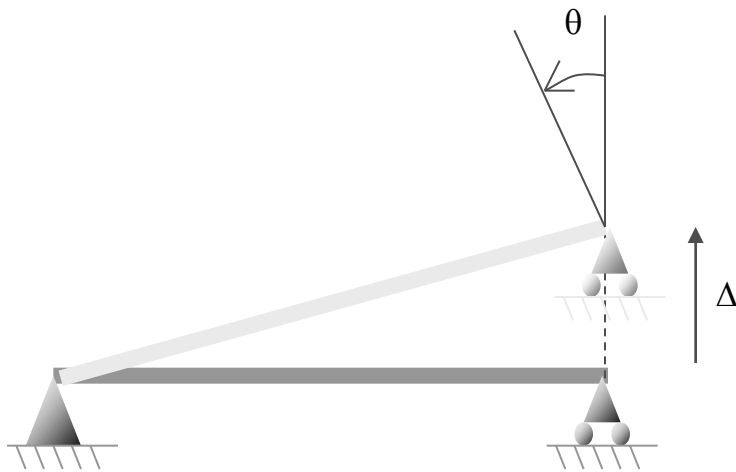
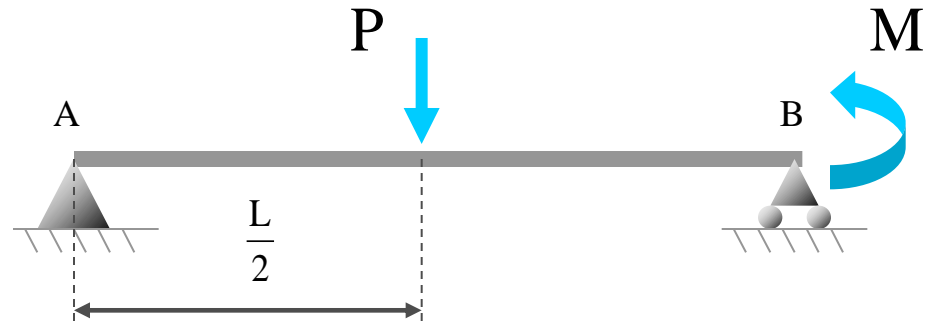




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B

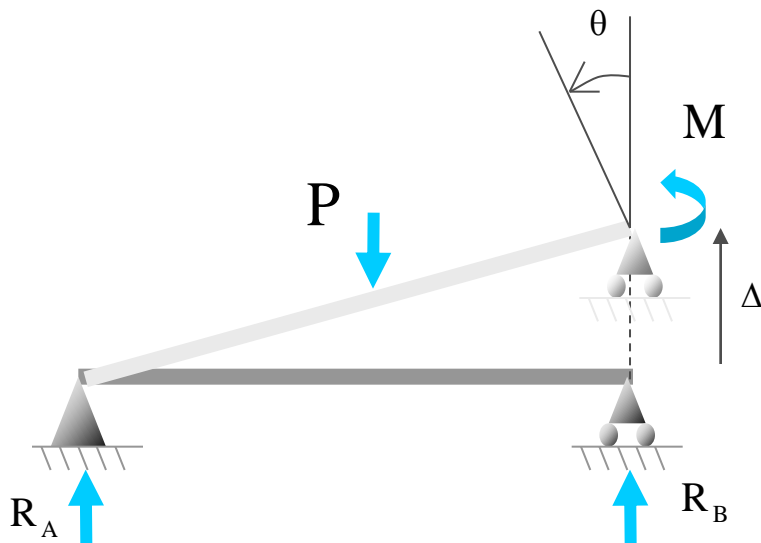
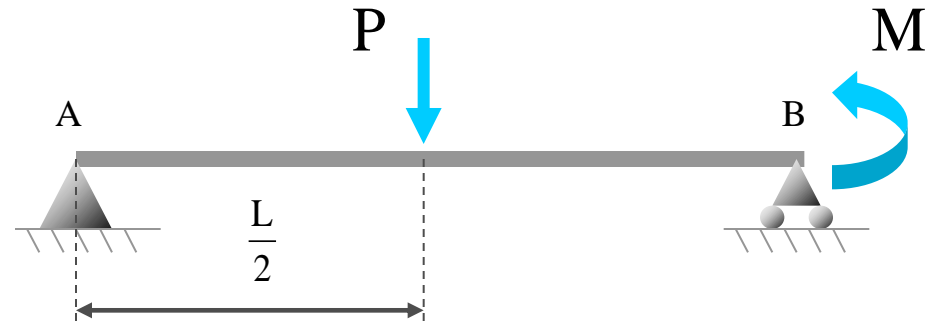




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B

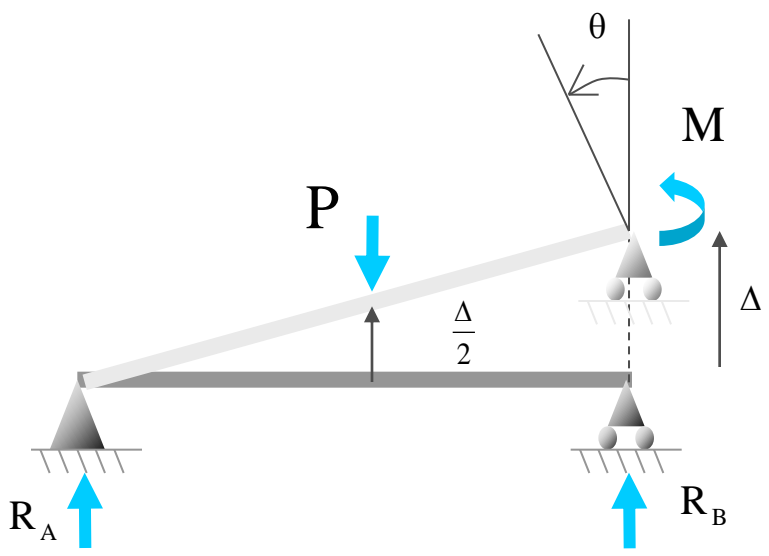
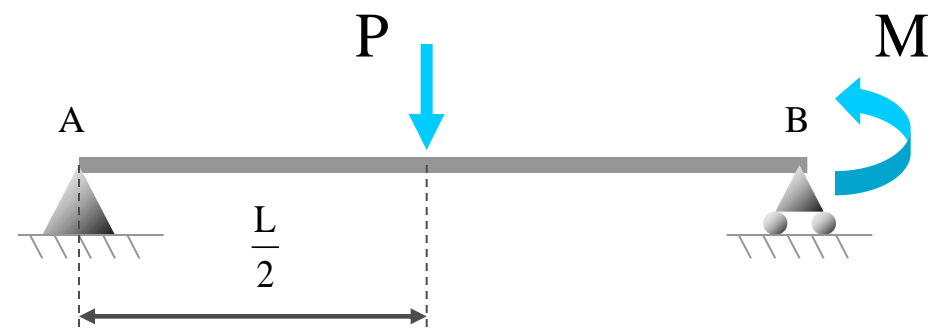




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B

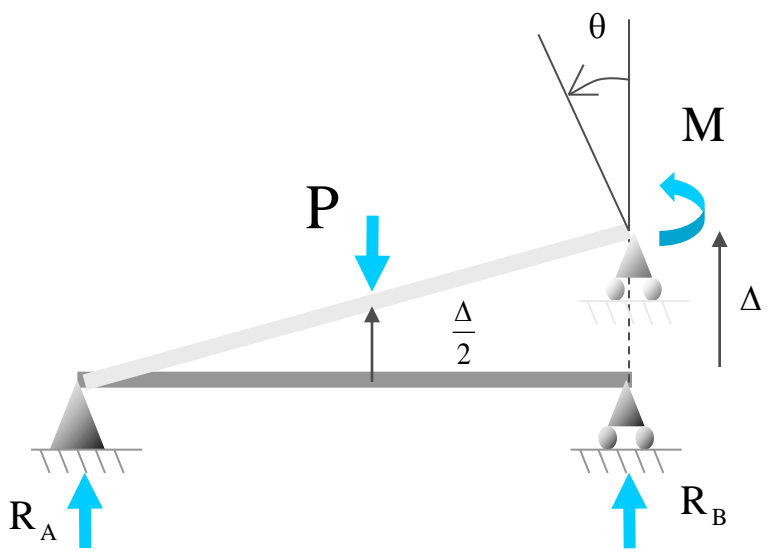
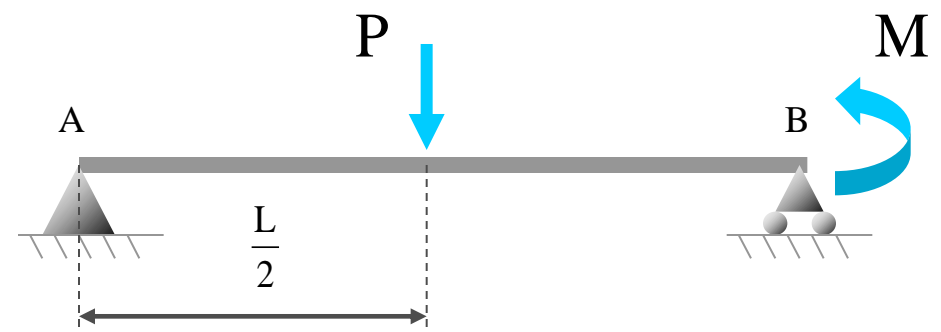




Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



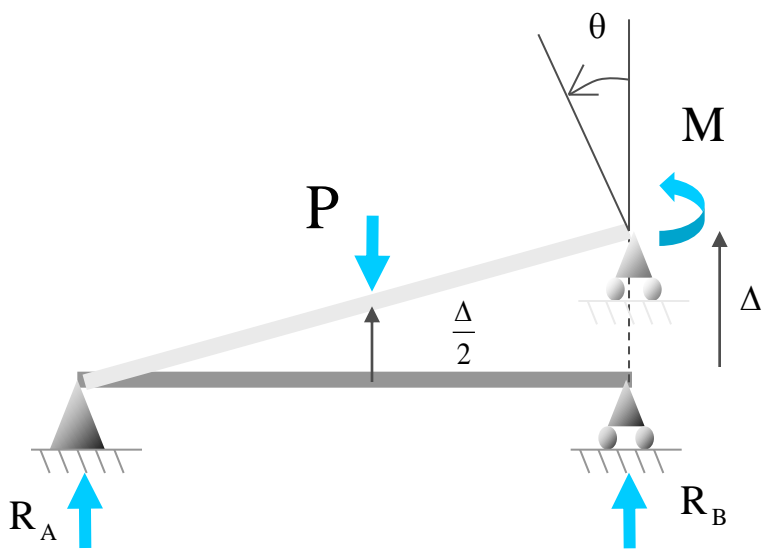
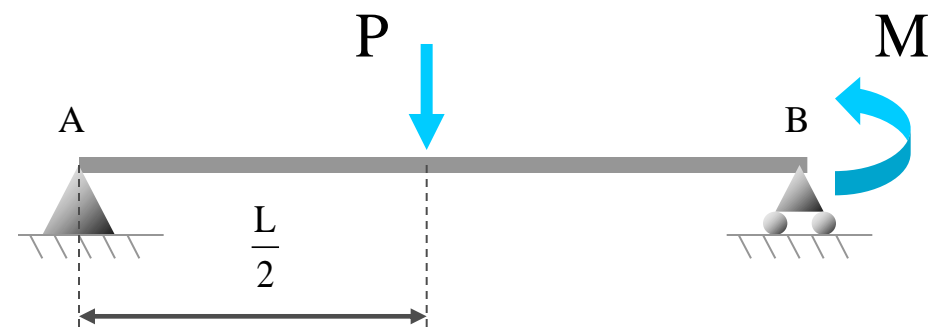
Aplicando el teorema de los Desplazamientos Virtuales, se obtiene:



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



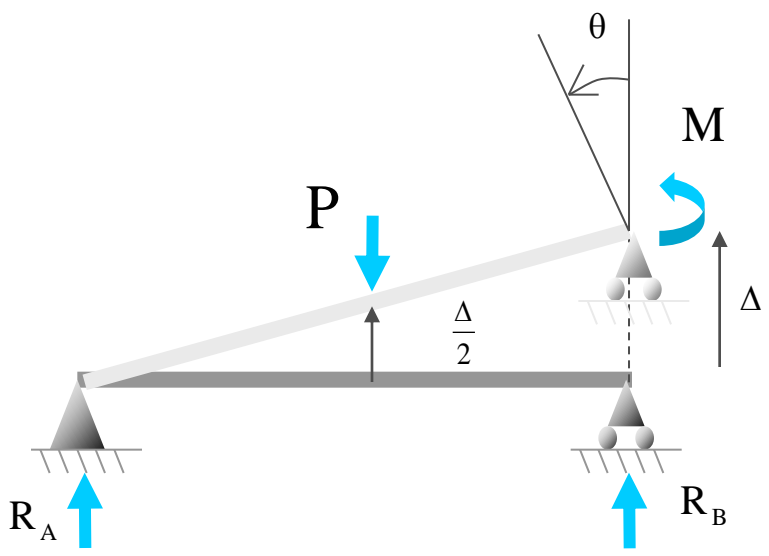
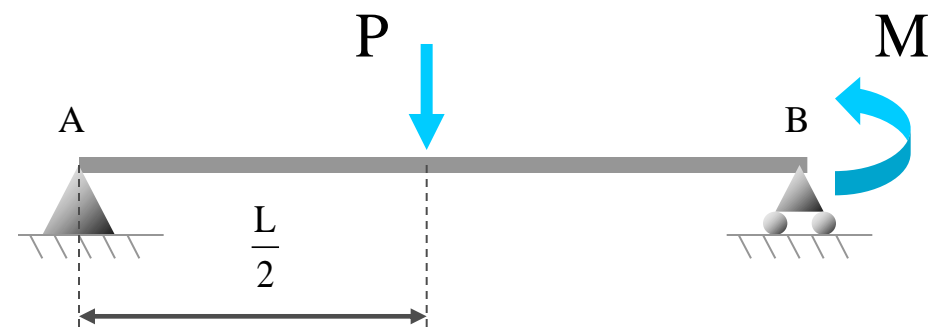
$$W_{EXT} = W_{INT}$$



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



$$W_{EXT} = W_{INT}$$

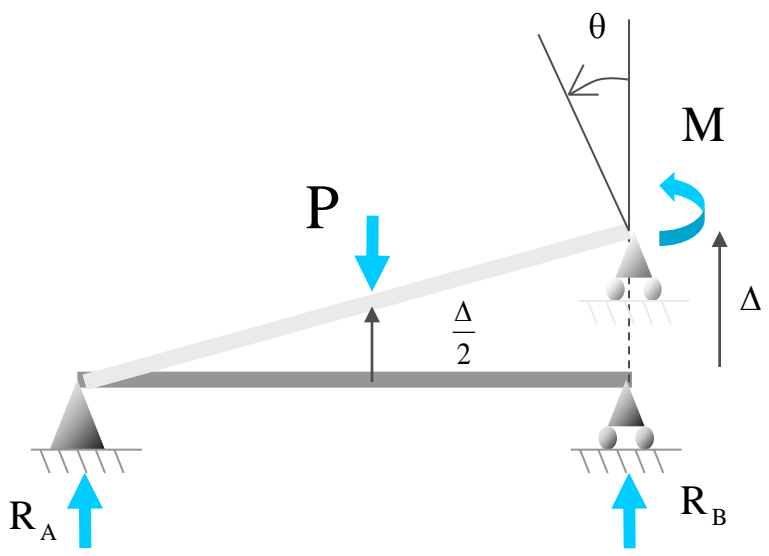
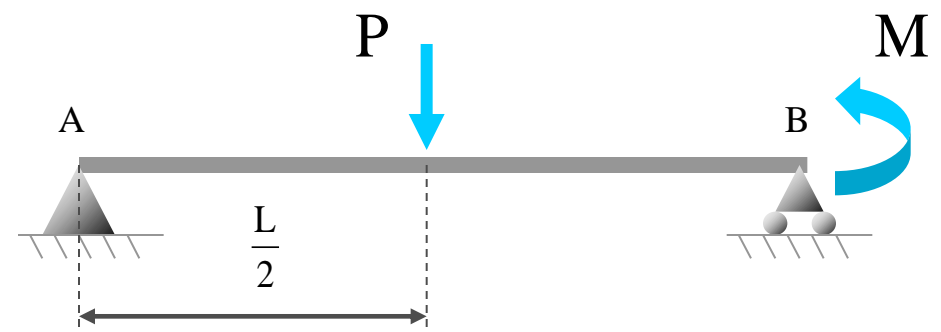
$$W_{EXT} = -\frac{P\Delta}{2} + R_B\Delta + M\theta$$



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



$$W_{EXT} = W_{INT}$$

$$W_{EXT} = -\frac{P\Delta}{2} + R_B\Delta + M\theta$$

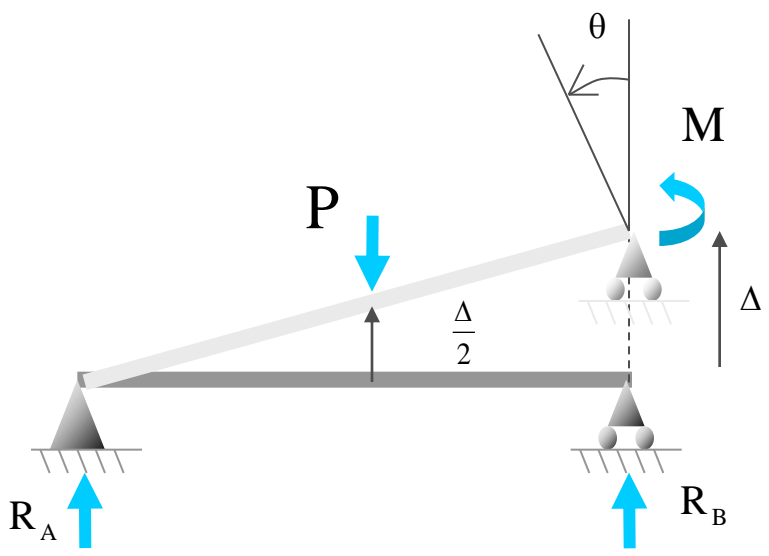
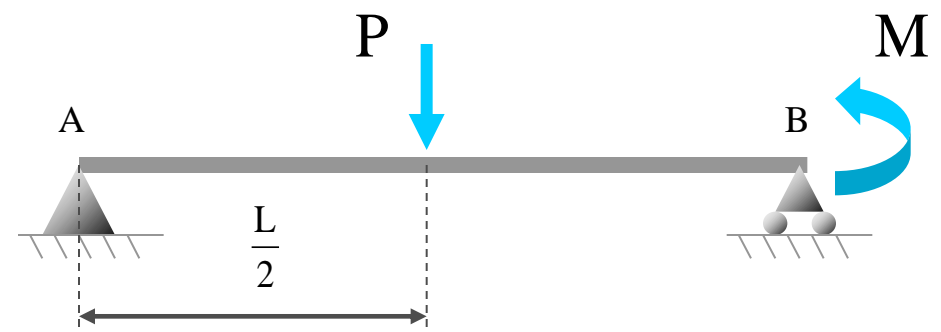
$$\theta = \frac{\Delta}{L}$$



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



$$W_{EXT} = W_{INT}$$

$$W_{EXT} = -\frac{P\Delta}{2} + R_B\Delta + M\theta$$

$$\theta = \frac{\Delta}{L}$$

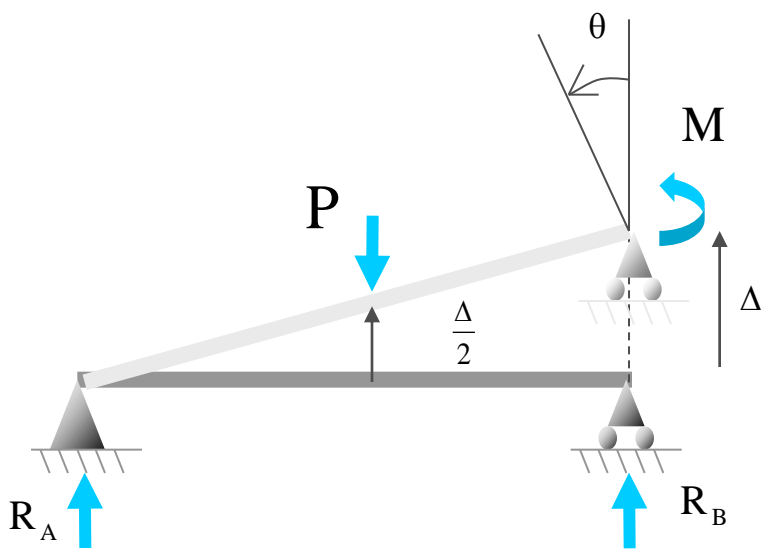
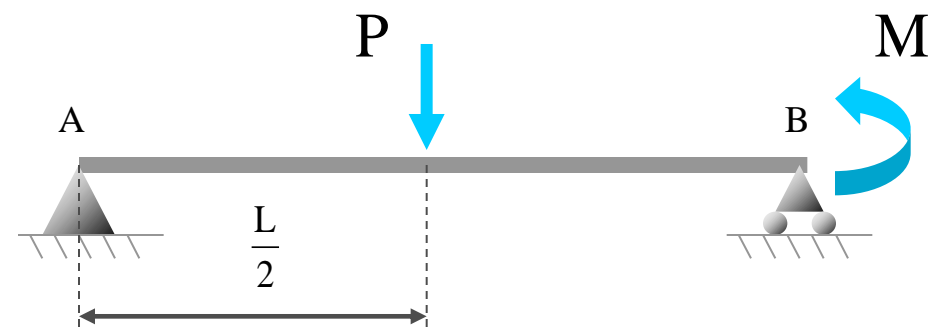
$$W_{INT} = 0$$



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



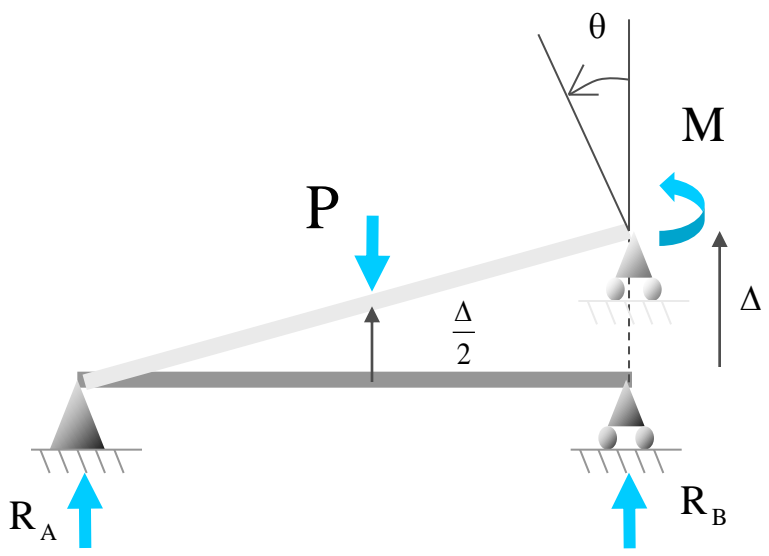
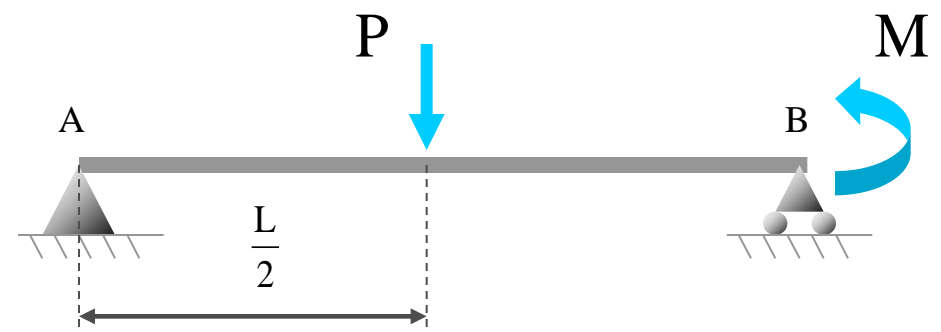
$$\left. \begin{aligned}
 W_{EXT} &= W_{INT} \\
 W_{EXT} &= -\frac{P\Delta}{2} + R_B\Delta + M\theta \\
 \theta &= \frac{\Delta}{L} \\
 W_{INT} &= 0
 \end{aligned} \right\} R_B = \frac{P}{2} - \frac{M}{L}$$



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



$$W_{EXT} = W_{INT}$$

$$W_{EXT} = -\frac{P\Delta}{2} + R_B\Delta + M\theta$$

$$\theta = \frac{\Delta}{L}$$

$$W_{INT} = 0$$

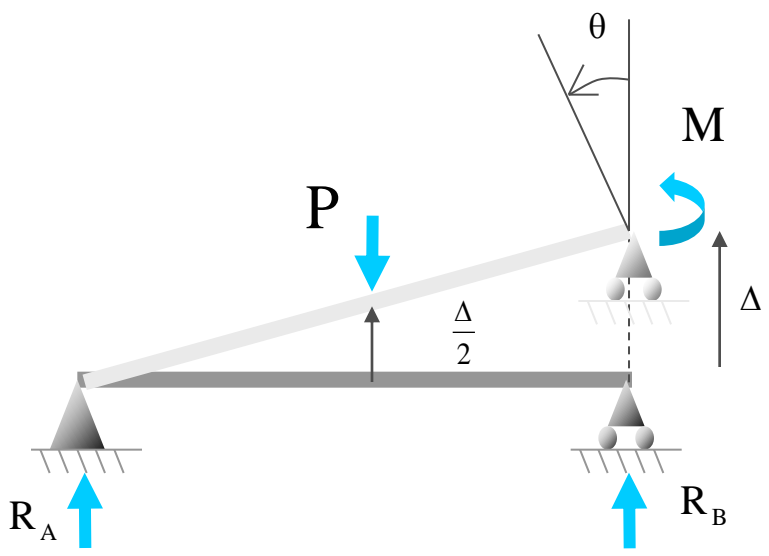
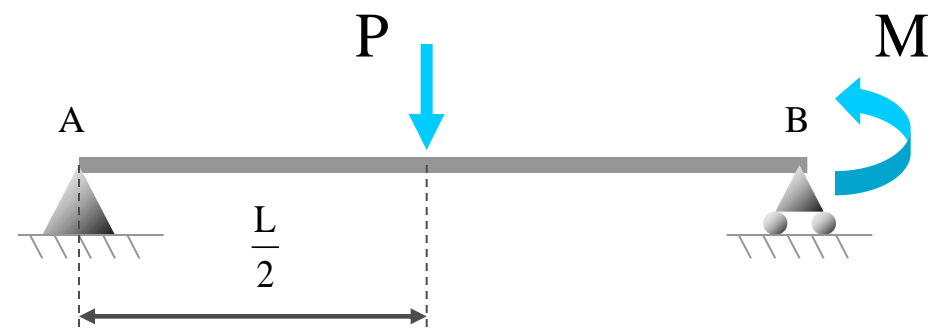
$$R_B = \frac{P}{2} - \frac{M}{L}$$

El valor del desplazamiento de Δ no influye en el resultado final de la reacción

Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular las reacciones de los apoyos de la estructura

- Reacción en A
- Reacción en B



$$W_{EXT} = W_{INT}$$

$$W_{EXT} = -\frac{P\Delta}{2} + R_B\Delta + M\theta$$

$$\theta = \frac{\Delta}{L}$$

$$W_{INT} = 0$$

$$R_B = \frac{P}{2} - \frac{M}{L}$$

El valor del desplazamiento de Δ no influye en el resultado final de la reacción



Aplicaciones del PTV

Introducción

Definición

Aplicaciones

Obtención de
reacciones
exteriores

Descripción
Ejemplo

Teorema de los
desplazamientos
virtuales



Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales

Definición

Aplicaciones

Obtención de reacciones exteriores
Obtención de axiles

Descripción
Ejemplo



Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales

Definición

Aplicaciones

Obtención de reacciones exteriores

Obtención de axiles

Descripción
Ejemplo

Descripción



Descripción



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema A de acciones:



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema A de acciones:



Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

↓
Dato de partida

Sistema A de acciones:



Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Dato de partida

Incógnitas

Sistema A de acciones:



Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + sollicitaciones (ambas desconocidas)

Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Dato de partida
Incógnitas
Incógnitas
Incógnitas

Sistema A de acciones:

→ Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Objetivo: el axil de alguna de las barras de la estructura

Sistema A de acciones:



Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

Sistema B de desplazamientos:
Uno imaginario conveniente

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Diagram illustrating the equation of virtual work with annotations:

- $\sum F_A \cdot \Delta_B$: Dato de partida (Data given)
- $\sum R_A \cdot \Delta'_B$: Incógnitas (Unknowns)
- $\int_0^L M_A d\theta_B$: Incógnitas (Unknowns)
- $\int_0^L T_A d\varphi_B$: Incógnitas (Unknowns)
- $\sum N_A \cdot \Delta L_B$: Objective: el axil de alguna de las barras de la estructura (Objective: the axial force of one of the bars of the structure)

Sistema A de acciones:



Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + sollicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

**Sistema B de desplazamientos:
Uno imaginario conveniente**

→ Se desea que desaparezcan todas las incógnitas fuerza de la ecuación salvo N_A . Para ello se realiza un movimiento virtual de manera que sólo trabaje dicha reacción

Objetivo: el axil de alguna de las barras de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

↓
↓
↓
↓
↓
↓
↓
↓
↓
↓

Dato de partida Incógnitas Incógnitas Incógnitas Incógnitas Objetivo

Sistema A de acciones:

→ Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

Sistema B de desplazamientos:
 Uno imaginario conveniente

→ Se desea que desaparezcan todas las incógnitas fuerza de la ecuación salvo N_A . Para ello se realiza un movimiento virtual de manera que sólo trabaje dicha reacción

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

↓
Dato de partida

↓
Incógnitas

↓
Incógnitas

↓
Incógnitas

Sistema A de acciones:

→ Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

Sistema B de desplazamientos:
Uno imaginario conveniente

Se desea que desaparezcan todas las incógnitas fuerza de la ecuación salvo N_A . Para ello se realiza un movimiento virtual de manera que sólo trabaje dicha reacción

Todas las deformaciones virtuales son nulas menos la de la barra que deforma

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Labels below the equation:

- $\sum F_A \cdot \Delta_B$: Dato de partida
- $\sum R_A \cdot \Delta'_B$: Incógnitas
- $\int_0^L M_A d\theta_B$: Incógnitas
- $\int_0^L T_A d\varphi_B$: Incógnitas
- $\sum N_A \cdot \Delta L_B$: 1 incógnita (circled)

Sistema A de acciones:

Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + sollicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

Sistema B de desplazamientos:
 Uno imaginario conveniente

→ Se desea que desaparezcan todas las incógnitas fuerza de la ecuación salvo N_A . Para ello se realiza un movimiento virtual de manera que sólo trabaje dicha reacción

Las deformaciones son nulas, porque el movimiento de las vigas es siempre de sólido rígido

Todas las deformaciones virtuales son nulas menos la de la barra que deforma

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

↓ Dato de partida
↓ Incógnitas
↓ Incógnitas
↓ Incógnitas
↓ Incógnitas

Sistema A de acciones:

→ Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

Sistema B de desplazamientos:
Uno imaginario conveniente

→ Se desea que desaparezcan todas las incógnitas fuerza de la ecuación salvo N_A . Para ello se realiza un movimiento virtual de manera que sólo trabaje dicha reacción

Movimientos nulos

Las deformaciones son nulas, porque el movimiento de las vigas es siempre de sólido rígido

Todas las deformaciones virtuales son nulas menos la de la barra que deforma

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

↓
Dato de partida

↓
Incógnitas

↓
Incógnitas

↓
Incógnitas

Sistema A de acciones:

→ Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

Sistema B de desplazamientos:
Uno imaginario conveniente

Se desea que desaparezcan todas las incógnitas fuerza de la ecuación salvo N_A . Para ello se realiza un movimiento virtual de manera que sólo trabaje dicha reacción

Los movimientos realizados se obtienen por trigonometría

Movimientos nulos

Las deformaciones son nulas, porque el movimiento de las vigas es siempre de sólido rígido

Todas las deformaciones virtuales son nulas menos la de la barra que deforma

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Diagram illustrating the virtual work equation with annotations:

- $\sum F_A \cdot \Delta_B$: Dato de partida (circled)
- $\sum R_A \cdot \Delta_B$: Incógnitas (crossed out with a red X)
- $\int_0^L M_A d\theta_B$: Incógnitas (crossed out with a red X)
- $\int_0^L T_A d\phi_B$: Incógnitas (crossed out with a red X)
- $\sum N_A \cdot \Delta L_B$: 1 incógnita (circled)

Sistema A de acciones:

Está formado por las cargas exteriores (dato de partida) + reacciones + solicitaciones (ambas desconocidas)



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Dato conocido

1 incógnita



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

The equation is annotated with red text and symbols. "Dato conocido" (Known data) is written above the first term $\sum F_A \cdot \Delta_B$, which is circled in grey. A red 'X' is drawn over the second term $\sum R_A \cdot \Delta_B$. The terms $\int_0^L M_A d\theta_B$ and $\int_0^L T_A d\phi_B$ are also crossed out with red 'X's. The final term $\sum N_A \cdot \Delta L_B$ is circled in grey, and "1 incógnita" (1 unknown) is written above it with an arrow pointing to the term.

De esta ecuación se despeja N_A



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Dato conocido

1 incógnita

$$\sum F_A \cdot \Delta_B = N_A \cdot \Delta L_B$$



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Dato conocido → $\sum F_A \cdot \Delta_B$ $\sum R_A \cdot \Delta_B$ $\int_0^L M_A d\theta_B$ $\int_0^L T_A d\phi_B$ $\sum N_A \cdot \Delta L_B$ 1 incógnita → $\sum N_A \cdot \Delta L_B$

$$\sum F_A \cdot \Delta_B = N_A \cdot \Delta L_B$$

$$\Delta L_B = f(\Delta_B)$$



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

$$\underbrace{\sum F_A \cdot \Delta_B}_{\text{Dato conocido}} + \sum R_A \cdot \Delta_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \underbrace{\sum N_A \cdot \Delta L_B}_{\text{1 incógnita}}$$

$$\sum F_A \cdot \Delta_B = N_A \cdot \Delta L_B$$

$$\Delta L_B = f(\Delta_B)$$

$$N_A = \frac{\sum F_A \cdot \Delta_B}{f(\Delta_B)}$$



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que aparezca como única incógnita el esfuerzo axial de una de las barras de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Dato conocido → $\sum F_A \cdot \Delta_B$ $\sum R_A \cdot \Delta_B$ $\int_0^L M_A d\theta_B$ $\int_0^L T_A d\phi_B$ $\sum N_A \cdot \Delta L_B$ ← 1 incógnita

$$\sum F_A \cdot \Delta_B = N_A \cdot \Delta L_B$$

$$\Delta L_B = f(\Delta_B)$$

$$N_A = \frac{\sum F_A \cdot \Delta_B}{f(\Delta_B)}$$



Aplicaciones del PTV

Introducción

Definición

Aplicaciones

Obtención de
reacciones
exteriores

Obtención de
axiles

Descripción
Ejemplo

Descripción

Teorema de los
desplazamientos
virtuales



Aplicaciones del PTV

Introducción

Definición

Aplicaciones

Obtención de reacciones exteriores

Obtención de axiles

Descripción
Ejemplo

Descripción
Ejemplo

Teorema de los desplazamientos virtuales

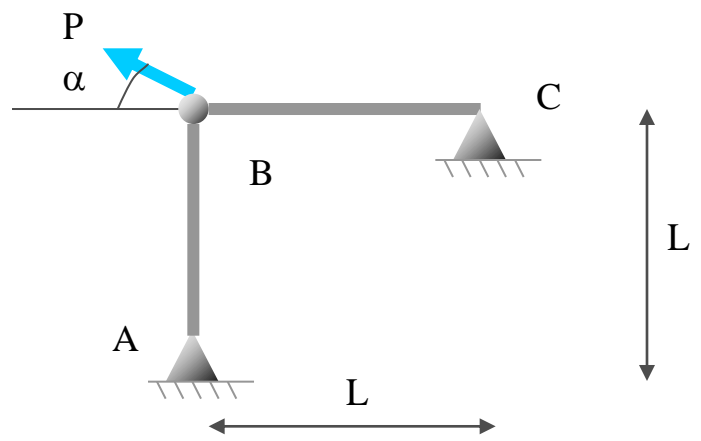


Ejemplo



Ejemplo

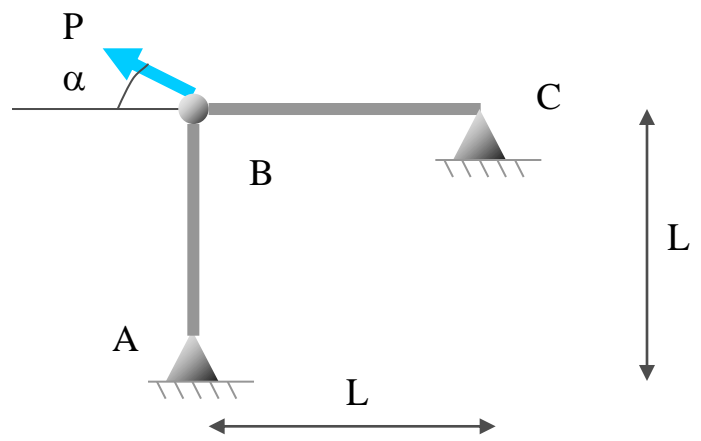
Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:





Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:

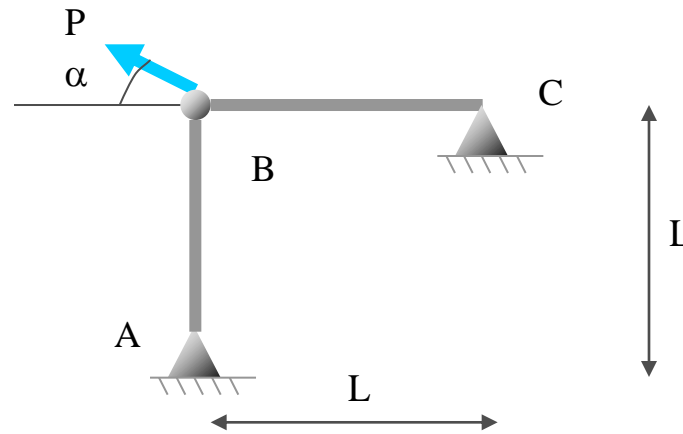


Sistema de fuerzas reales en equilibrio:



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:



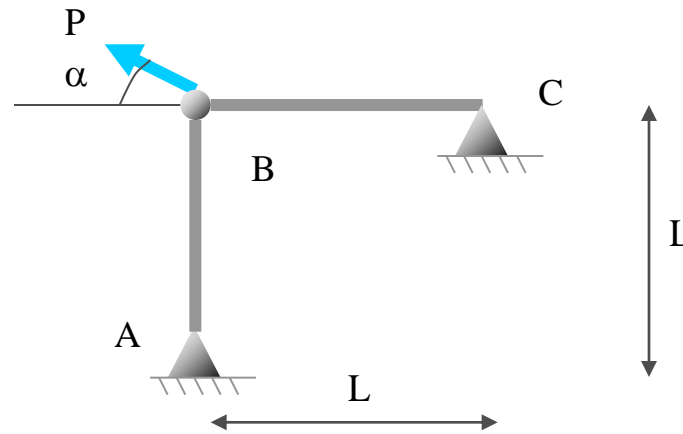
Sistema de fuerzas reales en equilibrio:

Fuerzas externas



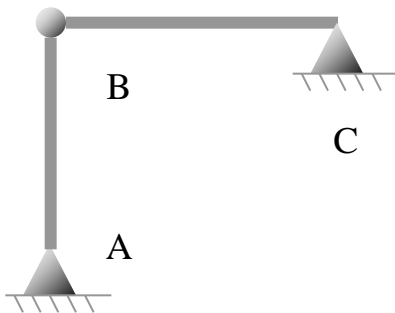
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:



Sistema de fuerzas reales en equilibrio:

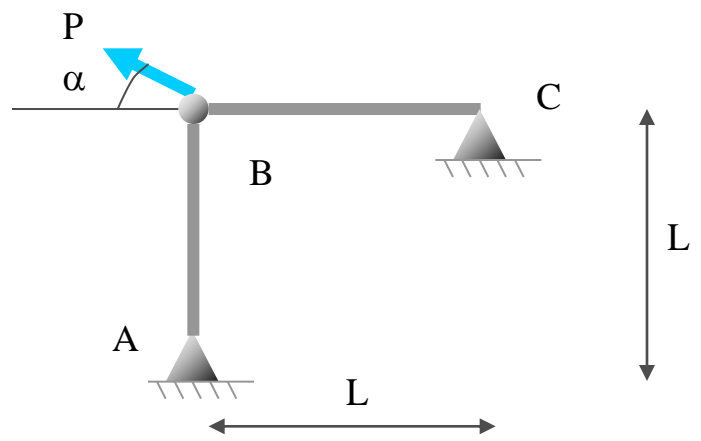
Fuerzas externas





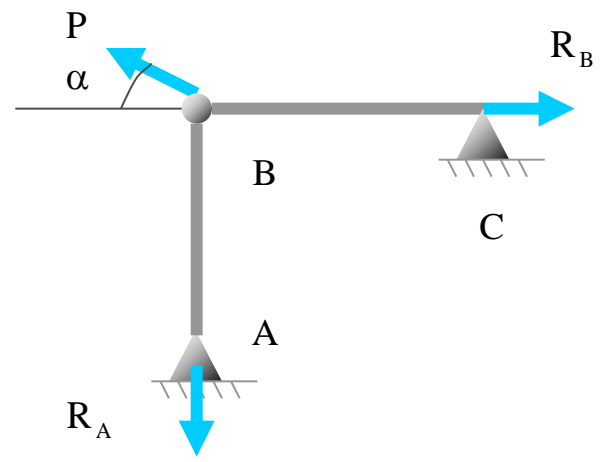
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:



Sistema de fuerzas reales en equilibrio:

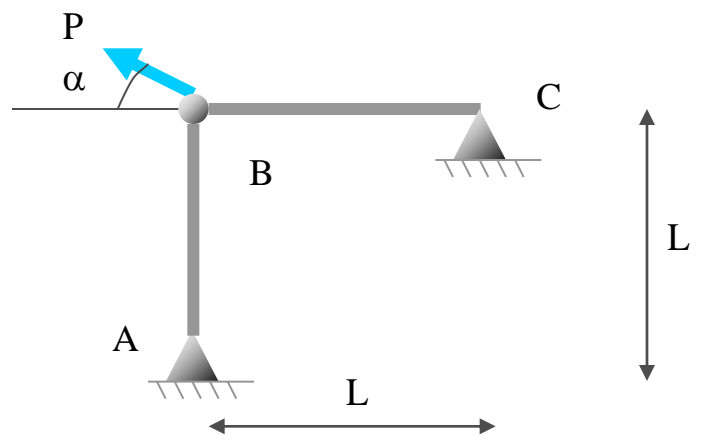
Fuerzas externas





Ejemplo

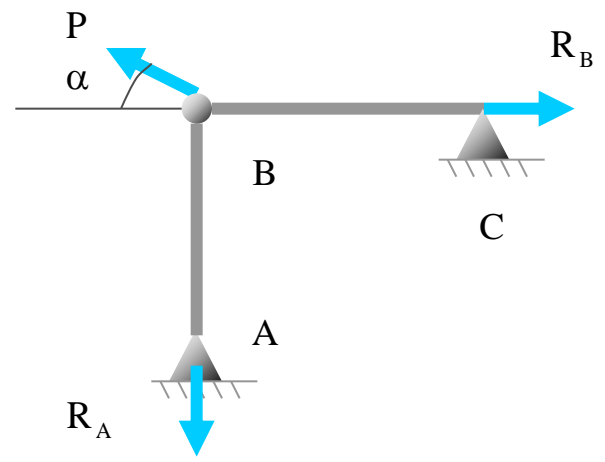
Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:



Sistema de fuerzas reales en equilibrio:

Fuerzas externas

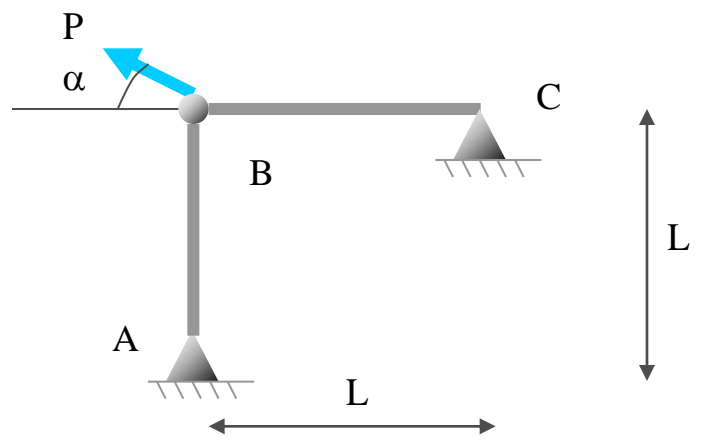
Fuerzas internas





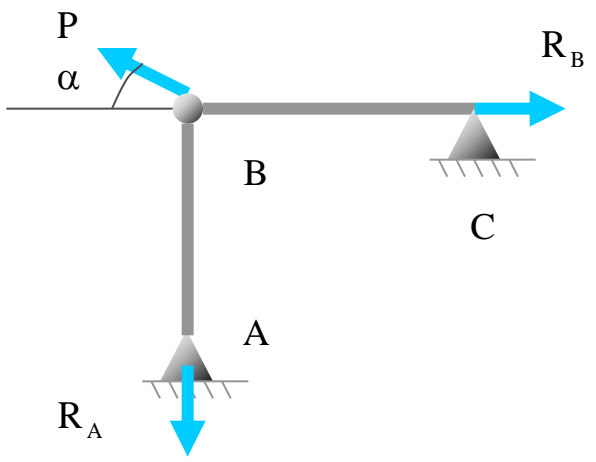
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:

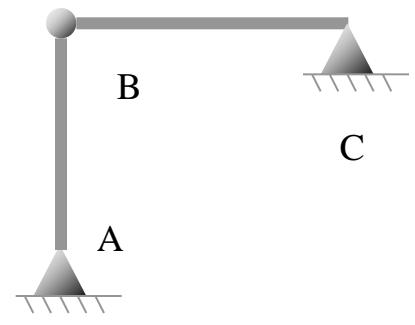


Sistema de fuerzas reales en equilibrio:

Fuerzas externas



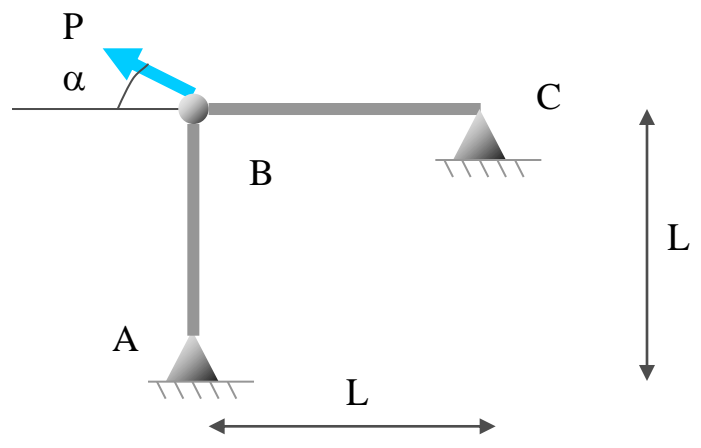
Fuerzas internas





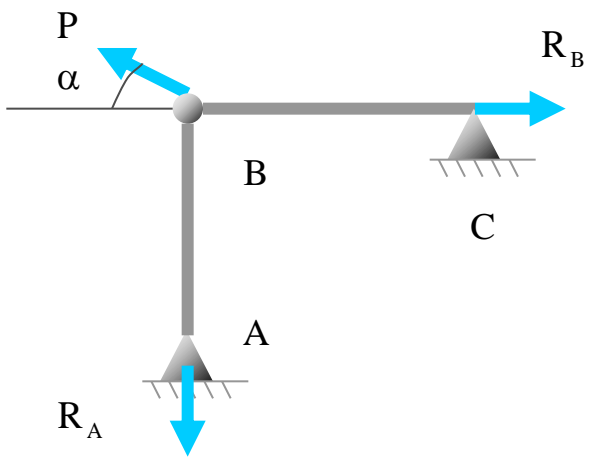
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:

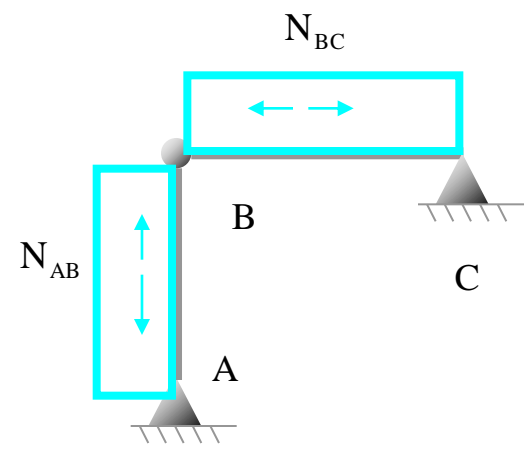


Sistema de fuerzas reales en equilibrio:

Fuerzas externas



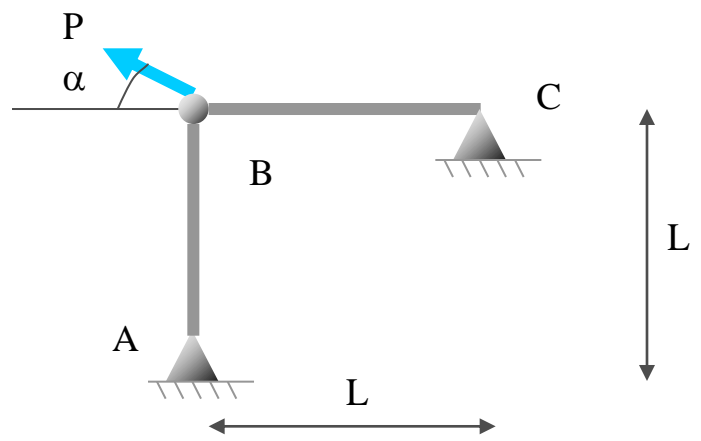
Fuerzas internas





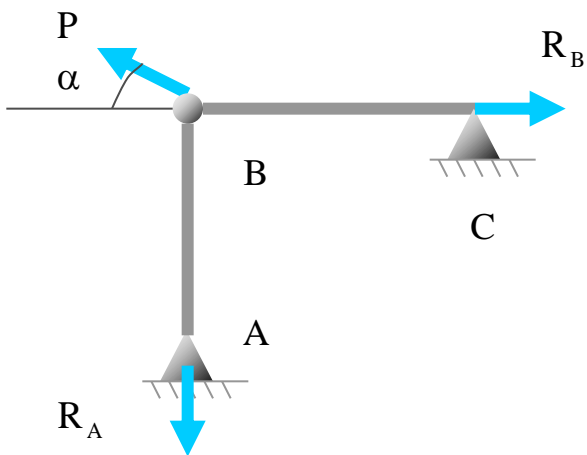
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:

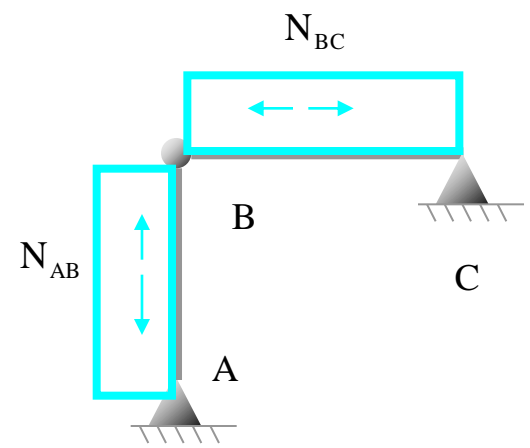


Sistema de fuerzas reales en equilibrio:

Fuerzas externas



Fuerzas internas

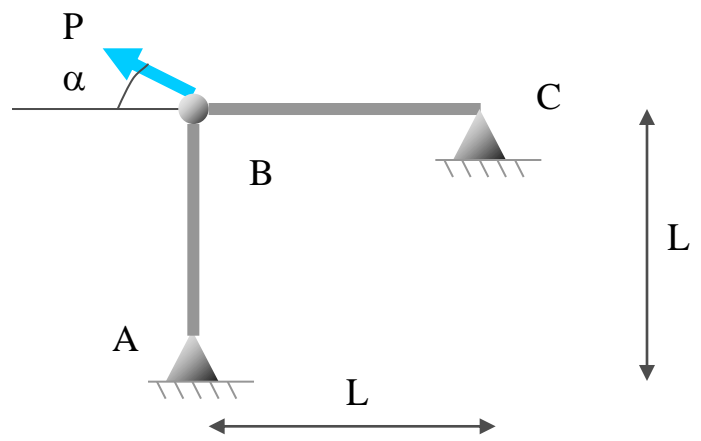


Se elige un desplazamiento compatible con los enlaces que contemple lo siguiente:



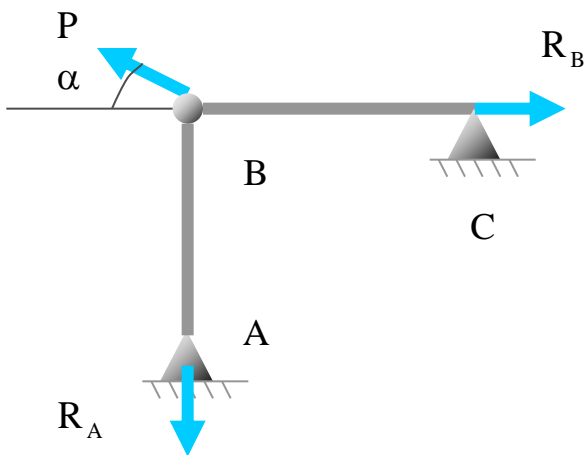
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:

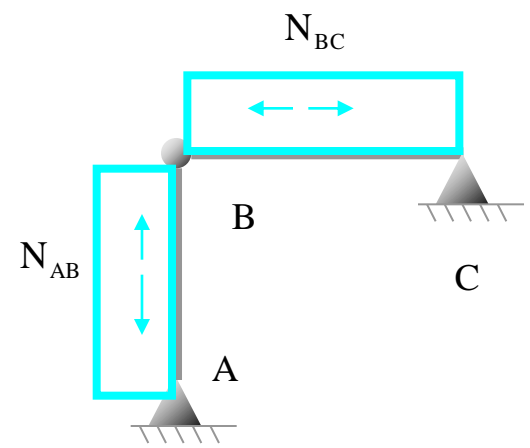


Sistema de fuerzas reales en equilibrio:

Fuerzas externas



Fuerzas internas



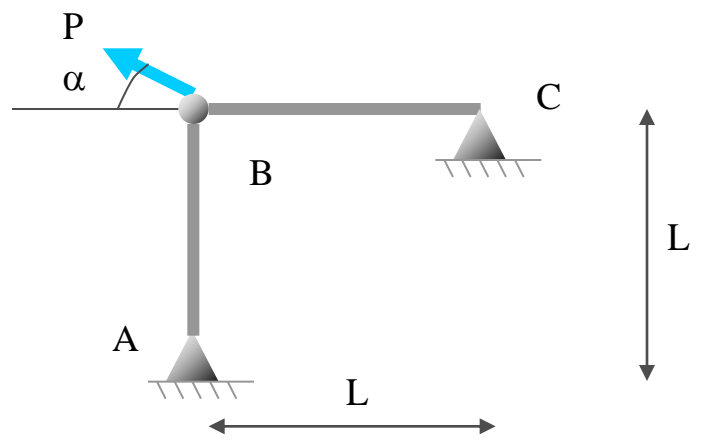
Se elige un desplazamiento compatible con los enlaces que contemple lo siguiente:

- No deben trabajar las solicitaciones, salvo la del tramo AB



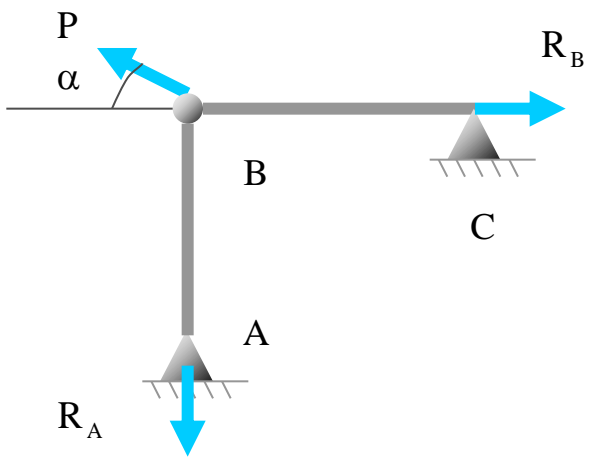
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:

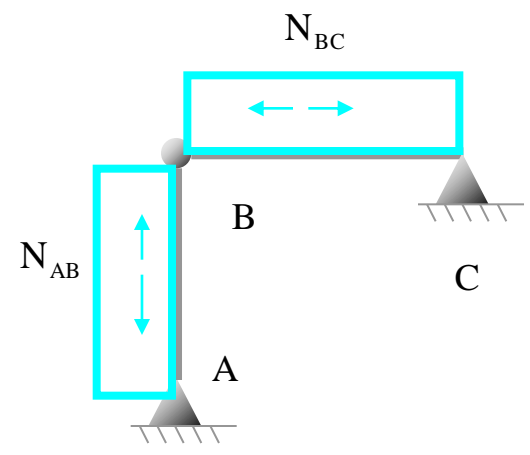


Sistema de fuerzas reales en equilibrio:

Fuerzas externas



Fuerzas internas



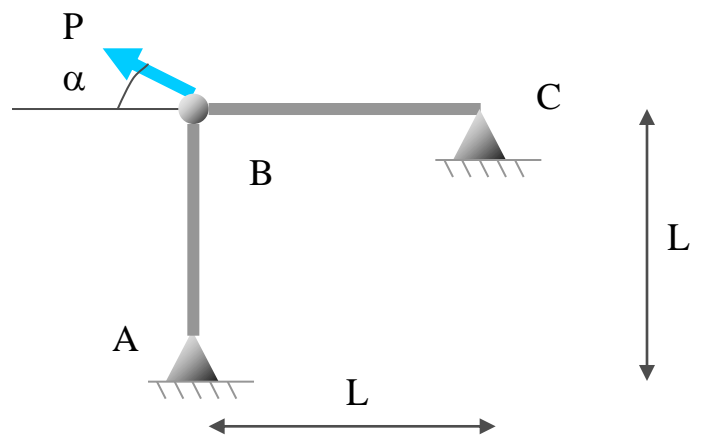
Se elige un desplazamiento compatible con los enlaces que contemple lo siguiente:

- No deben trabajar las sollicitaciones, salvo la del tramo AB
- No deben trabajar las reacciones



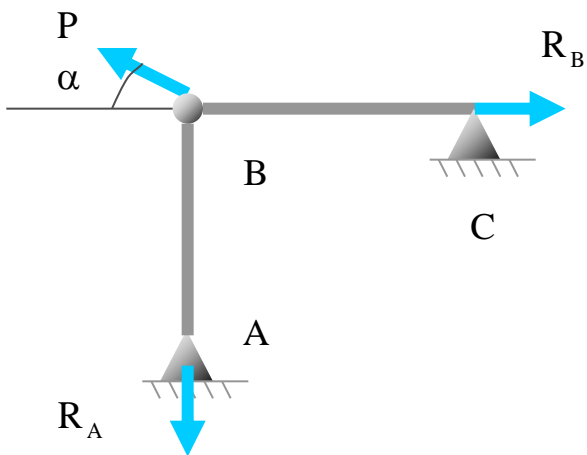
Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:

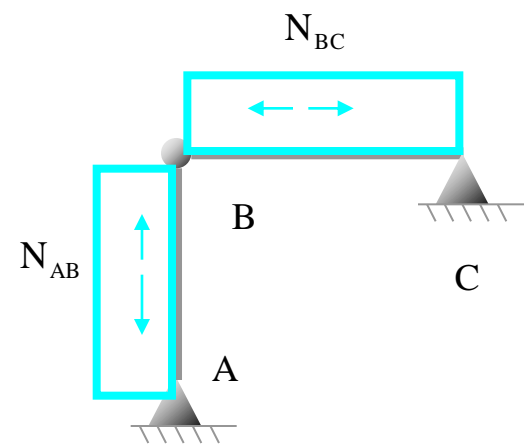


Sistema de fuerzas reales en equilibrio:

Fuerzas externas



Fuerzas internas



Se elige un desplazamiento compatible con los enlaces que contemple lo siguiente:

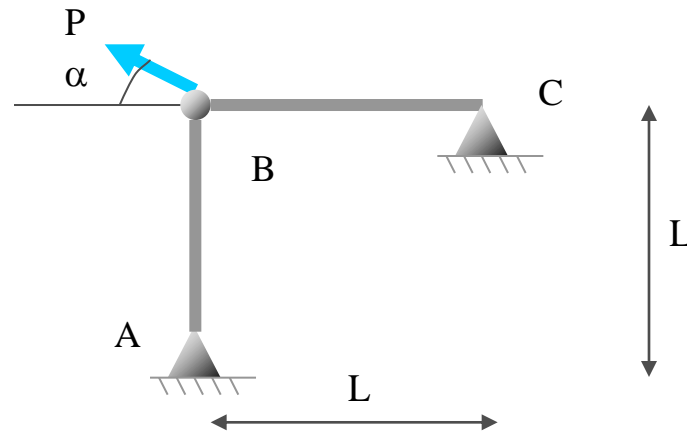
- No deben trabajar las sollicitaciones, salvo la del tramo AB
- No deben trabajar las reacciones

Se propone un movimiento similar al producido por una dilatación en el tramo AB



Ejemplo

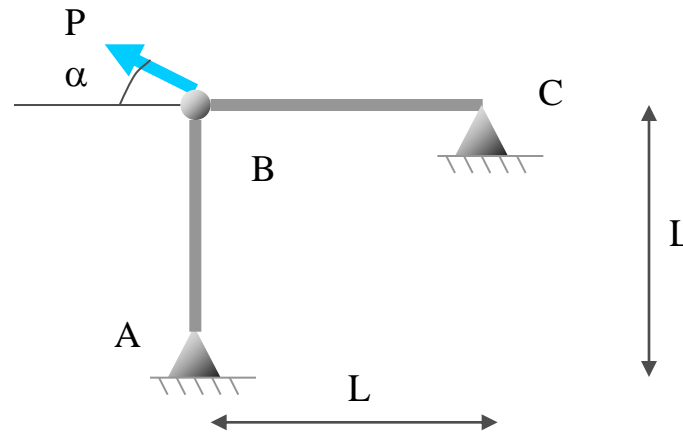
Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:





Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:

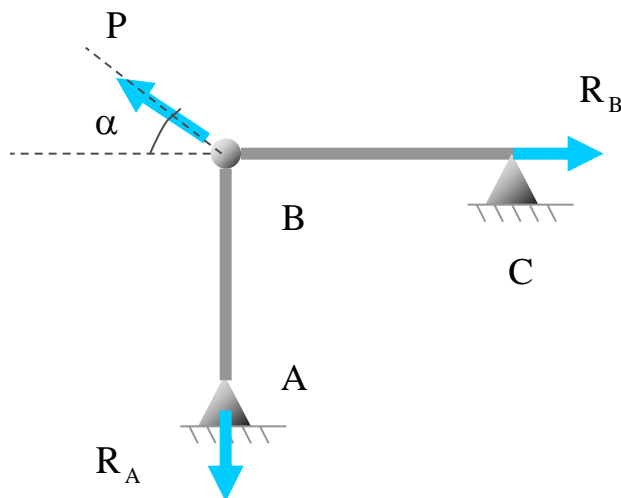
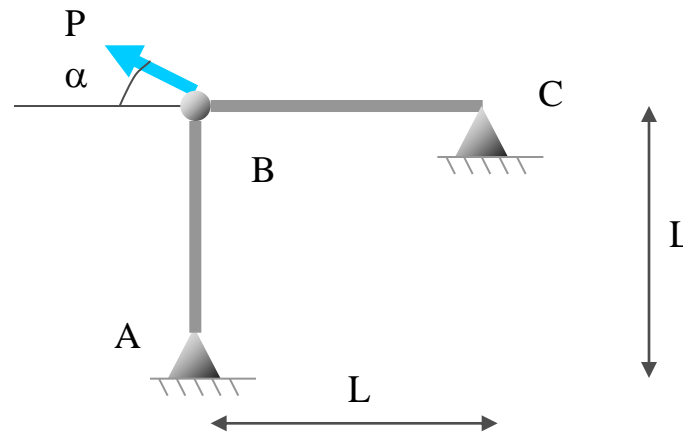


El movimiento que se propone es el siguiente:



Ejemplo

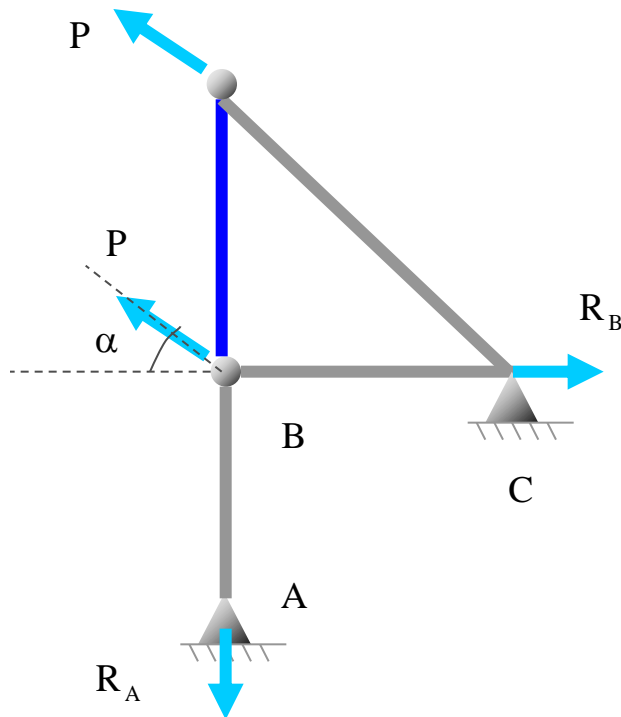
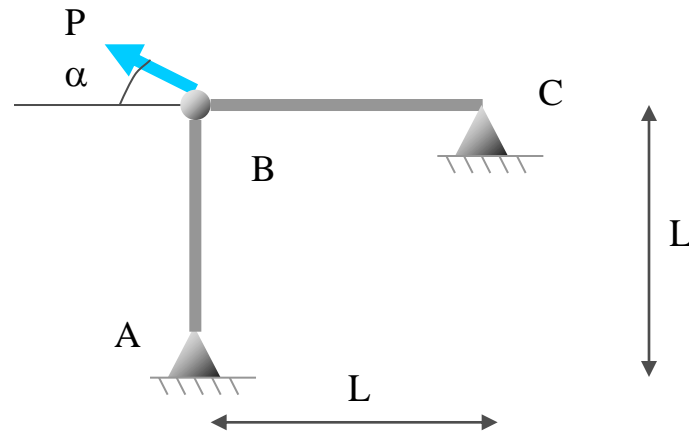
Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:





Ejemplo

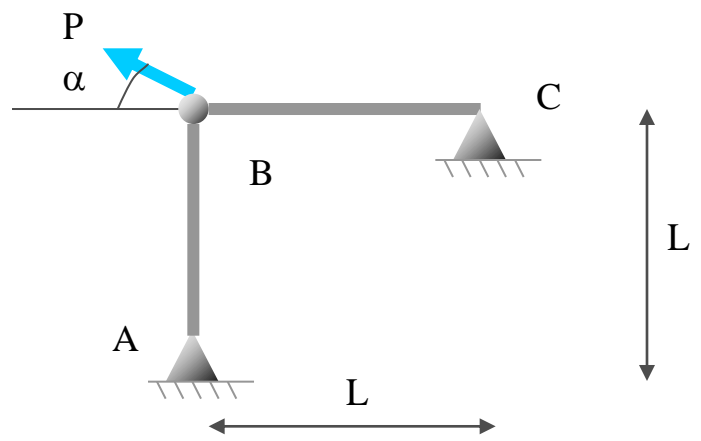
Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:



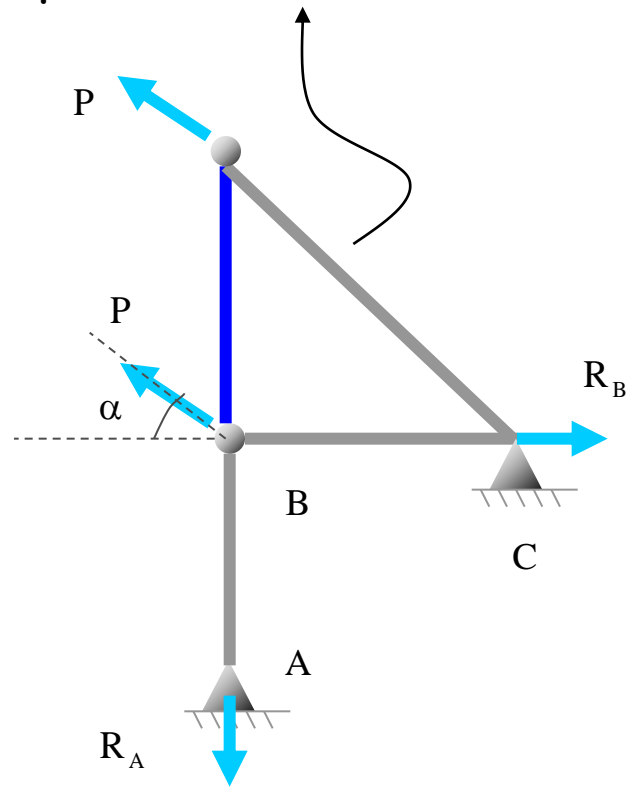


Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:



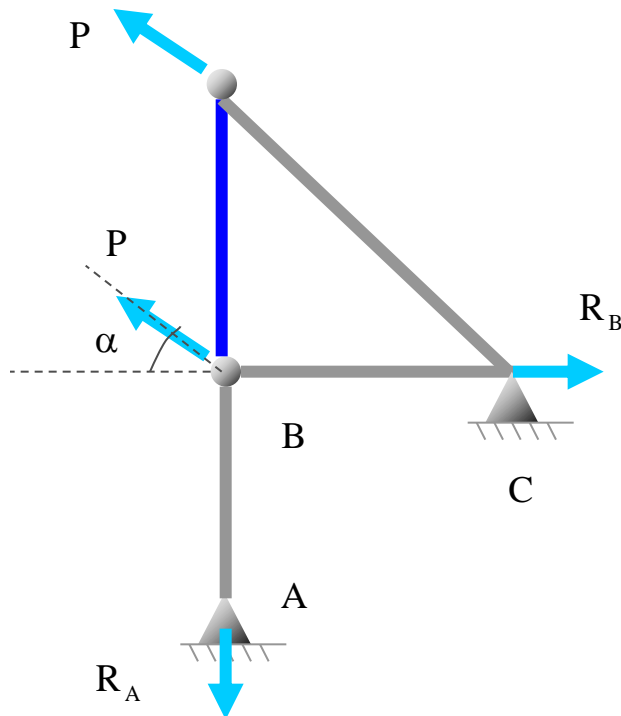
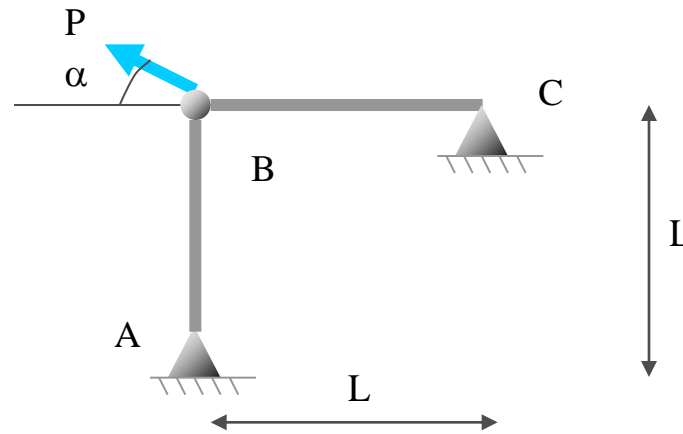
Desplazamiento virtual





Ejemplo

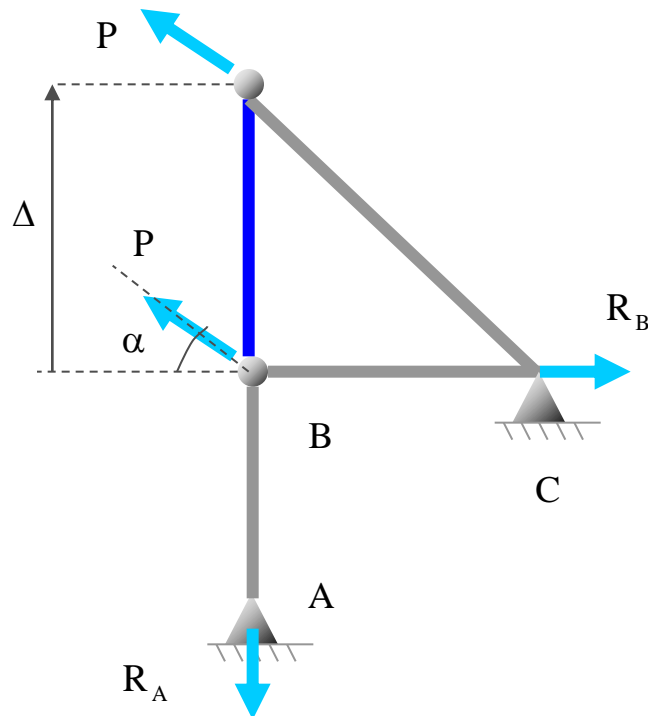
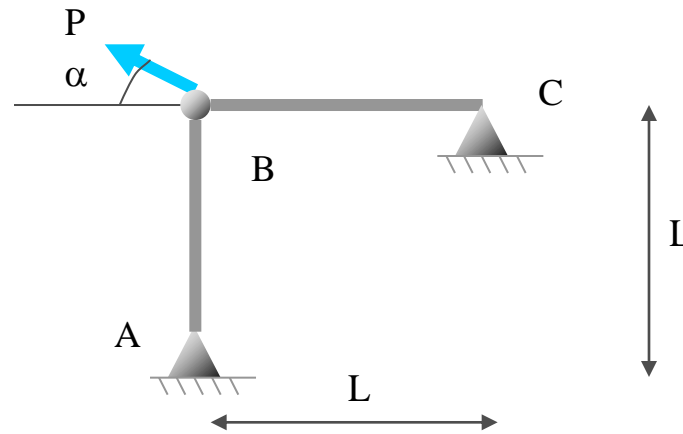
Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:





Ejemplo

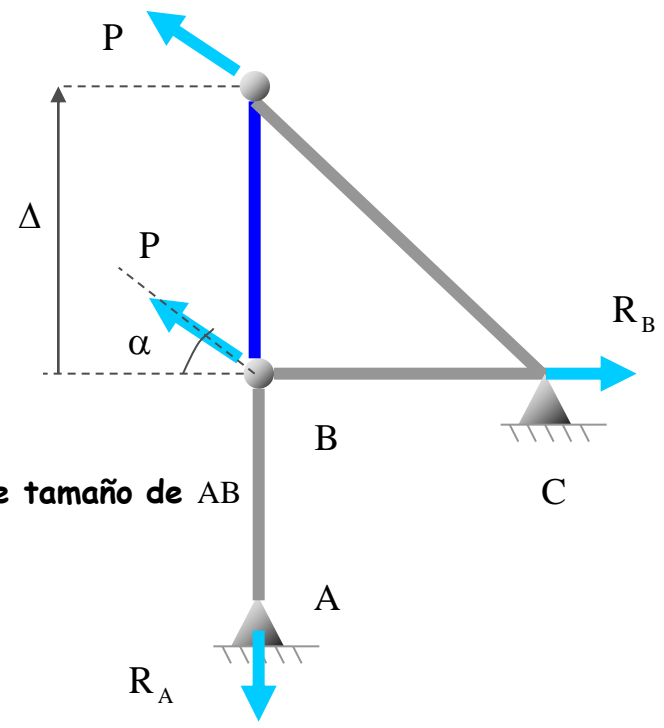
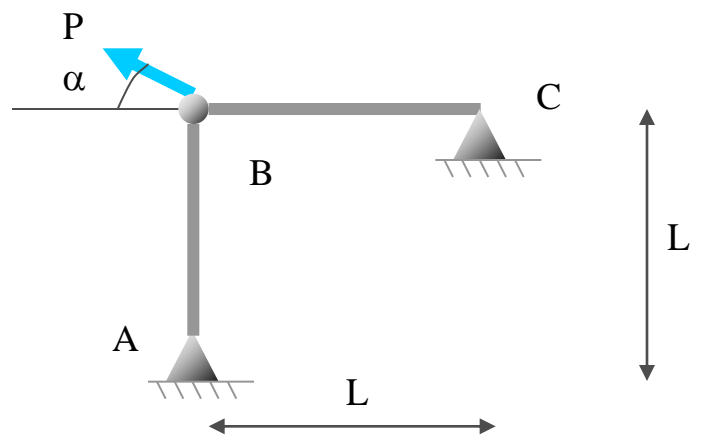
Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:





Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:

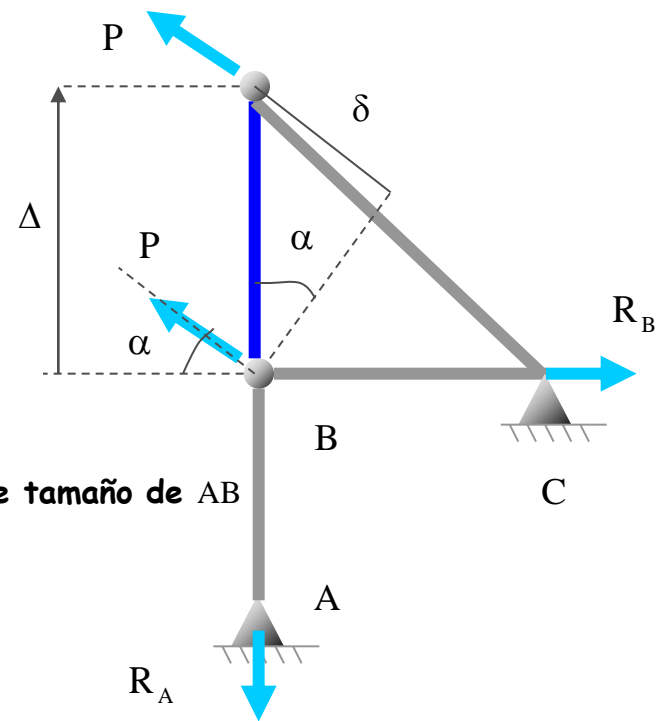
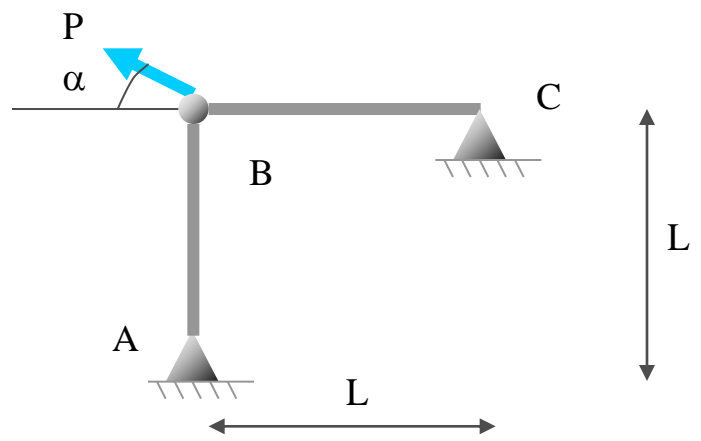


$\Delta =$ Cambio de tamaño de AB



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:

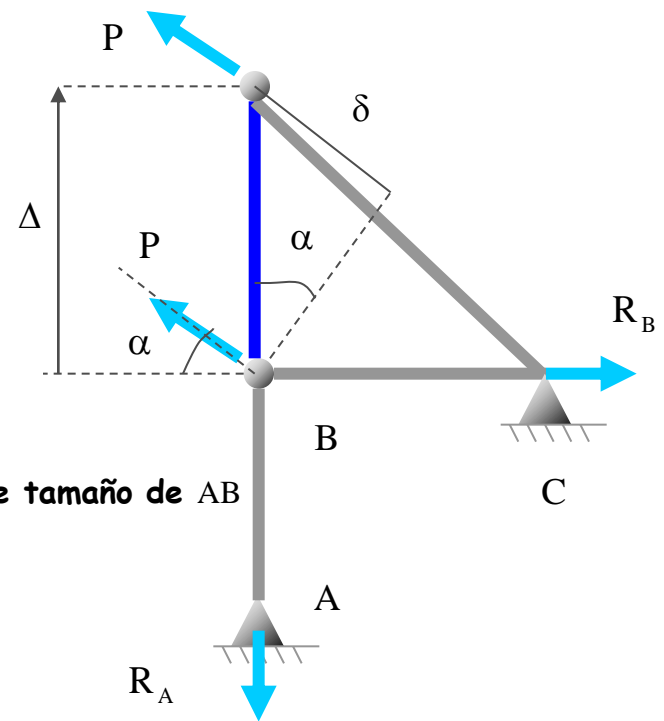
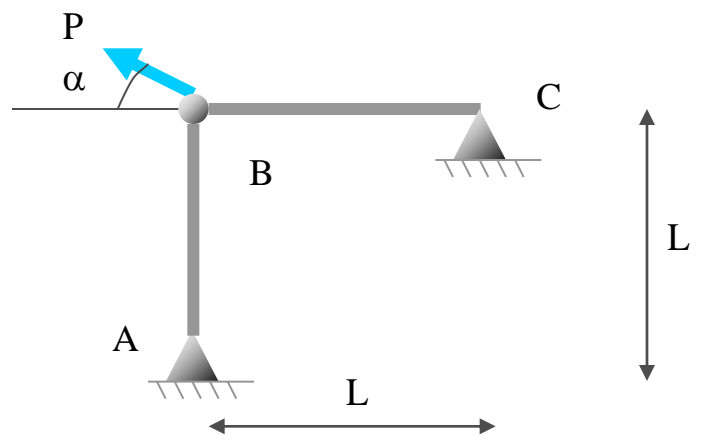


$\Delta =$ Cambio de tamaño de AB



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:



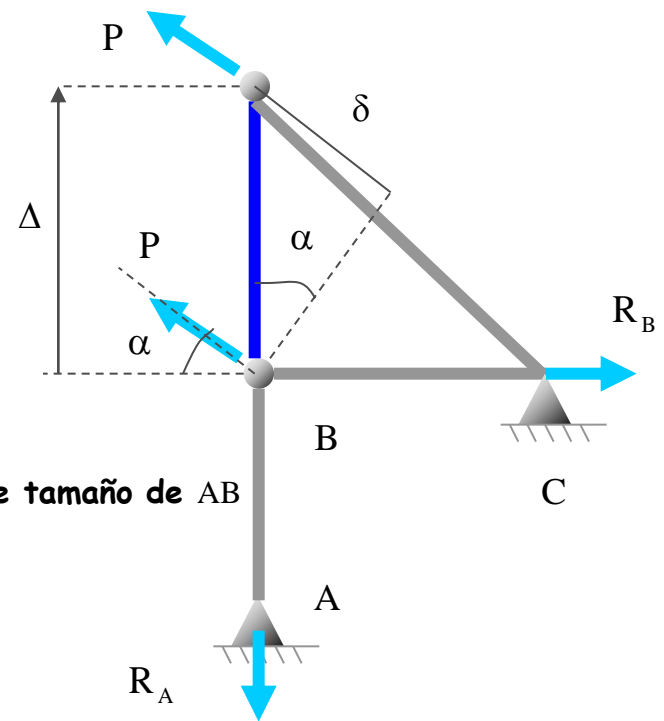
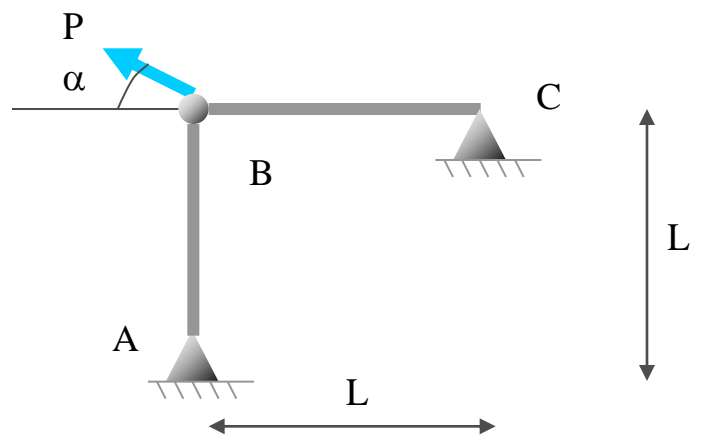
$\Delta =$ Cambio de tamaño de AB

Aplicando el teorema de los Desplazamientos Virtuales, se obtiene:



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:



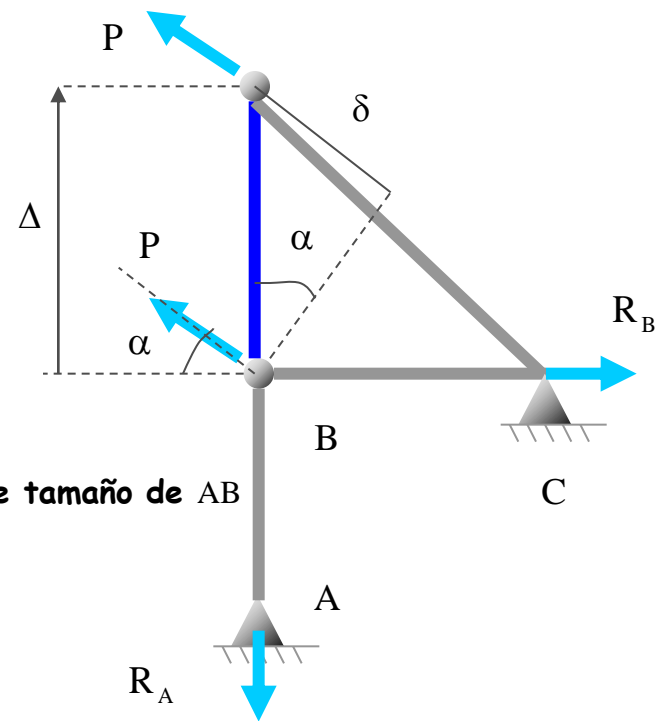
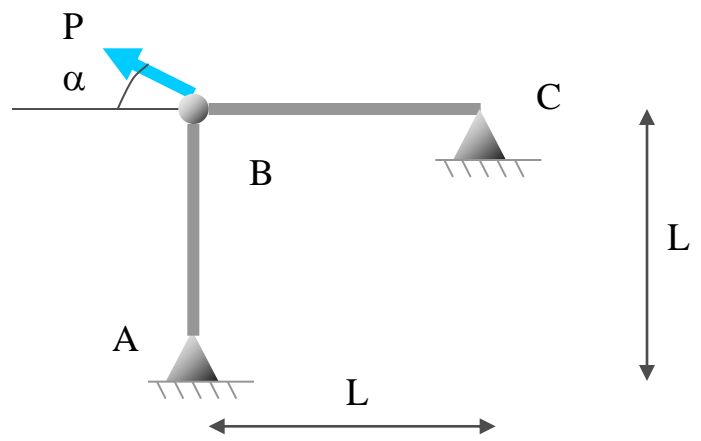
$$W_{EXT} = W_{INT}$$

$\Delta =$ Cambio de tamaño de AB



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:



$\Delta =$ Cambio de tamaño de AB

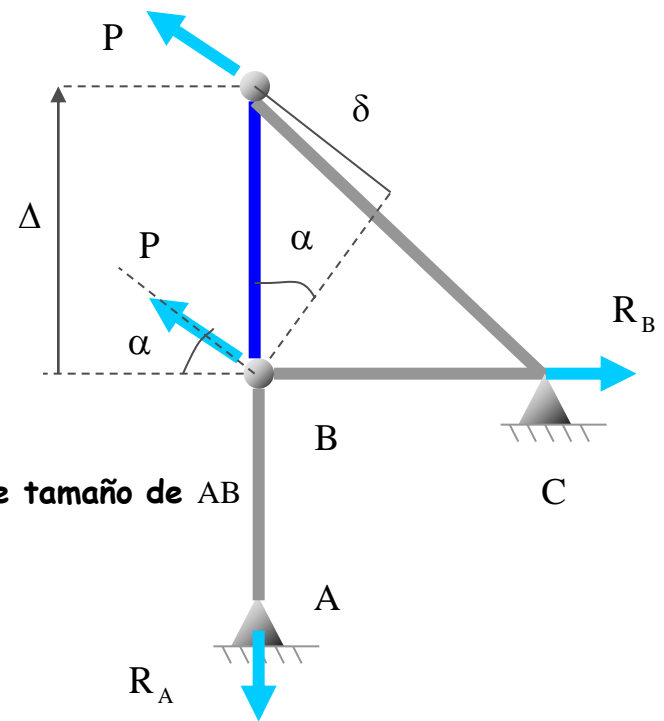
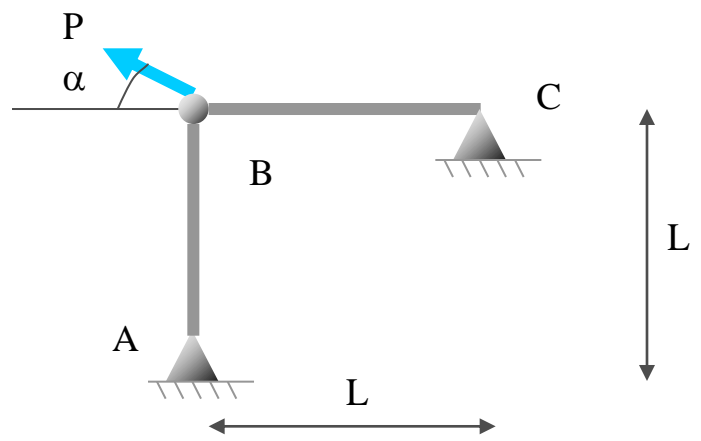
$$W_{EXT} = W_{INT}$$

$$W_{EXT} = P\delta$$



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:



$\Delta =$ Cambio de tamaño de AB

$$W_{EXT} = W_{INT}$$

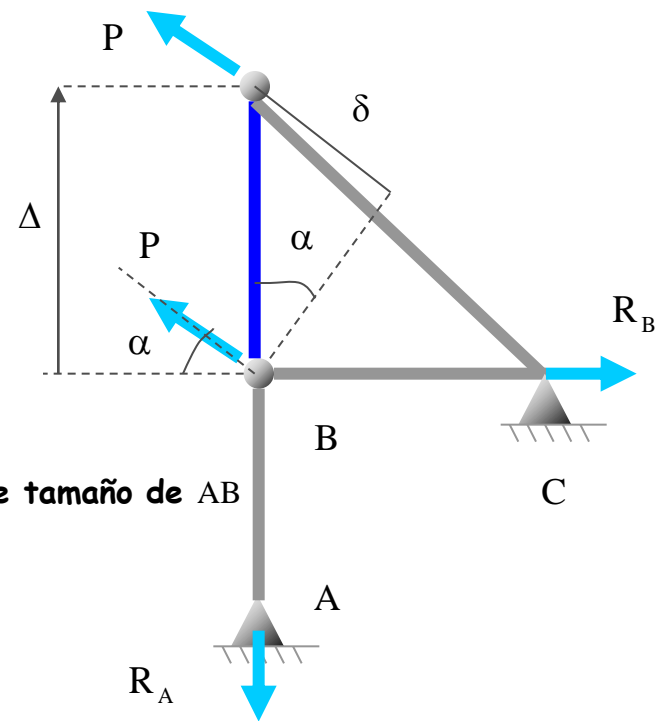
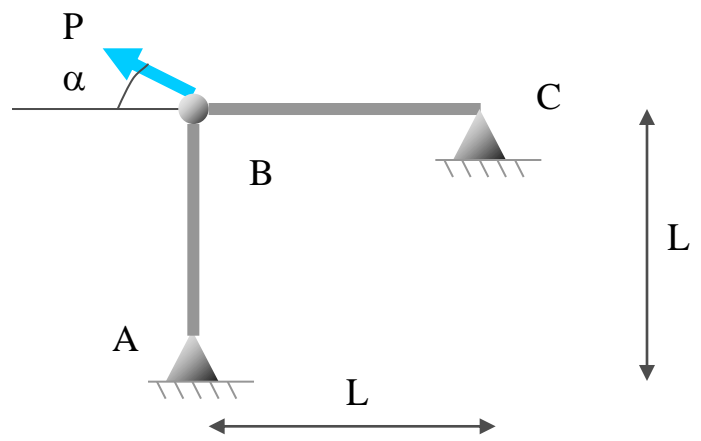
$$W_{EXT} = P\delta$$

$$\delta = \Delta \text{sen} \alpha$$



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:



$\Delta =$ Cambio de tamaño de AB

$$W_{EXT} = W_{INT}$$

$$W_{EXT} = P\delta$$

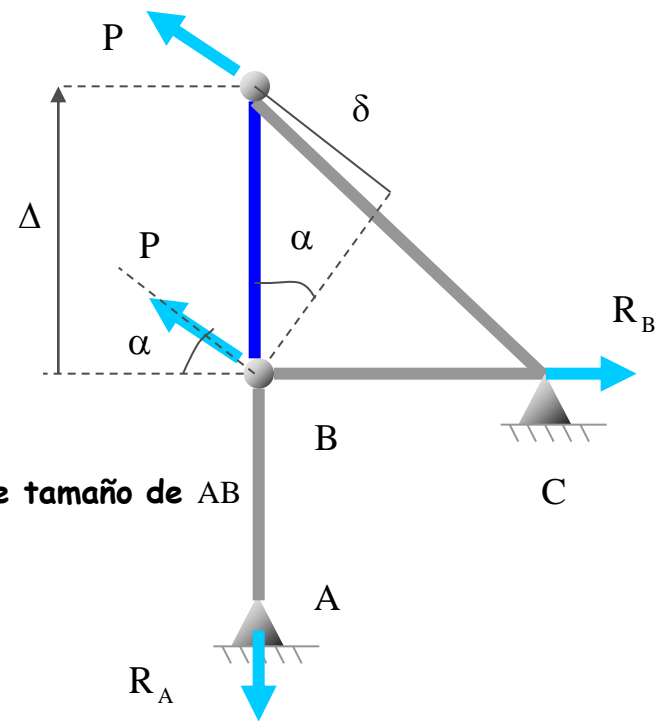
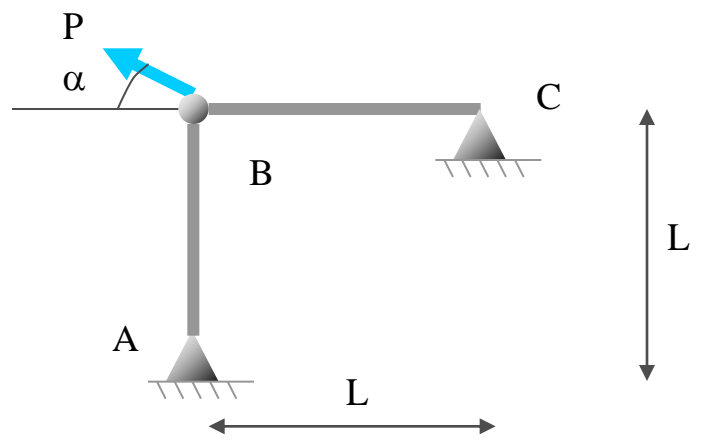
$$\delta = \Delta \text{sen} \alpha$$

$$W_{INT} = N_{AB} \Delta$$



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:



$\Delta =$ Cambio de tamaño de AB

$$W_{EXT} = W_{INT}$$

$$W_{EXT} = P\delta$$

$$\delta = \Delta \text{sen} \alpha$$

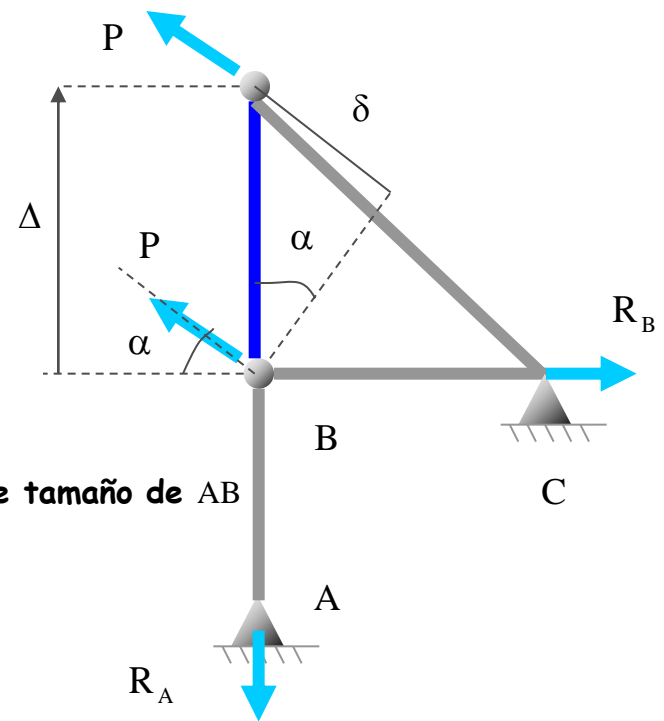
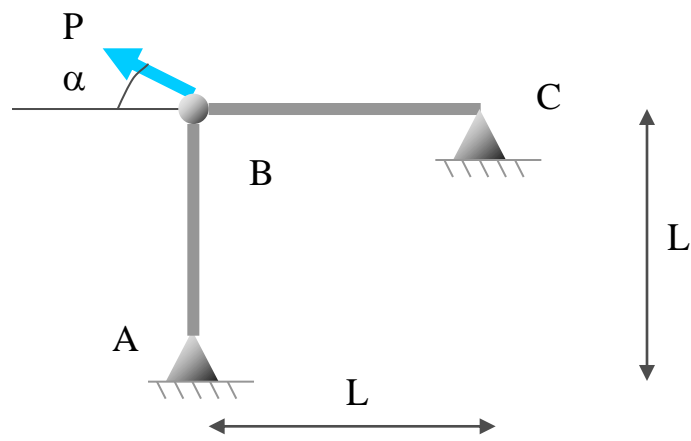
$$W_{INT} = N_{AB} \Delta$$

$$N_{AB} = P \text{sen} \alpha$$



Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:



$\Delta =$ Cambio de tamaño de AB

$$W_{EXT} = W_{INT}$$

$$W_{EXT} = P\delta$$

$$\delta = \Delta \text{sen}\alpha$$

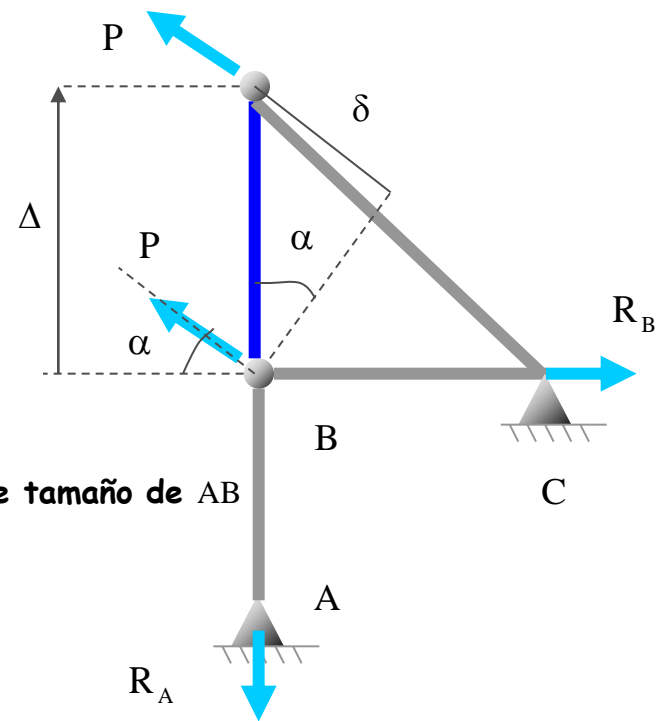
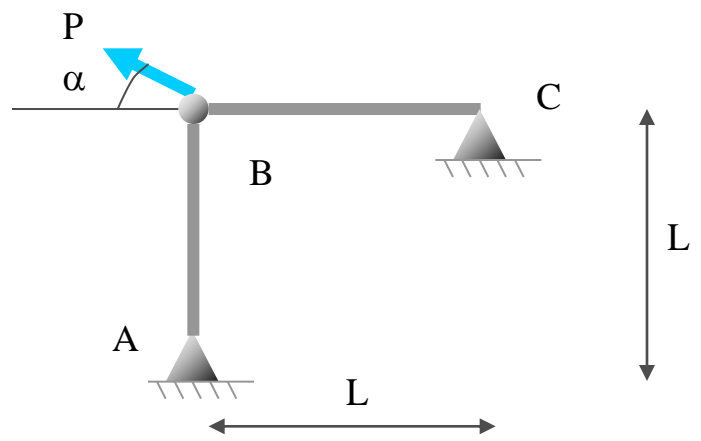
$$W_{INT} = N_{AB}\Delta$$

$$N_{AB} = P \text{sen}\alpha$$

El valor del cambio de tamaño de AB no influye en el resultado final de la sollicitación

Ejemplo

Utilizando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, calcular el esfuerzo axial del tramo AB de la estructura siguiente:



$\Delta =$ Cambio de tamaño de AB

$$W_{EXT} = W_{INT}$$

$$W_{EXT} = P\delta$$

$$\delta = \Delta \text{sen}\alpha$$

$$W_{INT} = N_{AB}\Delta$$

$$N_{AB} = P \text{sen}\alpha$$

El valor del cambio de tamaño de AB no influye en el resultado final de la sollicitación



Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales

Definición

Aplicaciones

Obtención de reacciones exteriores

Obtención de axiles

Descripción
Ejemplo

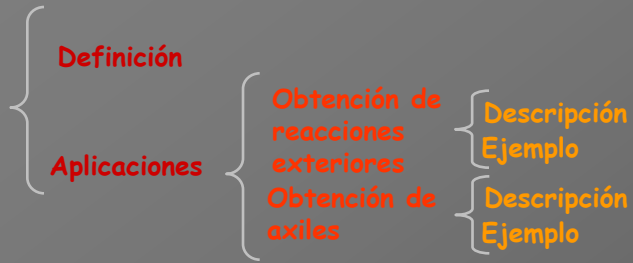
Descripción
Ejemplo



Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



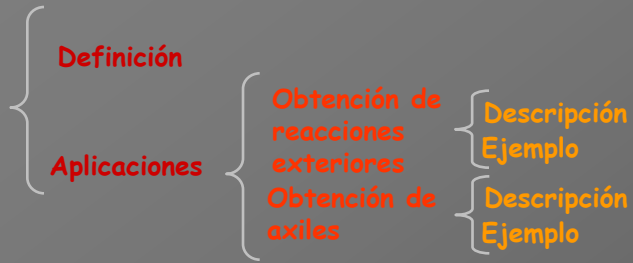
Teorema de las fuerzas virtuales
(método de la carga unitaria)



Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





Definición



Definición

Es un teorema que permite calcular los desplazamientos y giros de la estructura deformada. Se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales, pero en este caso combinando un sistema virtual de fuerzas en equilibrio con la deformada de la estructura, que siempre es compatible con los enlaces



Definición

Es un teorema que permite calcular los desplazamientos y giros de la estructura deformada. Se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales, pero en este caso combinando un sistema virtual de fuerzas en equilibrio con la deformada de la estructura, que siempre es compatible con los enlaces

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Definición

Es un teorema que permite calcular los desplazamientos y giros de la estructura deformada. Se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales, pero en este caso combinando un sistema virtual de fuerzas en equilibrio con la deformada de la estructura, que siempre es compatible con los enlaces

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales



Definición

Es un teorema que permite calcular los desplazamientos y giros de la estructura deformada. Se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales, pero en este caso combinando un sistema virtual de fuerzas en equilibrio con la deformada de la estructura, que siempre es compatible con los enlaces

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$



Definición

Es un teorema que permite calcular los desplazamientos y giros de la estructura deformada. Se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales, pero en este caso combinando un sistema virtual de fuerzas en equilibrio con la deformada de la estructura, que siempre es compatible con los enlaces

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema de acciones:
Acciones imaginarias



Definición

Es un teorema que permite calcular los desplazamientos y giros de la estructura deformada. Se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales, pero en este caso combinando un sistema virtual de fuerzas en equilibrio con la deformada de la estructura, que siempre es compatible con los enlaces

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema de acciones:
Acciones imaginarias

Sistema de desplazamientos:
El producido por las acciones reales



Definición

Es un teorema que permite calcular los desplazamientos y giros de la estructura deformada. Se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales, pero en este caso combinando un sistema virtual de fuerzas en equilibrio con la deformada de la estructura, que siempre es compatible con los enlaces

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema de acciones:
Acciones imaginarias

Sistema de desplazamientos:
El producido por las acciones reales

Incógnitas de la ecuación



Definición

Es un teorema que permite calcular los desplazamientos y giros de la estructura deformada. Se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales, pero en este caso combinando un sistema virtual de fuerzas en equilibrio con la deformada de la estructura, que siempre es compatible con los enlaces

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema de acciones:
Acciones imaginarias

Sistema de desplazamientos:
El producido por las acciones reales

Algún giro

Incógnitas de la ecuación



Definición

Es un teorema que permite calcular los desplazamientos y giros de la estructura deformada. Se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales, pero en este caso combinando un sistema virtual de fuerzas en equilibrio con la deformada de la estructura, que siempre es compatible con los enlaces

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema de acciones:
Acciones imaginarias

Sistema de desplazamientos:
El producido por las acciones reales

Algún giro

o bien

Incógnitas de la ecuación



Definición

Es un teorema que permite calcular los desplazamientos y giros de la estructura deformada. Se obtiene aplicando el Principio de los Trabajos Virtuales, pero en este caso combinando un sistema virtual de fuerzas en equilibrio con la deformada de la estructura, que siempre es compatible con los enlaces

Estructura sometida a un conjunto de acciones exteriores



Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema de acciones:
Acciones imaginarias

Sistema de desplazamientos:
El producido por las acciones reales

Algún giro

o bien

Algún desplazamiento

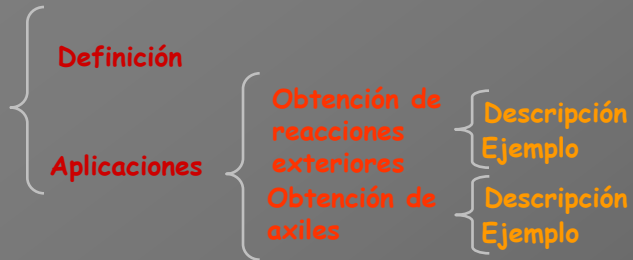
Incógnitas de la ecuación



Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





Aplicaciones del PTV

Introducción

Definición

Aplicaciones

Obtención de reacciones exteriores

Descripción
Ejemplo

Obtención de axiles

Descripción
Ejemplo

Teorema de los desplazamientos virtuales

Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

Definición

Cálculo de giros y desplazamientos



Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales

Definición
Aplicaciones

Obtención de reacciones exteriores
Obtención de axiles

Descripción
Ejemplo
Descripción
Ejemplo

Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

Definición
Cálculo de giros y desplazamientos

Descripción



Descripción



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

Ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente



Esta acción vale la unidad y se aplica en la sección en la que se quiere conocer el movimiento



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Carga/momento
unitario

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente

Esta acción vale la unidad y se aplica en la sección en la que se quiere conocer el movimiento



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Carga/momento unitario

Las reacciones son conocidas porque dependen de la acción unitaria

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente

Esta acción vale la unidad y se aplica en la sección en la que se quiere conocer el movimiento



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Carga/momento unitario

R'

Las reacciones son conocidas porque dependen de la acción unitaria

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente

Esta acción vale la unidad y se aplica en la sección en la que se quiere conocer el movimiento



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Carga/momento unitario

R'

M'

Las reacciones son conocidas porque dependen de la acción unitaria

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente

Esta acción vale la unidad y se aplica en la sección en la que se quiere conocer el movimiento



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Carga/momento unitario

R'

M'

T'

Las reacciones son conocidas porque dependen de la acción unitaria

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente

Esta acción vale la unidad y se aplica en la sección en la que se quiere conocer el movimiento



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Carga/momento unitario

R'

M'

T'

N'

Las reacciones son conocidas porque dependen de la acción unitaria

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente



Esta acción vale la unidad y se aplica en la sección en la que se quiere conocer el movimiento



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

Sistema B de desplazamientos:
 Son los producidos por las cargas reales

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

↓
 Carga/momento unitario

↓
 R'

↓
 M'

↓
 T'

↓
 N'

Las reacciones son conocidas porque dependen de la acción unitaria

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente



Esta acción vale la unidad y se aplica en la sección en la que se quiere conocer el movimiento



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

Sistema B de desplazamientos:
Son los producidos por las cargas reales

Los datos relacionados con este sistema que aparecen en la ecuación se expresan con la Ley de Hooke en función de las acciones reales

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

↓
Carga/momento unitario

↓
R'

↓
M'

↓
T'

↓
N'

Las reacciones son conocidas porque dependen de la acción unitaria

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente



Esta acción vale la unidad y se aplica en la sección en la que se quiere conocer el movimiento



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

Sistema B de desplazamientos:
Son los producidos por las cargas reales

Los datos relacionados con este sistema que aparecen en la ecuación se expresan con la Ley de Hooke en función de las acciones reales

$$d\theta = \frac{M dx}{EI}$$

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Carga/momento unitario

R'

M'

T'

N'

Las reacciones son conocidas porque dependen de la acción unitaria

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente

Esta acción vale la unidad y se aplica en la sección en la que se quiere conocer el movimiento



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

Sistema B de desplazamientos:
Son los producidos por las cargas reales

Los datos relacionados con este sistema que aparecen en la ecuación se expresan con la Ley de Hooke en función de las acciones reales

$$d\theta = \frac{M dx}{EI} \quad d\phi = \frac{T dx}{GI_T}$$

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Carga/momento unitario

R'

M'

T'

N'

Las reacciones son conocidas porque dependen de la acción unitaria

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente

Esta acción vale la unidad y se aplica en la sección en la que se quiere conocer el movimiento



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

Sistema B de desplazamientos:
Son los producidos por las cargas reales

Los datos relacionados con este sistema que aparecen en la ecuación se expresan con la Ley de Hooke en función de las acciones reales

$$d\theta = \frac{M dx}{EI}$$

$$d\phi = \frac{T dx}{GI_T}$$

$$\Delta L = \frac{NL}{EA}$$

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Carga/momento unitario

R'

M'

T'

N'

Las reacciones son conocidas porque dependen de la acción unitaria

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente



Esta acción vale la unidad y se aplica en la sección en la que se quiere conocer el movimiento



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

Sistema B de desplazamientos:
Son los producidos por las cargas reales

Los datos relacionados con este sistema que aparecen en la ecuación se expresan con la Ley de Hooke en función de las acciones reales

$$d\theta = \frac{M dx}{EI} \quad d\phi = \frac{T dx}{GI_T} \quad \Delta L = \frac{NL}{EA}$$

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta'_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

Conocido

Carga/momento unitario

R' M' T' N'

Las reacciones son conocidas porque dependen de la acción unitaria

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente

→ Esta acción vale la unidad y se aplica en la sección en la que se quiere conocer el movimiento



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

Sistema B de desplazamientos:
Son los producidos por las cargas reales

Los datos relacionados con este sistema que aparecen en la ecuación se expresan con la Ley de Hooke en función de las acciones reales

La única incógnita de la ecuación es el movimiento de la acción unitaria, que es real

Movimiento nulo (se supone que no existen asientos en los apoyos)

$$d\theta = \frac{M dx}{EI} \quad d\phi = \frac{T dx}{GI_T} \quad \Delta L = \frac{NL}{EA}$$

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta_B$$

Conocido

Carga/momento unitario

R' M' T' N'

Las reacciones son conocidas porque dependen de la acción unitaria

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente

Esta acción vale la unidad y se aplica en la sección en la que se quiere conocer el movimiento



Descripción

Se trata de utilizar la ecuación del Principio de los Trabajos Virtuales de manera que exista como única incógnita el giro o el desplazamiento de alguna sección o de algún nudo de la estructura

Sistema B de desplazamientos:
Son los producidos por las cargas reales

Los datos relacionados con este sistema que aparecen en la ecuación se expresan con la Ley de Hooke en función de las acciones reales

La única incógnita de la ecuación es el movimiento de la acción unitaria, que es real

Movimiento nulo (se supone que no existen asientos en los apoyos)

$$d\theta = \frac{M dx}{EI}$$

$$d\phi = \frac{T dx}{GI_T}$$

$$\Delta L = \frac{NL}{EA}$$

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta_L_B$$

1 incógnita X Conocido

Carga/momento unitario

R' M' T' N'

Las reacciones son conocidas porque dependen de la acción unitaria

Sistema A de fuerzas: las producidas por una acción imaginaria conveniente

→ Esta acción vale la unidad y se aplica en la sección en la que se quiere conocer el movimiento



Descripción

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

1 incógnita

Conocido

The image shows a mathematical equation with several annotations. A red 'X' is drawn over the term $\sum R_A \cdot \Delta_B$. A grey arrow points from the text '1 incógnita' to the term $\sum F_A \cdot \Delta_B$. The term $\sum N_A \cdot \Delta L_B$ is labeled 'Conocido'. The terms $\int_0^L M_A d\theta_B$ and $\int_0^L T_A d\varphi_B$ are enclosed in a grey oval.



Descripción

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\varphi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

The equation is annotated with the following elements:

- A red arrow points to the first term $\sum F_A \cdot \Delta_B$ with the text "1 incógnita".
- A large red 'X' is drawn over the second term $\sum R_A \cdot \Delta_B$.
- The term $\sum N_A \cdot \Delta L_B$ is circled in grey, with the word "Conocido" written in red above it.
- The entire right-hand side of the equation, including the integrals and the circled term, is enclosed in a large grey oval.

En la ecuación queda despejado el desplazamiento,
al ser uno el valor de la acción virtual



Descripción

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

1 incógnita X Conocido

$$1 \cdot \Delta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'}{EI} dx + \int_0^L \frac{TT'}{GI_T} dx \right] + \sum \frac{NN'}{EA}$$



Descripción

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

1 incógnita X Conocido

$$1 \cdot \Delta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'}{EI} dx + \int_0^L \frac{TT'}{GI_T} dx \right] + \sum \frac{NN'}{EA}$$

$\Delta_1 =$ Movimiento de la acción unitaria



Descripción

$$\sum F_A \cdot \Delta_B + \sum R_A \cdot \Delta_B = \sum \left[\int_0^L M_A d\theta_B + \int_0^L T_A d\phi_B \right] + \sum N_A \cdot \Delta L_B$$

1 incógnita X Conocido

$$1 \cdot \Delta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'}{EI} dx + \int_0^L \frac{TT'}{GI_T} dx \right] + \sum \frac{NN'}{EA}$$

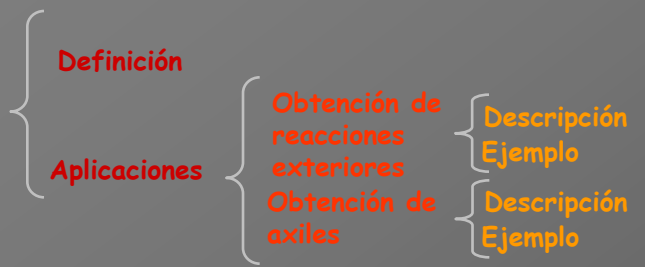
$\Delta_1 =$ Movimiento de la acción unitaria



Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

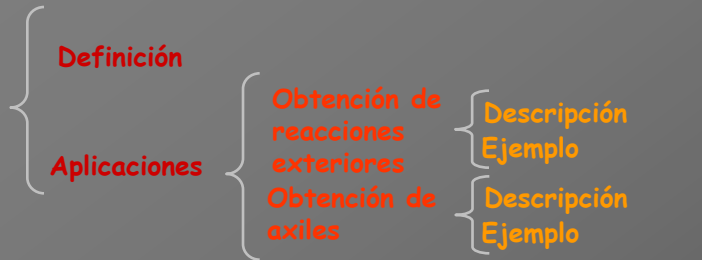




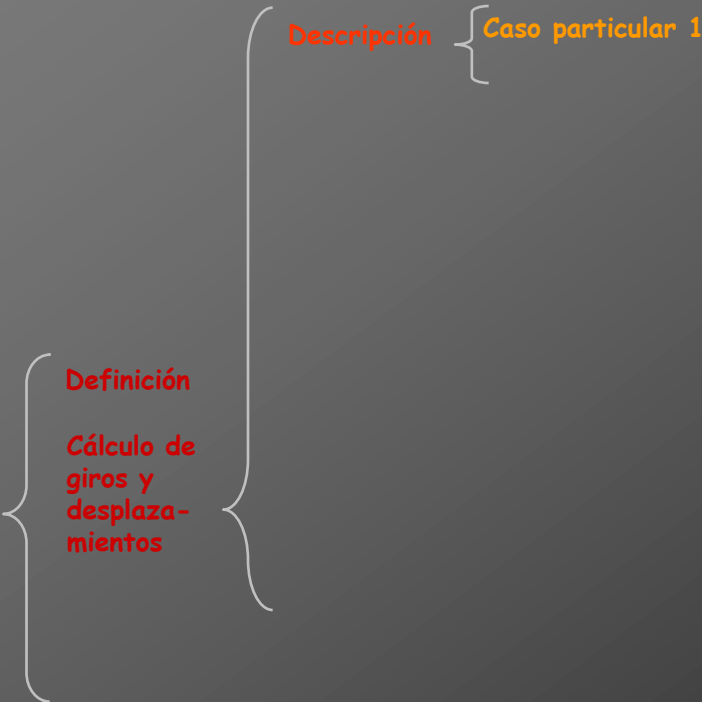
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





Caso particular 1

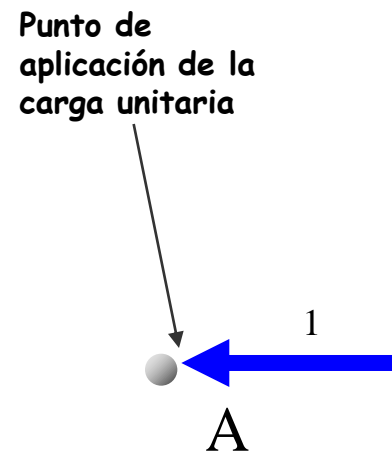


Caso particular 1

Si la acción es una carga unitaria

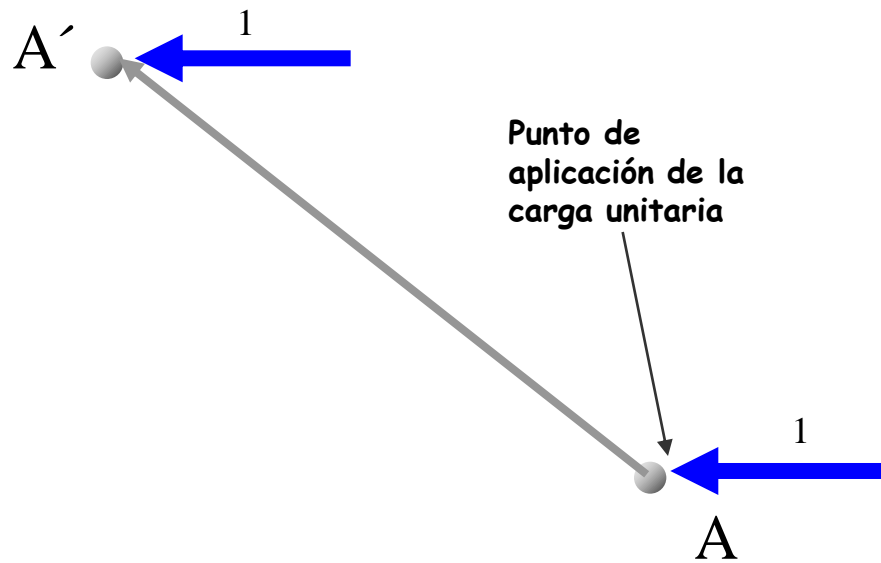
Caso particular 1

Si la acción es una carga unitaria



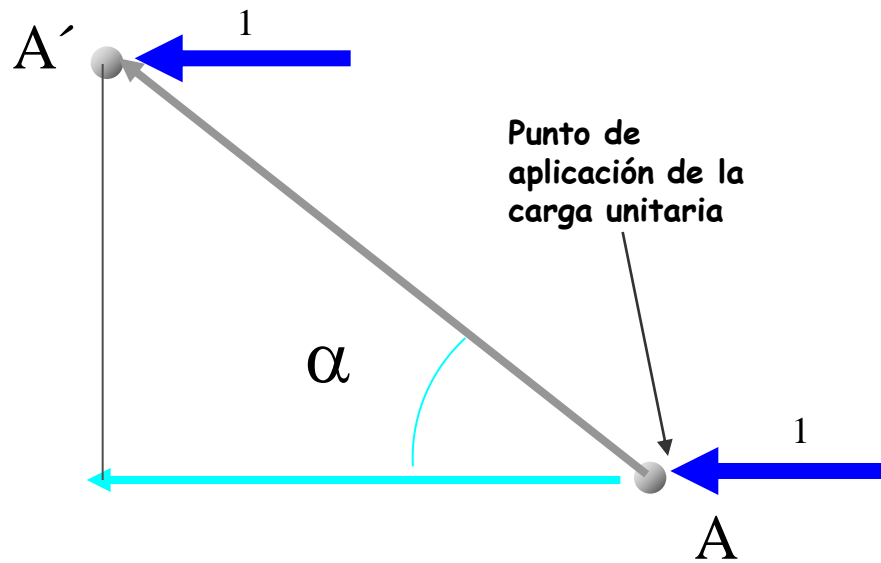
Caso particular 1

Si la acción es una carga unitaria



Caso particular 1

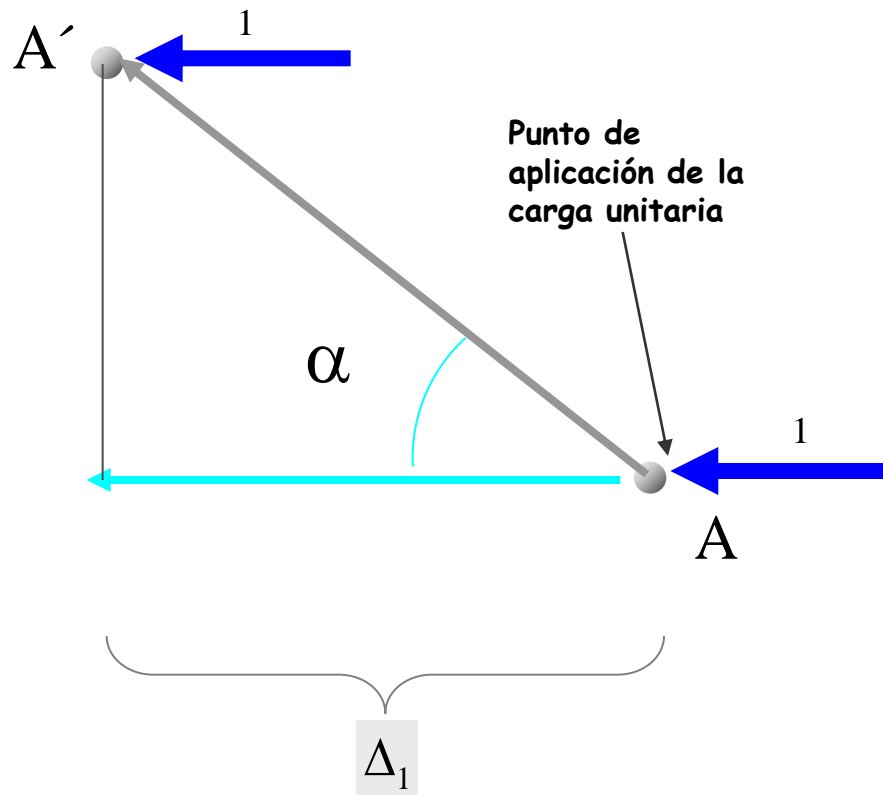
Si la acción es una carga unitaria





Caso particular 1

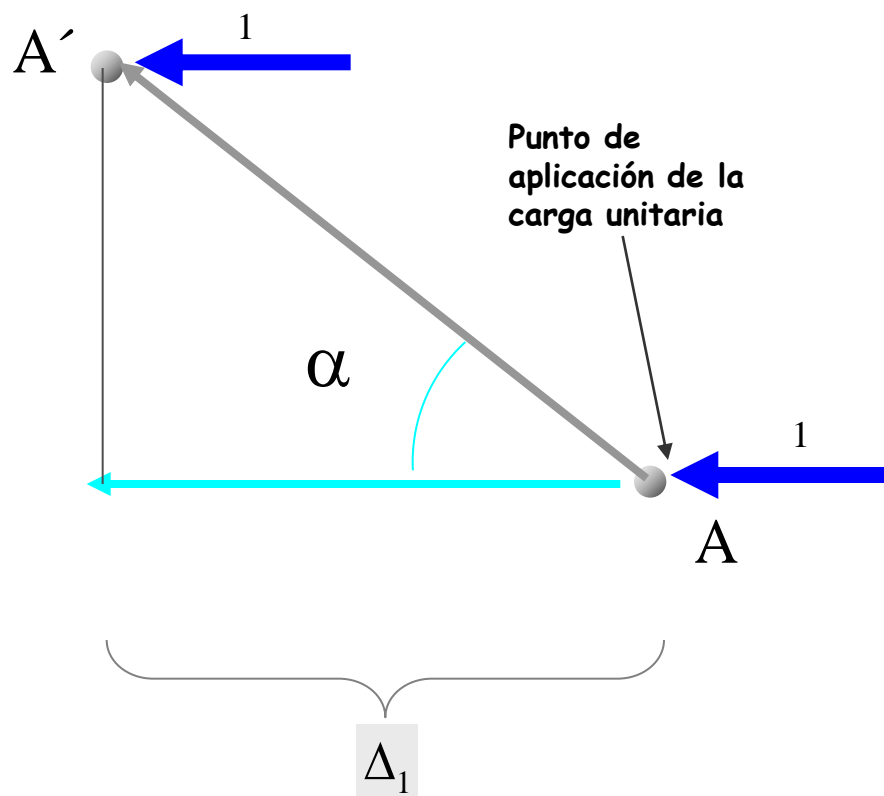
Si la acción es una carga unitaria





Caso particular 1

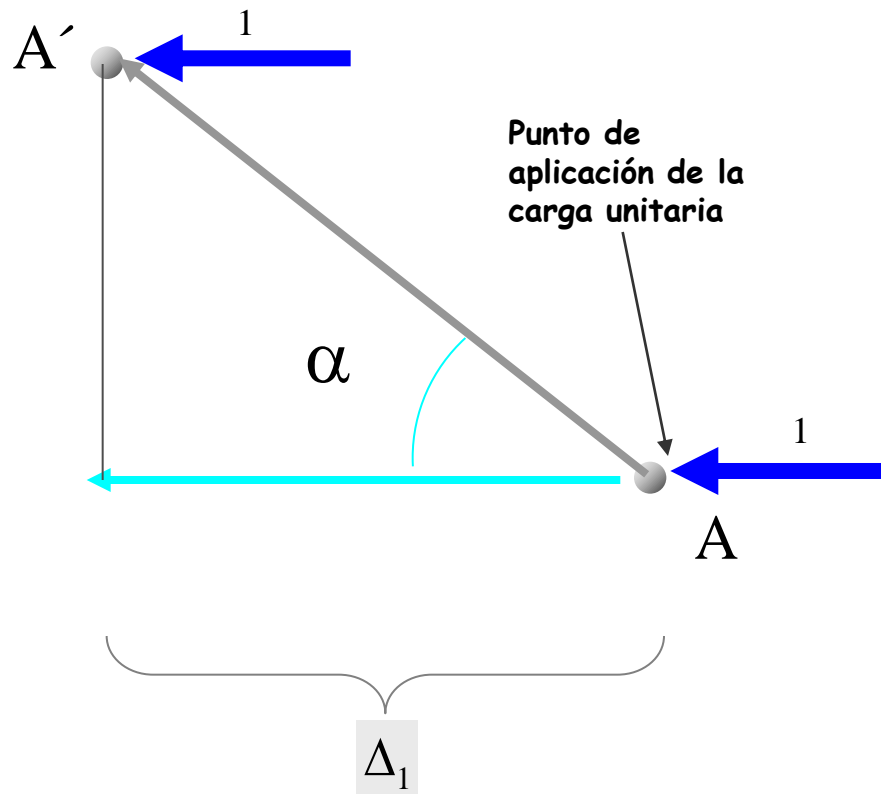
Si la acción es una carga unitaria



$$1 \cdot \Delta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'dx}{EI} + \int_0^L \frac{TT'dx}{GI_T} \right] + \sum \frac{NN'dx}{EA}$$

Caso particular 1

Si la acción es una carga unitaria



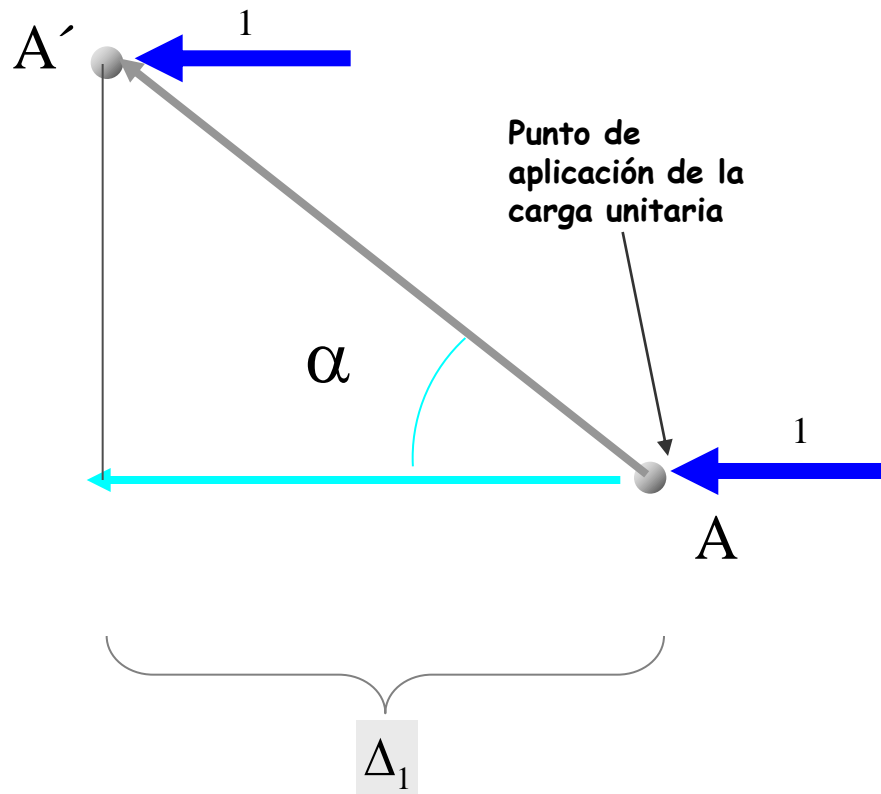
$$1 \cdot \Delta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'dx}{EI} + \int_0^L \frac{TT'dx}{GI_T} \right] + \sum \frac{NN'dx}{EA}$$

Si $\Delta_1 > 0$

El sentido de la fuerza unitaria coincide con el del desplazamiento

Caso particular 1

Si la acción es una carga unitaria



$$1 \cdot \Delta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'dx}{EI} + \int_0^L \frac{TT'dx}{GI_T} \right] + \sum \frac{NN'dx}{EA}$$

Si $\Delta_1 > 0$

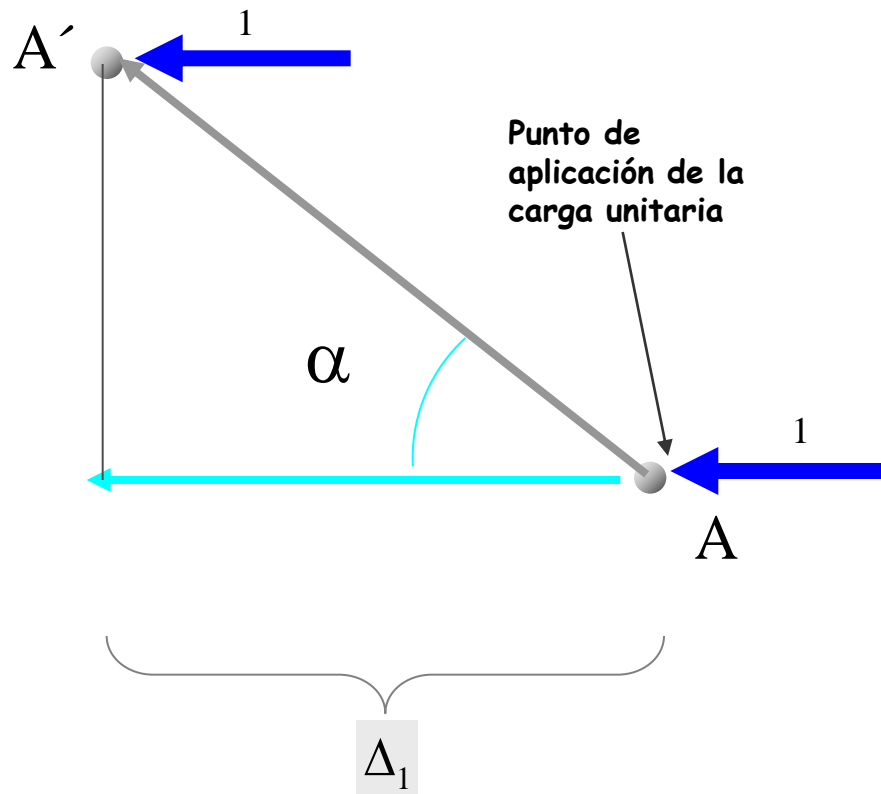
El sentido de la fuerza unitaria coincide con el del desplazamiento

Si $\Delta_1 < 0$

El sentido de la fuerza unitaria es contrario al del desplazamiento

Caso particular 1

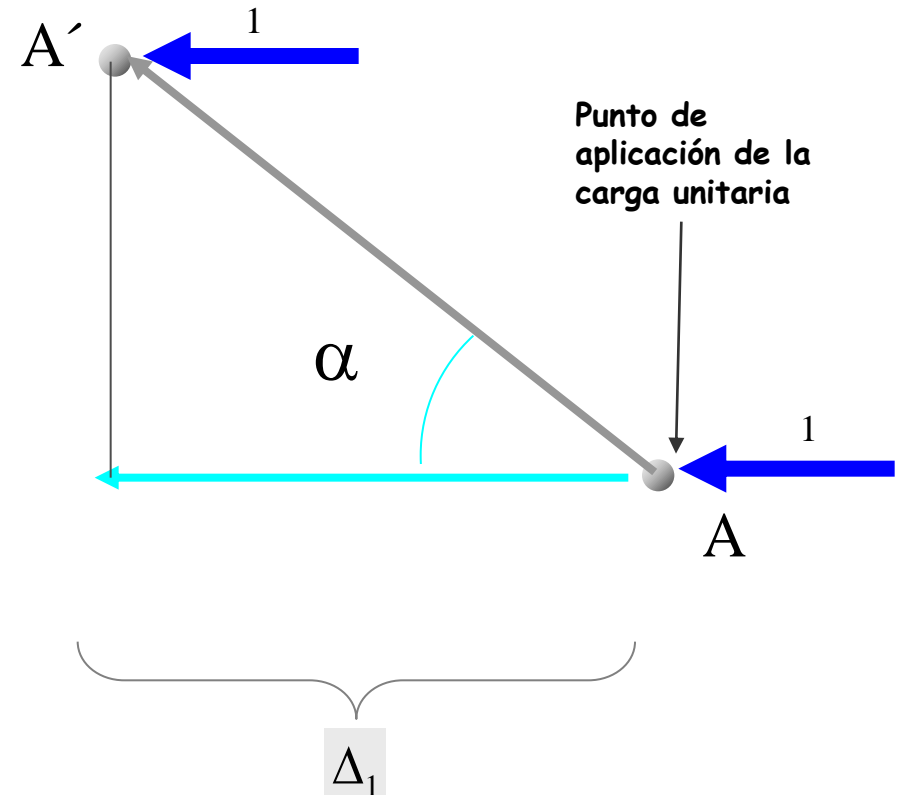
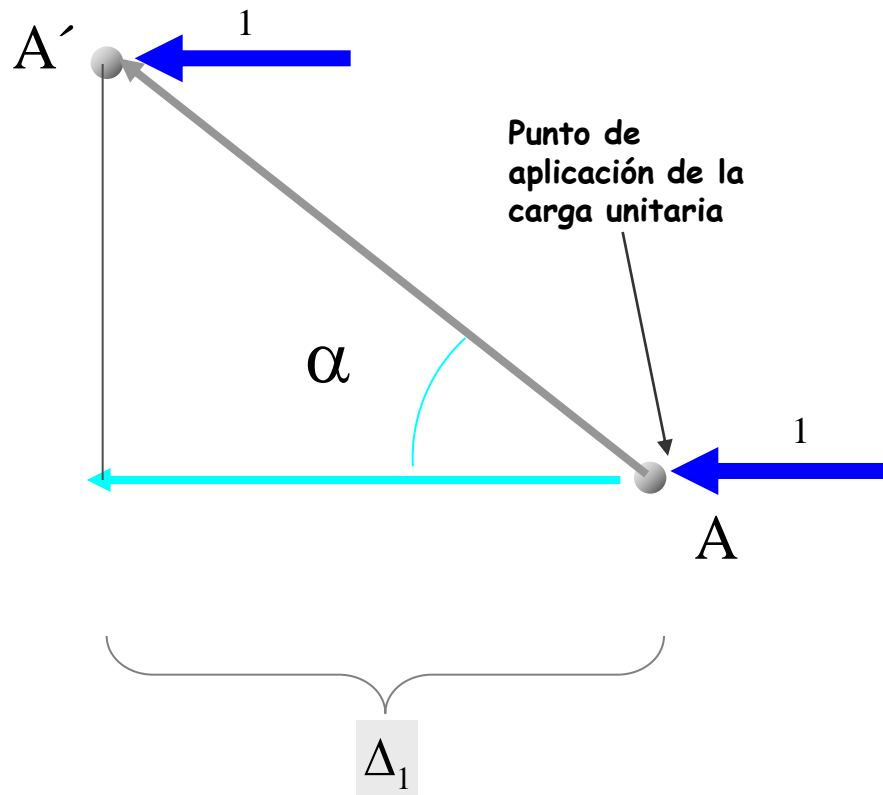
Si la acción es una carga unitaria



Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:

Caso particular 1

Si la acción es una carga unitaria

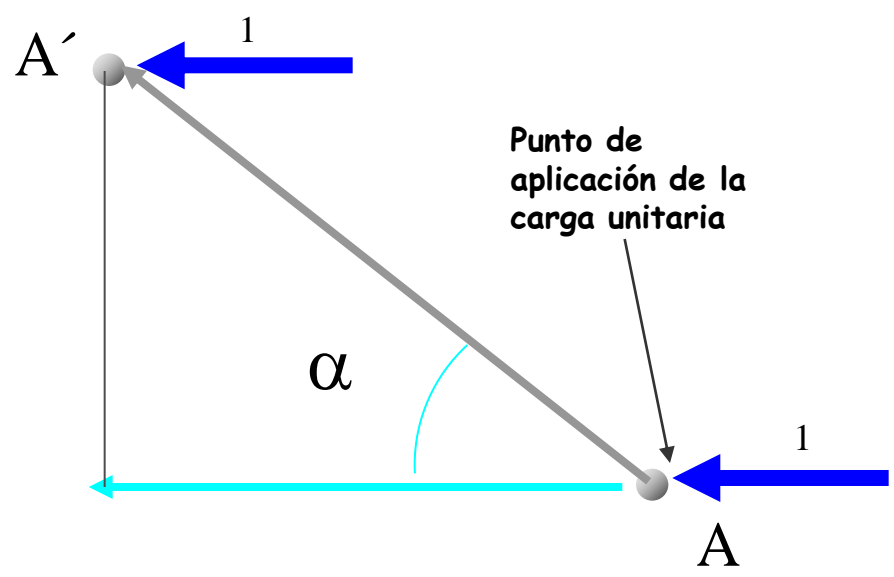


Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:

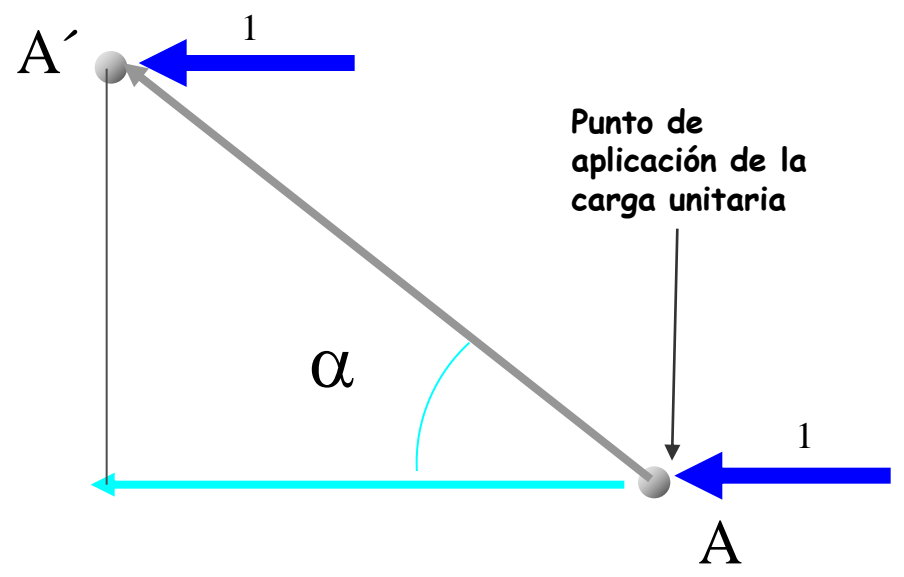


Caso particular 1

Si la acción es una carga unitaria



$$\Delta_1 = \sum \delta_i$$



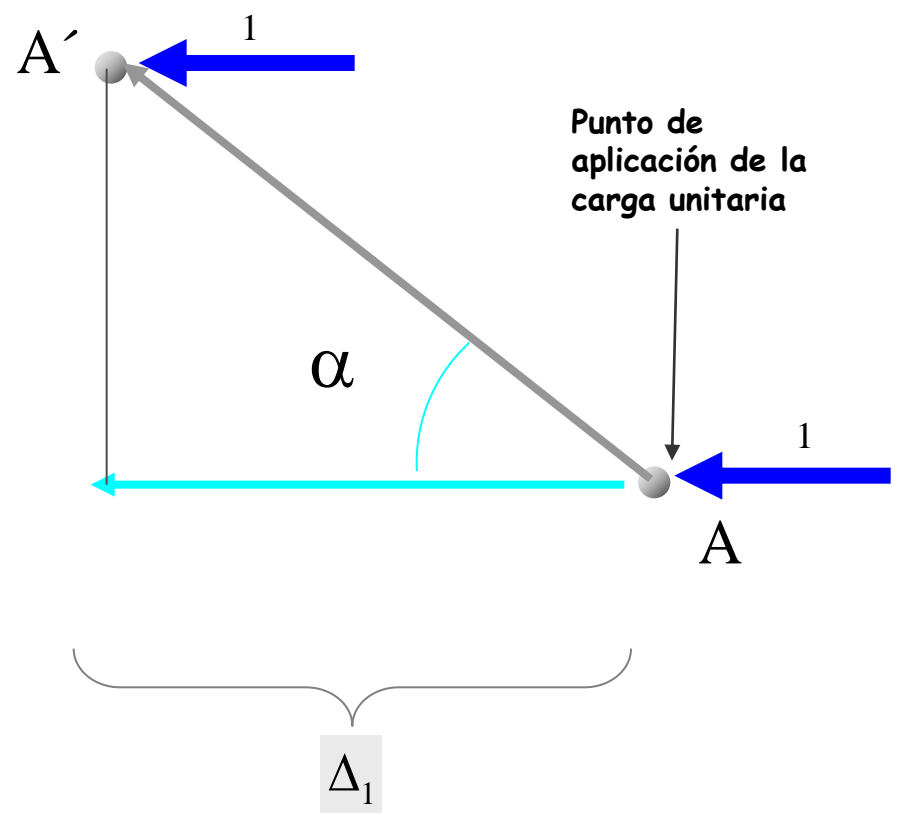
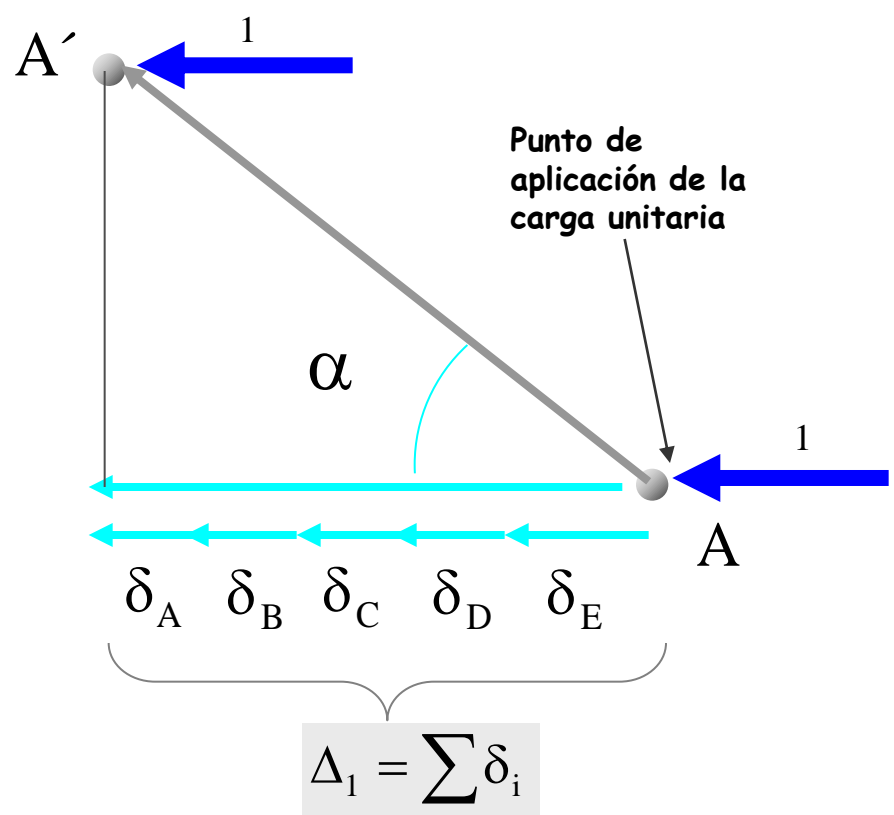
$$\Delta_1$$

Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:



Caso particular 1

Si la acción es una carga unitaria

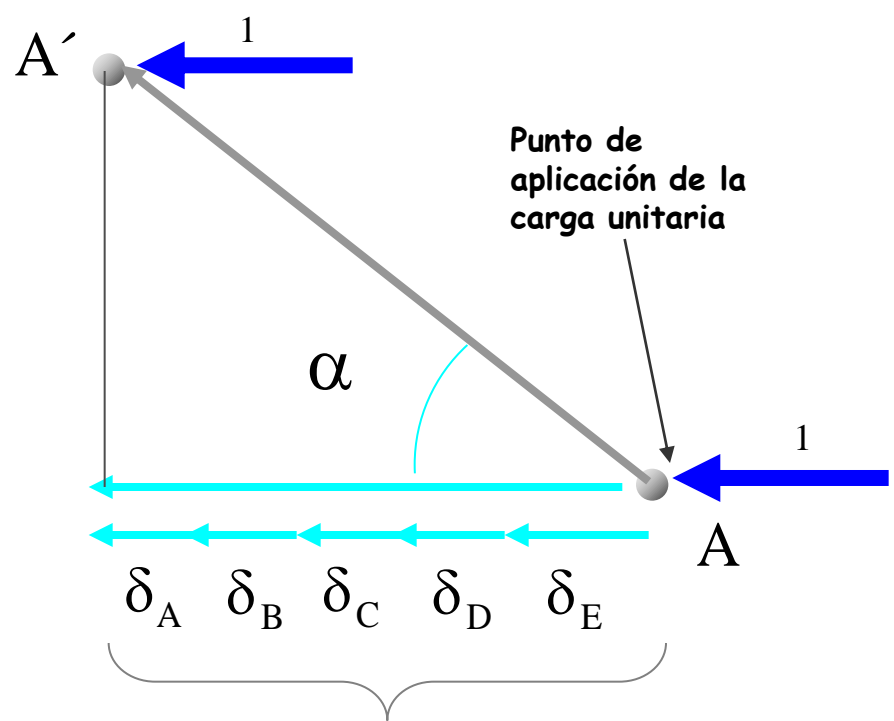


Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:



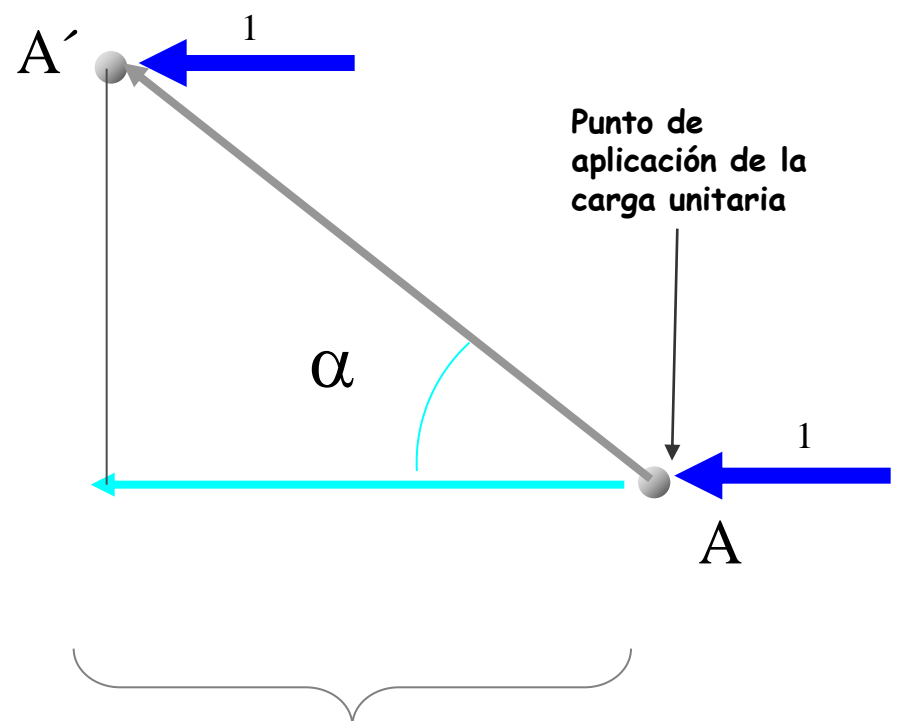
Caso particular 1

Si la acción es una carga unitaria



$$\Delta_1 = \sum \delta_i$$

δ_i = Contribución de cada tramo en el desplazamiento



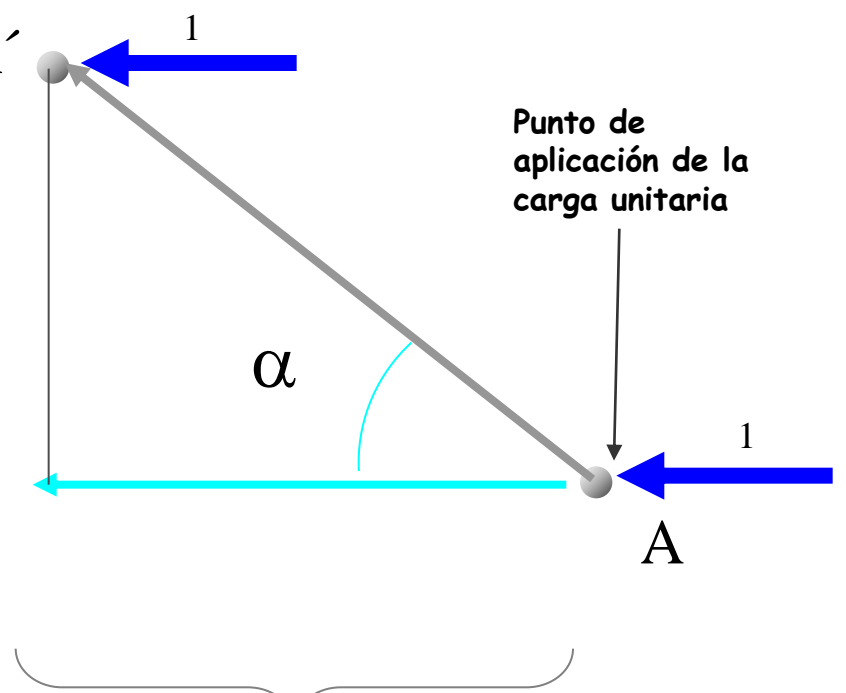
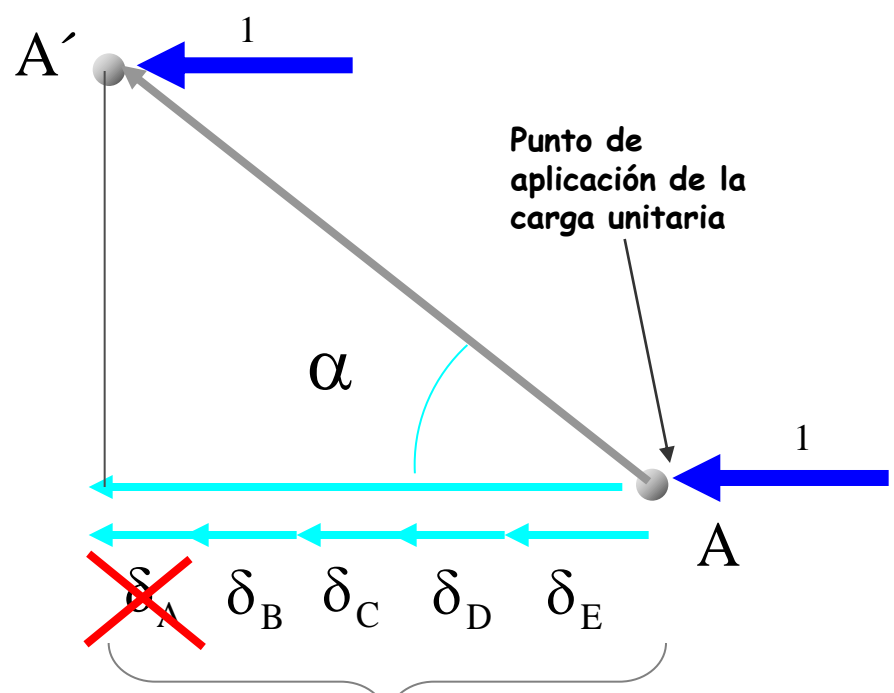
$$\Delta_1$$

Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:



Caso particular 1

Si la acción es una carga unitaria



Tramo indeformable

$$\Delta_1 = \sum \delta_i$$

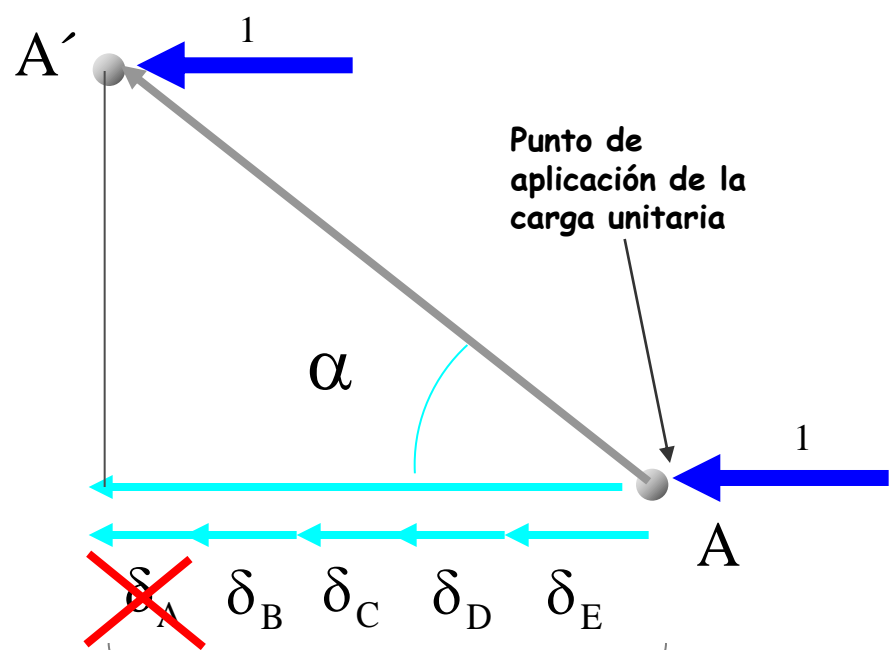
δ_i = Contribución de cada tramo en el desplazamiento

Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:



Caso particular 1

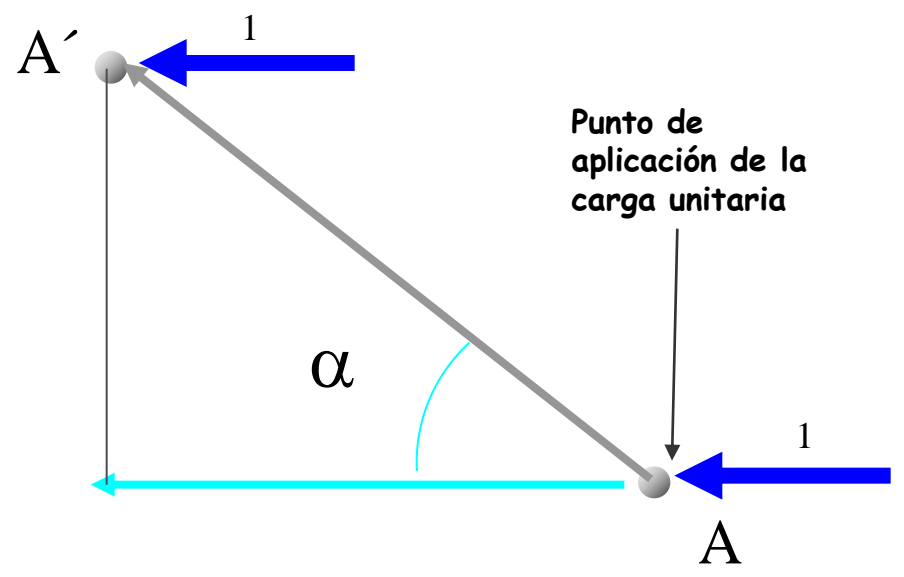
Si la acción es una carga unitaria



Tramo indeformable

$$\Delta_1 = \sum \delta_i$$

δ_i = Contribución de cada tramo en el desplazamiento



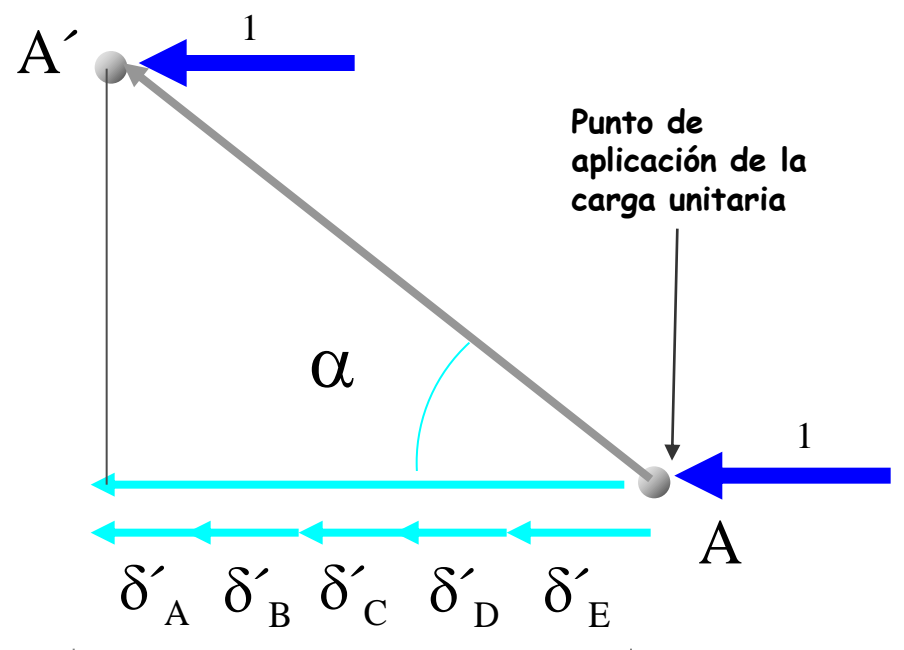
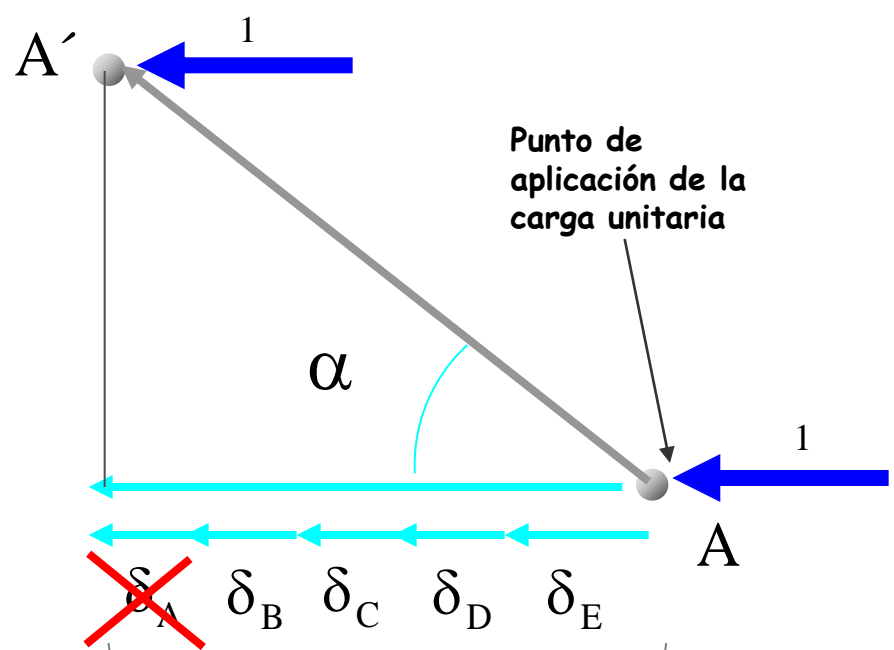
$$\Delta_1 = \sum \delta'_j$$

Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:



Caso particular 1

Si la acción es una carga unitaria



Tramo indeformable

$$\Delta_1 = \sum \delta_i$$

δ_i = Contribución de cada tramo en el desplazamiento

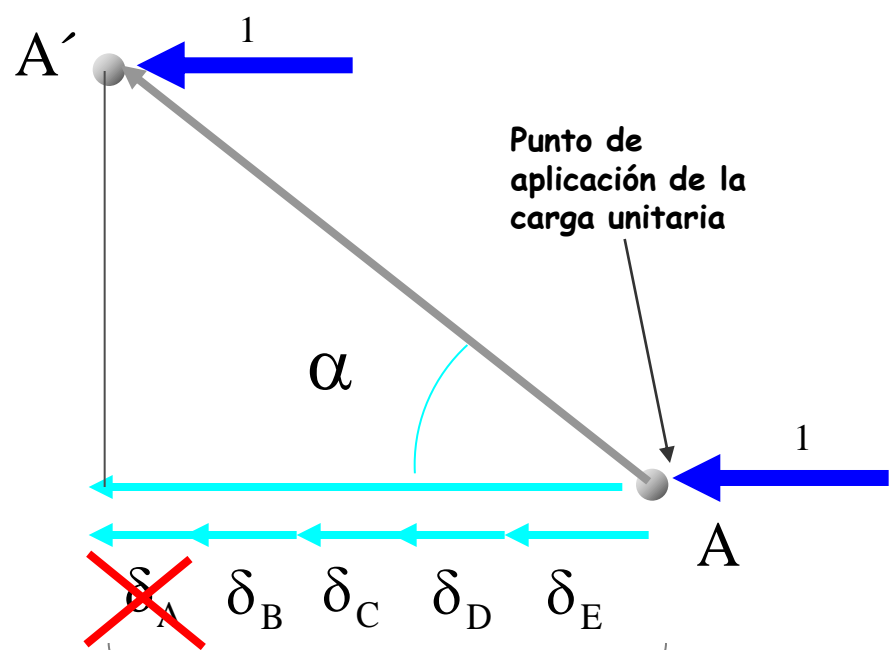
$$\Delta_1 = \sum \delta'_j$$

Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:



Caso particular 1

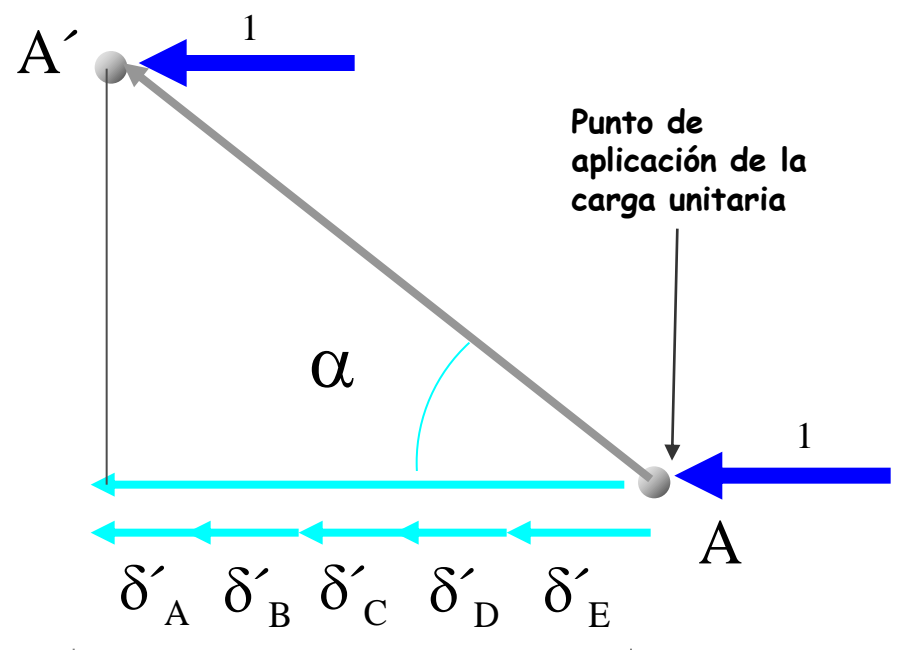
Si la acción es una carga unitaria



Tramo indeformable

$$\Delta_1 = \sum \delta_i$$

δ_i = Contribución de cada tramo en el desplazamiento



$$\Delta_1 = \sum \delta'_j$$

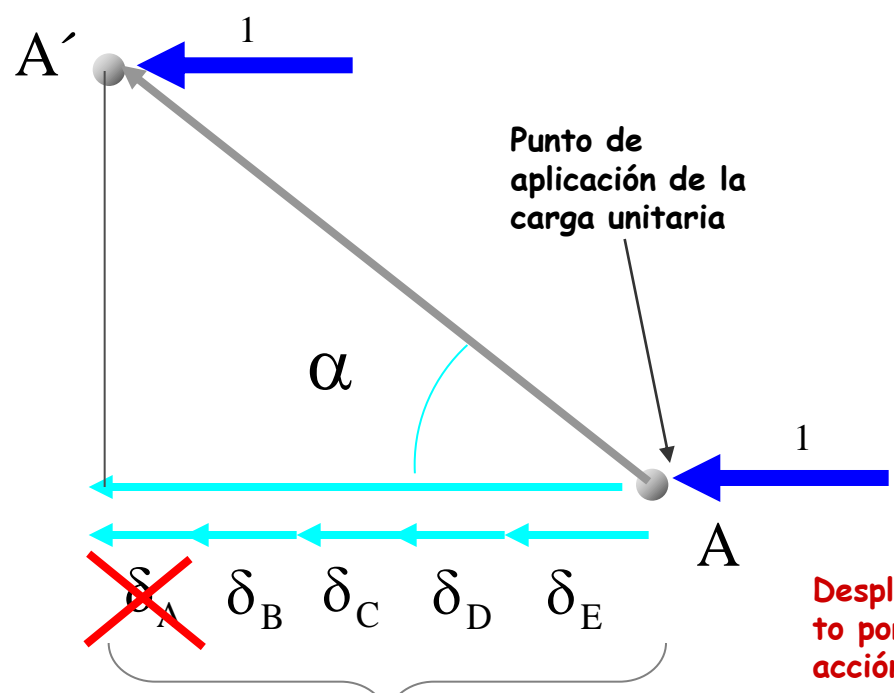
δ'_j = Contribución en el desplazamiento de A por cada una de las acciones exteriores

Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:



Caso particular 1

Si la acción es una carga unitaria

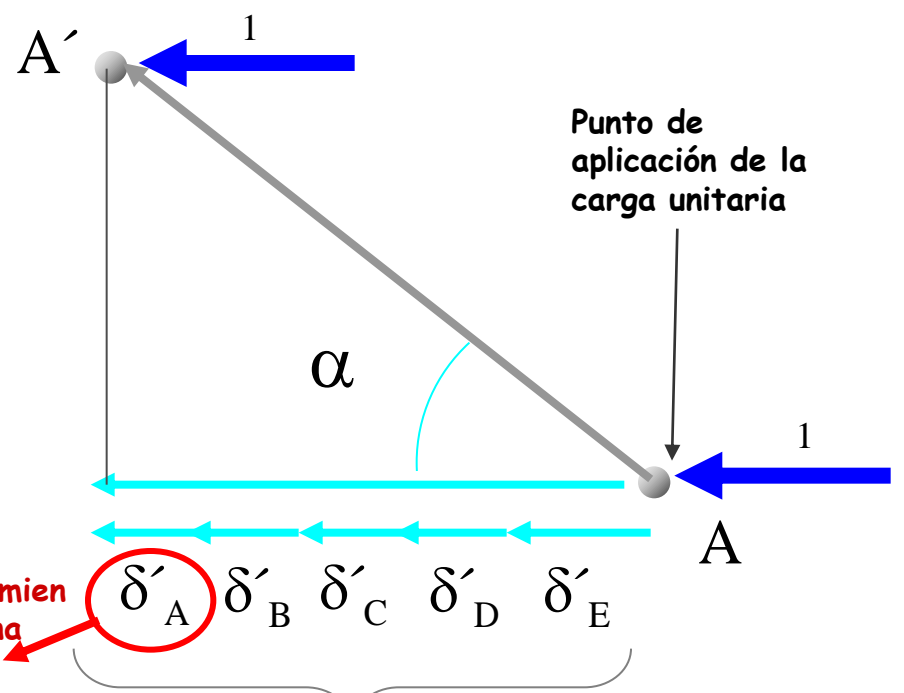


Tramo indeformable

$$\Delta_1 = \sum \delta_i$$

δ_i = Contribución de cada tramo en el desplazamiento

Desplazamiento por una acción exterior



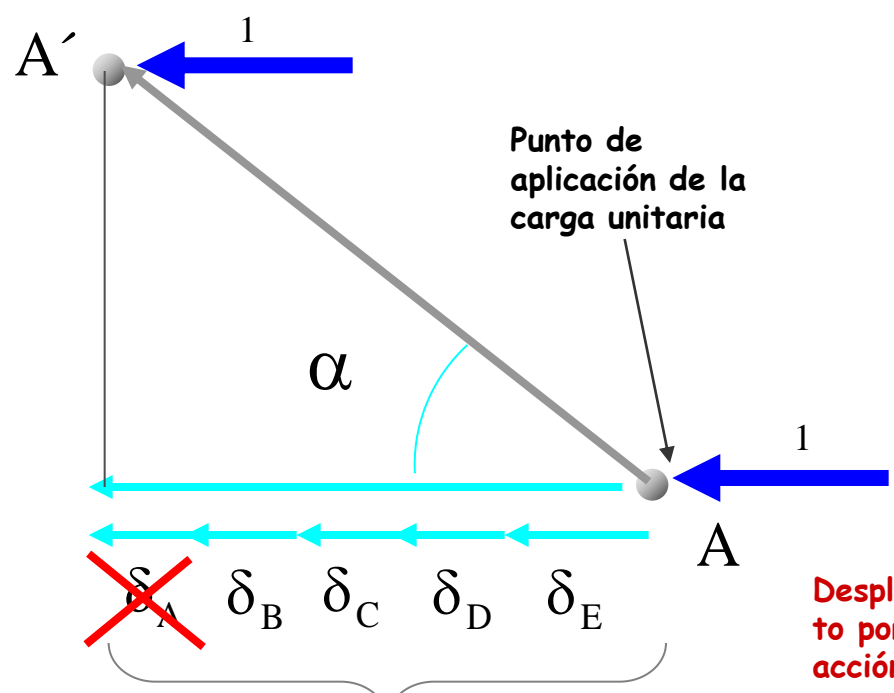
$$\Delta_1 = \sum \delta'_j$$

δ'_j = Contribución en el desplazamiento de A por cada una de las acciones exteriores

Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:

Caso particular 1

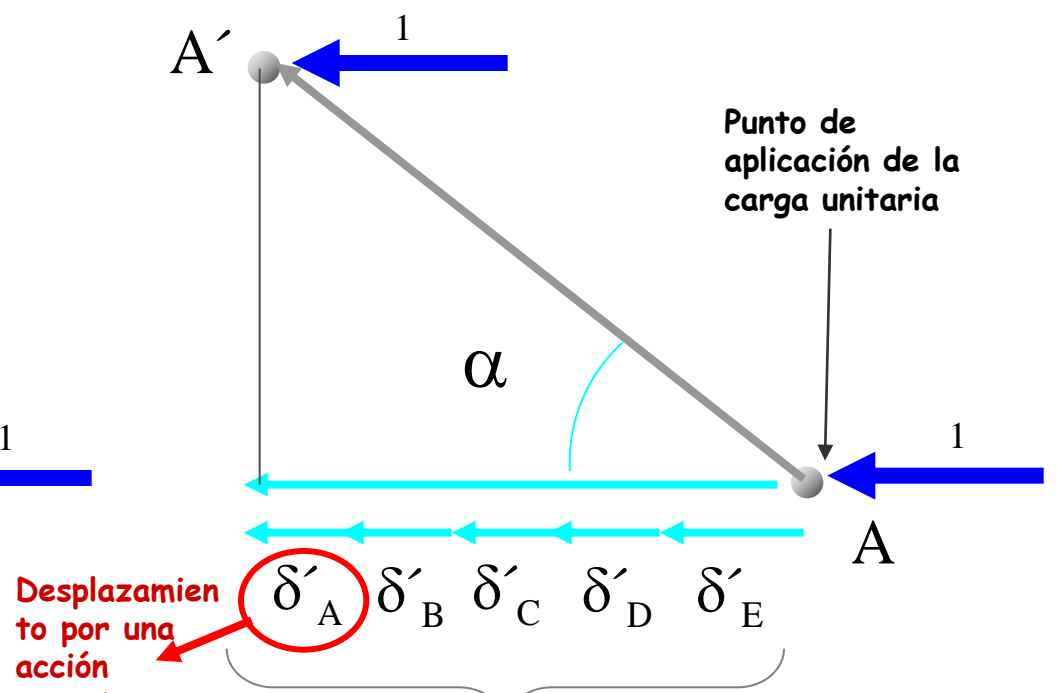
Si la acción es una carga unitaria



Tramo indeformable

$$\Delta_1 = \sum \delta_i$$

δ_i = Contribución de cada tramo en el desplazamiento



Desplazamiento por una acción exterior

$$\Delta_1 = \sum \delta'_j$$

δ'_j = Contribución en el desplazamiento de A por cada una de las acciones exteriores

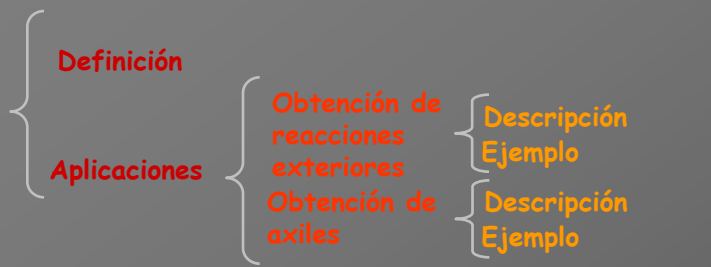
Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:



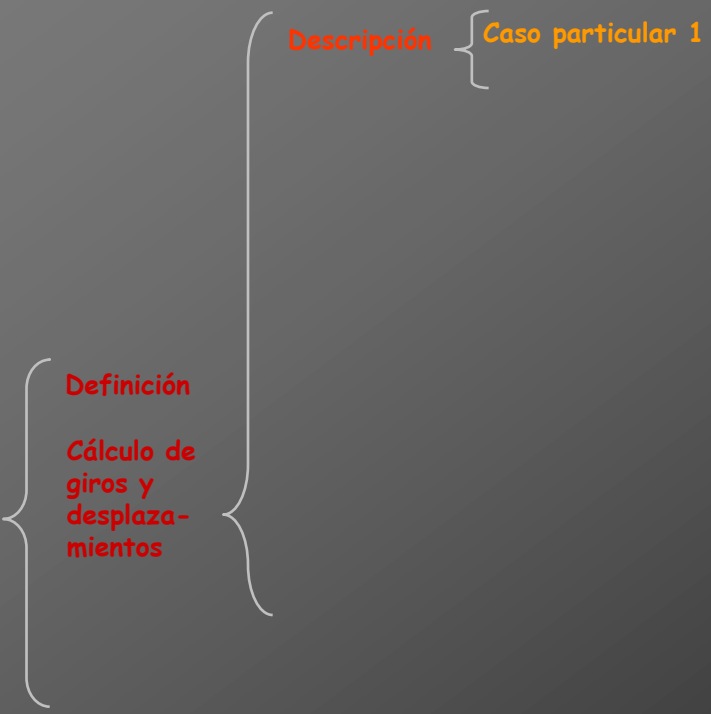
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

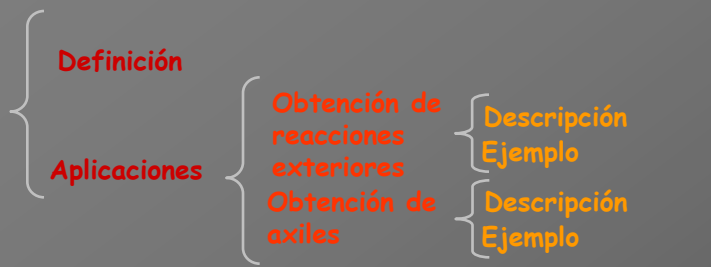




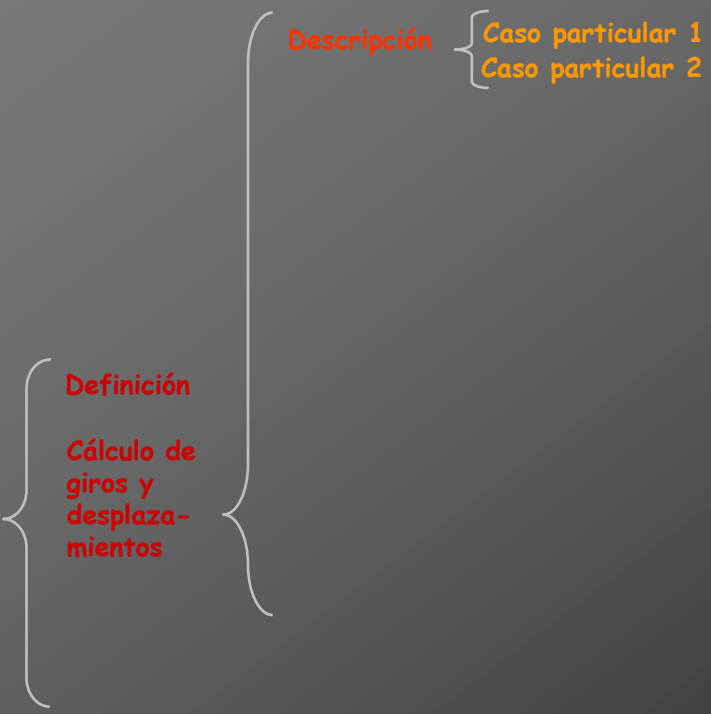
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





Caso particular 2



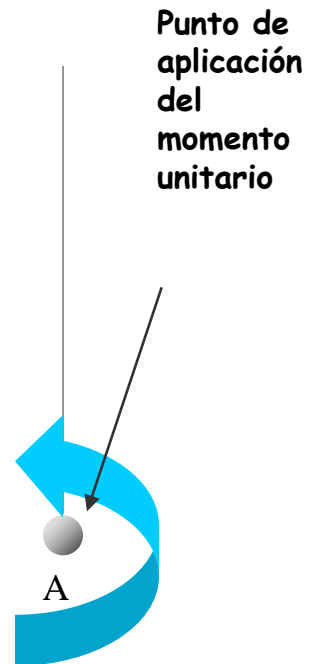
Caso particular 2

Si la acción es un momento unitario



Caso particular 2

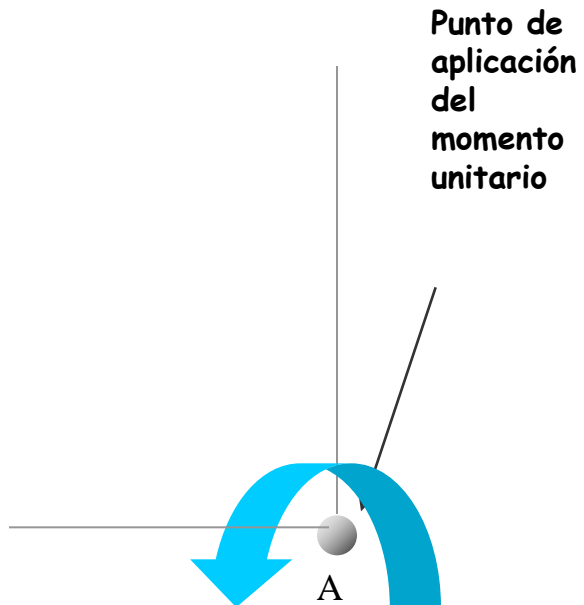
Si la acción es un momento unitario





Caso particular 2

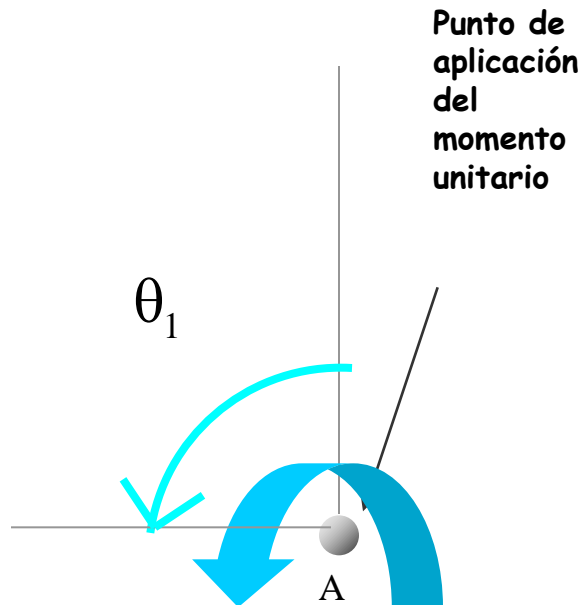
Si la acción es un momento unitario





Caso particular 2

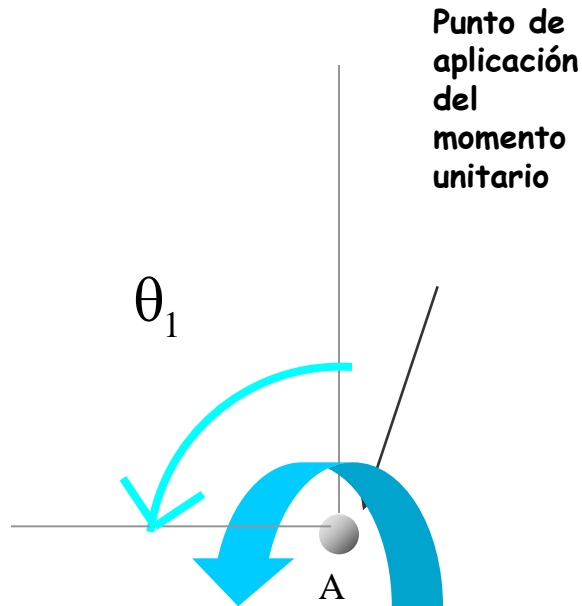
Si la acción es un momento unitario





Caso particular 2

Si la acción es un momento unitario

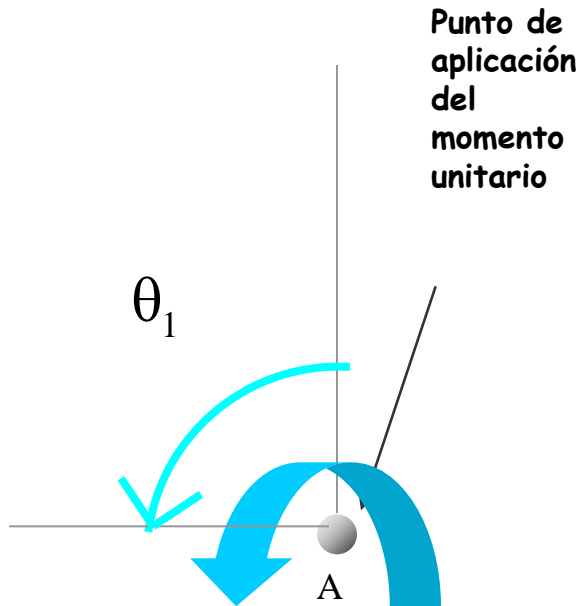


$$1 \cdot \theta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'dx}{EI} + \int_0^L \frac{TT'dx}{GI_T} \right] + \sum \frac{NN'dx}{EA}$$



Caso particular 2

Si la acción es un momento unitario



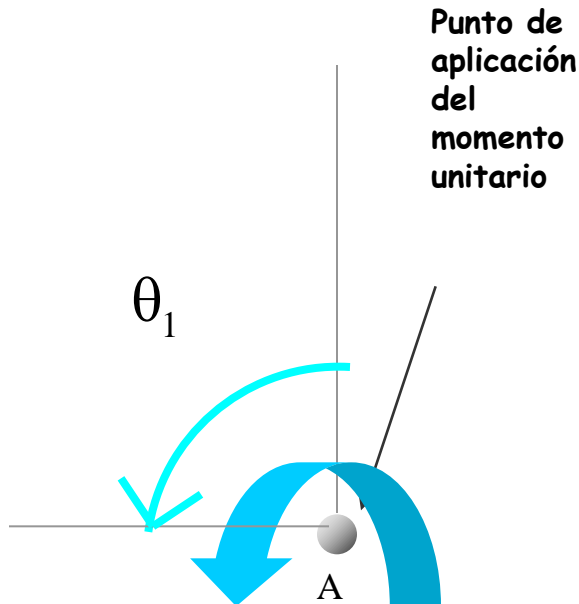
$$1 \cdot \theta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'}{EI} dx + \int_0^L \frac{TT'}{GI_T} dx \right] + \sum \frac{NN'}{EA}$$

Si $\theta_1 > 0$

El sentido del momento unitario coincide con el del giro

Caso particular 2

Si la acción es un momento unitario



$$1 \cdot \theta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'}{EI} dx + \int_0^L \frac{TT'}{GI_T} dx \right] + \sum \frac{NN'}{EA}$$

Si $\theta_1 > 0$

El sentido del momento unitario coincide con el del giro

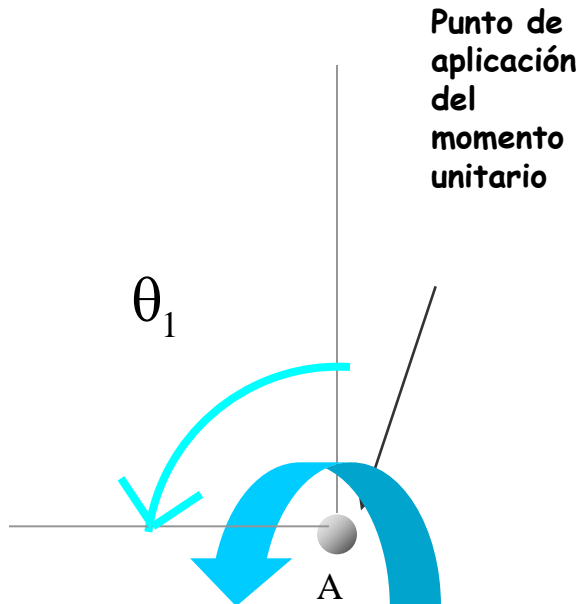
Si $\theta_1 < 0$

El sentido del momento unitario es contrario al del giro



Caso particular 2

Si la acción es un momento unitario



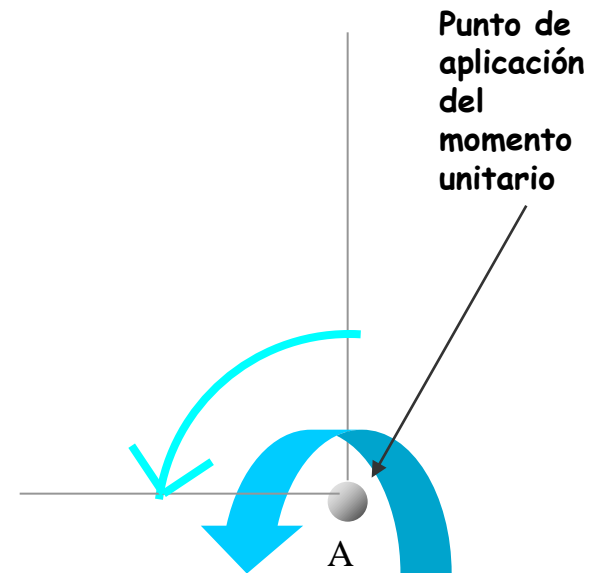
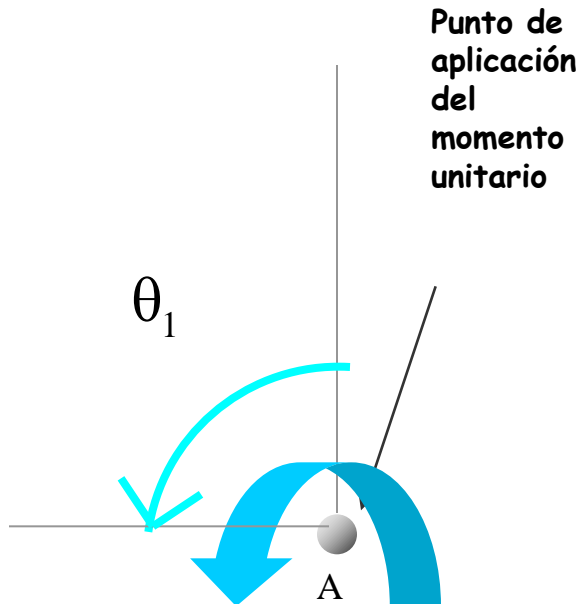
$$1 \cdot \theta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'dx}{EI} + \int_0^L \frac{TT'dx}{GI_T} \right] + \sum \frac{NN'dx}{EA}$$

Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:



Caso particular 2

Si la acción es un momento unitario



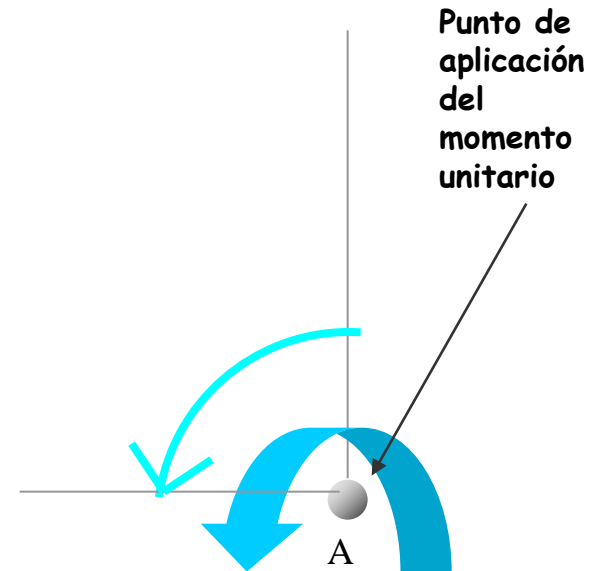
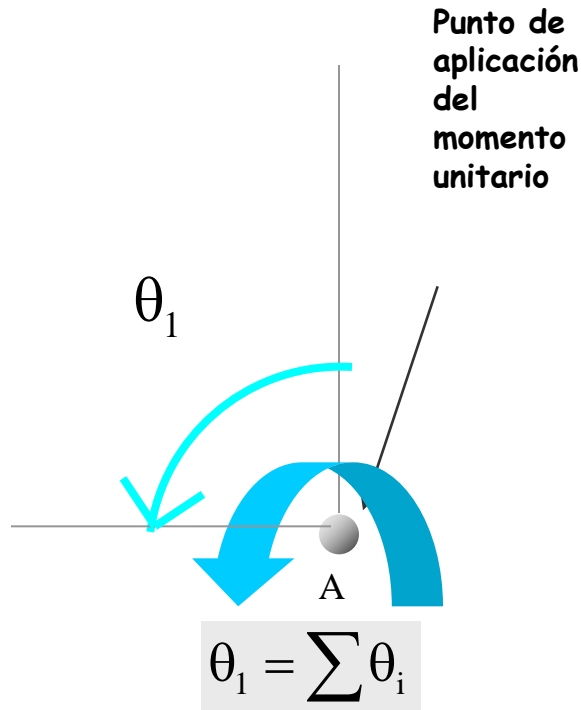
$$1 \cdot \theta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'dx}{EI} + \int_0^L \frac{TT'dx}{GI_T} \right] + \sum \frac{NN'dx}{EA}$$

Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:



Caso particular 2

Si la acción es un momento unitario



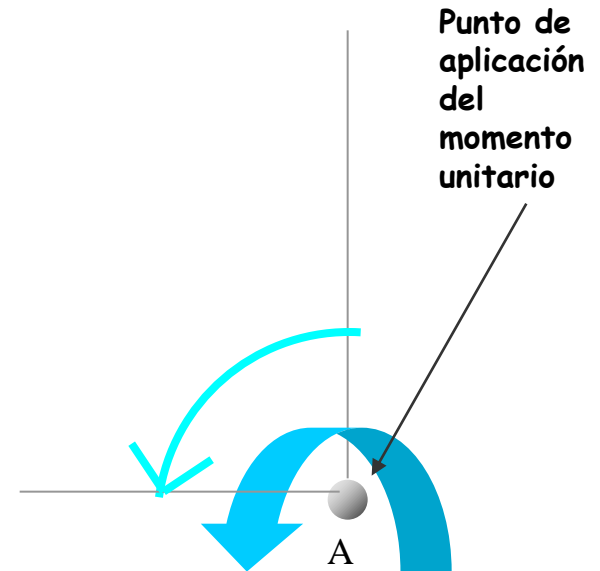
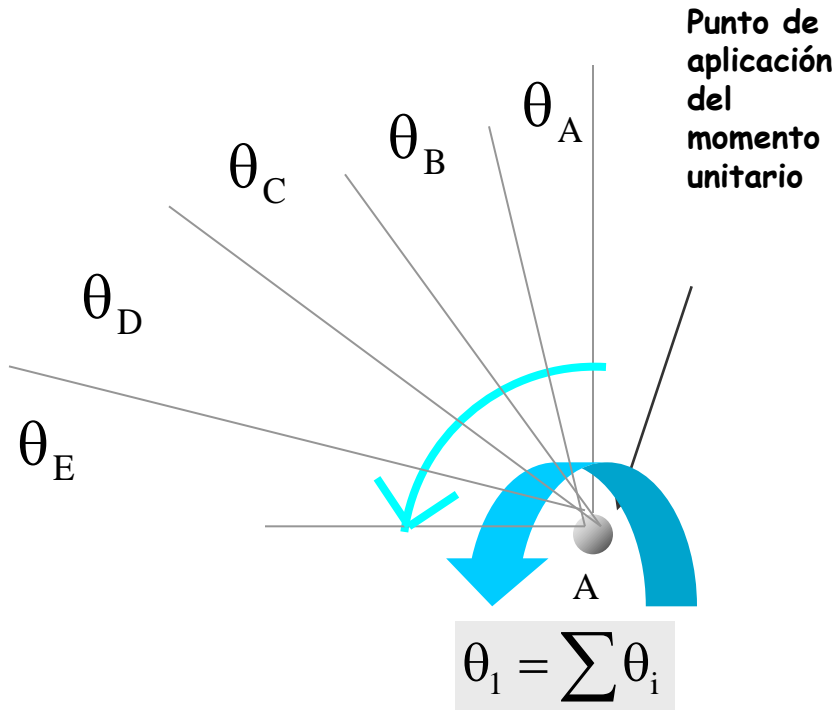
$$1 \cdot \theta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'dx}{EI} + \int_0^L \frac{TT'dx}{GI_T} \right] + \sum \frac{NN'dx}{EA}$$

Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:



Caso particular 2

Si la acción es un momento unitario



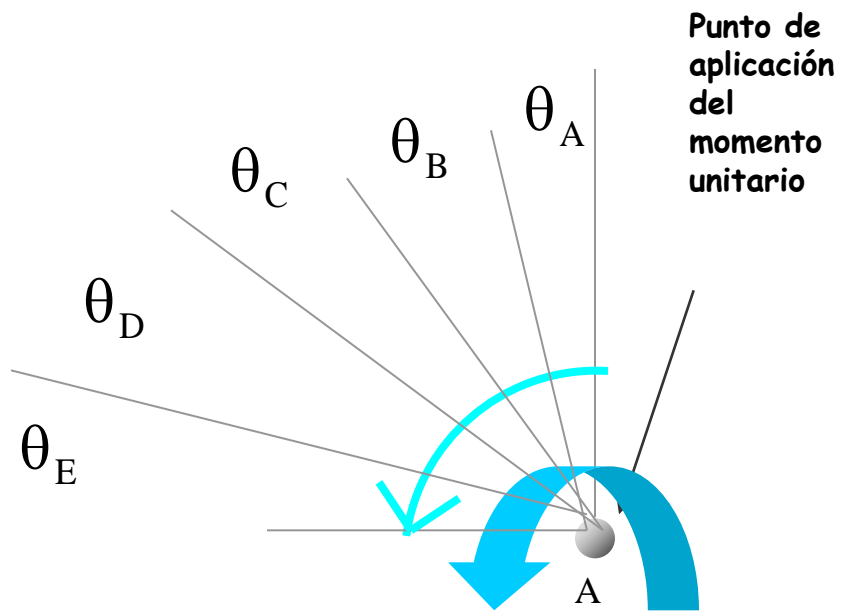
$$1 \cdot \theta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'dx}{EI} + \int_0^L \frac{TT'dx}{GI_T} \right] + \sum \frac{NN'dx}{EA}$$

Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:



Caso particular 2

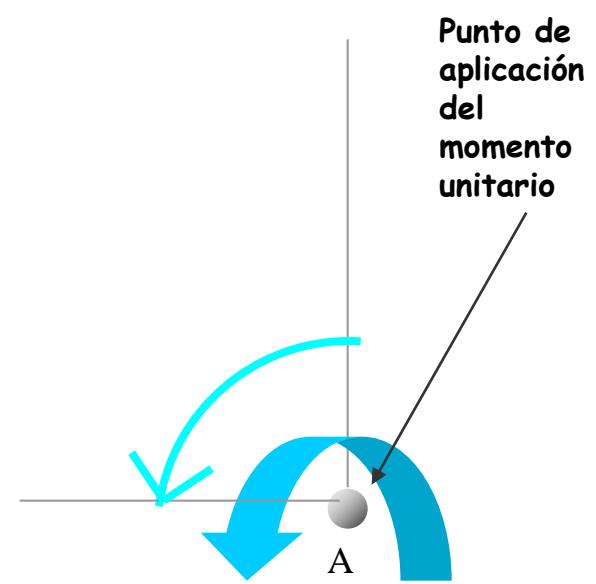
Si la acción es un momento unitario



$$\theta_1 = \sum \theta_i$$

θ_i = Contribución de cada tramo en el giro

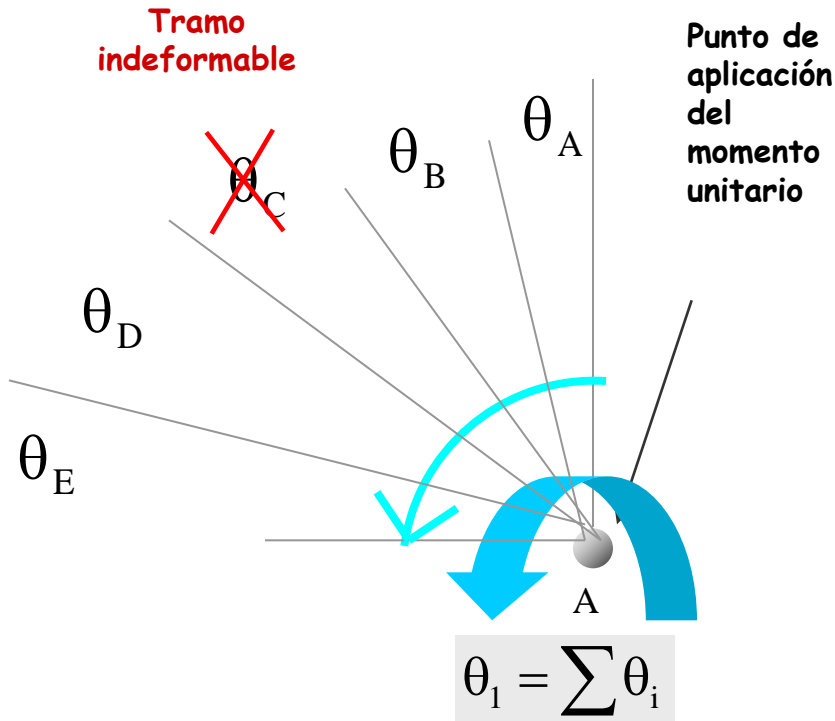
$$1 \cdot \theta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'}{EI} dx + \int_0^L \frac{TT'}{GI_T} dx \right] + \sum \frac{NN'}{EA}$$



Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:

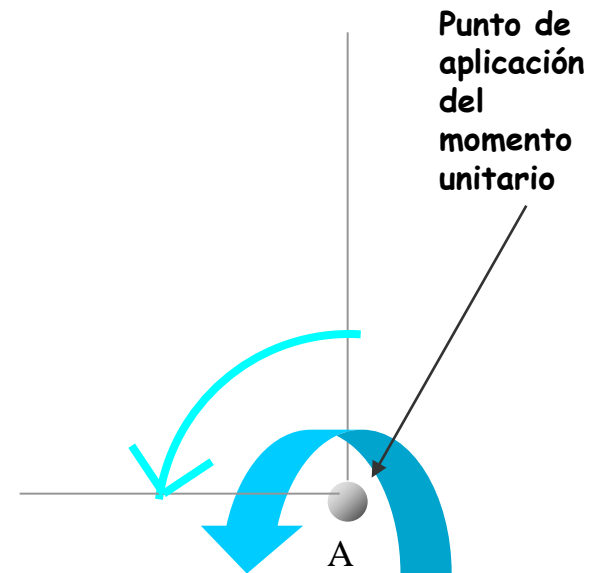
Caso particular 2

Si la acción es un momento unitario



θ_i = Contribución de cada tramo en el giro

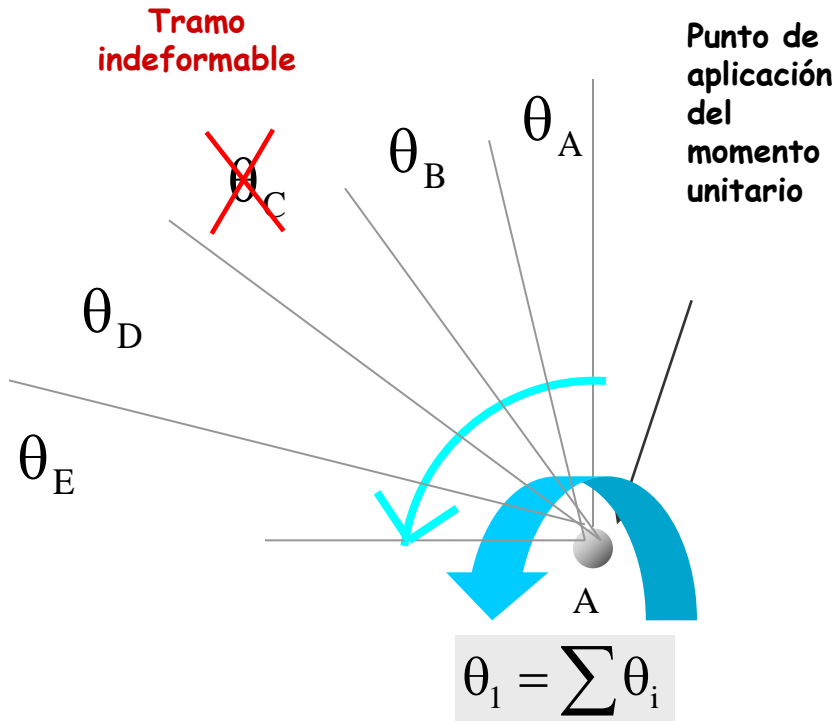
$$1 \cdot \theta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'dx}{EI} + \int_0^L \frac{TT'dx}{GI_T} \right] + \sum \frac{NN'dx}{EA}$$



Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:

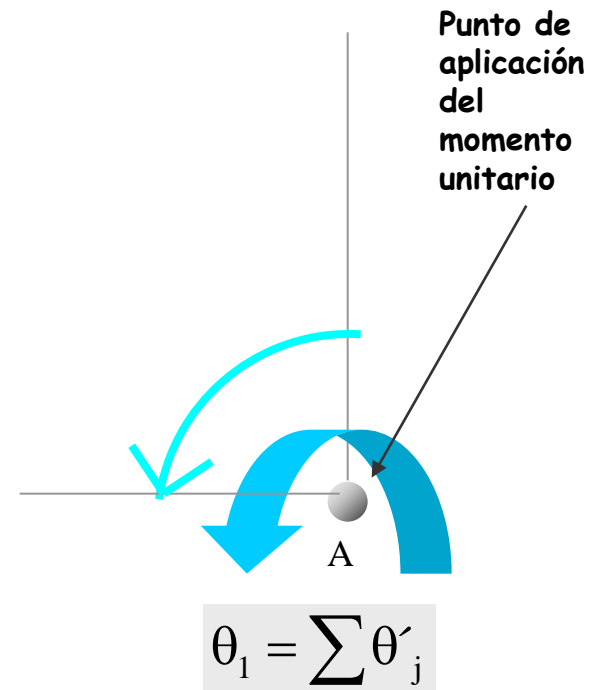
Caso particular 2

Si la acción es un momento unitario



θ_i = Contribución de cada tramo en el giro

$$1 \cdot \theta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'dx}{EI} + \int_0^L \frac{TT'dx}{GI_T} \right] + \sum \frac{NN'dx}{EA}$$

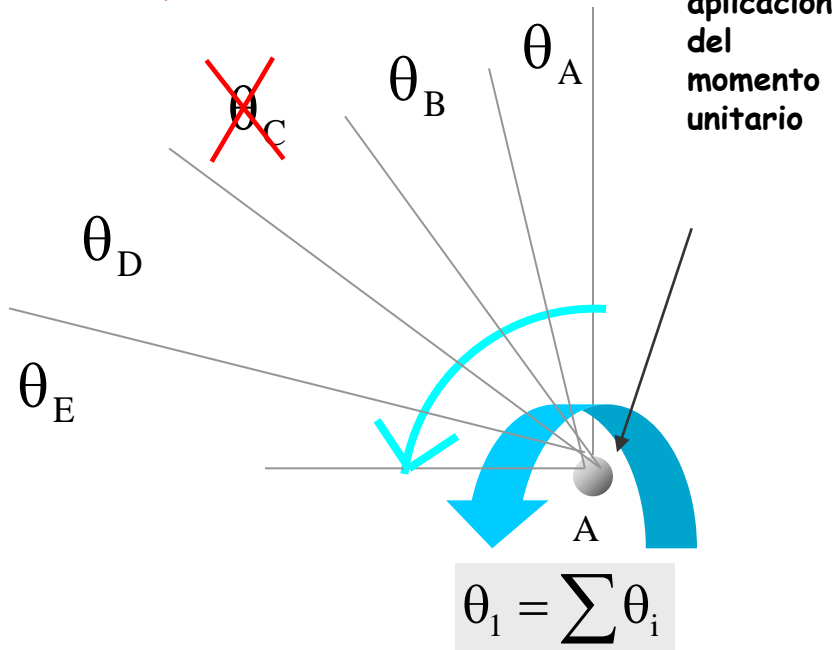


Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:

Caso particular 2

Si la acción es un momento unitario

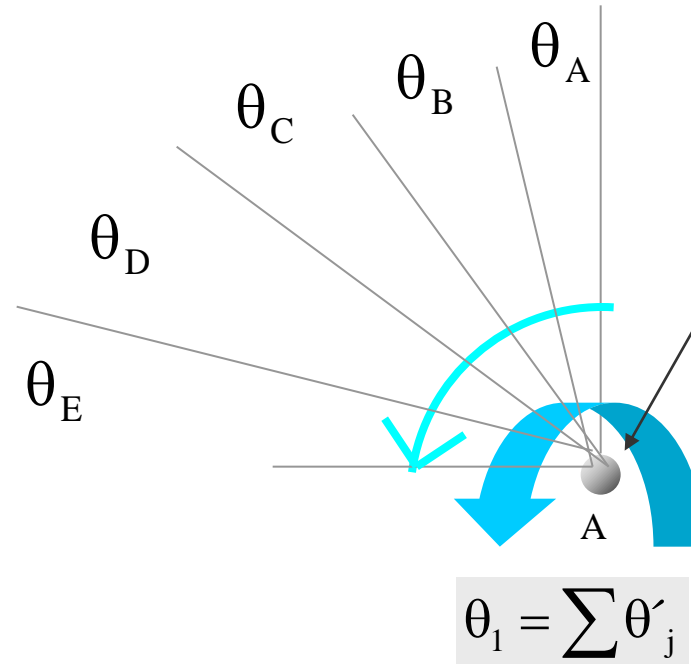
Tramo indeformable



θ_i = Contribución de cada tramo en el giro

$$1 \cdot \theta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'}{EI} dx + \int_0^L \frac{TT'}{GI_T} dx \right] + \sum \frac{NN'}{EA}$$

Punto de aplicación del momento unitario

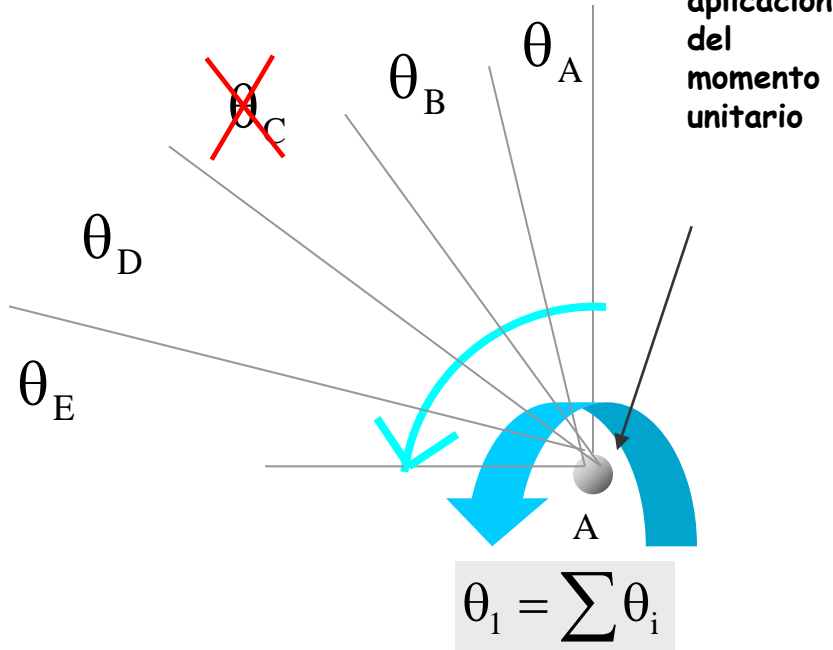


Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:

Caso particular 2

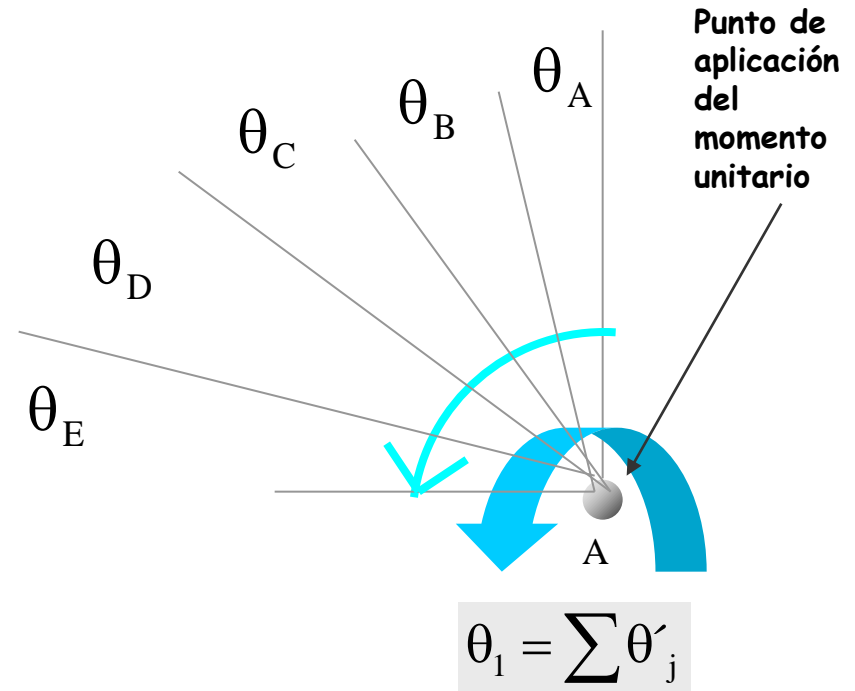
Si la acción es un momento unitario

Tramo indeformable



θ_i = Contribución de cada tramo en el giro

$$1 \cdot \theta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'}{EI} dx + \int_0^L \frac{TT'}{GI_T} dx \right] + \sum \frac{NN'}{EA}$$



θ'_j = Contribución en el giro de A por cada una de las acciones exteriores

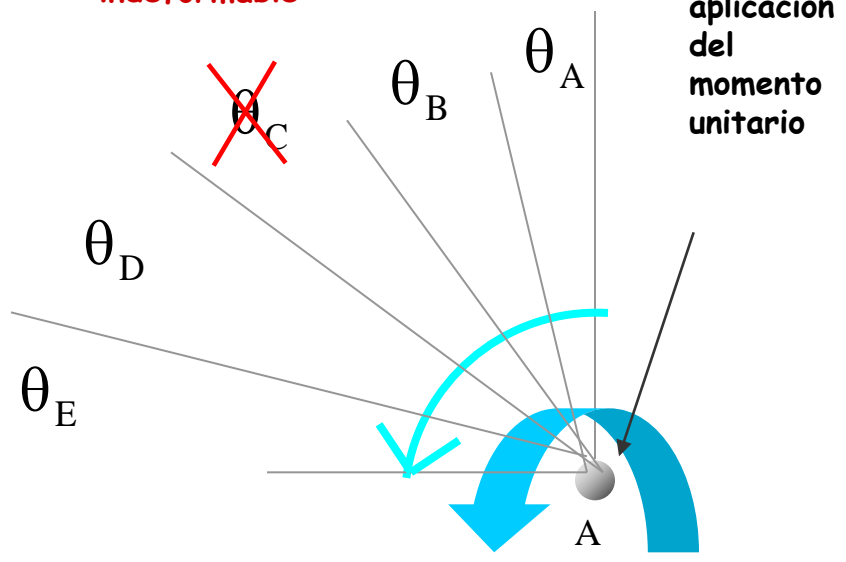
Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:



Caso particular 2

Si la acción es un momento unitario

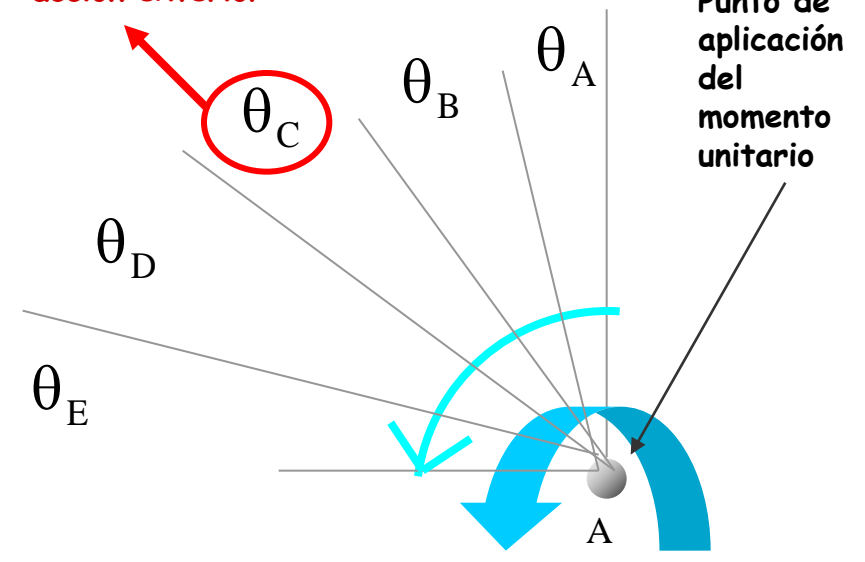
Tramo indeformable



$$\theta_1 = \sum \theta_i$$

θ_i = Contribución de cada tramo en el giro

Giro por una acción exterior



$$\theta_1 = \sum \theta'_j$$

θ'_j = Contribución en el giro de A por cada una de las acciones exteriores

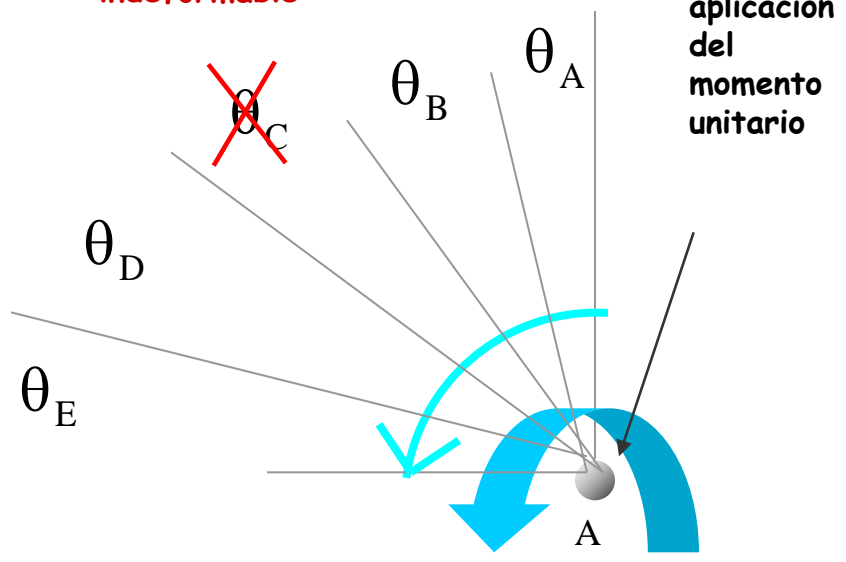
$$1 \cdot \theta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'}{EI} dx + \int_0^L \frac{TT'}{GI_T} dx \right] + \sum \frac{NN'}{EA}$$

Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:

Caso particular 2

Si la acción es un momento unitario

Tramo indeformable

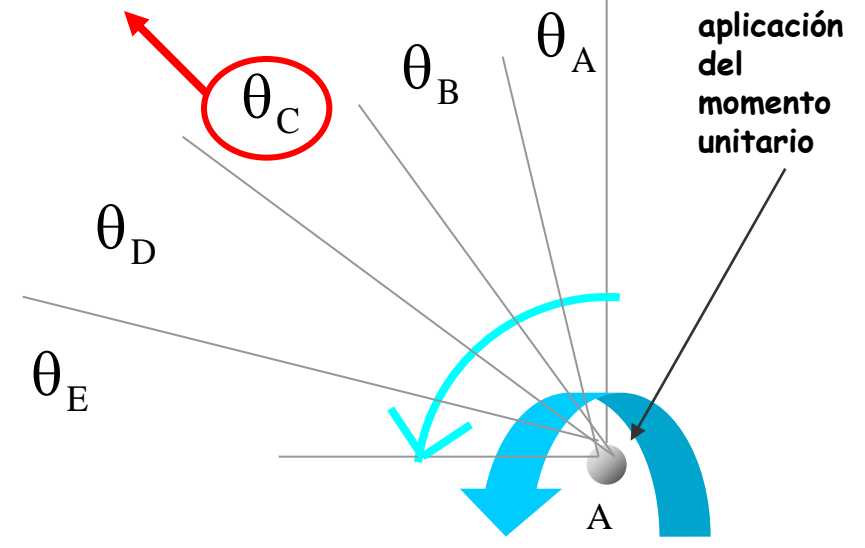


$$\theta_1 = \sum \theta_i$$

θ_i = Contribución de cada tramo en el giro

$$1 \cdot \theta_1 = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'}{EI} dx + \int_0^L \frac{TT'}{GI_T} dx \right] + \sum \frac{NN'}{EA}$$

Giro por una acción exterior



$$\theta_1 = \sum \theta'_j$$

θ'_j = Contribución en el giro de A por cada una de las acciones exteriores

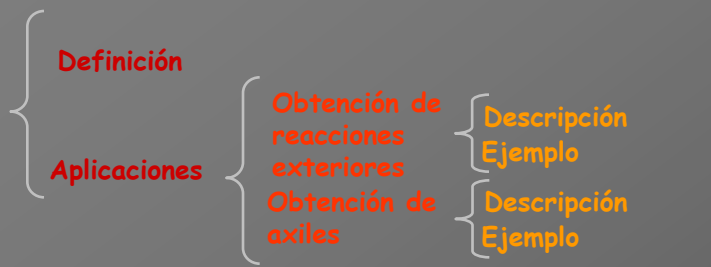
Este desplazamiento por estar formado por una serie de sumandos, se puede interpretar de la manera siguiente:



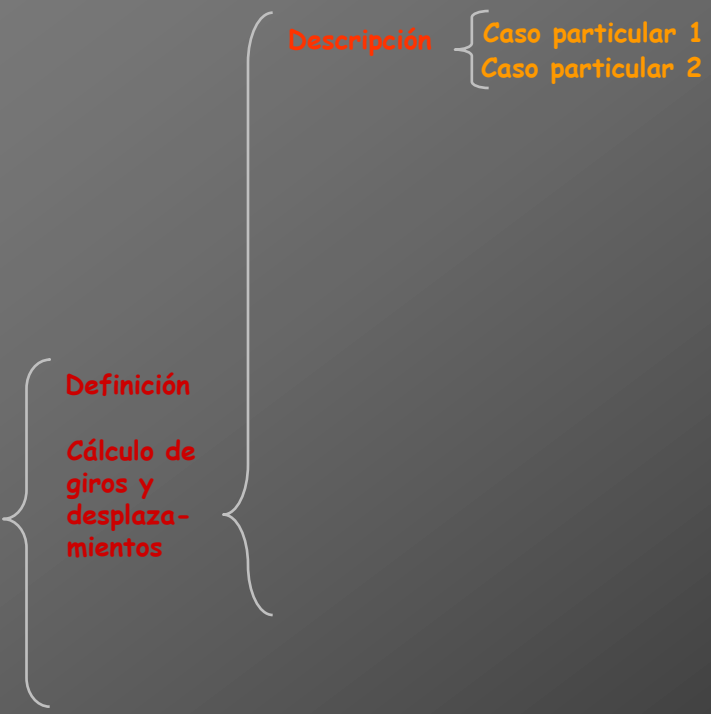
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

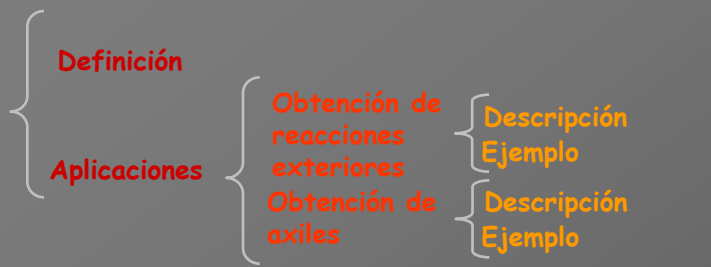




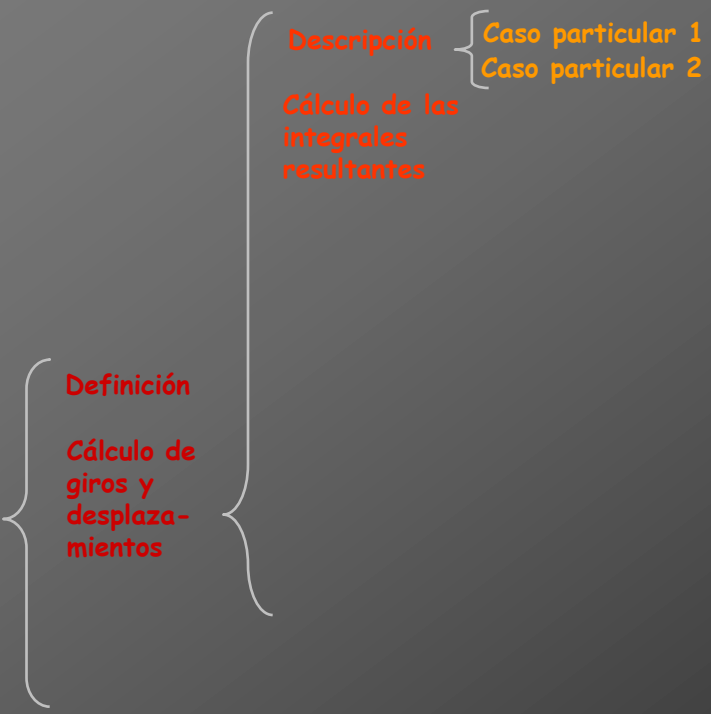
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





Cálculo de las integrales resultantes



Cálculo de las integrales resultantes

$$\left. \begin{array}{c} \delta_1 \\ \circ \\ \theta_1 \end{array} \right\} = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'}{EI} dx + \int_0^L \frac{TT'}{GI_T} dx \right] + \sum \frac{NN'}{EA}$$

= Movimiento de la acción unitaria = movimiento de la estructura en la dirección de la acción



Cálculo de las integrales resultantes

$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M \cdot M' dx$$

$$\left. \begin{matrix} \delta_1 \\ \circ \\ \theta_1 \end{matrix} \right\} = \sum \left[\int_0^L \frac{MM' dx}{EI} + \int_0^L \frac{TT' dx}{GI_T} \right] + \sum \frac{NN' dx}{EA}$$

= Movimiento de la acción unitaria = movimiento de la estructura en la dirección de la acción



Cálculo de las integrales resultantes

$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M.M'dx$$

$$\frac{1}{GI_T} \cdot \int_0^L T.T'dx$$

$$\left. \begin{matrix} \delta_1 \\ \circ \\ \theta_1 \end{matrix} \right\} = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'dx}{EI} + \int_0^L \frac{TT'dx}{GI_T} \right] + \sum \frac{NN'dx}{EA}$$

= Movimiento de la acción unitaria = movimiento de la estructura en la dirección de la acción



Cálculo de las integrales resultantes

$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M.M'dx$$

Estas integrales se pueden calcular mediante un método de integración visual utilizando unas tablas de integrales resueltas (Tablas de Mohr) y realizando los siguientes pasos:

$$\frac{1}{GI_T} \cdot \int_0^L T.T'dx$$

$$\left. \begin{matrix} \delta_1 \\ 0 \\ \theta_1 \end{matrix} \right\} = \sum \left[\int_0^L \frac{MM'dx}{EI} + \int_0^L \frac{TT'dx}{GI_T} \right] + \sum \frac{NN'dx}{EA}$$

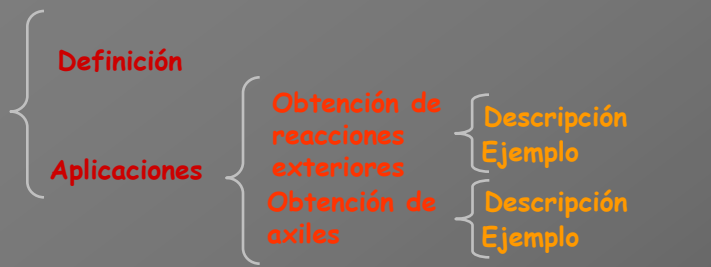
= Movimiento de la acción unitaria = movimiento de la estructura en la dirección de la acción



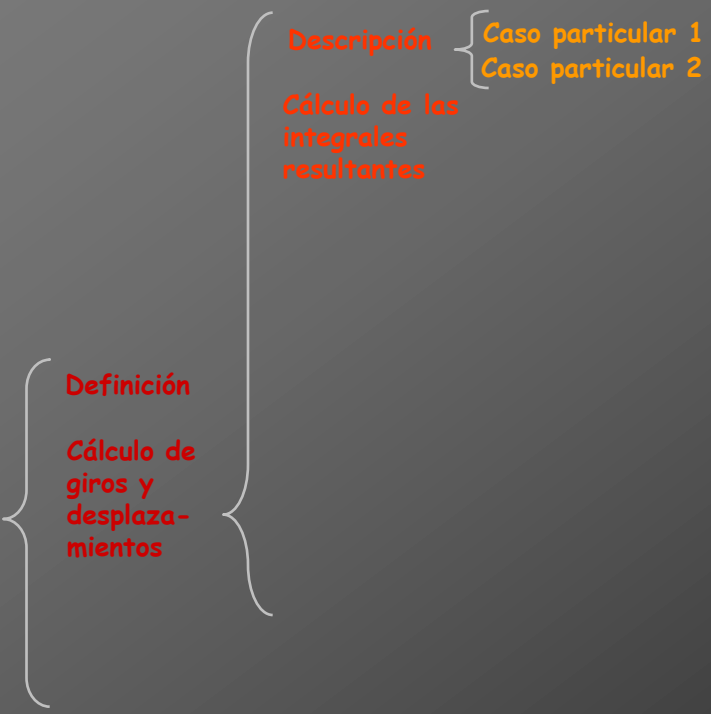
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

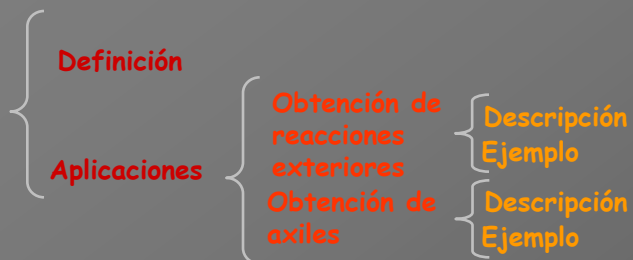




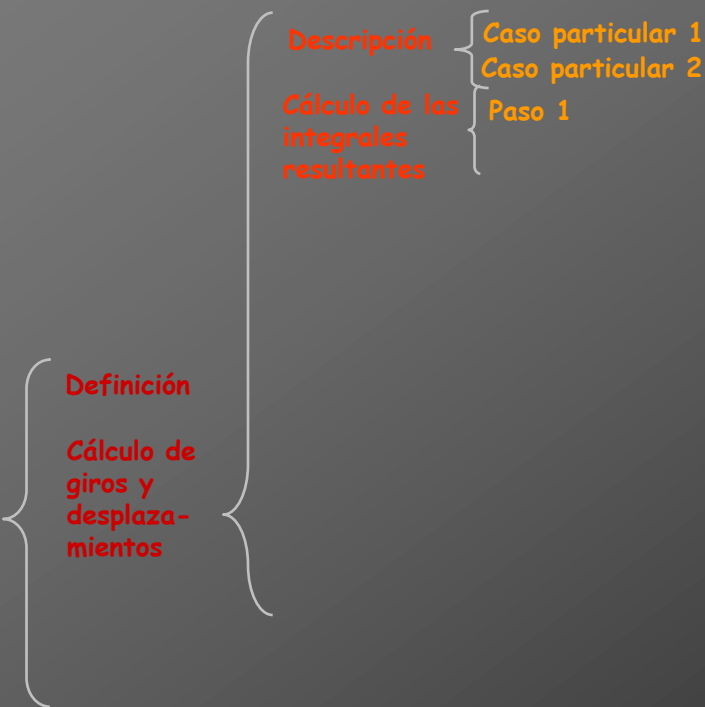
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





Paso 1



Paso 1

Descomponer la integral en una suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas



Paso 1

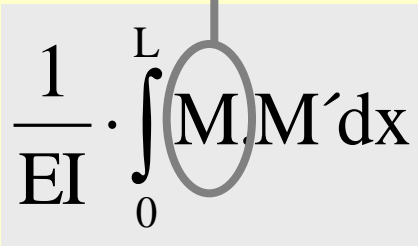
Descomponer la integral en una suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas

$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M \cdot M' dx$$

Paso 1

Descomponer la integral en una suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas

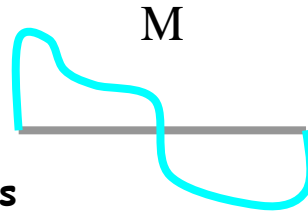
Si el diagrama de las cargas reales es complejo se recomienda descomponerlo en diagramas triangulares y parabólicos (funciones básicas)

$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M \cdot M' dx$$


Paso 1

Descomponer la integral en una suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas

Si el diagrama de las cargas reales es complejo se recomienda descomponerlo en diagramas triangulares y parabólicos (funciones básicas)



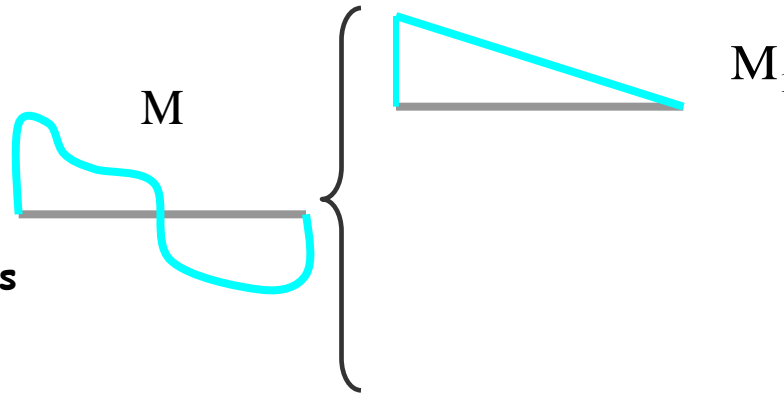
$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M \cdot M' dx$$



Paso 1

Descomponer la integral en una suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas

Si el diagrama de las cargas reales es complejo se recomienda descomponerlo en diagramas triangulares y parabólicos (funciones básicas)



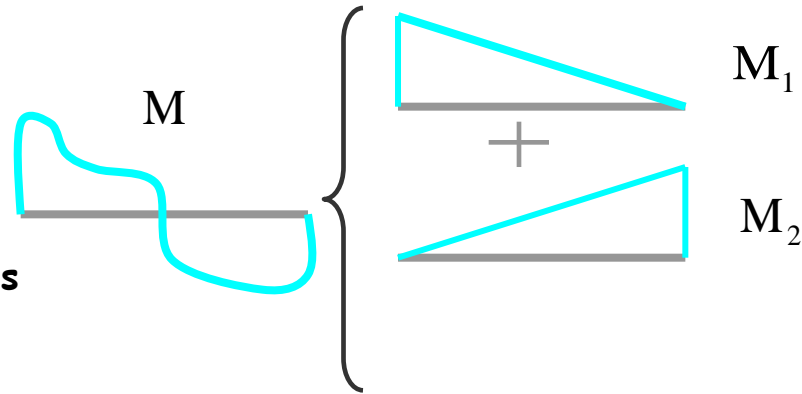
$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M \cdot M' dx$$



Paso 1

Descomponer la integral en una suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas

Si el diagrama de las cargas reales es complejo se recomienda descomponerlo en diagramas triangulares y parabólicos (funciones básicas)



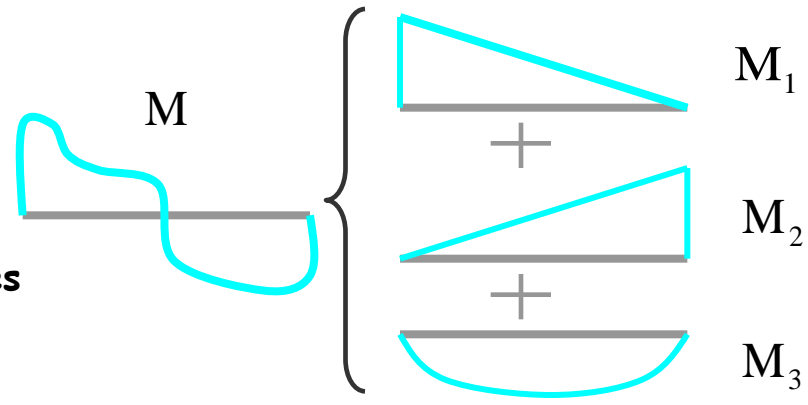
$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M \cdot M' dx$$



Paso 1

Descomponer la integral en una suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas

Si el diagrama de las cargas reales es complejo se recomienda descomponerlo en diagramas triangulares y parabólicos (funciones básicas)



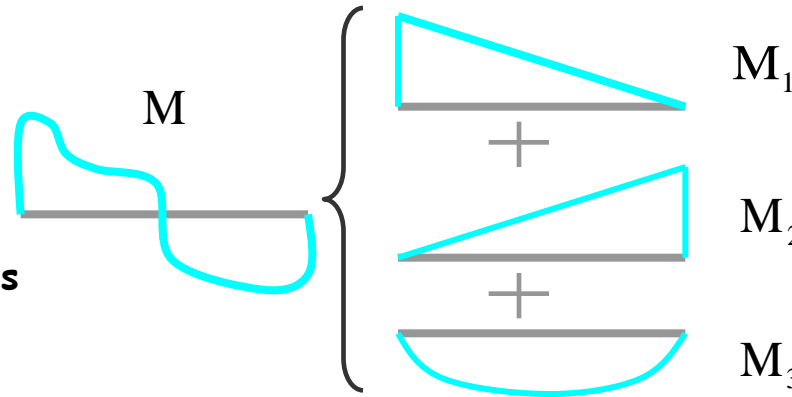
$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M \cdot M' dx$$



Paso 1

Descomponer la integral en una suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas

Si el diagrama de las cargas reales es complejo se recomienda descomponerlo en diagramas triangulares y parabólicos (funciones básicas)



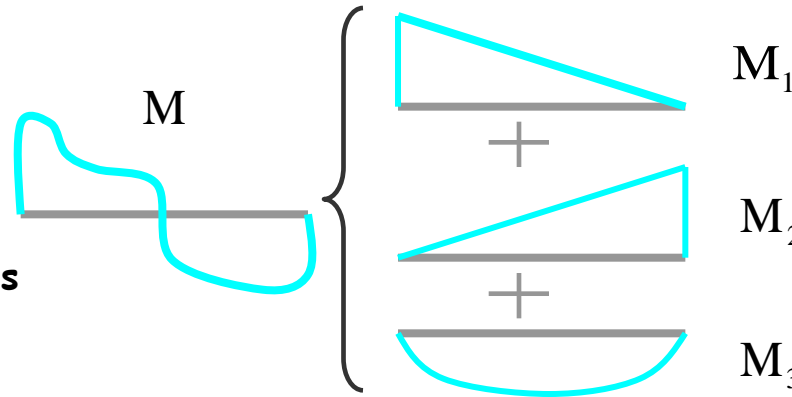
$$M = M_1 + M_2 + M_3$$

$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M \cdot M' dx$$

Paso 1

Descomponer la integral en una suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas

Si el diagrama de las cargas reales es complejo se recomienda descomponerlo en diagramas triangulares y parabólicos (funciones básicas)



$$M = M_1 + M_2 + M_3$$

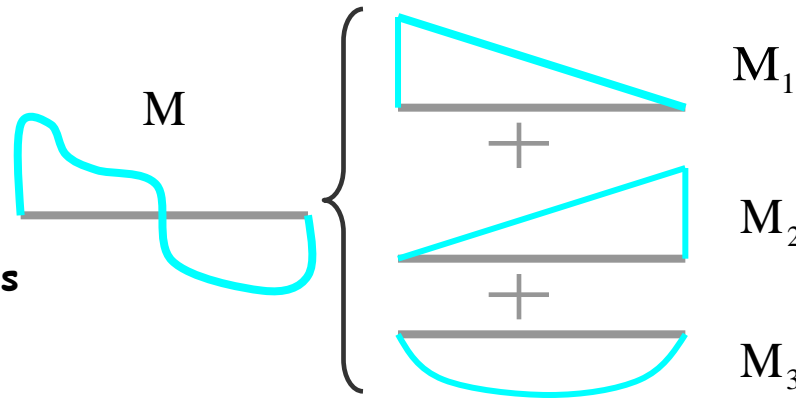
$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M \cdot M' dx$$

Los diagramas producidos por la carga o el momento unitario son siempre rectángulos y triángulos

Paso 1

Descomponer la integral en una suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas

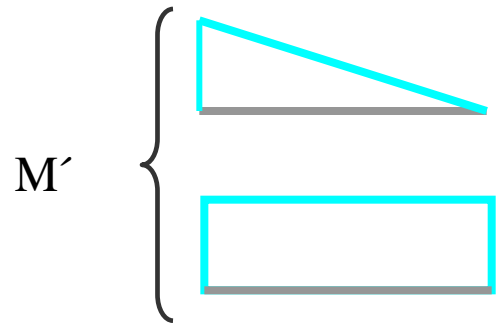
Si el diagrama de las cargas reales es complejo se recomienda descomponerlo en diagramas triangulares y parabólicos (funciones básicas)



$$M = M_1 + M_2 + M_3$$

$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M \cdot M' dx$$

Los diagramas producidos por la carga o el momento unitario son siempre rectángulos y triángulos

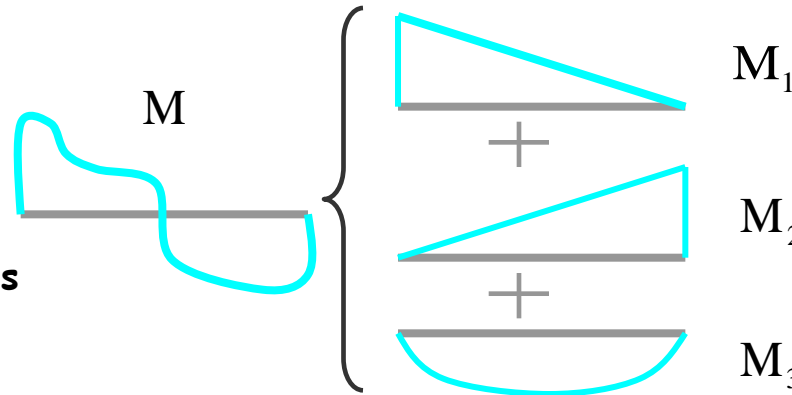




Paso 1

Descomponer la integral en una suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas

Si el diagrama de las cargas reales es complejo se recomienda descomponerlo en diagramas triangulares y parabólicos (funciones básicas)

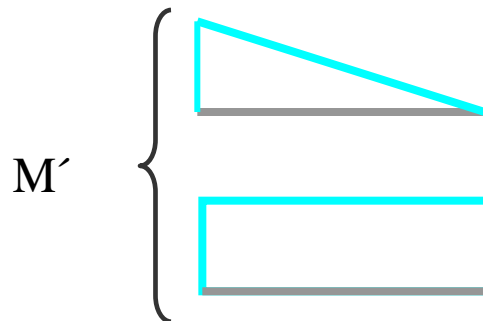


$$M = M_1 + M_2 + M_3$$

$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M \cdot M' dx$$

De esta manera la integral queda descompuesta de la siguiente manera:

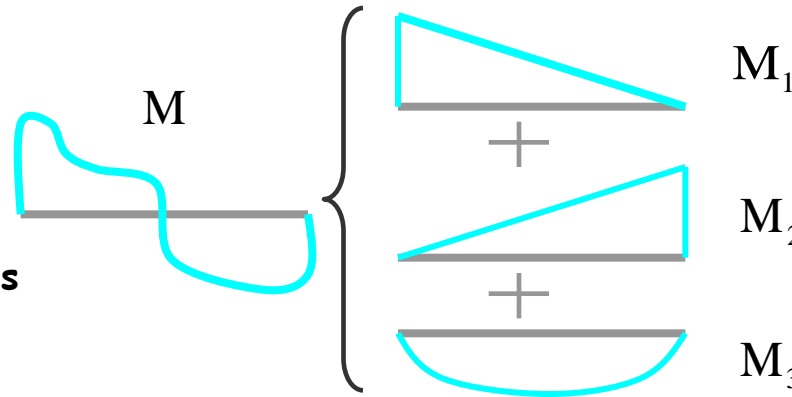
Los diagramas producidos por la carga o el momento unitario son siempre rectángulos y triángulos



Paso 1

Descomponer la integral en una suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas

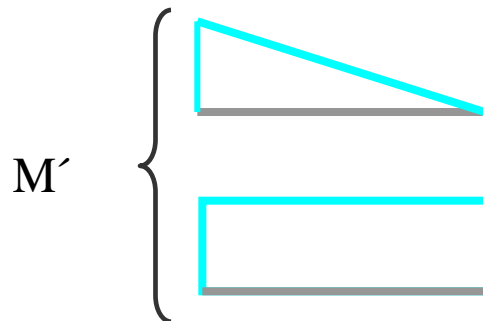
Si el diagrama de las cargas reales es complejo se recomienda descomponerlo en diagramas triangulares y parabólicos (funciones básicas)



$$M = M_1 + M_2 + M_3$$

$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M \cdot M' dx \rightarrow \frac{1}{EI} \cdot \int_0^L (M_1 + M_2 + M_3) \cdot M' dx$$

Los diagramas producidos por la carga o el momento unitario son siempre rectángulos y triángulos



Paso 1

Descomponer la integral en una suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas

Si el diagrama de las cargas reales es complejo se recomienda descomponerlo en diagramas triangulares y parabólicos (funciones básicas)

M

M_1
 M_2
 M_3

$M = M_1 + M_2 + M_3$

$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M \cdot M' dx \rightarrow \frac{1}{EI} \cdot \int_0^L (M_1 + M_2 + M_3) \cdot M' dx \rightarrow \frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M_1 M' dx + \frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M_2 M' dx + \frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M_3 M' dx$$

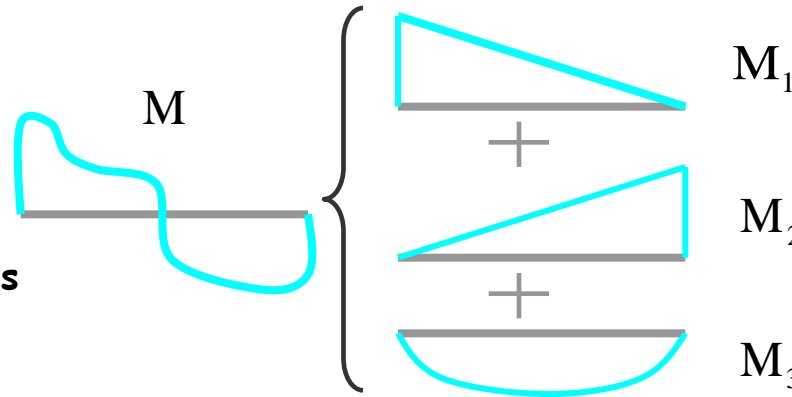
Los diagramas producidos por la carga o el momento unitario son siempre rectángulos y triángulos

M'

Paso 1

Descomponer la integral en una suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas

Si el diagrama de las cargas reales es complejo se recomienda descomponerlo en diagramas triangulares y parabólicos (funciones básicas)



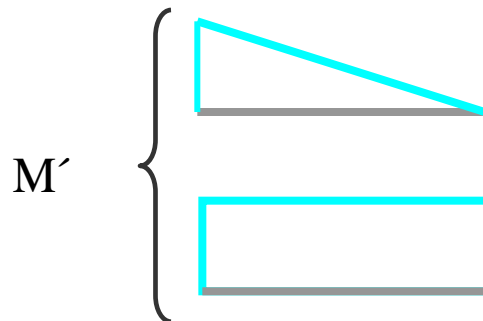
$$M = M_1 + M_2 + M_3$$

$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M \cdot M' dx$$

$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L (M_1 + M_2 + M_3) \cdot M' dx$$

$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M_1 M' dx + \frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M_2 M' dx + \frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M_3 M' dx$$

Los diagramas producidos por la carga o el momento unitario son siempre rectángulos y triángulos



La integral inicial = suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas



Paso 1

Descomponer la integral en una suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas

Si el diagrama de las cargas reales es complejo se recomienda descomponerlo en diagramas triangulares y parabólicos (funciones básicas)

$M = M_1 + M_2 + M_3$

$$\frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M \cdot M' dx \rightarrow \frac{1}{EI} \cdot \int_0^L (M_1 + M_2 + M_3) \cdot M' dx \rightarrow \frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M_1 M' dx + \frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M_2 M' dx + \frac{1}{EI} \cdot \int_0^L M_3 M' dx$$

Los diagramas producidos por la carga o el momento unitario son siempre rectángulos y triángulos

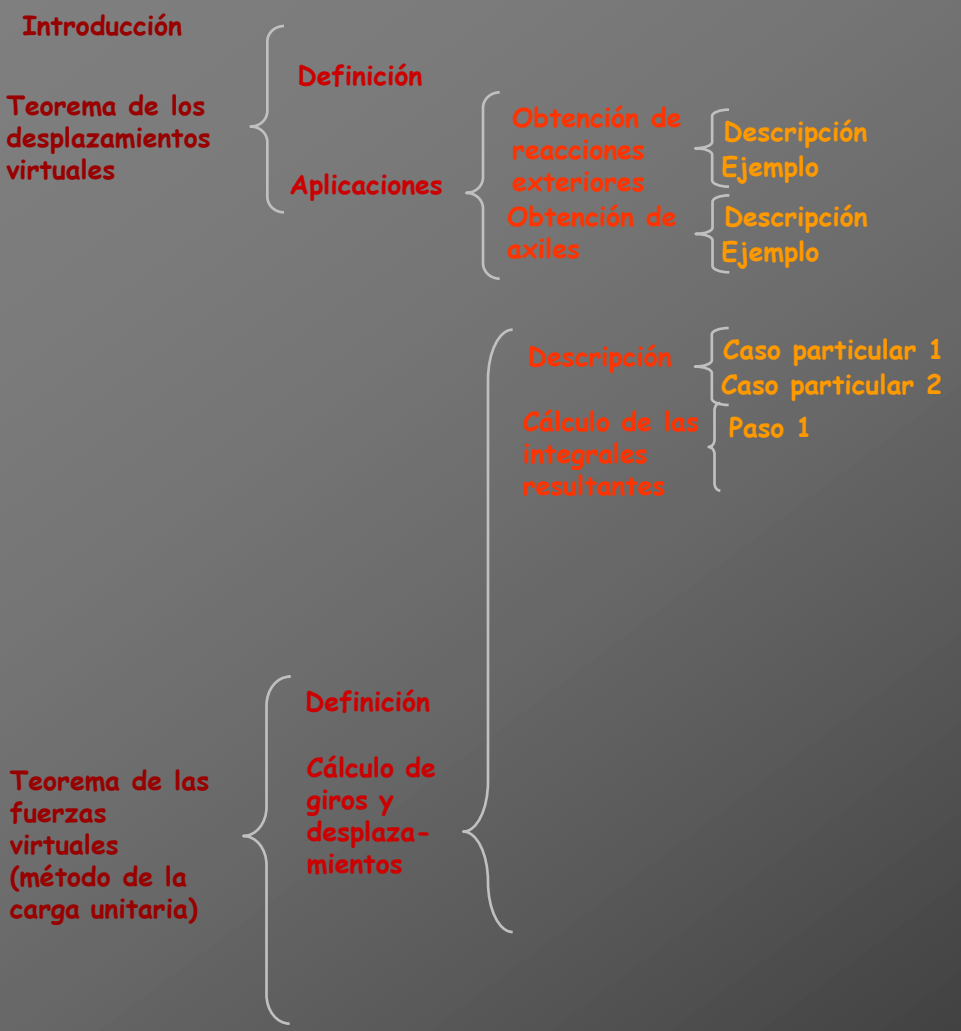
M'

La integral inicial = suma de integrales formadas por el producto de dos funciones básicas

El cálculo de estas integrales se realiza utilizando las Tablas de Integrales de Mohr



Aplicaciones del PTV

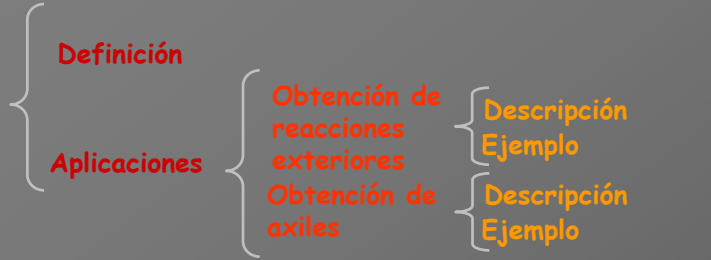




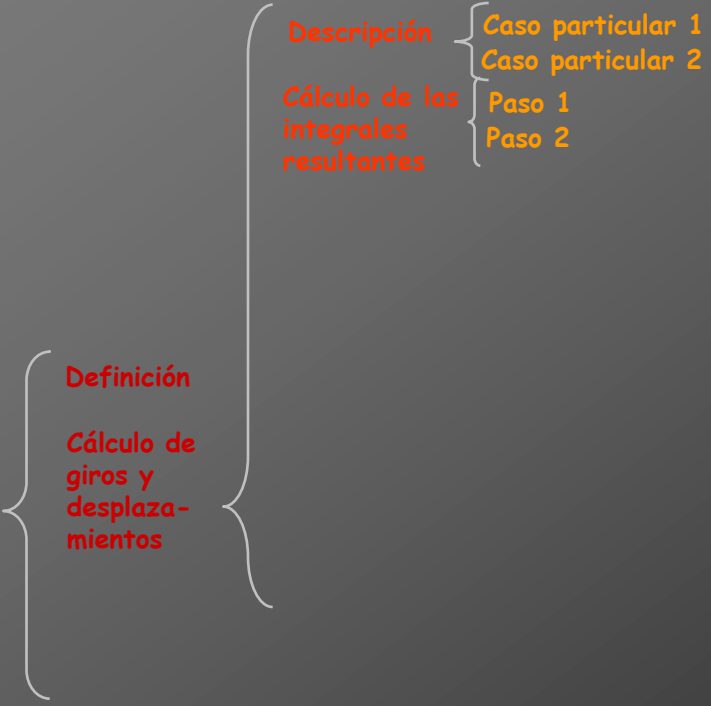
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





Paso 2



Paso 2

El cálculo de cada una de las integrales anteriores se encuentra recogida en la siguiente tabla de integrales de Mohr:



Paso 2

El cálculo de cada una de las integrales anteriores se encuentra recogida en la siguiente tabla de integrales de Mohr:

		M_A	M_B
		L	L
		$M_A M_B L$	$\frac{1}{2} M_A M_B L$
		$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$
		$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{6} M_A M_B L$
		$\frac{2}{3} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$



Paso 2

El cálculo de cada una de las integrales anteriores se encuentra recogida en la siguiente tabla de integrales de Mohr:

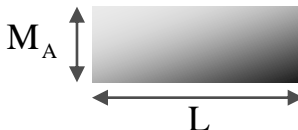
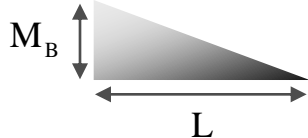

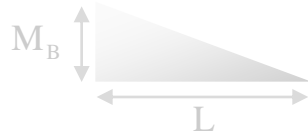
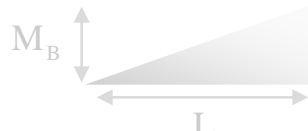

Diagramas de cargas unitarias M', T'

	M_A	M_B
	L	L
	$M_A M_B L$	$\frac{1}{2} M_A M_B L$
	$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$
	$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{6} M_A M_B L$
	$\frac{2}{3} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$

Paso 2

El cálculo de cada una de las integrales anteriores se encuentra recogida en la siguiente tabla de integrales de Mohr:

Diagramas de cargas unitarias M', T'

		
	$M_A M_B L$	$\frac{1}{2} M_A M_B L$
	$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$
	$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{6} M_A M_B L$
	$\frac{2}{3} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$



Paso 2

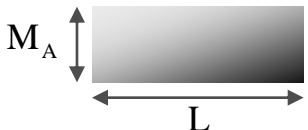
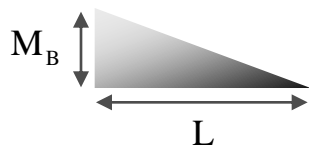
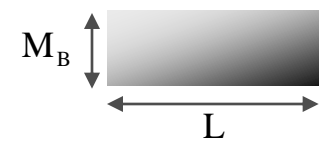
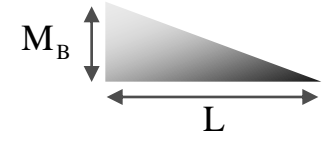
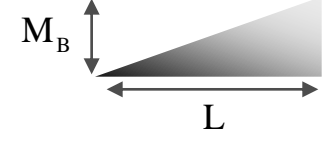
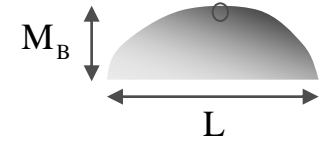
El cálculo de cada una de las integrales anteriores se encuentra recogida en la siguiente tabla de integrales de Mohr:

		Diagramas de cargas unitarias M', T'	
Diagramas descompuestos de cargas reales M_i, T_i		$M_A M_B L$	$\frac{1}{2} M_A M_B L$
		$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$
		$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{6} M_A M_B L$
		$\frac{2}{3} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$



Paso 2

El cálculo de cada una de las integrales anteriores se encuentra recogida en la siguiente tabla de integrales de Mohr:

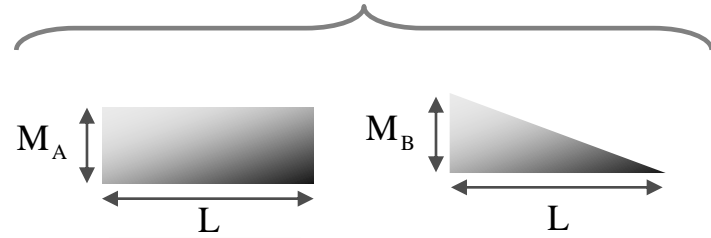
		Diagramas de cargas unitarias M', T'	
			
Diagramas descompuestos de cargas reales M_i, T_i		$M_A M_B L$	$\frac{1}{2} M_A M_B L$
		$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$
		$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{6} M_A M_B L$
		$\frac{2}{3} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$



Paso 2

El cálculo de cada una de las integrales anteriores se encuentra recogida en la siguiente tabla de integrales de Mohr:

Diagramas de cargas unitarias M', T'

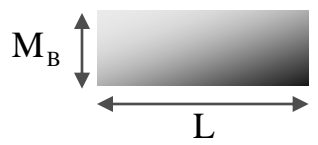


Diagramas descompuestos de cargas reales

M_i, T_i

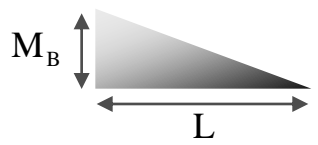
(la curva es una parábola de 2º grado)

○ Punto de tangencia de la parábola



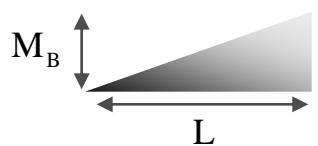
$M_A M_B L$

$\frac{1}{2} M_A M_B L$



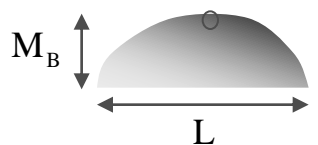
$\frac{1}{2} M_A M_B L$

$\frac{1}{3} M_A M_B L$



$\frac{1}{2} M_A M_B L$

$\frac{1}{6} M_A M_B L$



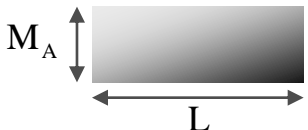
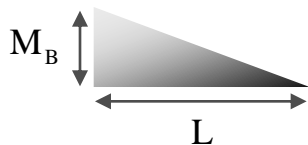
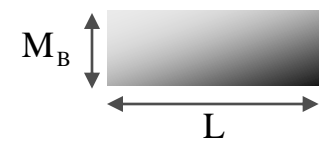
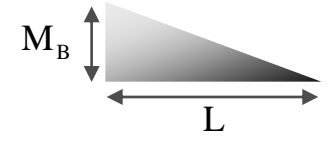
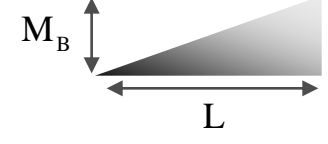
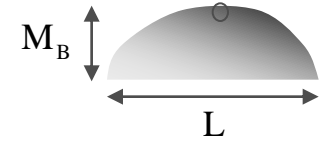
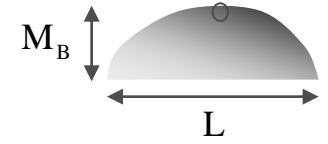
$\frac{2}{3} M_A M_B L$

$\frac{1}{3} M_A M_B L$



Paso 2

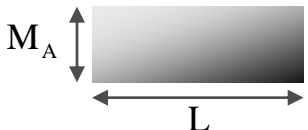
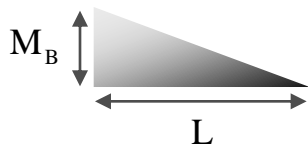
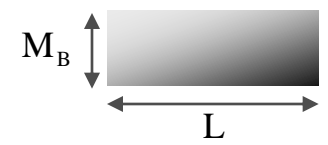
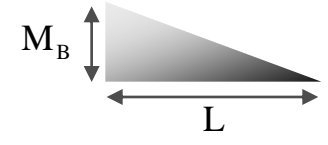
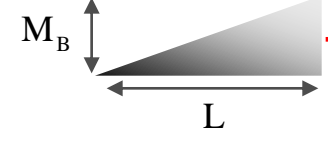
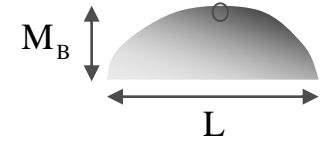
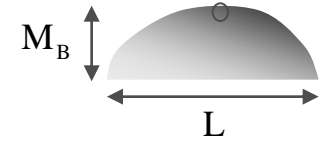
El cálculo de cada una de las integrales anteriores se encuentra recogida en la siguiente tabla de integrales de Mohr:

Diagramas de cargas unitarias M', T'			
			
<p>Diagramas descompuestos de cargas reales M_i, T_i (la curva es una parábola de 2º grado)</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Punto de tangencia de la parábola 		$M_A M_B L$	$\frac{1}{2} M_A M_B L$
		$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$
		$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{6} M_A M_B L$
		$\frac{2}{3} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$
		$\frac{2}{3} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$
<p>Valor de la integral</p>		$\int_0^L M_i \cdot M' dx$	
		$\int_0^L T_i \cdot T' dx$	



Paso 2

El cálculo de cada una de las integrales anteriores se encuentra recogida en la siguiente tabla de integrales de Mohr:

Diagramas de cargas unitarias M', T'			
			
<p style="margin: 0;">Diagramas descompuestos de cargas reales M_i, T_i (la curva es una parábola de 2º grado)</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Punto de tangencia de la parábola 		$M_A M_B L$	$\frac{1}{2} M_A M_B L$
		$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$
		$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{6} M_A M_B L$
		$\frac{2}{3} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$
		$\frac{2}{3} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$
<p style="margin: 0;">Valor de la integral del producto de estas dos funciones</p>			
		$\int_0^L M_i \cdot M' dx$	$\int_0^L T_i \cdot T' dx$



Paso 2

El cálculo de cada una de las integrales anteriores se encuentra recogida en la siguiente tabla de integrales de Mohr:

Diagramas de cargas unitarias M', T'			
<p style="margin: 0;">Diagramas descompuestos de cargas reales M_i, T_i (la curva es una parábola de 2º grado)</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Punto de tangencia de la parábola 		$M_A M_B L$	$\frac{1}{2} M_A M_B L$
		$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$
		$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{6} M_A M_B L$
		$\frac{2}{3} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$
		$\frac{2}{3} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$
		<p style="margin: 0;">Valor de la integral</p> <div style="background-color: #f0f0f0; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> $\int_0^L M_i \cdot M' dx$ </div> <div style="background-color: #f0f0f0; padding: 5px;"> $\int_0^L T_i \cdot T' dx$ </div>	



Paso 2

El cálculo de cada una de las integrales anteriores se encuentra recogida en la siguiente tabla de integrales de Mohr:

Diagramas descompuestos de cargas reales M_i, T_i (la curva es una parábola de 2º grado)		Diagramas de cargas unitarias M', T'		Valor de la integral
}				}
	M_B	M_A	M_B	
	L	L	L	
	M_B	$M_A M_B L$	$\frac{1}{2} M_A M_B L$	
	L	$\frac{1}{2} M_A M_B L$	$\frac{1}{3} M_A M_B L$	
			$\frac{1}{3} M_A M_B L$	
M_B	M_A	M_B	$\frac{1}{6} M_A M_B L$	
L	L	L	$\frac{1}{3} M_A M_B L$	
M_B	$M_A M_B L$	M_B	$\frac{1}{3} M_A M_B L$	
L	$\frac{2}{3} M_A M_B L$	L	$\frac{1}{3} M_A M_B L$	
			$\frac{1}{3} M_A M_B L$	
M_B	M_A	M_B	$\frac{1}{3} M_A M_B L$	
L	L	L	$\frac{1}{3} M_A M_B L$	
M_B	$M_A M_B L$	M_B	$\frac{1}{3} M_A M_B L$	
L	$\frac{2}{3} M_A M_B L$	L	$\frac{1}{3} M_A M_B L$	

○ Punto de tangencia de la parábola

$$\int_0^L M_i \cdot M' dx$$

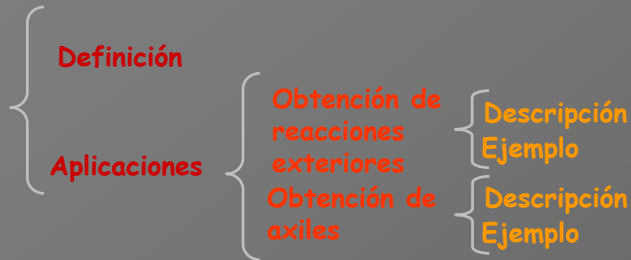
$$\int_0^L T_i \cdot T' dx$$



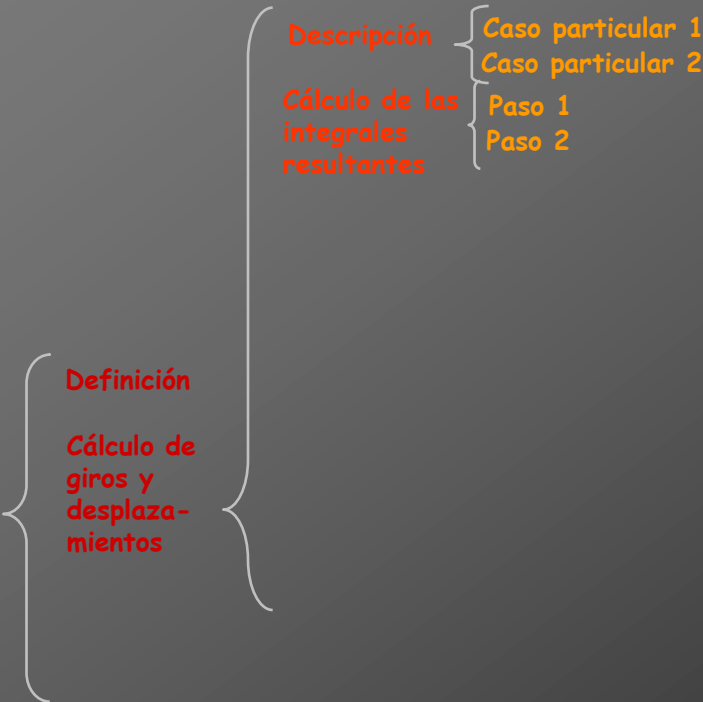
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

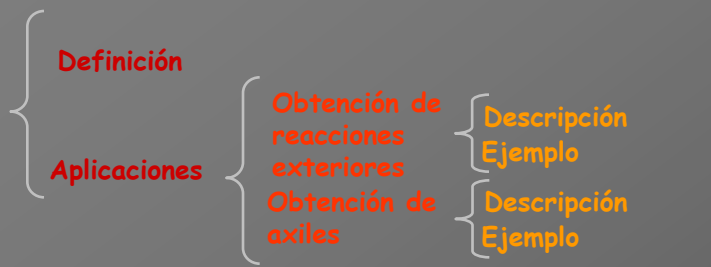




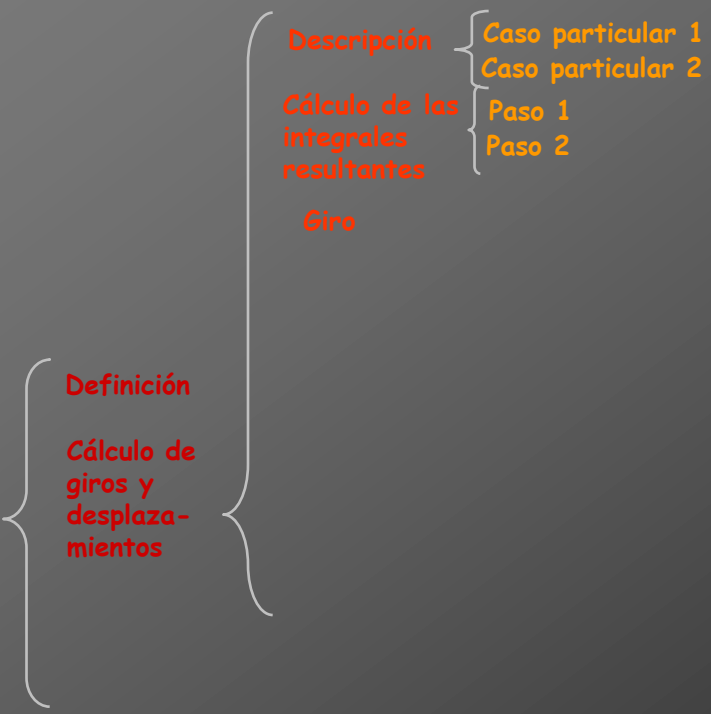
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

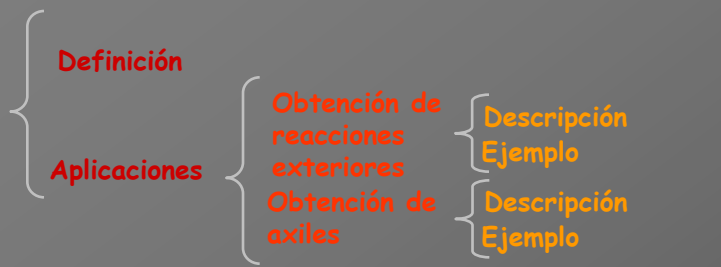




Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





De una sección S

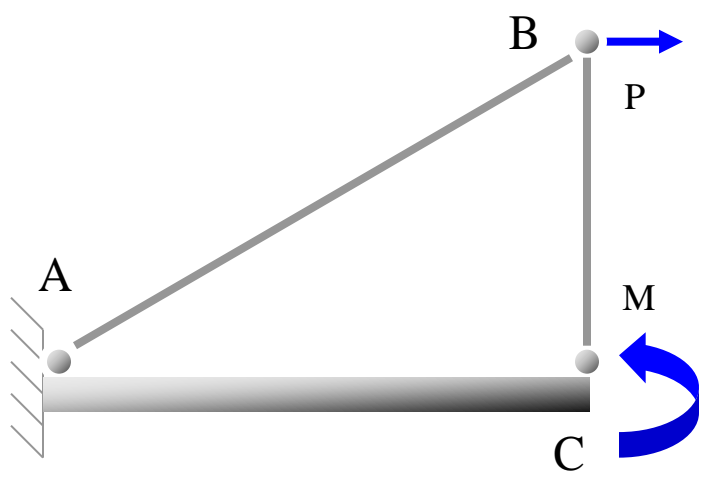


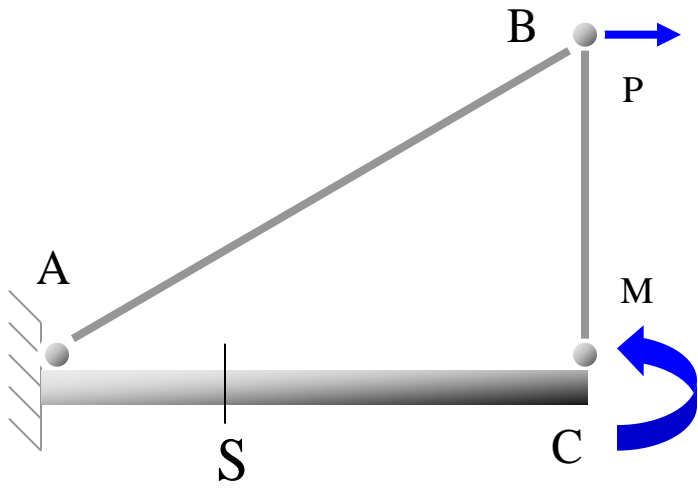
De una sección S

**Se pretende conocer el giro de una
sección S de una figura**



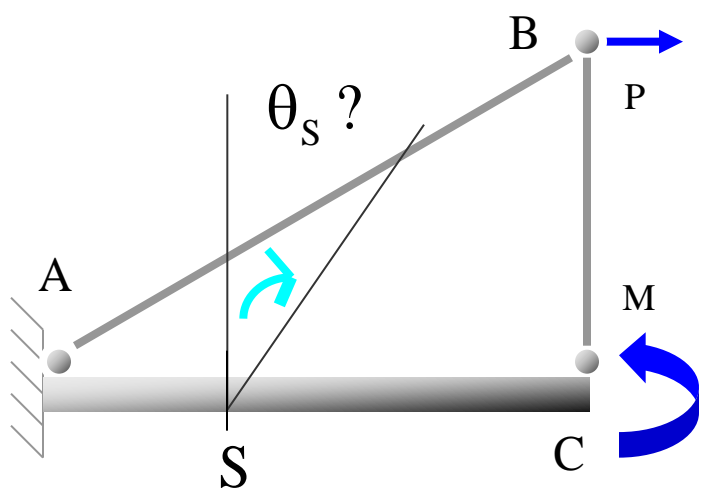
De una sección S



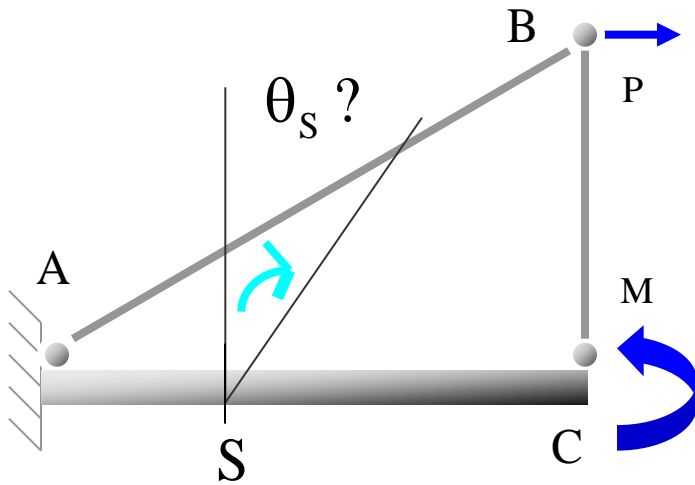
De una sección S 



De una sección S



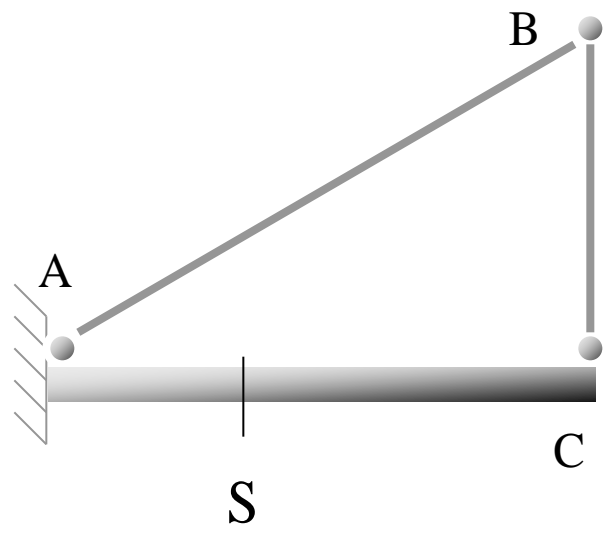
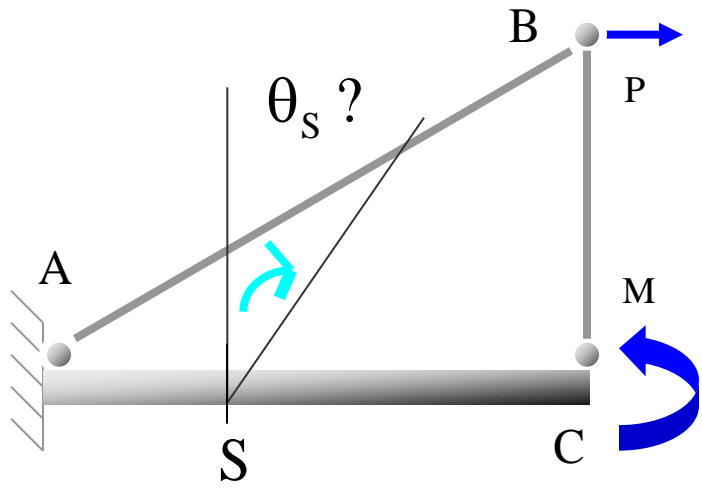
De una sección S



Se aplica sobre la estructura
descargada un momento unitario en la
sección donde se desea conocer el
giro

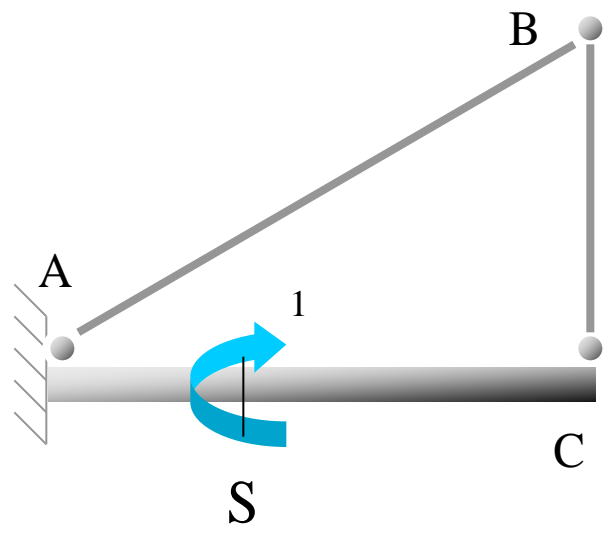
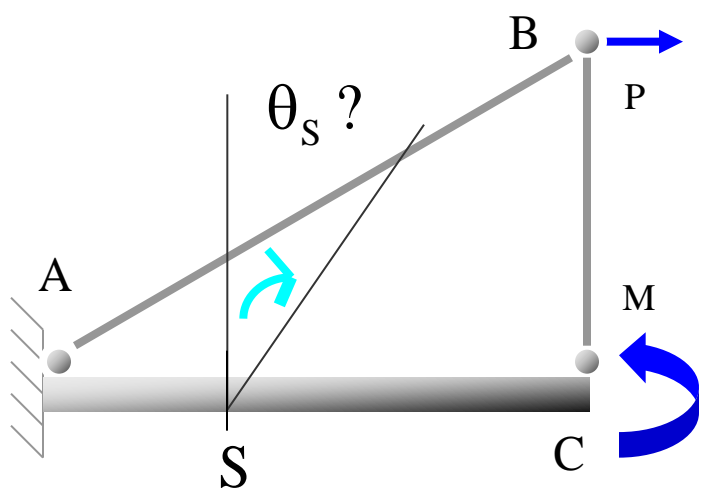


De una sección S



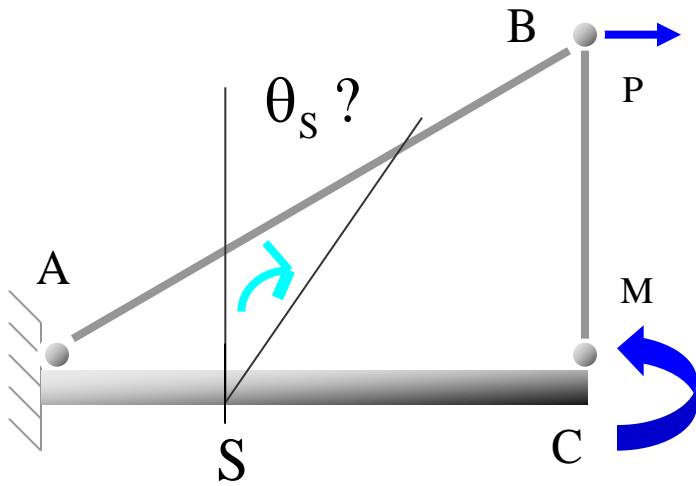


De una sección S

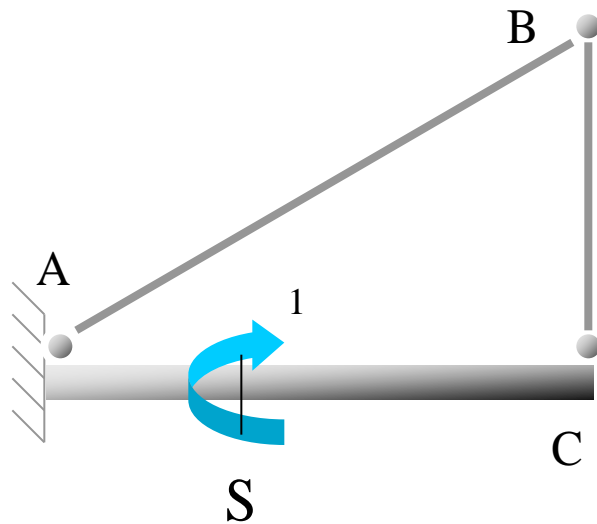




De una sección S

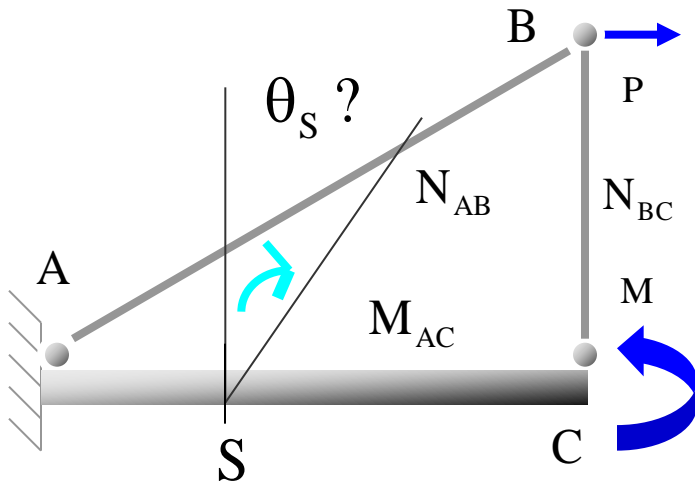


Se calculan los esfuerzos producidos por las cargas reales y por el momento unitario

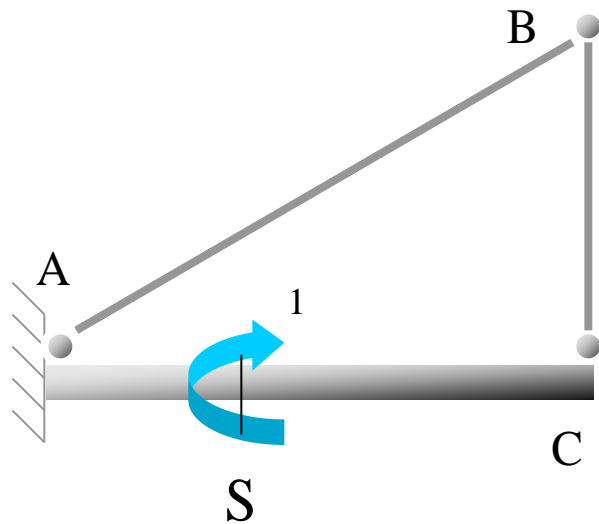




De una sección S

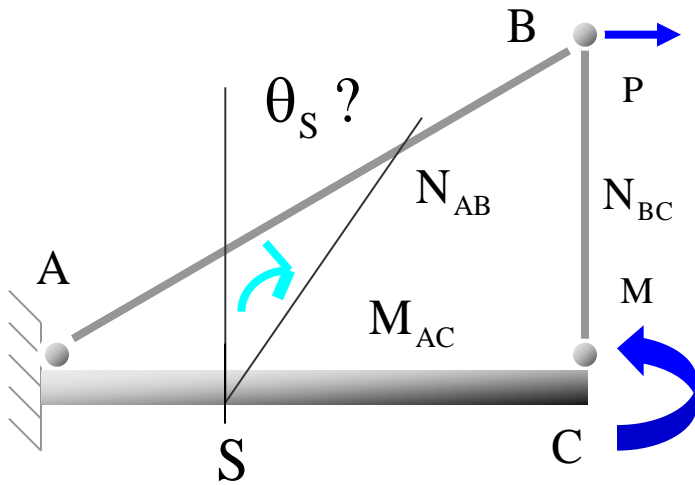


Se calculan los esfuerzos producidos por las cargas reales y por el momento unitario

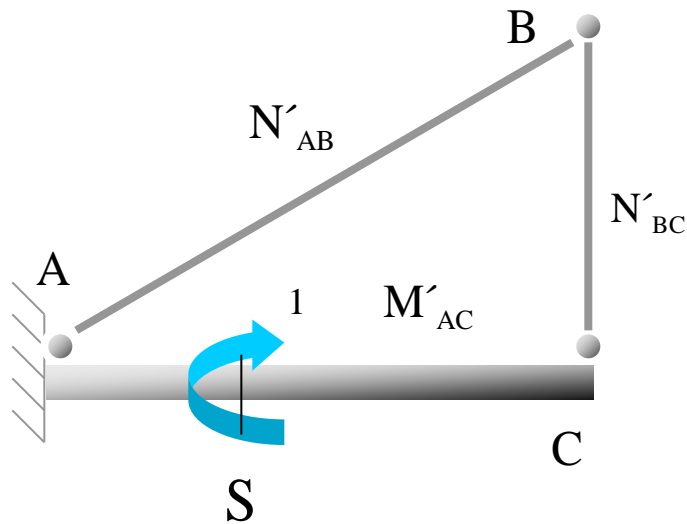




De una sección S

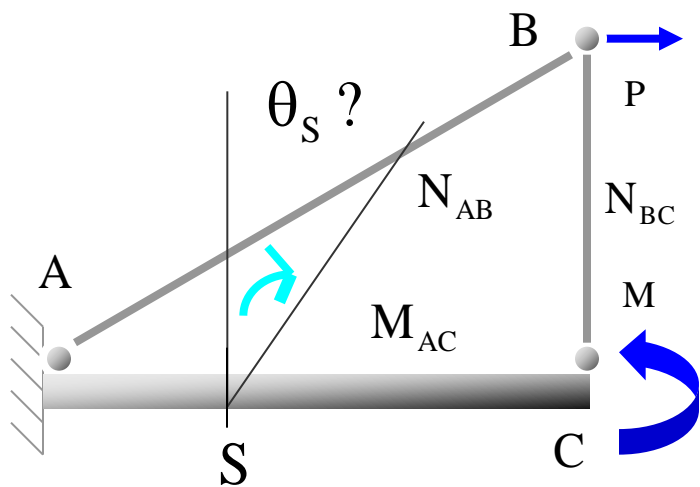


Se calculan los esfuerzos producidos por las cargas reales y por el momento unitario

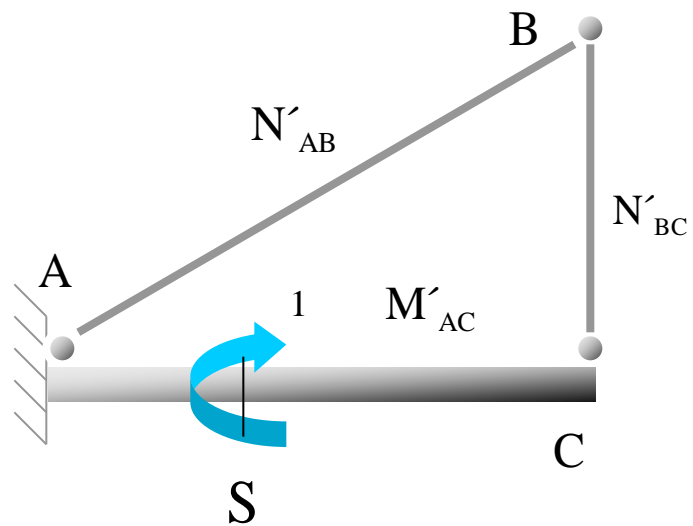




De una sección S

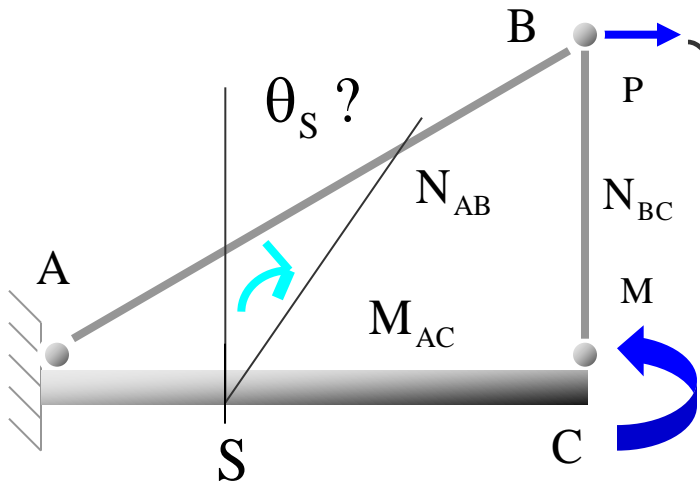


Se aplica el Principio de los Trabajos Virtuales:

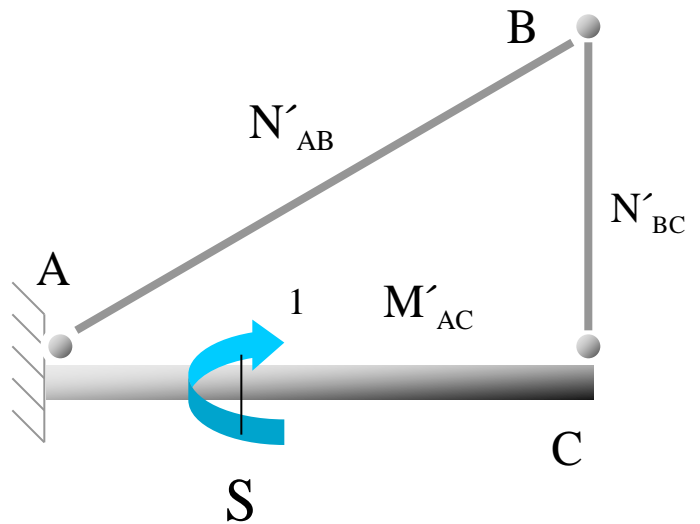




De una sección S

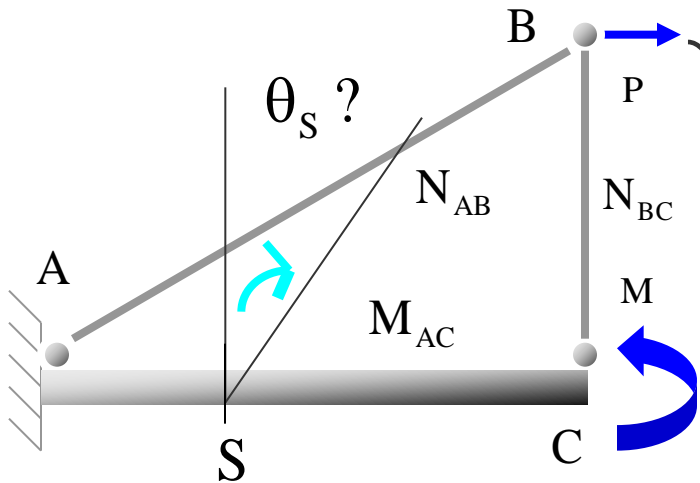


$$\theta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$



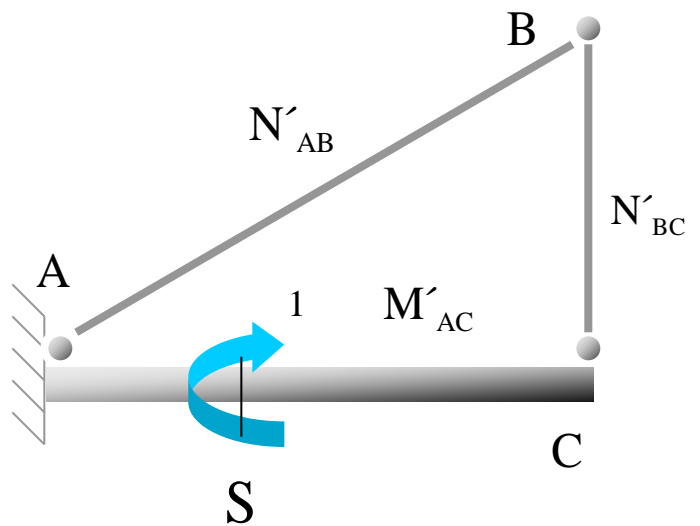


De una sección S



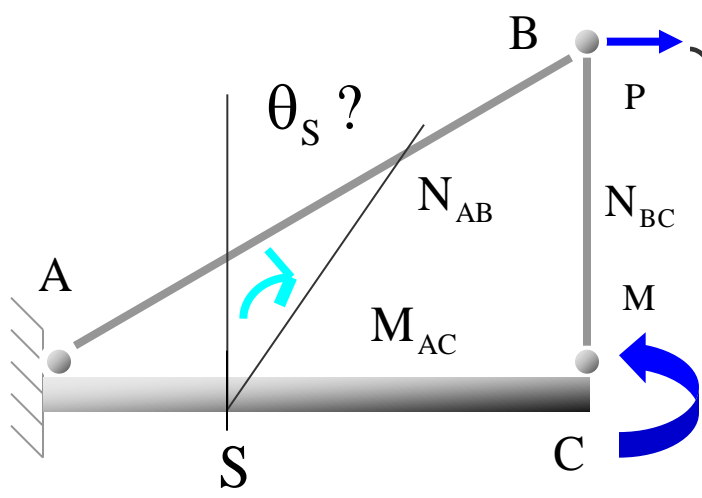
Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

$$\theta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$





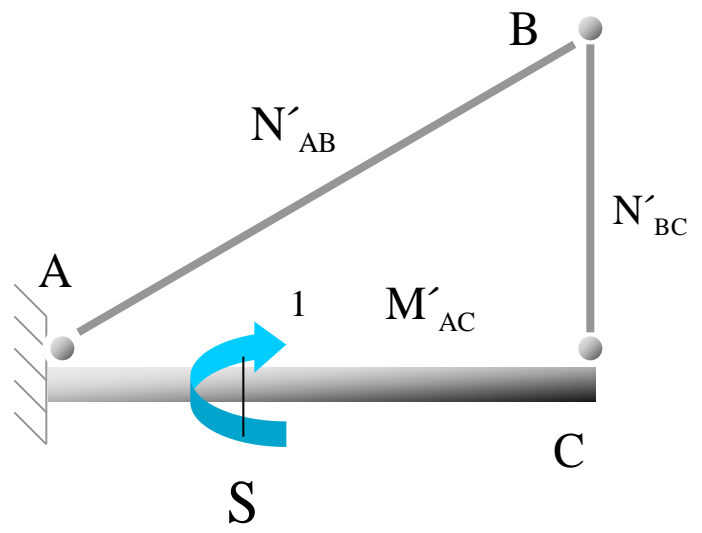
De una sección S



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

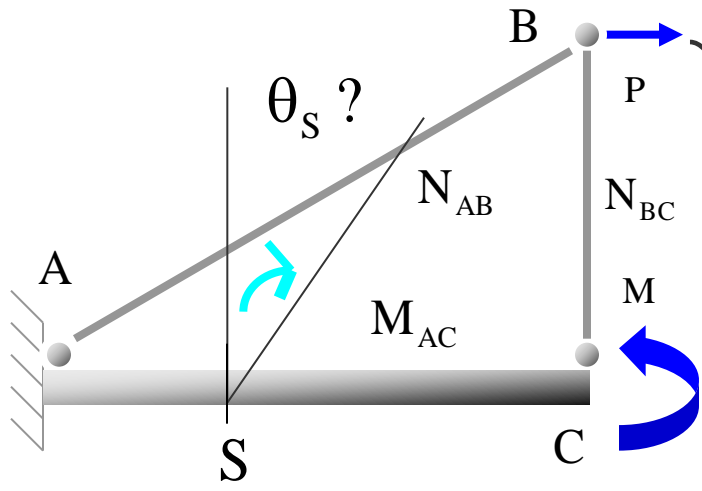
$$\theta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

θ_{1AC}





De una sección S

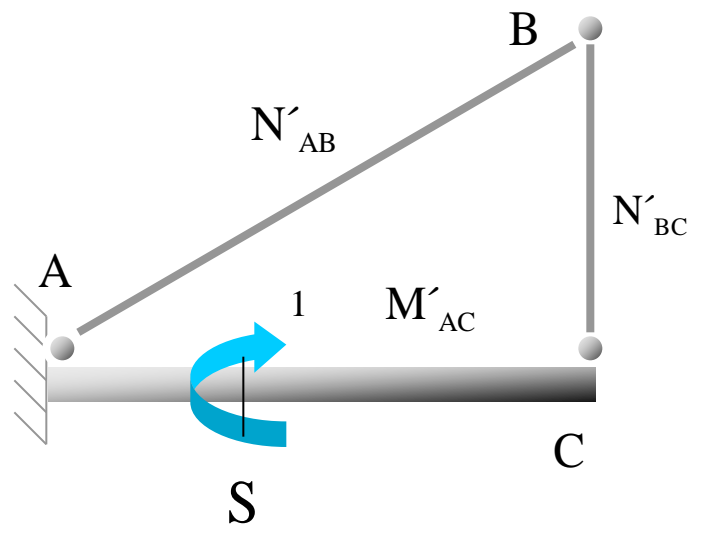


Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

$$\theta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

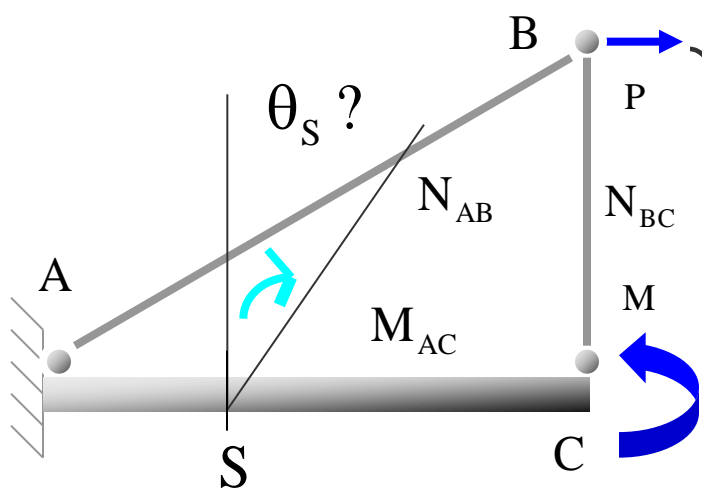
$$\theta_{1AC}$$

$$\theta_{1AB}$$





De una sección S



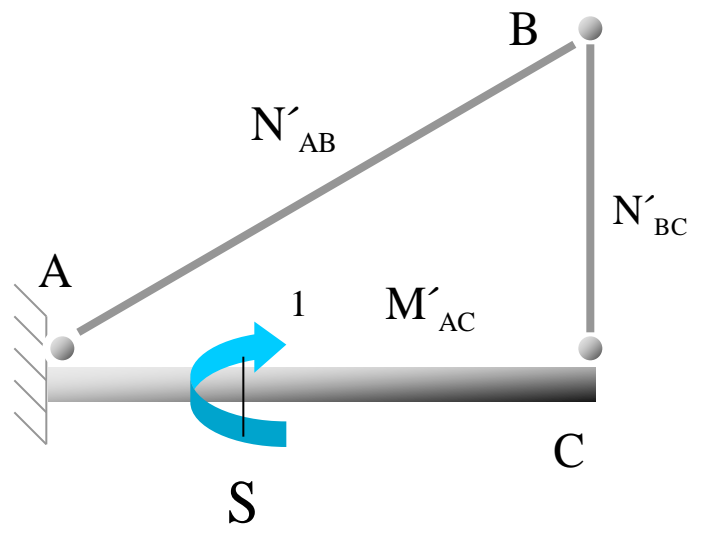
Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

$$\theta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\theta_{1AC}$$

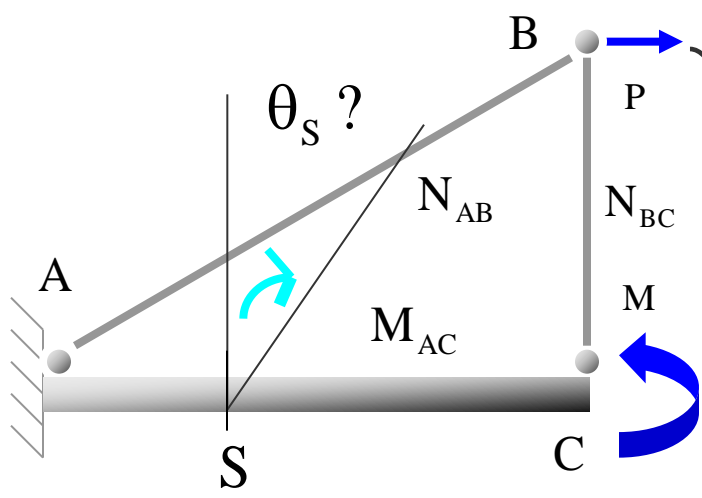
$$\theta_{1AB}$$

$$\theta_{1BC}$$





De una sección S



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

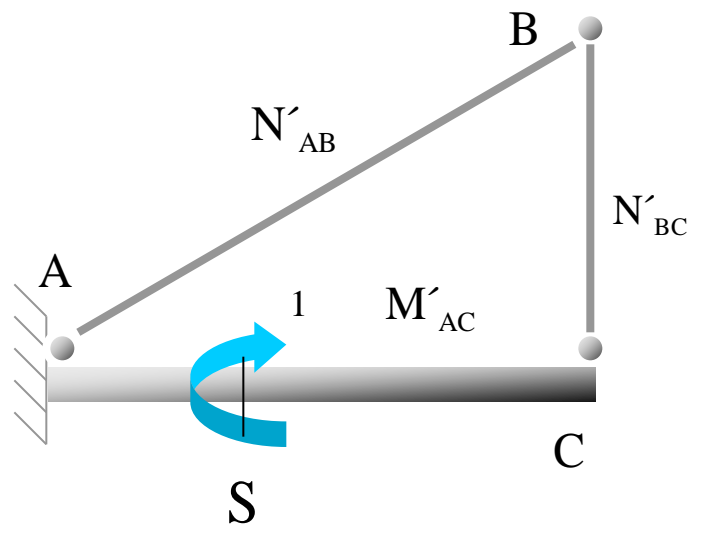
$$\theta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\theta_{1AC}$$

$$\theta_{1AB}$$

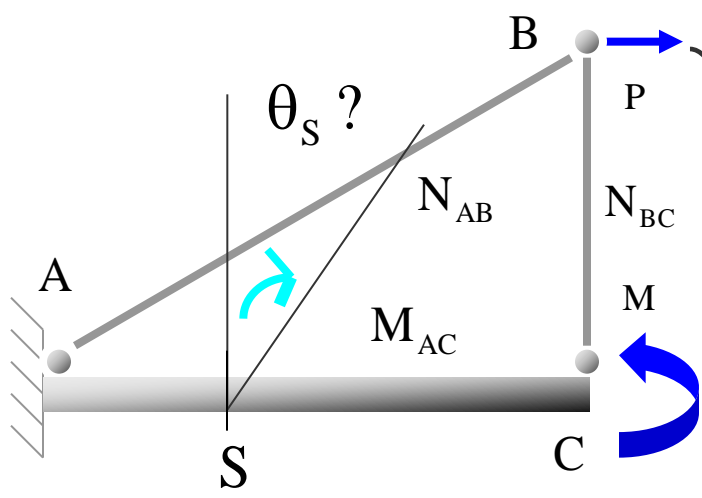
$$\theta_{1BC}$$

Giros del momento producidos por las deformaciones de los tramos





De una sección S



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los giros de los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

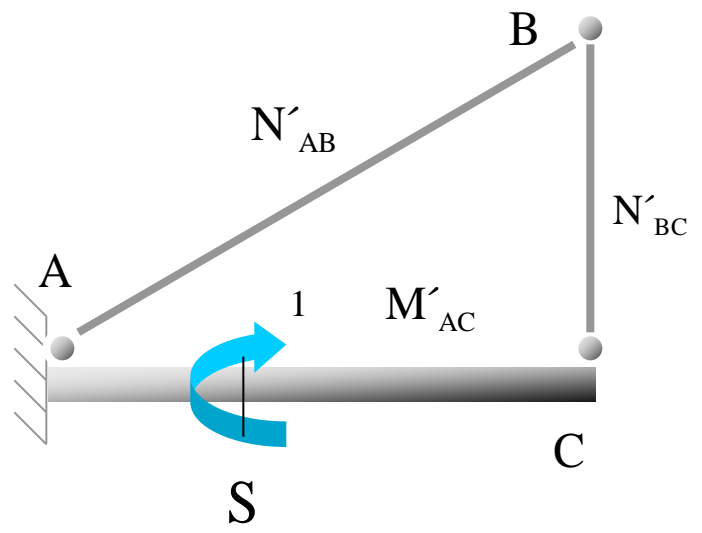
$$\theta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} \cancel{M'_{AC}}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\theta_{1AC}$$

$$\theta_{1AB}$$

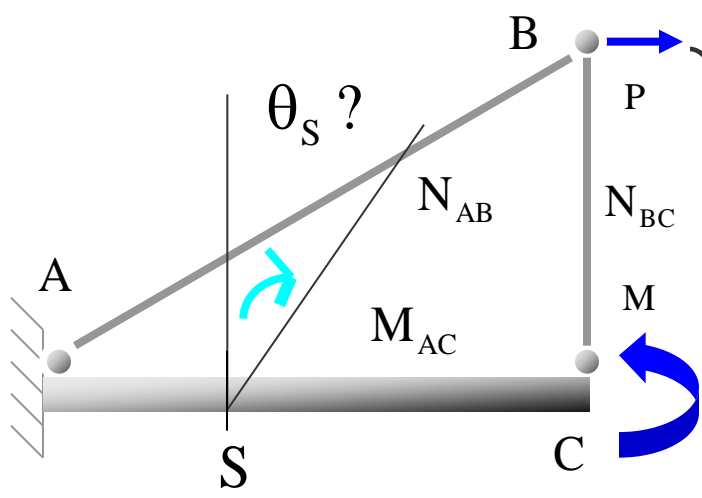
$$\theta_{1BC}$$

Giros del momento producidos por las deformaciones de los tramos





De una sección S



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los giros de los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

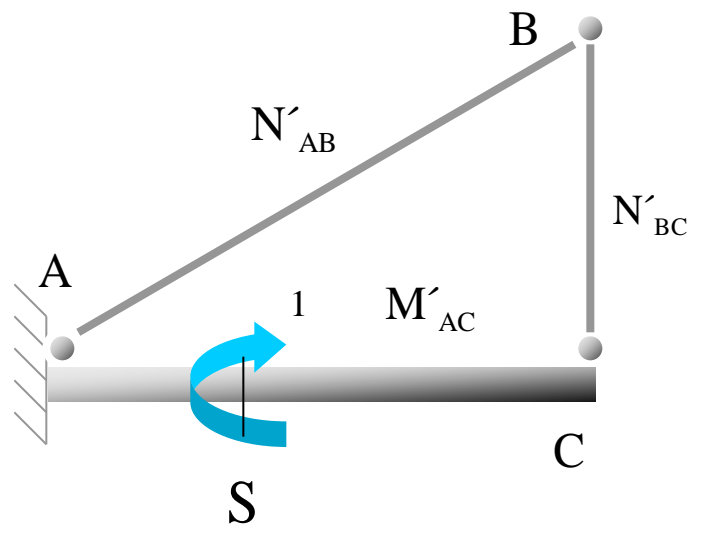
$$\theta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} \cancel{M'_{AC}}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\theta_{1AC}$$

$$\theta_{1AB}$$

$$\theta_{1BC}$$

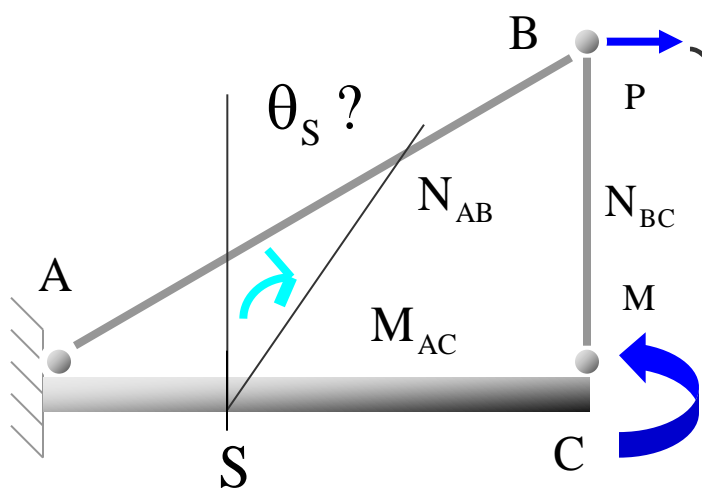
Giros del momento producidos por las deformaciones de los tramos



$$\theta_S = \theta_1$$



De una sección S



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los giros de los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

$$\theta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} \cancel{M'_{AC}}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\theta_{1AC}$$

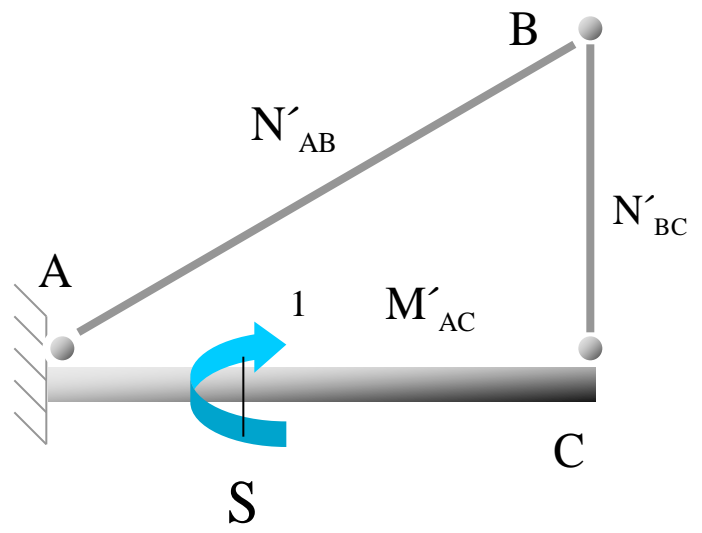
$$\theta_{1AB}$$

$$\theta_{1BC}$$

Giros del momento producidos por las deformaciones de los tramos

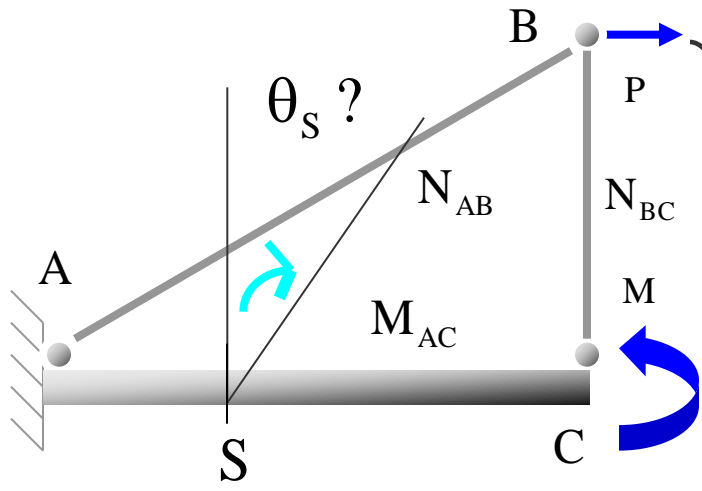
si $\theta_S > 0$ θ 1

$$\theta_S = \theta_1$$





De una sección S



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los giros de los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

$$\theta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\theta_{1AC}$$

$$\theta_{1AB}$$

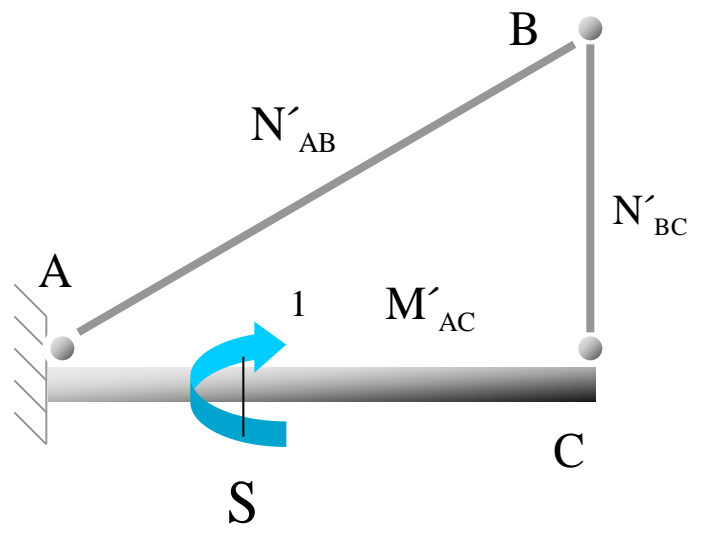
$$\theta_{1BC}$$

Giros del momento producidos por las deformaciones de los tramos

si $\theta_S > 0$ $\theta = 1$

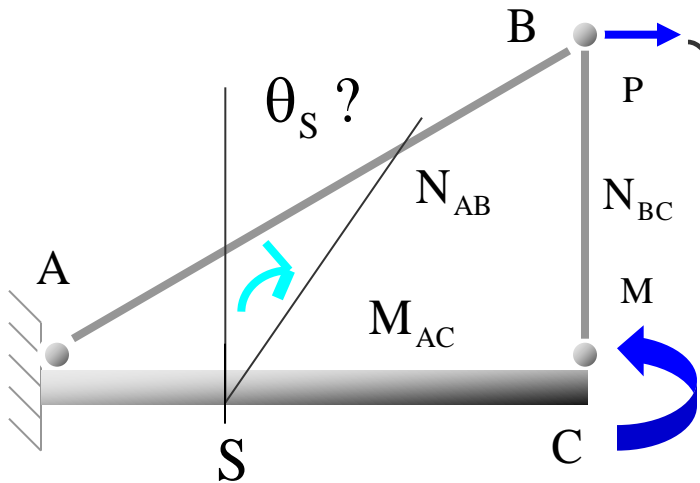
si $\theta_S = 0$ $\theta = 0$

$$\theta_S = \theta_1$$





De una sección S



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los giros de los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

$$\theta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\theta_{1AC}$$

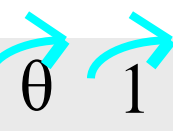
$$\theta_{1AB}$$

$$\theta_{1BC}$$

Giros del momento producidos por las deformaciones de los tramos

si

$$\theta_S > 0$$



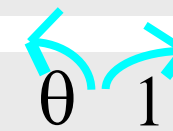
si

$$\theta_S = 0$$

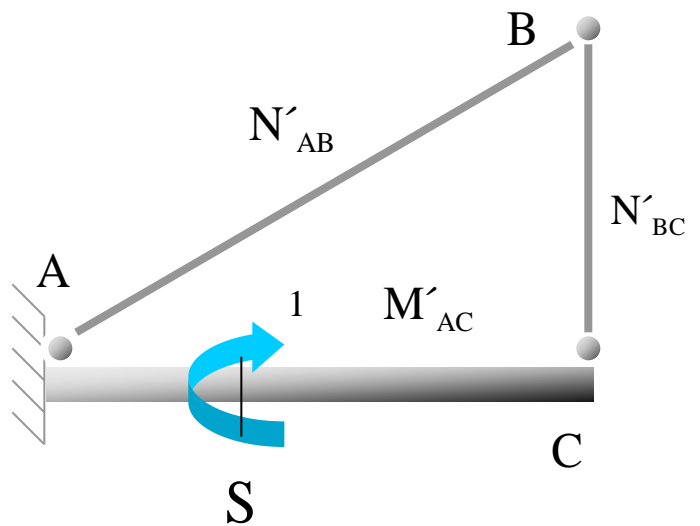
$$\theta = 0$$

si

$$\theta_S < 0$$



$$\theta_S = \theta_1$$

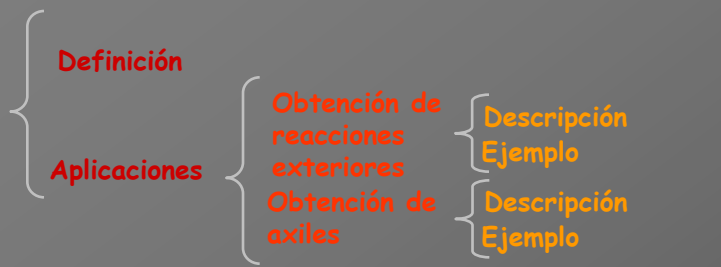




Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

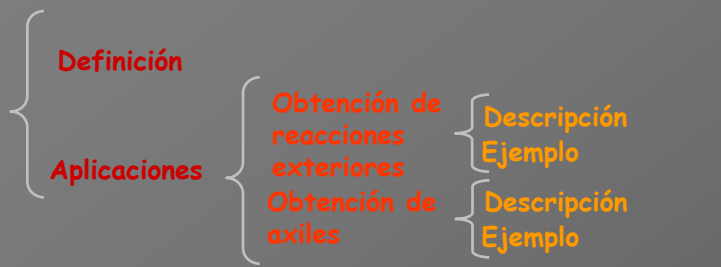




Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





Relativo entre dos secciones

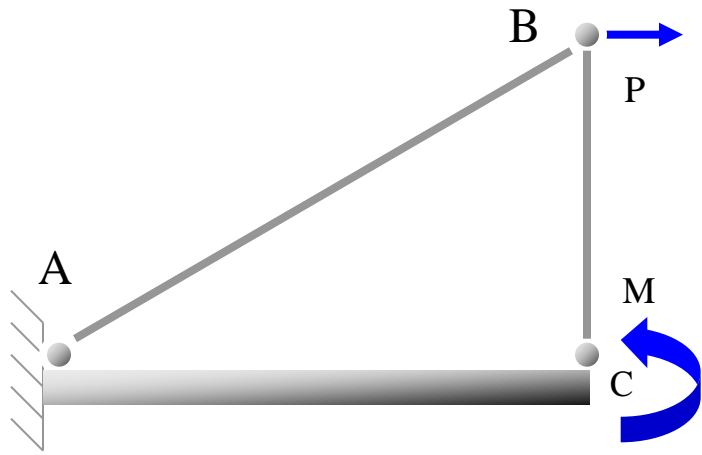


Relativo entre dos secciones

**Se pretende conocer el giro relativo
de dos secciones**

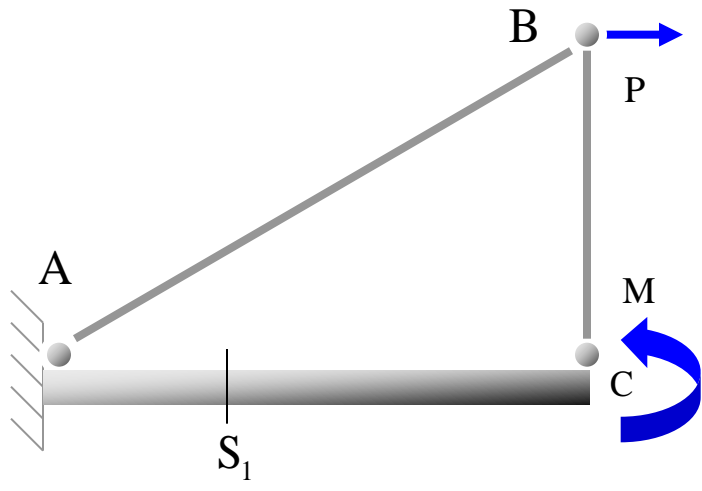


Relativo entre dos secciones



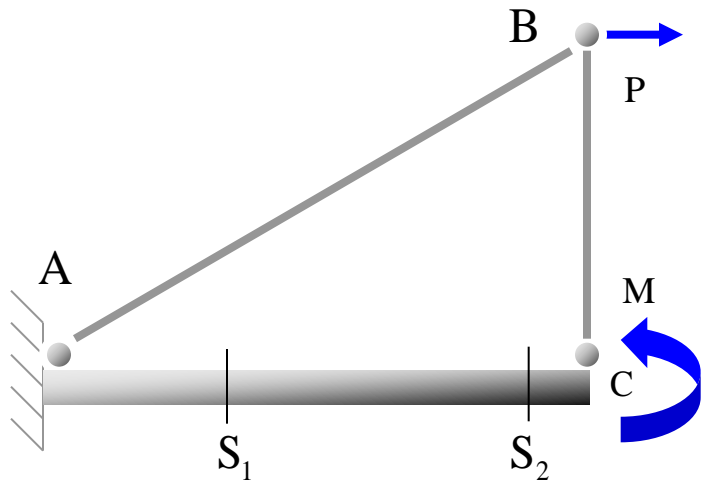


Relativo entre dos secciones



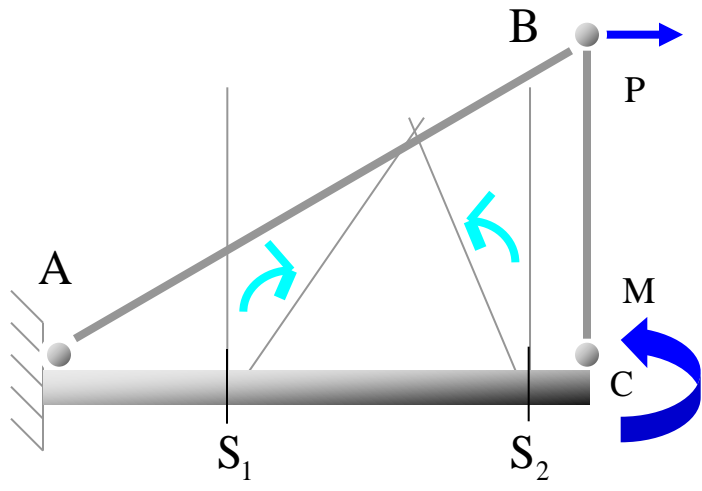


Relativo entre dos secciones



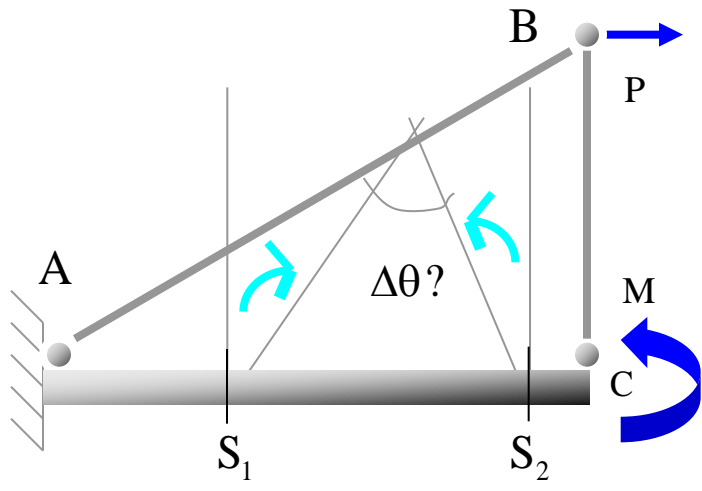


Relativo entre dos secciones

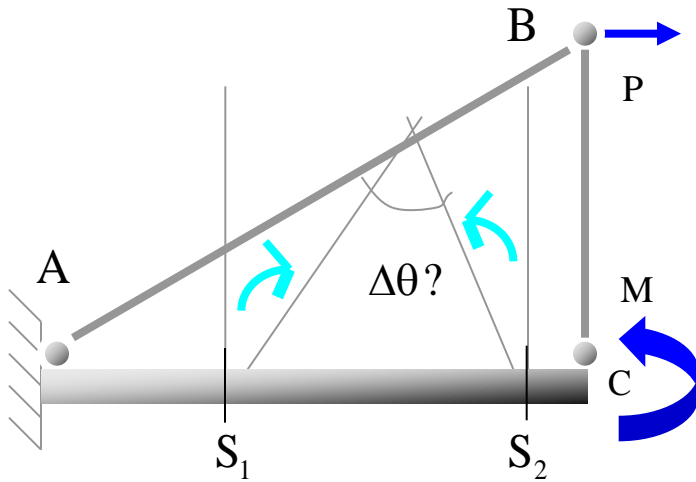




Relativo entre dos secciones



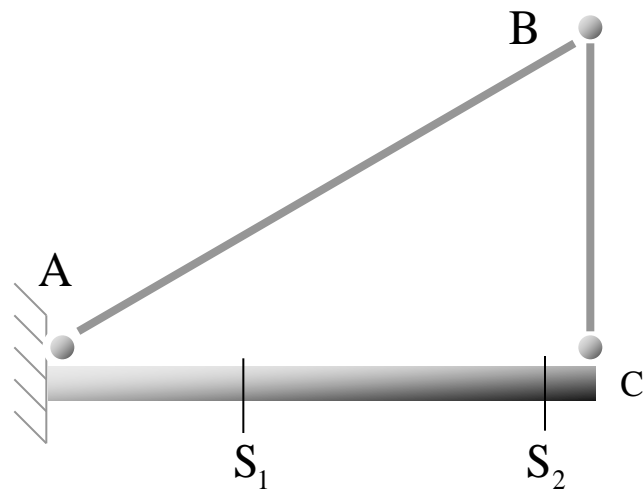
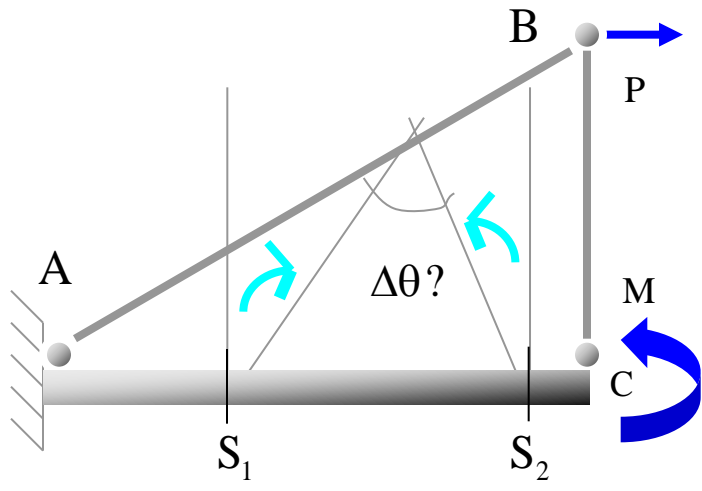
Relativo entre dos secciones



Se aplica sobre la estructura
descargada dos momentos unitarios
en las secciones donde se desea
conocer el giro

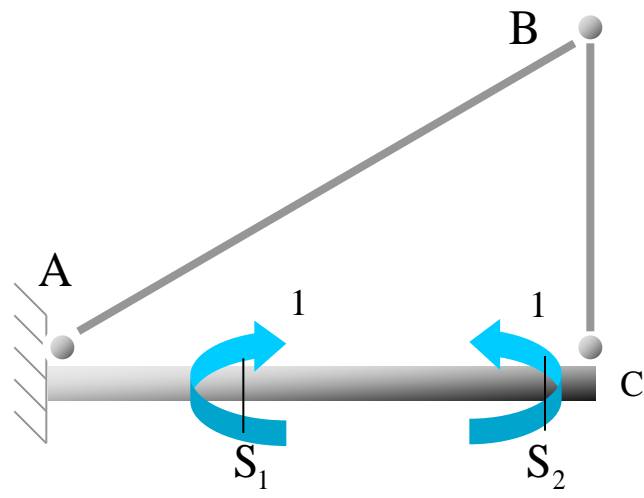
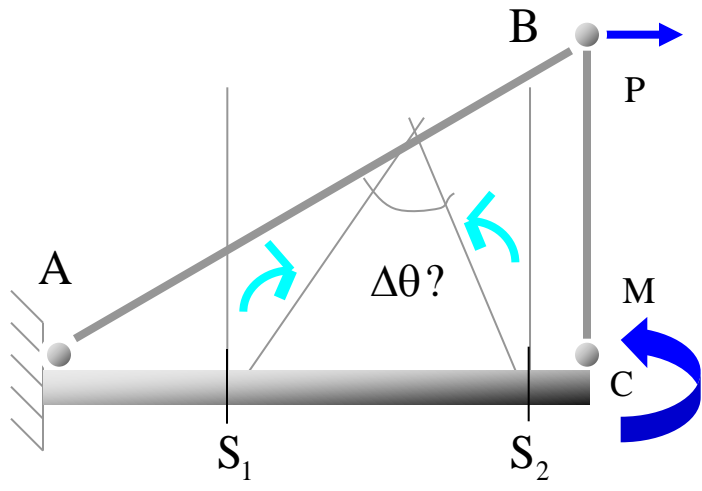


Relativo entre dos secciones



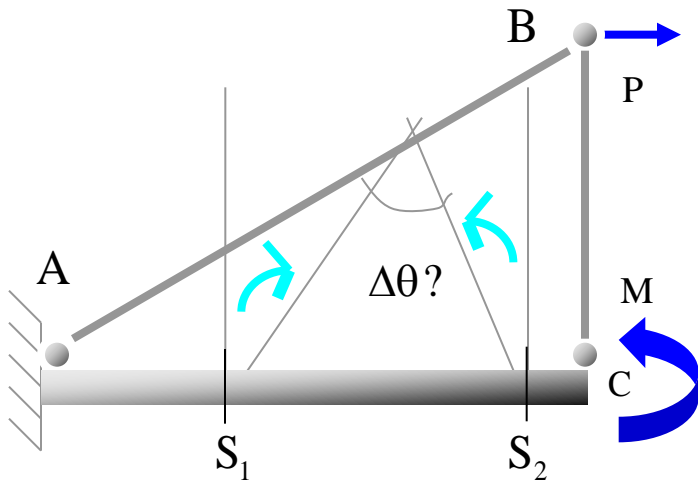


Relativo entre dos secciones

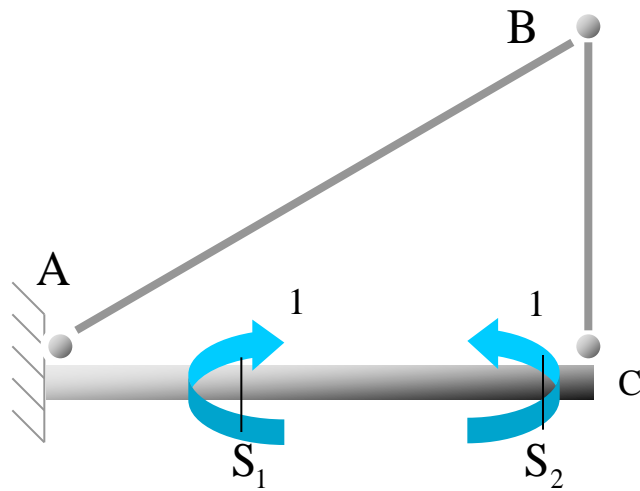




Relativo entre dos secciones

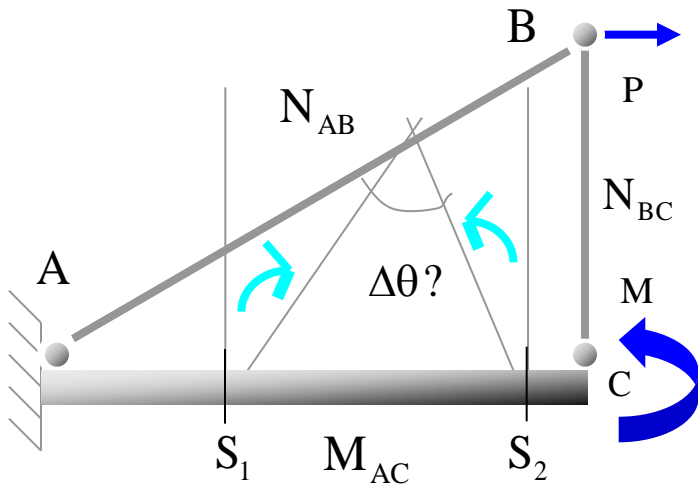


Se calculan los esfuerzos por las cargas reales y por el momento unitario

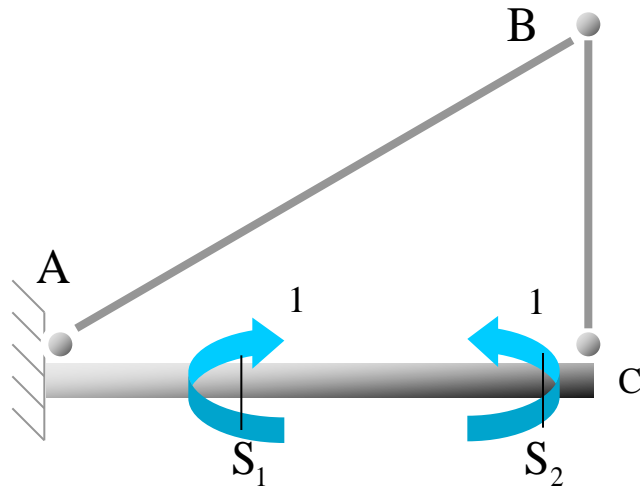




Relativo entre dos secciones

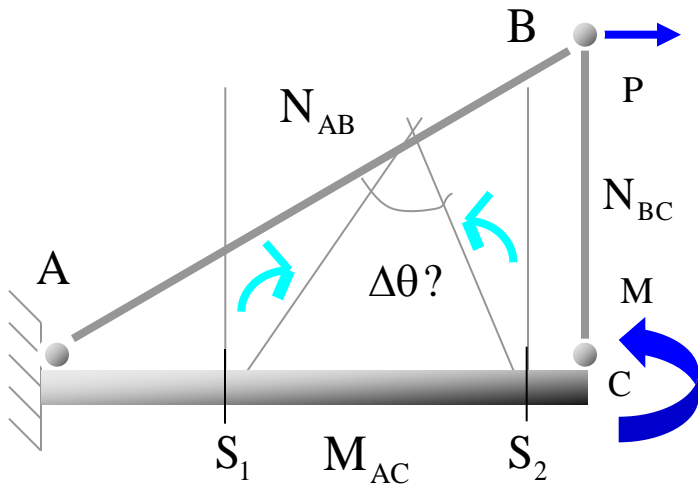


Se calculan los esfuerzos por las cargas reales y por el momento unitario

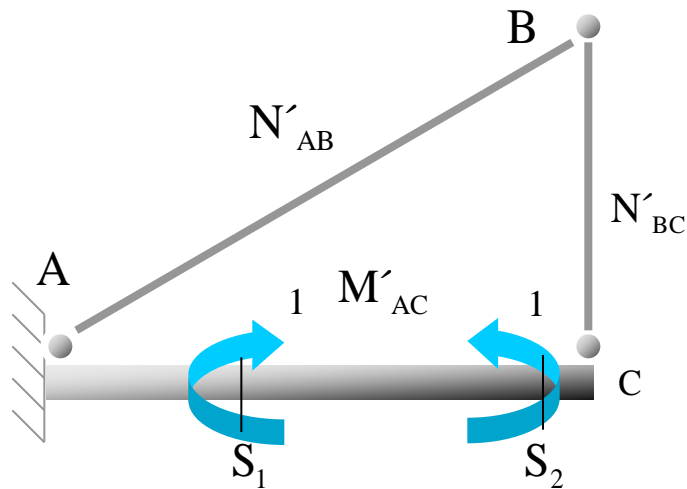




Relativo entre dos secciones

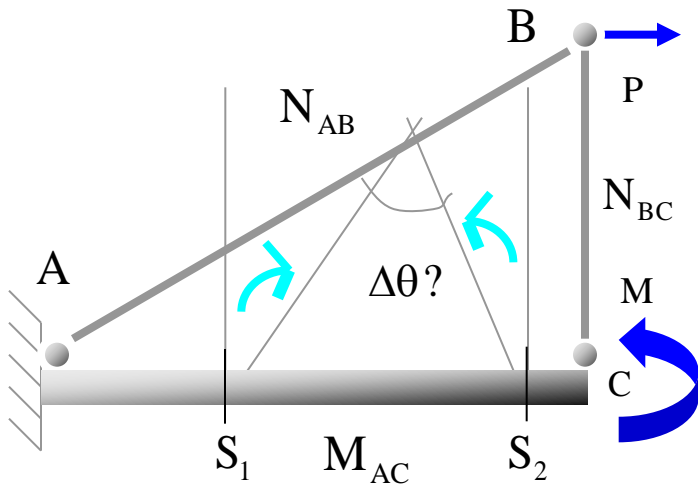


Se calculan los esfuerzos por las cargas reales y por el momento unitario

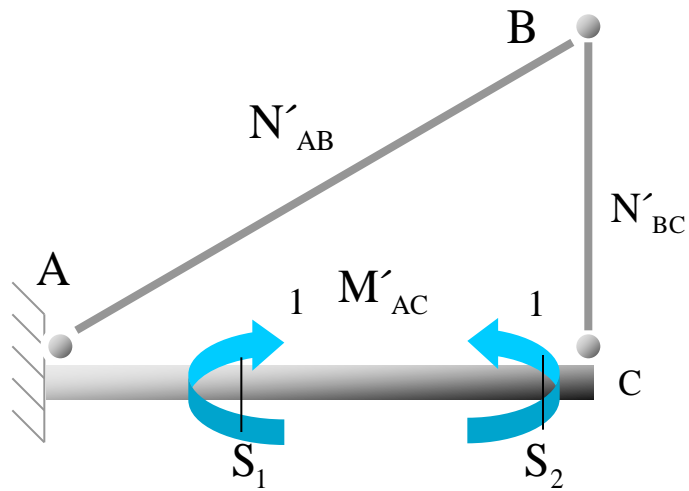




Relativo entre dos secciones

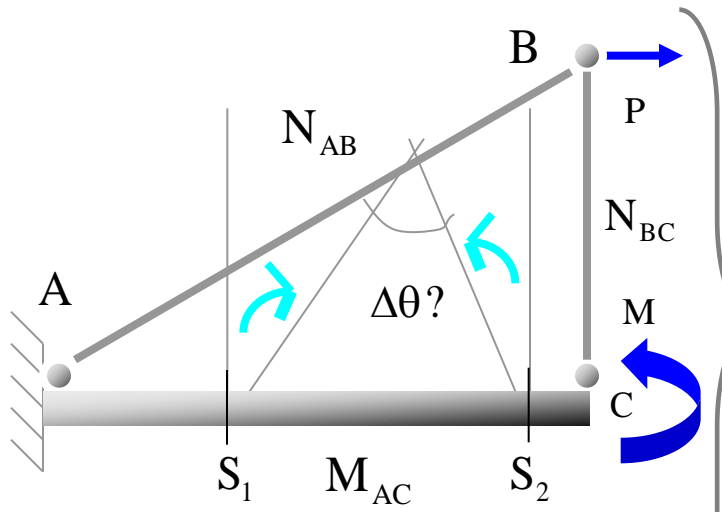


Se aplica el Principio de los Trabajos Virtuales:

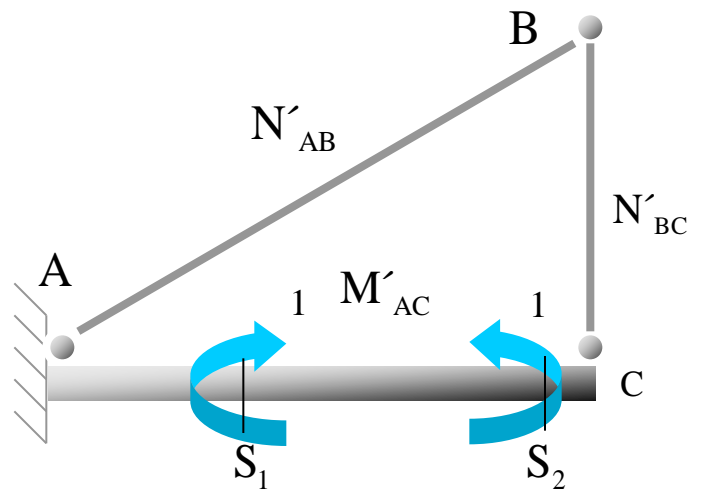




Relativo entre dos secciones

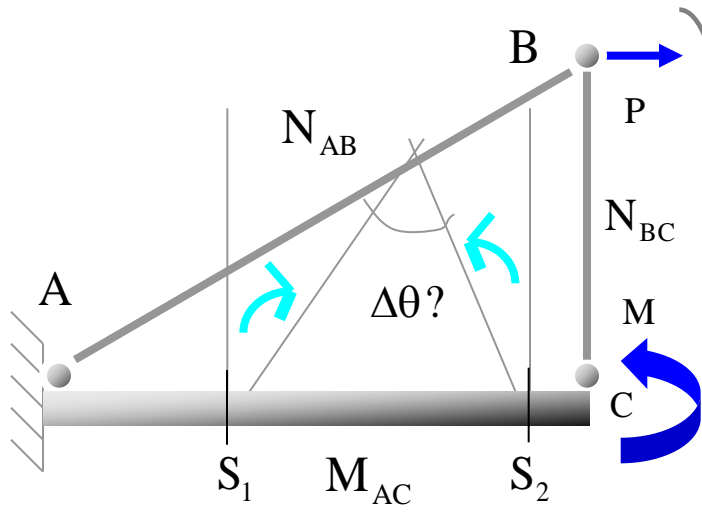


$$\Delta\theta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$



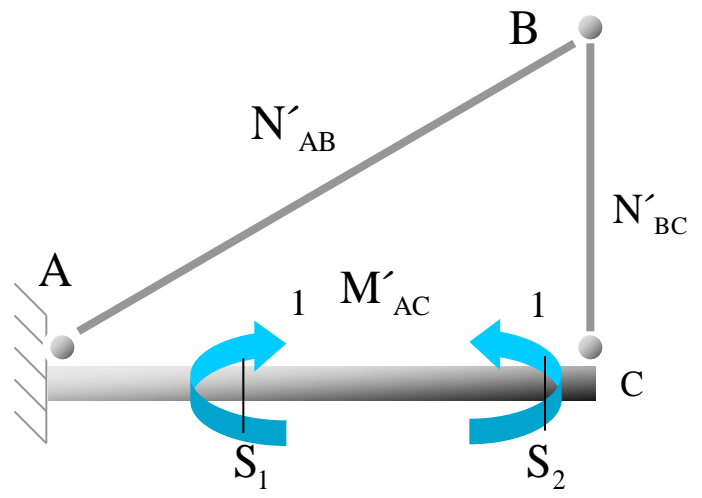


Relativo entre dos secciones

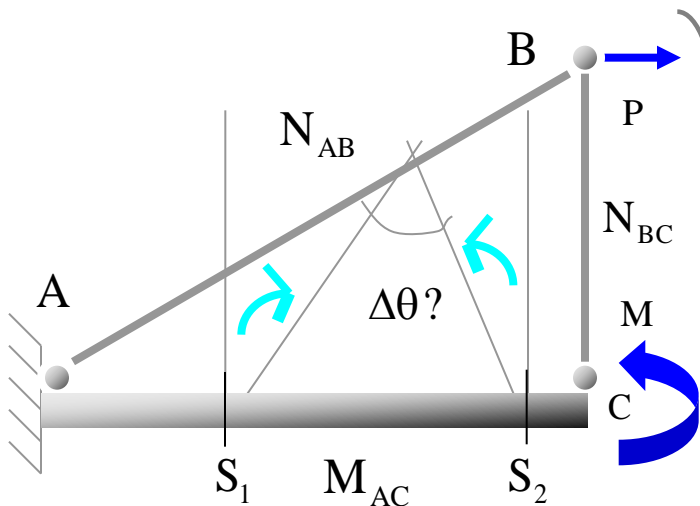


Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

$$\Delta\theta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$



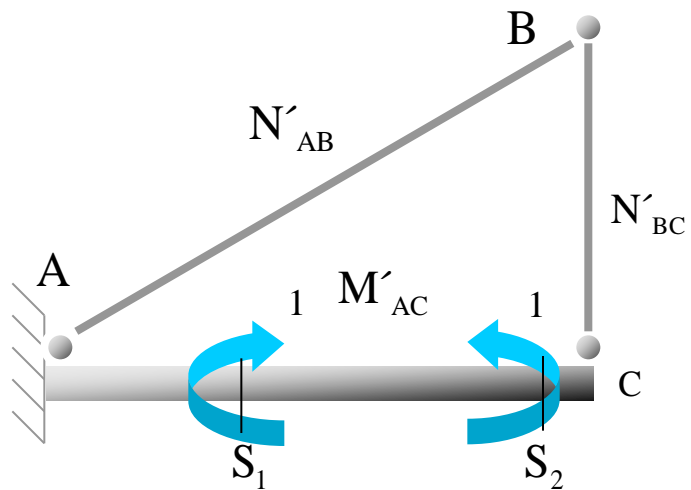
Relativo entre dos secciones



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

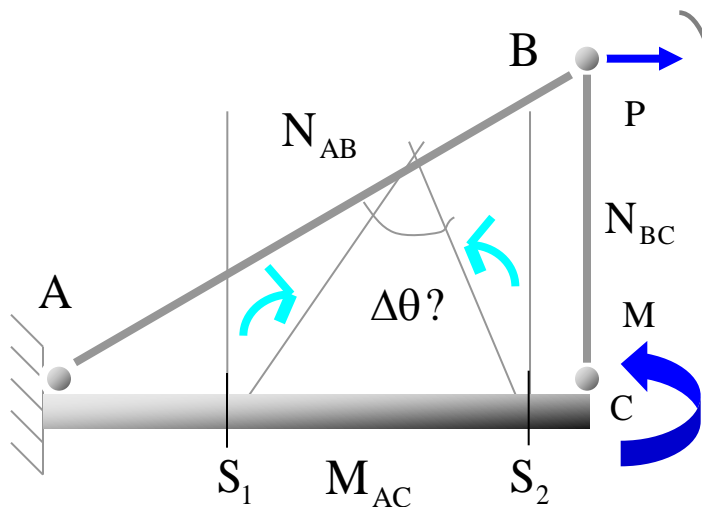
$$\Delta\theta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$\Delta\theta_{AC}$





Relativo entre dos secciones

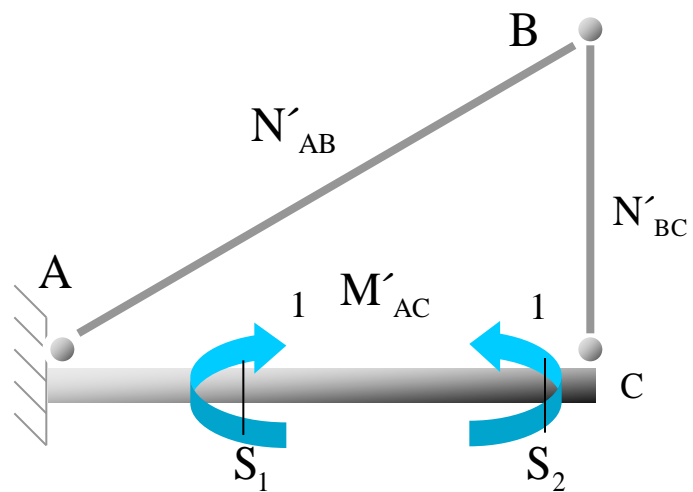


Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

$$\Delta\theta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

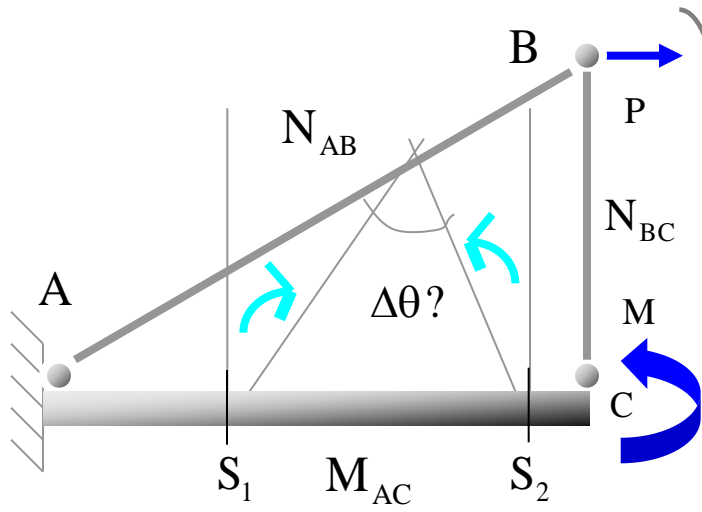
$\Delta\theta_{AC}$

$\Delta\theta_{AB}$





Relativo entre dos secciones



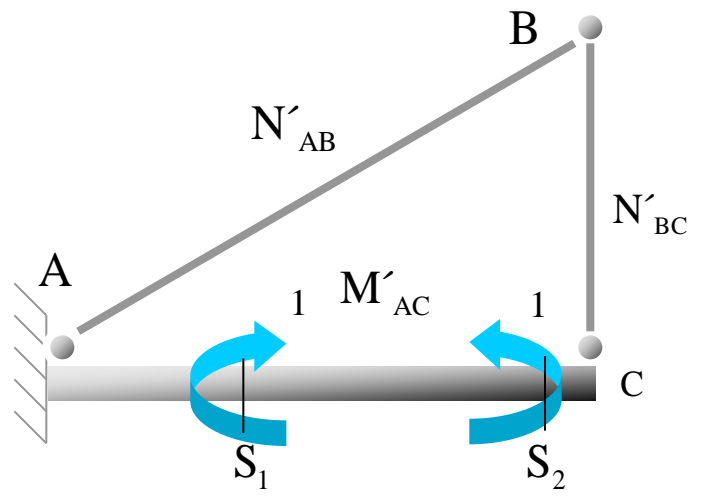
Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

$$\Delta\theta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$\Delta\theta_{AC}$

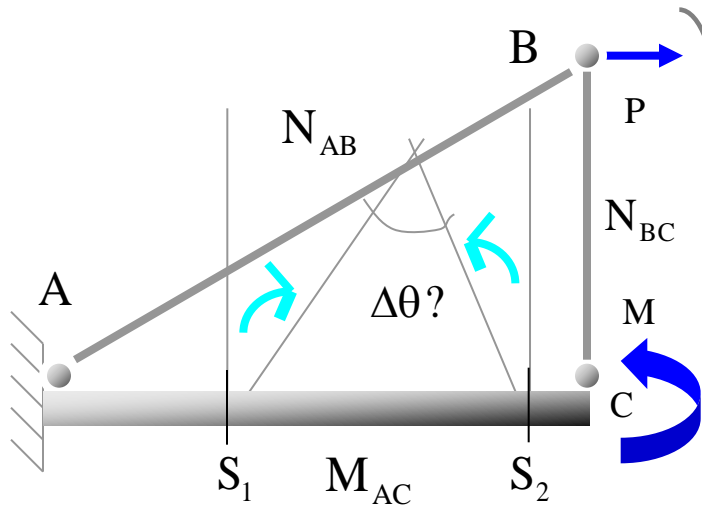
$\Delta\theta_{AB}$

$\Delta\theta_{BC}$





Relativo entre dos secciones



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

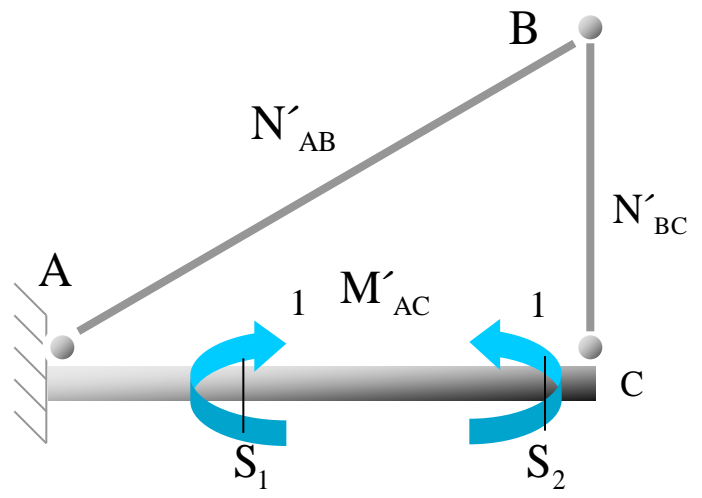
$$\Delta\theta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\Delta\theta_{AC}$$

$$\Delta\theta_{AB}$$

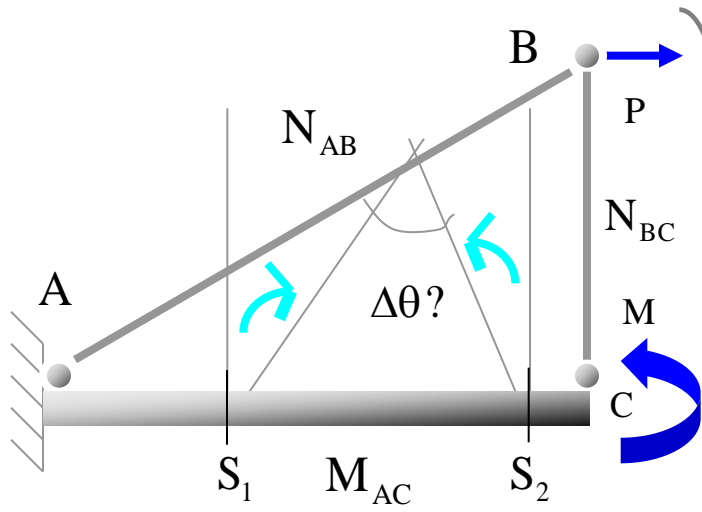
$$\Delta\theta_{BC}$$

Giros relativos entre las secciones 1 y 2 producidos por las deformaciones de los tramos





Relativo entre dos secciones



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los giros relativos producidos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

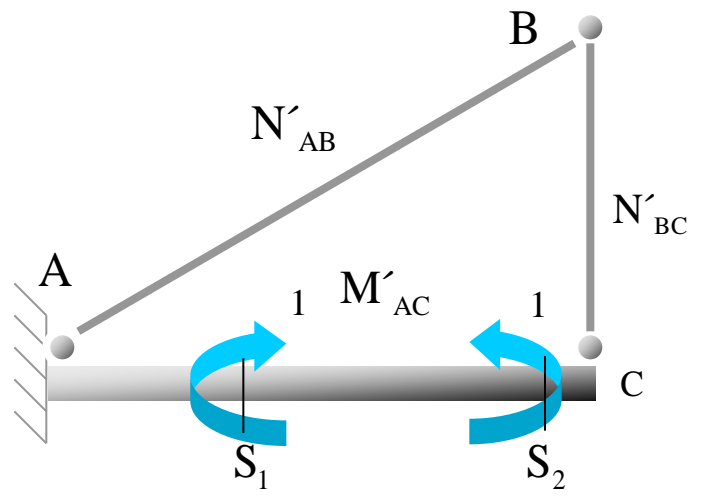
$$\Delta\theta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\Delta\theta_{AC}$$

$$\Delta\theta_{AB}$$

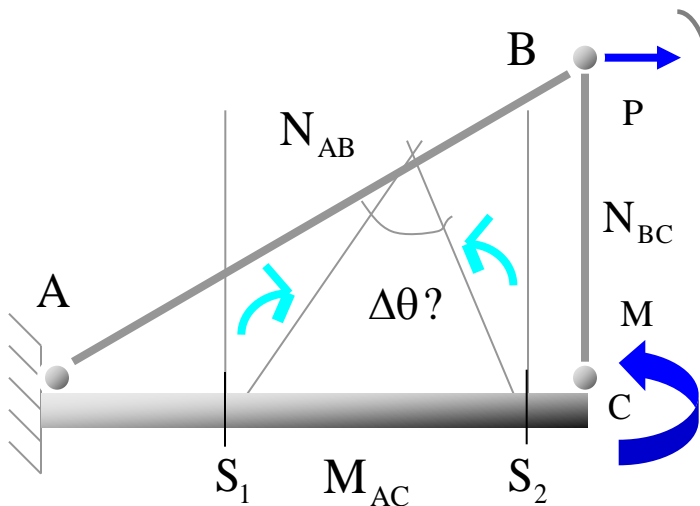
$$\Delta\theta_{BC}$$

Giros relativos entre las secciones 1 y 2 producidos por las deformaciones de los tramos





Relativo entre dos secciones



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los giros relativos producidos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

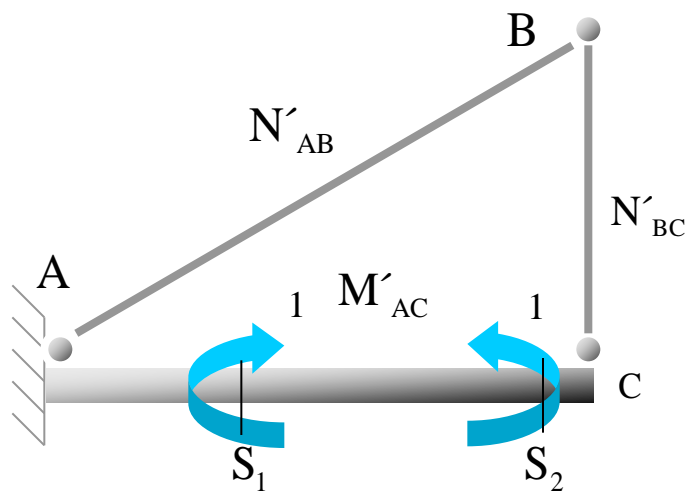
$$\Delta\theta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\Delta\theta_{AC}$$

$$\Delta\theta_{AB}$$

$$\Delta\theta_{BC}$$

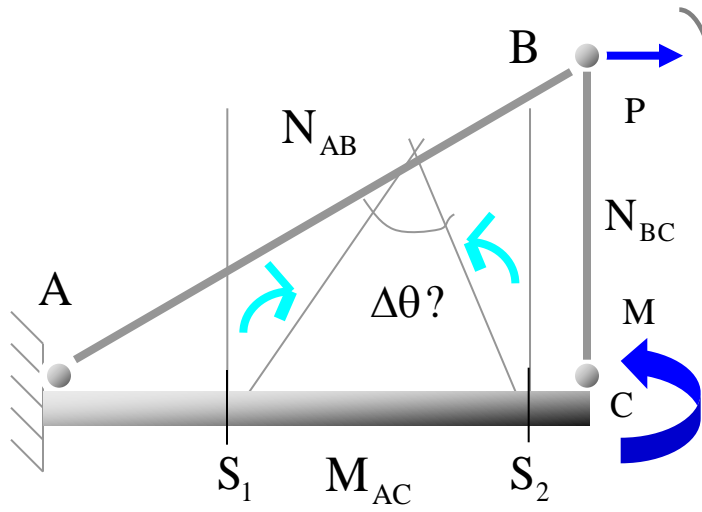
Giros relativos entre las secciones 1 y 2 producidos por las deformaciones de los tramos



$$\Delta\theta$$



Relativo entre dos secciones



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los giros relativos producidos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

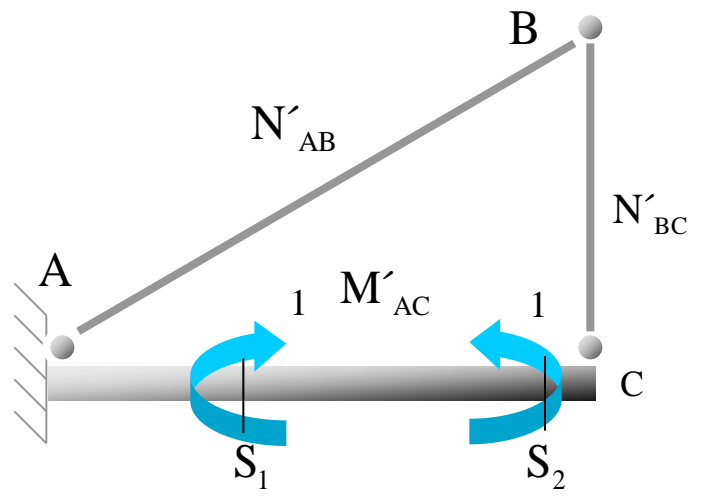
$$\Delta\theta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$\Delta\theta_{AC}$

$\Delta\theta_{AB}$

$\Delta\theta_{BC}$

Giros relativos entre las secciones 1 y 2 producidos por las deformaciones de los tramos

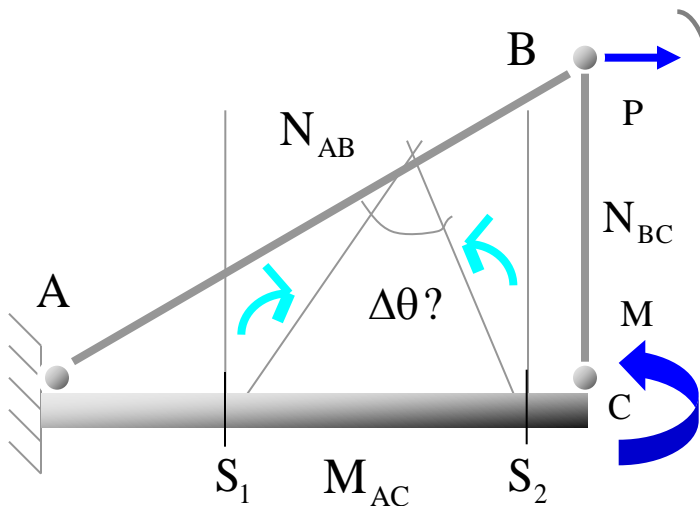


si $\Delta\theta > 0$ θ_{S1} θ_{S2}

$\Delta\theta$



Relativo entre dos secciones



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los giros relativos producidos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

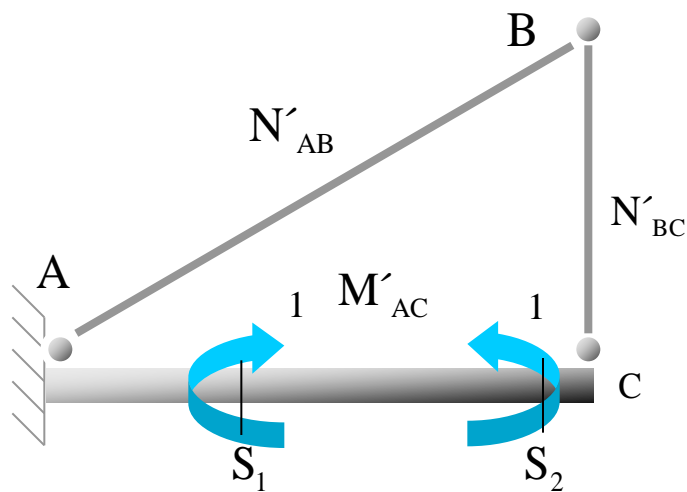
$$\Delta\theta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$\Delta\theta_{AC}$

$\Delta\theta_{AB}$

$\Delta\theta_{BC}$

Giros relativos entre las secciones 1 y 2 producidos por las deformaciones de los tramos

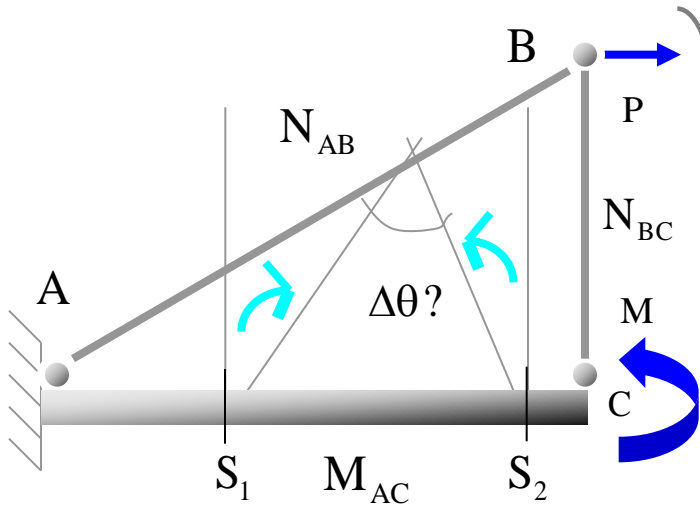


si $\Delta\theta > 0$ θ_{S1} θ_{S2}

si $\Delta\theta = 0$ No existe giro relativo

$\Delta\theta$

Relativo entre dos secciones



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los giros relativos producidos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

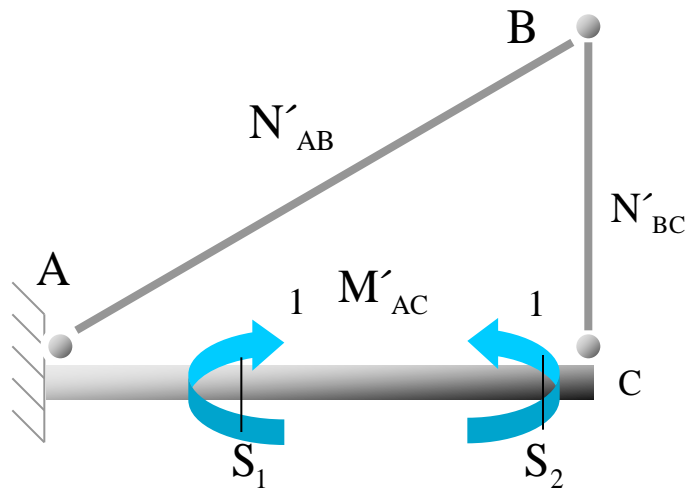
$$\Delta\theta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$\Delta\theta_{AC}$

$\Delta\theta_{AB}$

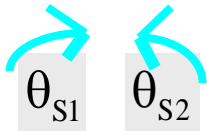
$\Delta\theta_{BC}$

Giros relativos entre las secciones 1 y 2 producidos por las deformaciones de los tramos



Si

$\Delta\theta > 0$



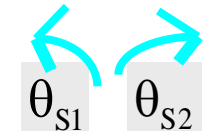
Si

$\Delta\theta = 0$

No existe giro relativo

Si

$\Delta\theta < 0$



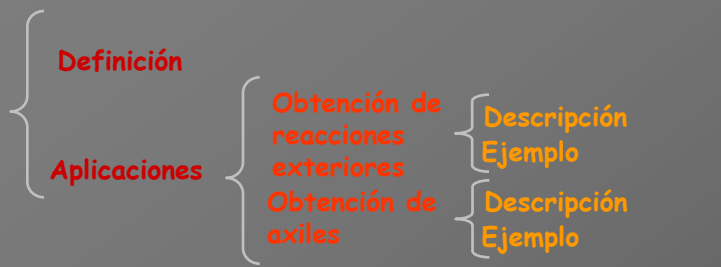
$\Delta\theta$



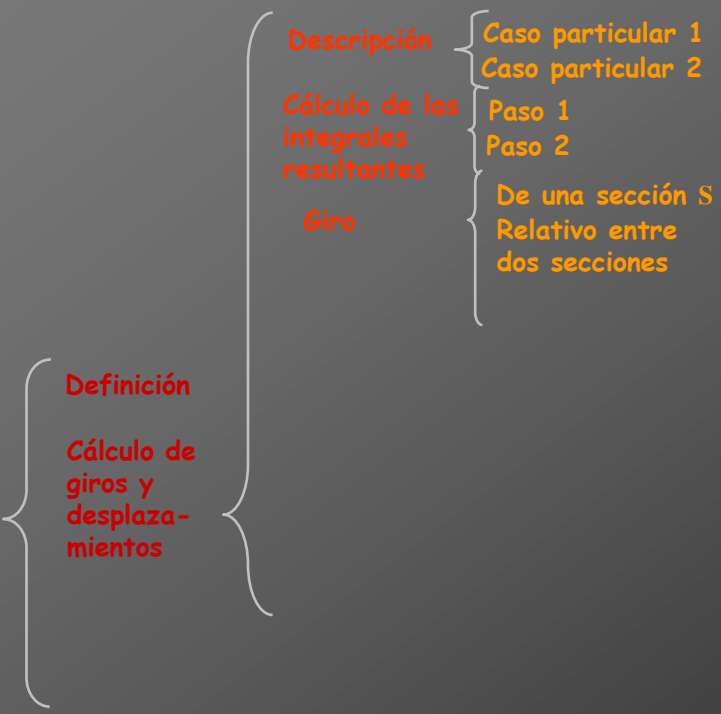
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

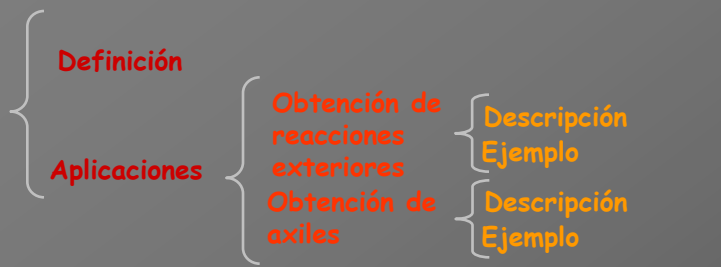




Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





De un tramo

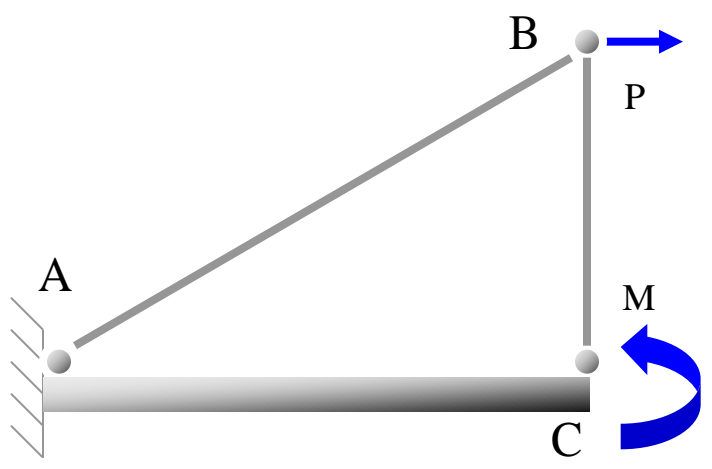


De un tramo

**Se va a calcular el giro
de un tramo barra**

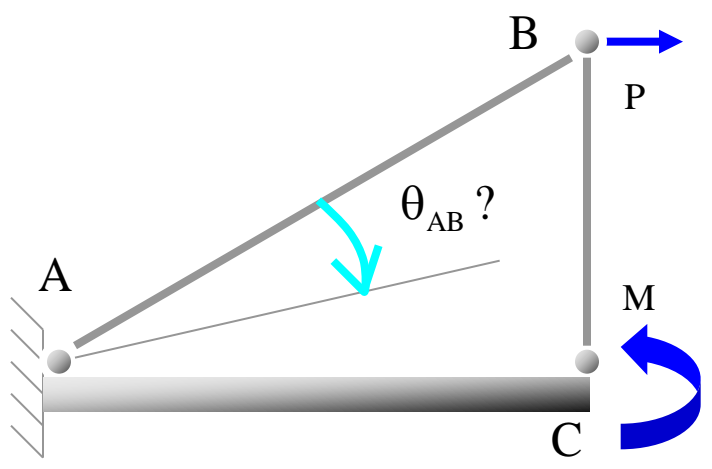


De un tramo

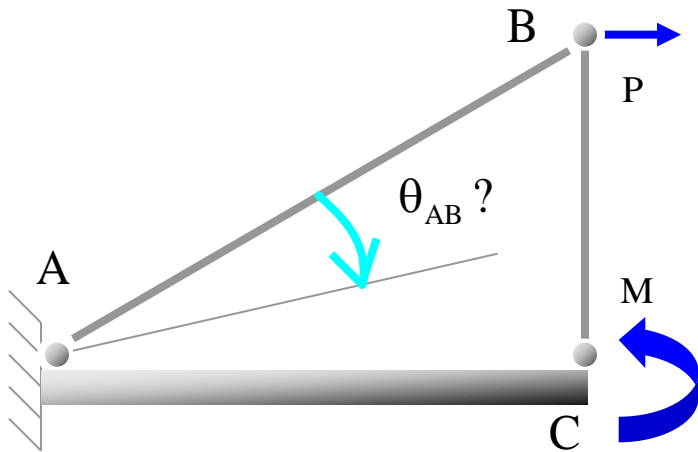




De un tramo



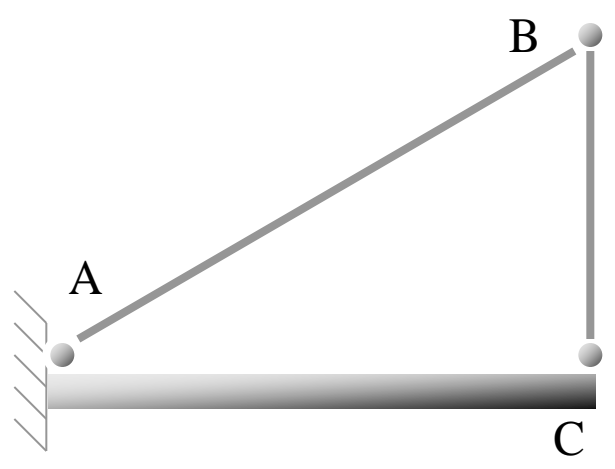
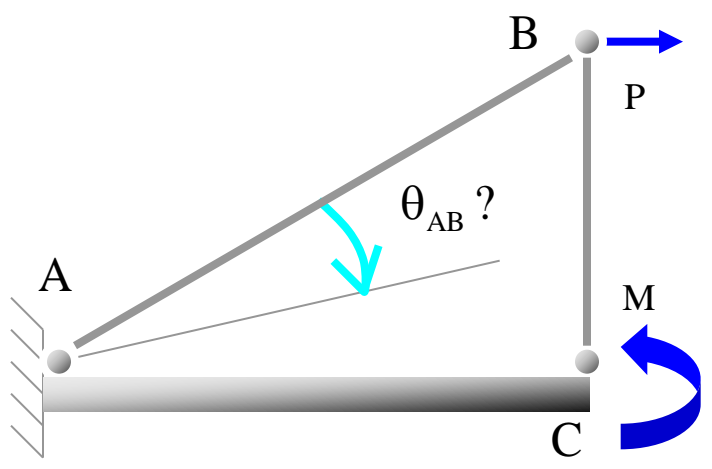
De un tramo



Sobre la estructura descargada se aplican dos cargas unitarias en los extremos del tramo AB en dirección perpendicular a su directriz, según la figura:

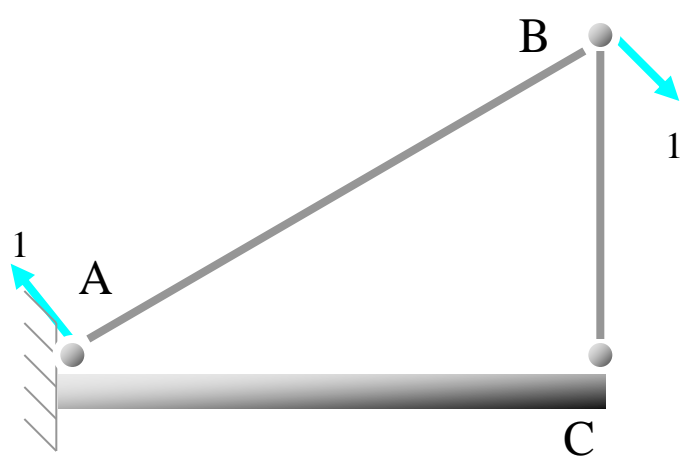
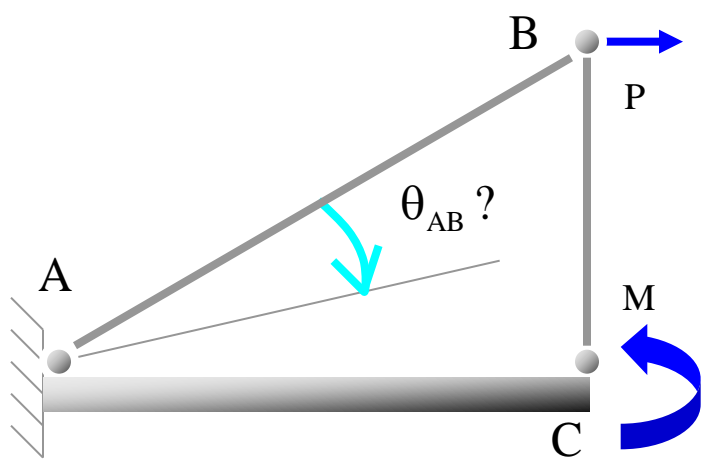


De un tramo



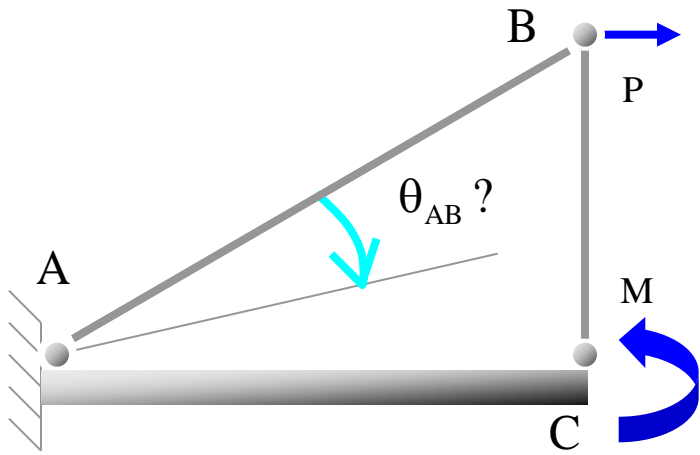


De un tramo

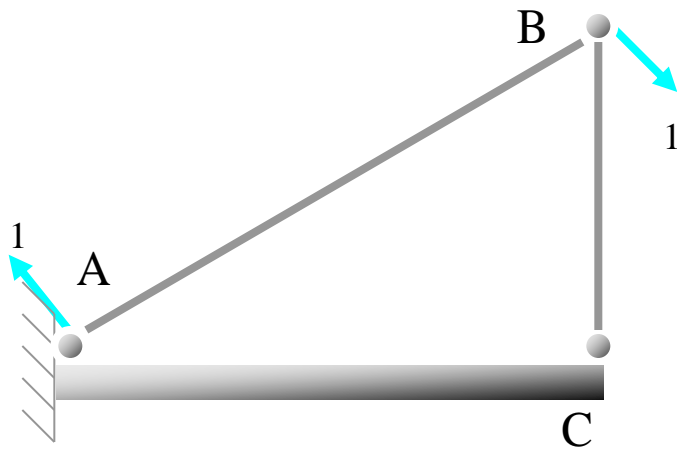




De un tramo

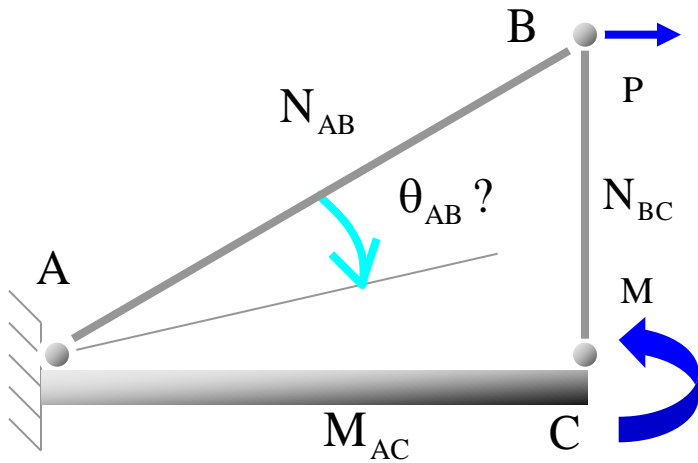


Se calculan los esfuerzos de los estados de carga

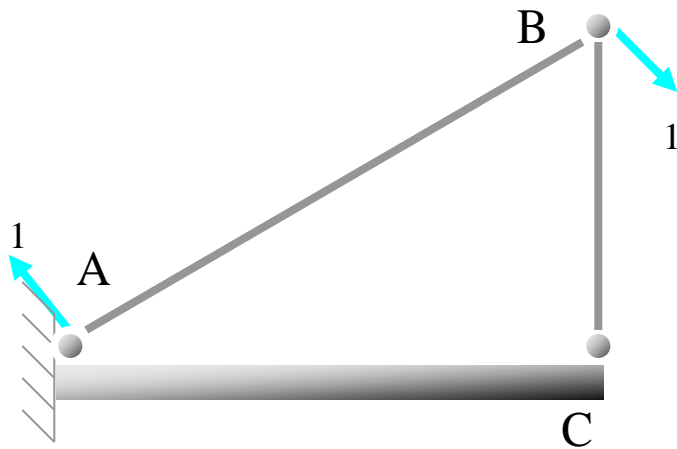




De un tramo

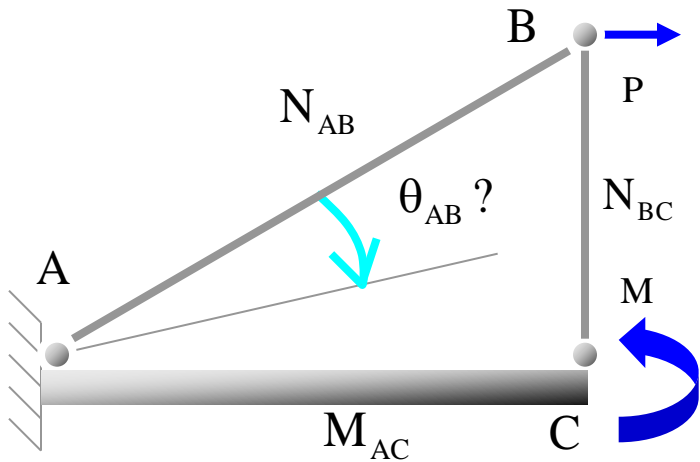


Se calculan los esfuerzos de los estados de carga

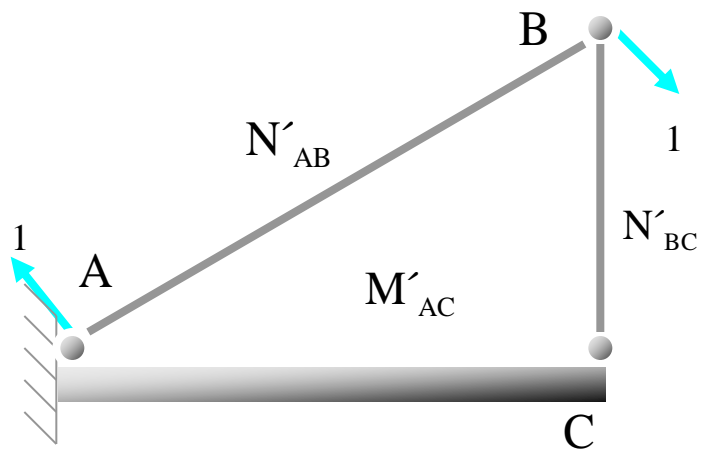




De un tramo

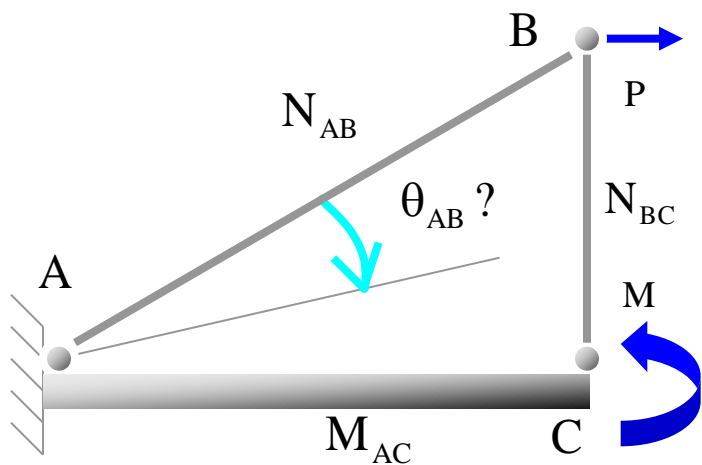


Se calculan los esfuerzos de los estados de carga

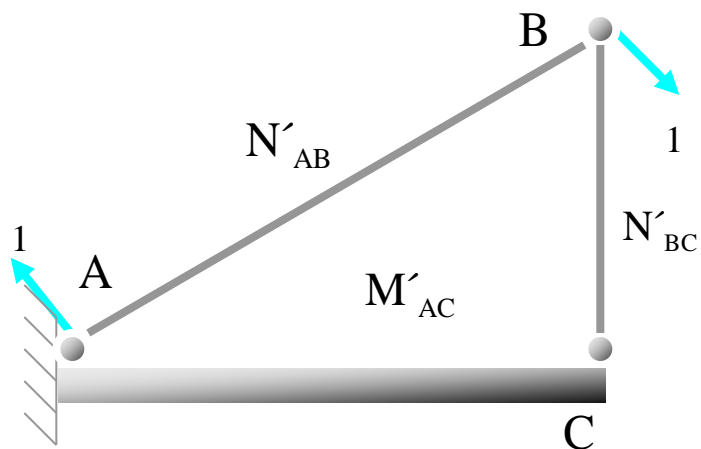




De un tramo

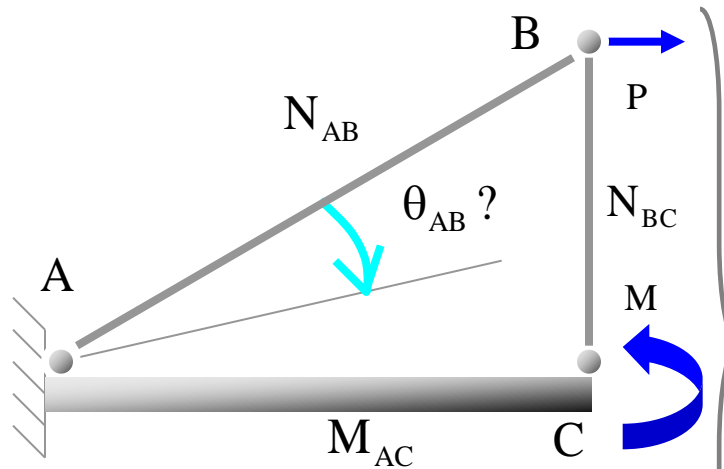


Se aplica el Principio de los Trabajos Virtuales:

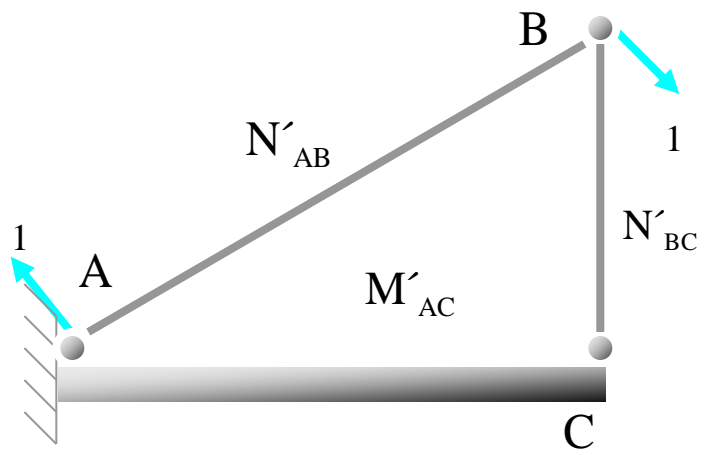




De un tramo

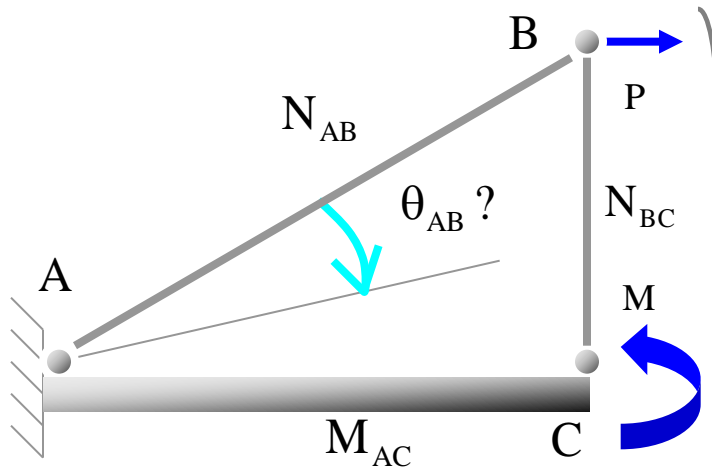


$$\Delta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$



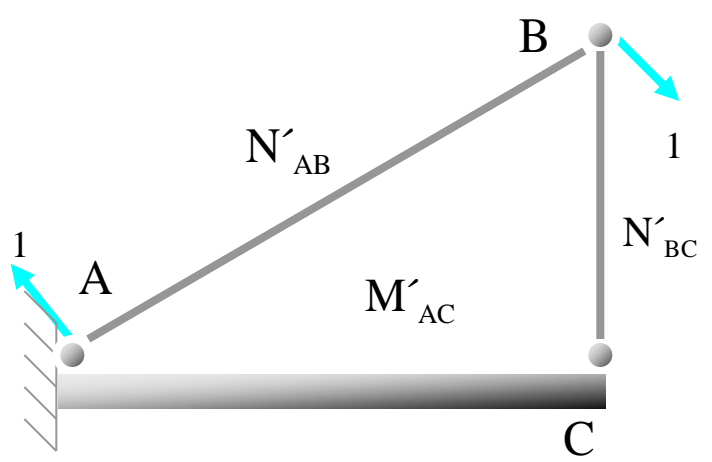


De un tramo



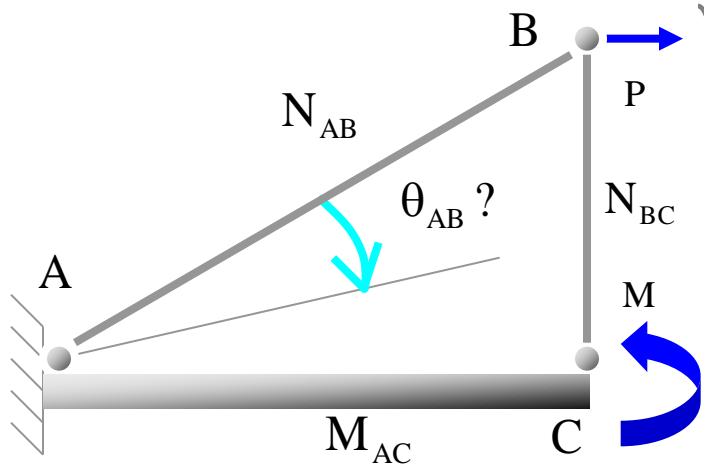
Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

$$\Delta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$





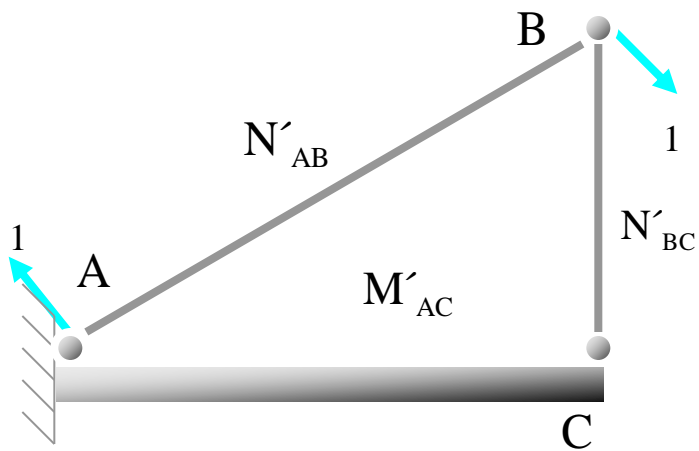
De un tramo



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

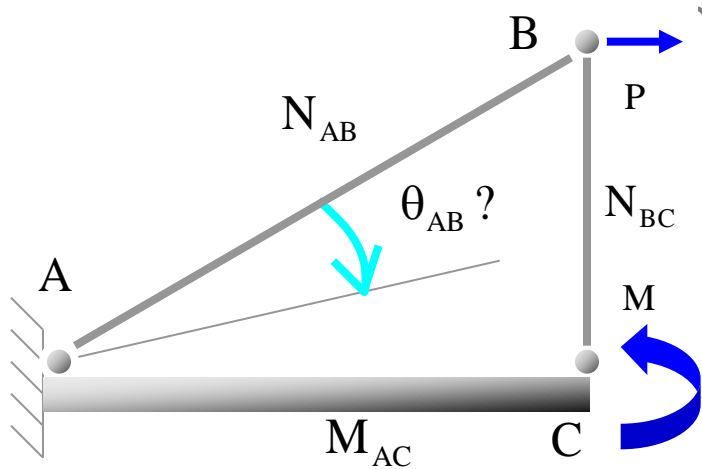
$$\Delta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\Delta_{AC}$$





De un tramo

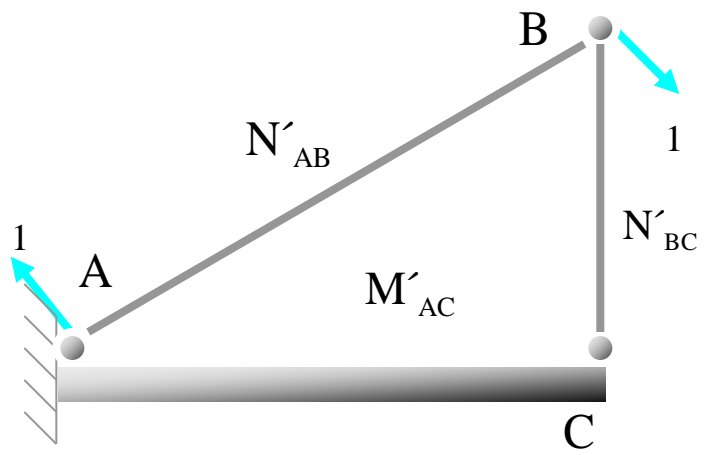


Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

$$\Delta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

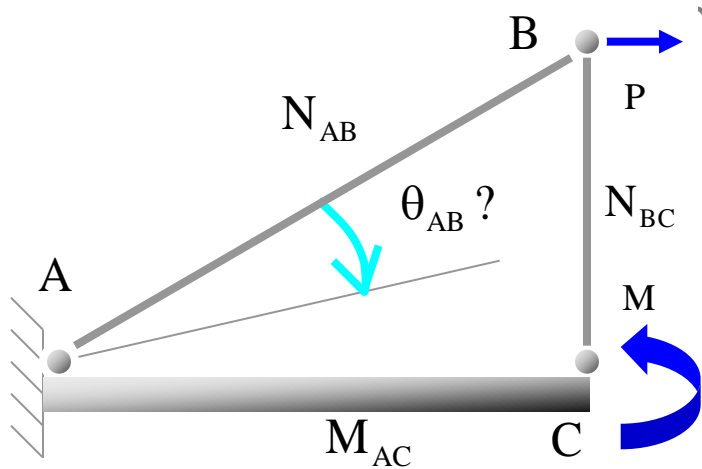
Δ_{AC}

Δ_{AB}





De un tramo



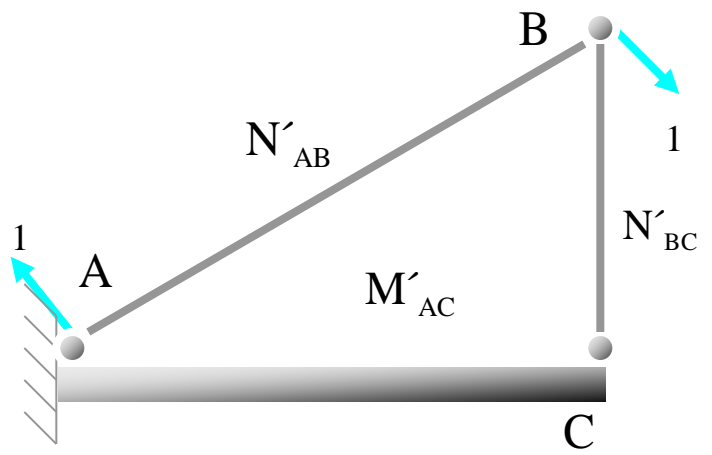
Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

$$\Delta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

Δ_{AC}

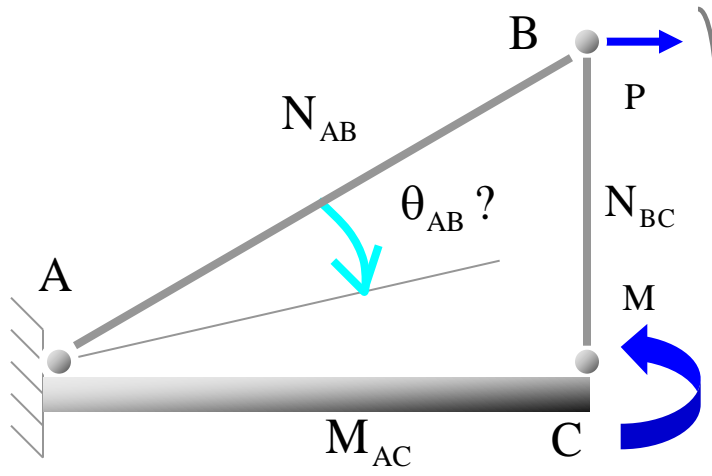
Δ_{AB}

Δ_{BC}





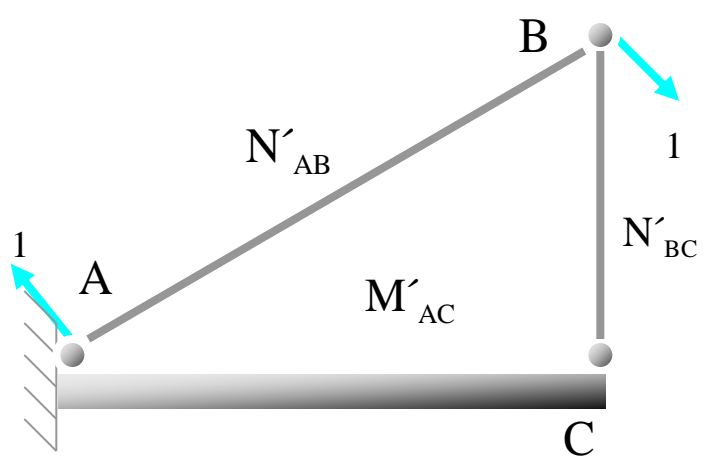
De un tramo



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr
 Los desplazamientos relativos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

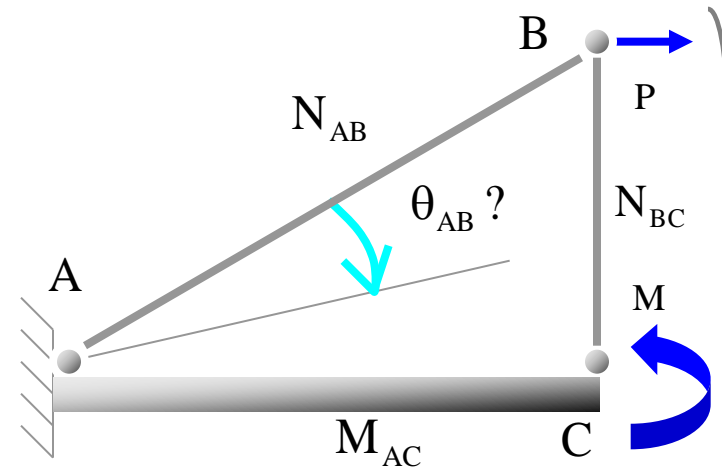
$$\Delta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

Δ_{AC} Δ_{AB} Δ_{BC}





De un tramo



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr
 Los desplazamientos relativos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

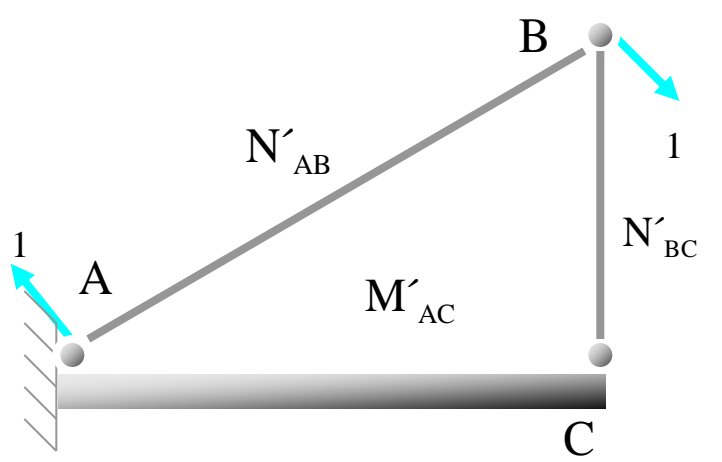
$$\Delta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\Delta_{AC}$$

$$\Delta_{AB}$$

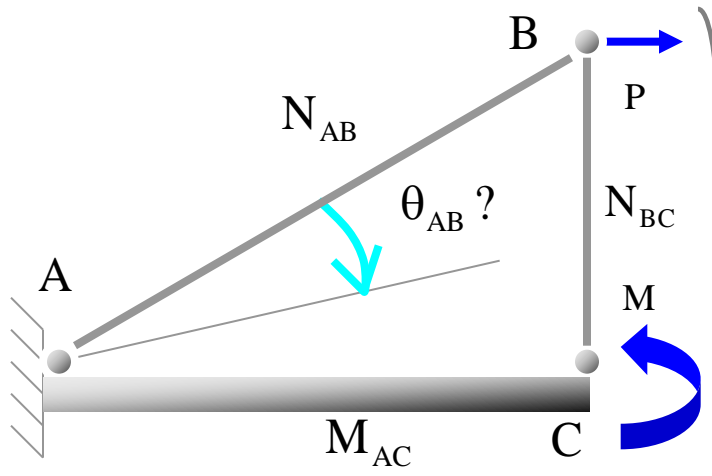
$$\Delta_{BC}$$

Los desplazamientos relativos de los extremos del tramo AB producidos por las deformaciones de los tramos



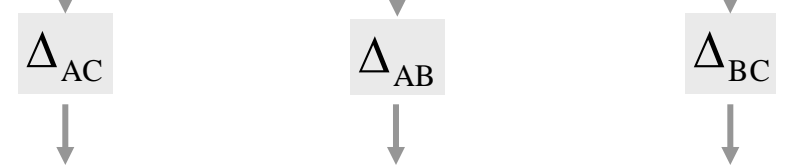


De un tramo

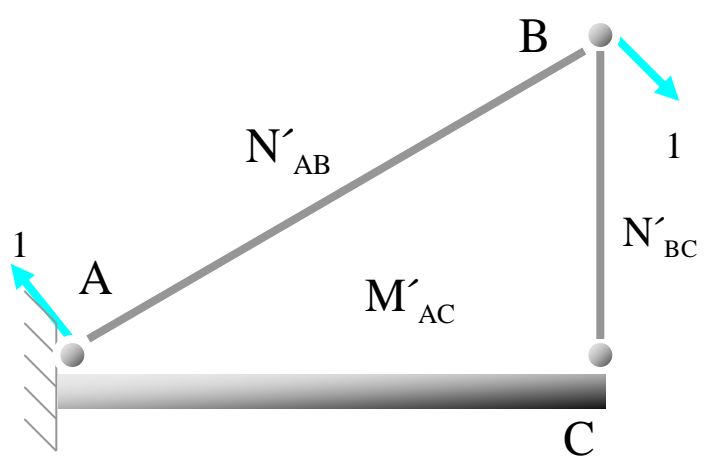


Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr
 Los desplazamientos relativos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

$$\Delta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$



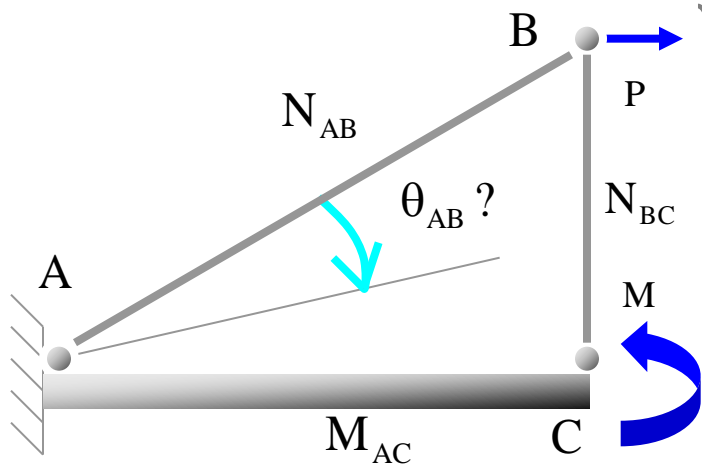
Los desplazamientos relativos de los extremos del tramo AB producidos por las deformaciones de los tramos



$$\theta_{AB} = \tan \theta_{AB} = \frac{\Delta}{L_{AB}}$$



De un tramo



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr
 Los desplazamientos relativos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

$$\Delta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\Delta_{AC}$$

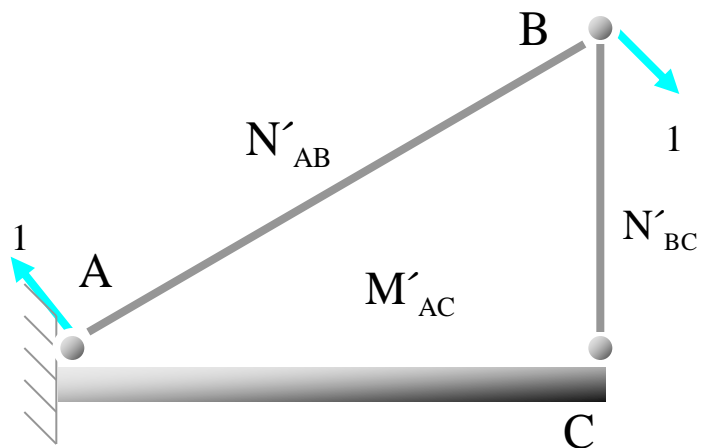
$$\Delta_{AB}$$

$$\Delta_{BC}$$

Los desplazamientos relativos de los extremos del tramo AB producidos por las deformaciones de los tramos

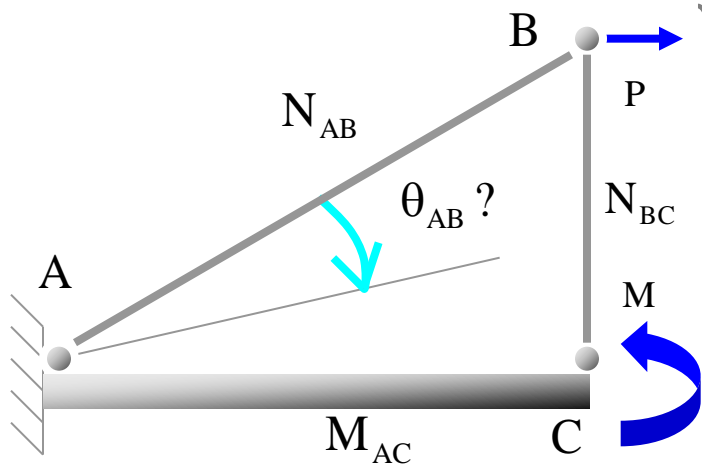
Si $\theta_{AB} > 0$ θ_{AB}

$$\theta_{AB} = \tan \theta_{AB} = \frac{\Delta}{L_{AB}}$$





De un tramo



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr
 Los desplazamientos relativos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

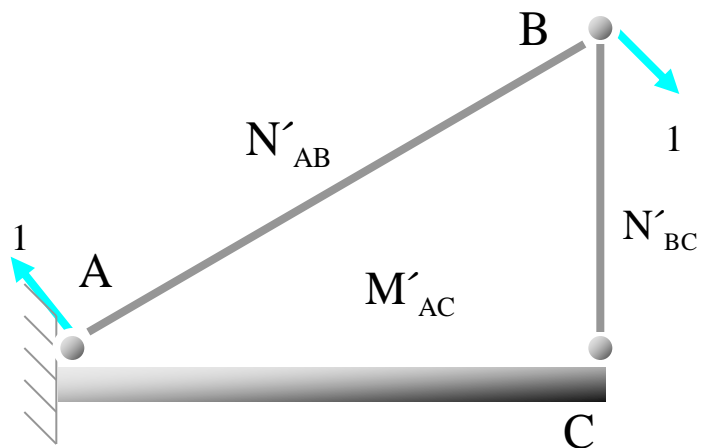
$$\Delta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\Delta_{AC}$$

$$\Delta_{AB}$$

$$\Delta_{BC}$$

Los desplazamientos relativos de los extremos del tramo AB producidos por las deformaciones de los tramos



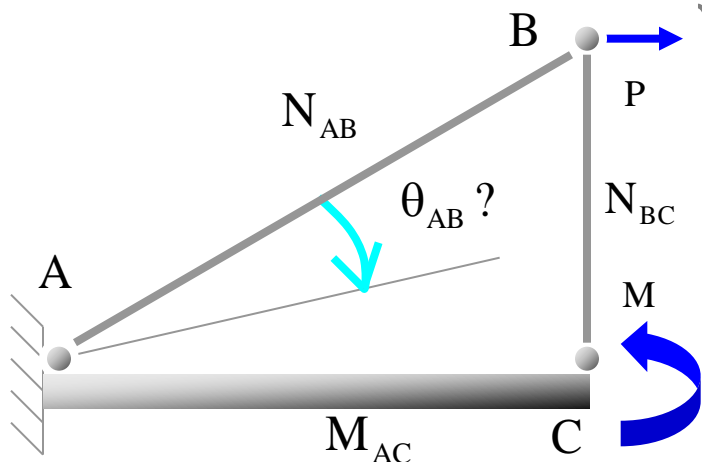
$$\theta_{AB} = \tan \theta_{AB} = \frac{\Delta}{L_{AB}}$$

Si $\theta_{AB} > 0$ θ_{AB}

Si $\theta_{AB} = 0$ No existe giro del tramo



De un tramo



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr
 Los desplazamientos relativos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

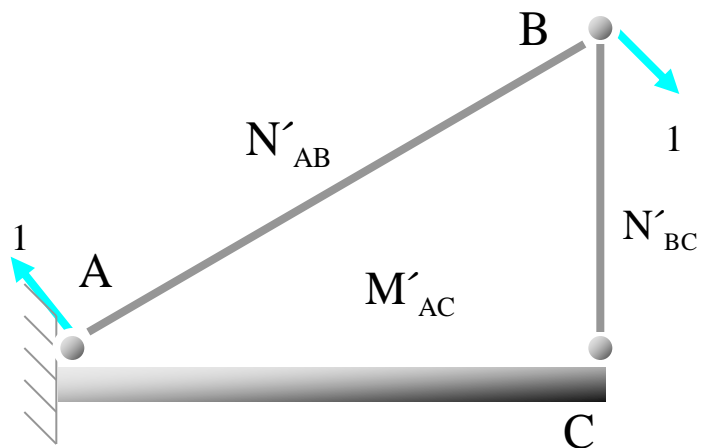
$$\Delta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\Delta_{AC}$$

$$\Delta_{AB}$$

$$\Delta_{BC}$$

Los desplazamientos relativos de los extremos del tramo AB producidos por las deformaciones de los tramos



$$\theta_{AB} = \tan \theta_{AB} = \frac{\Delta}{L_{AB}}$$

Si $\theta_{AB} > 0$ θ_{AB}

Si $\theta_{AB} = 0$ No existe giro del tramo

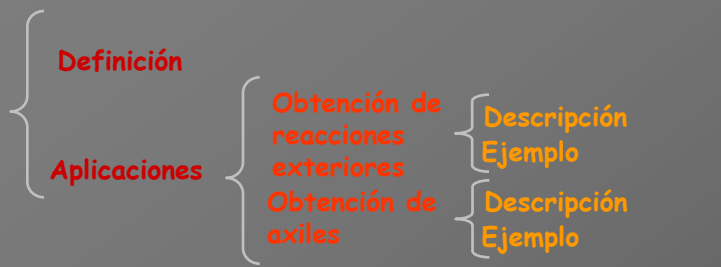
Si $\theta_{AB} < 0$ θ_{AB}



Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

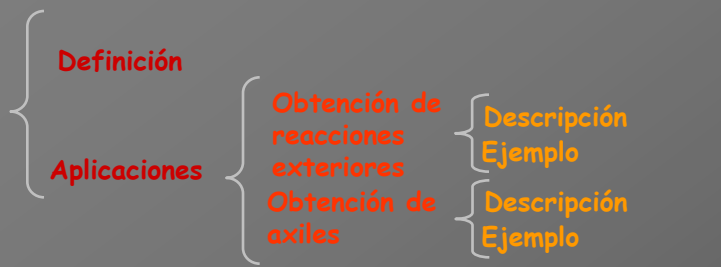




Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

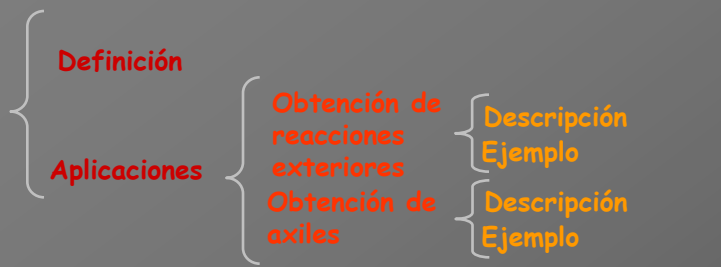




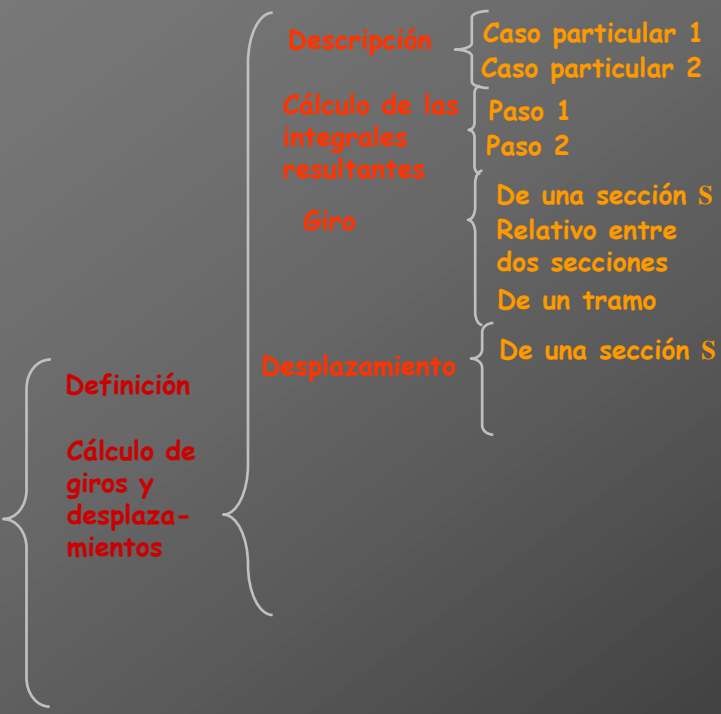
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

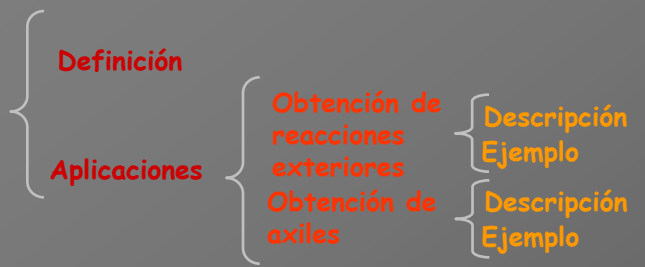




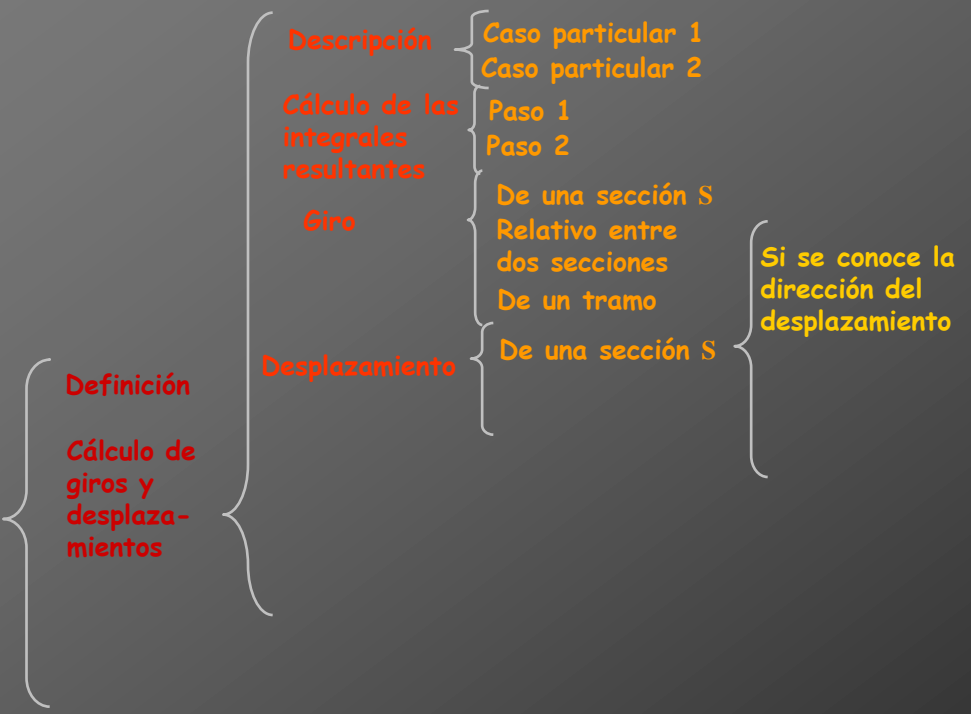
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





Si se conoce la dirección del desplazamiento

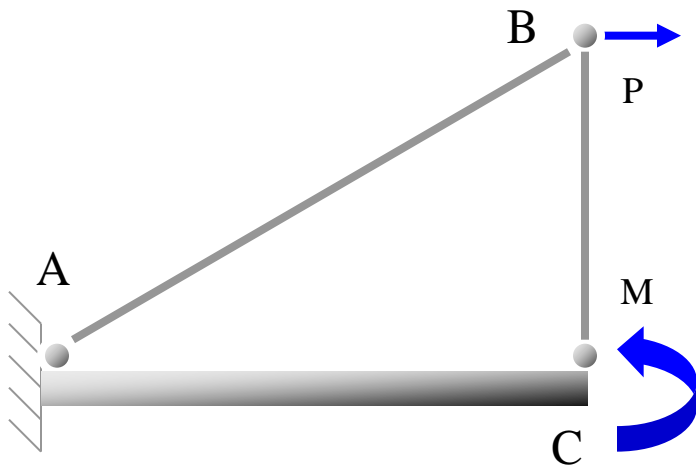


Si se conoce la dirección del desplazamiento

Se pretende determinar el desplazamiento de la sección S

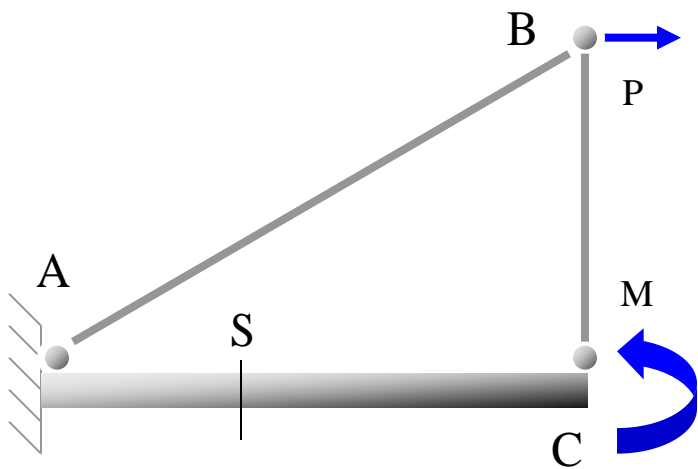


Si se conoce la dirección del desplazamiento



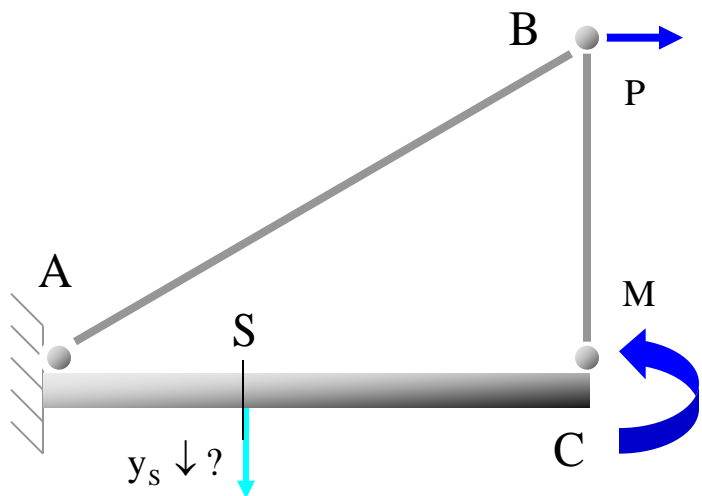


Si se conoce la dirección del desplazamiento



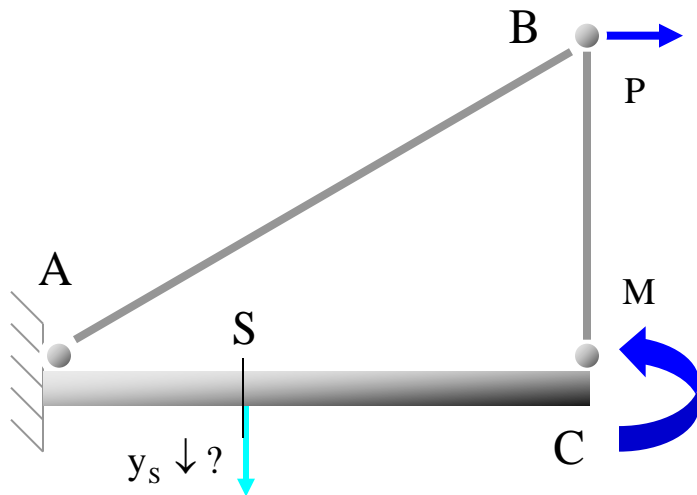


Si se conoce la dirección del desplazamiento





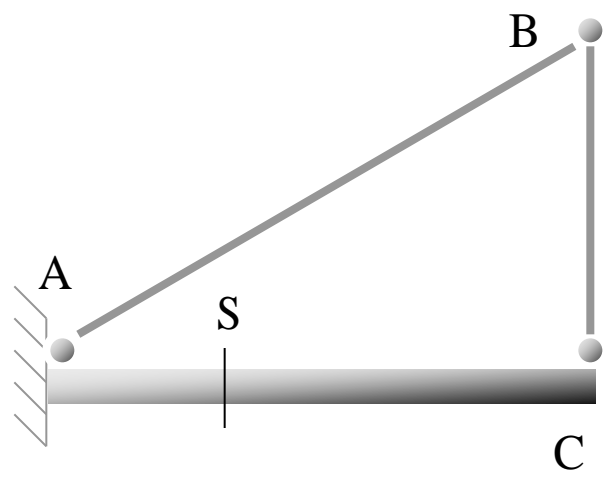
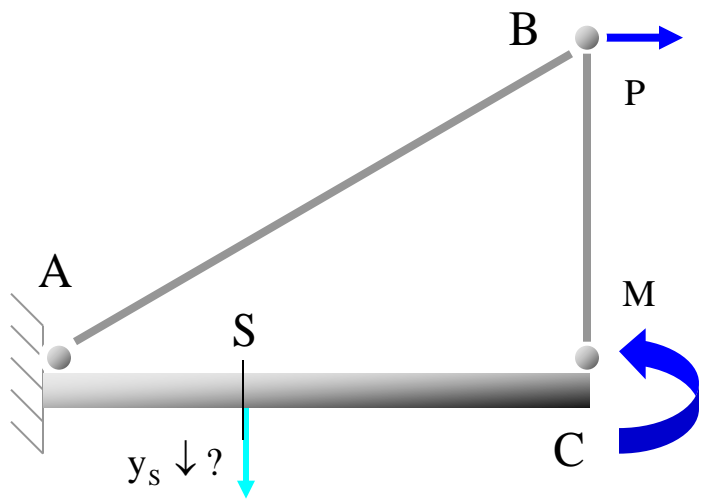
Si se conoce la dirección del desplazamiento



Se aplica en la estructura
descargada una carga unitaria en S

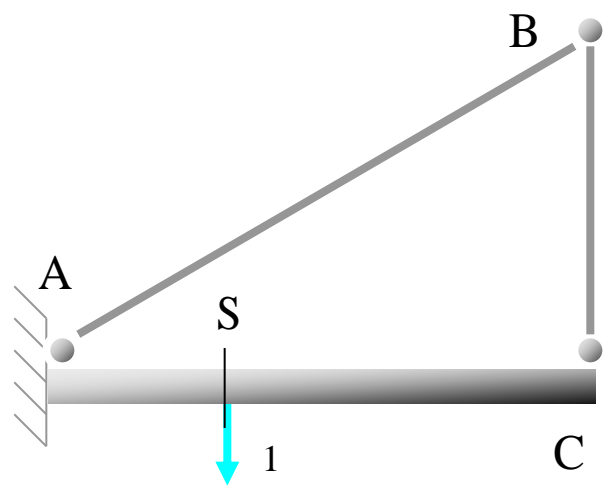
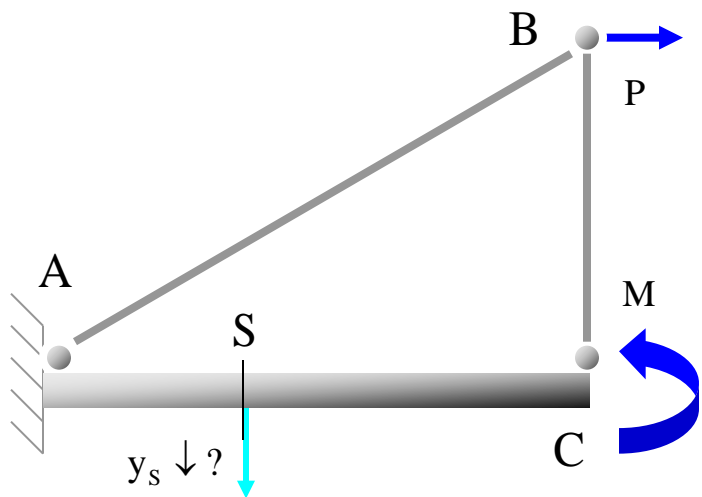


Si se conoce la dirección del desplazamiento



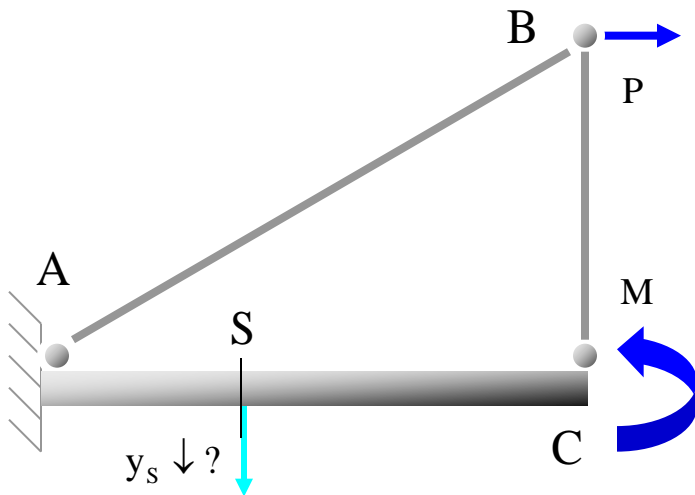


Si se conoce la dirección del desplazamiento

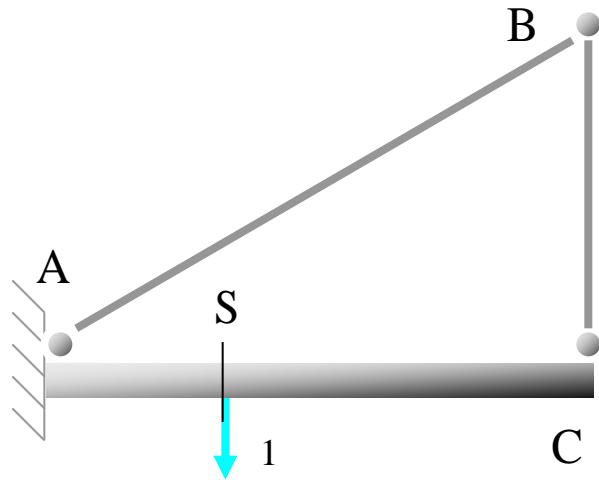




Si se conoce la dirección del desplazamiento

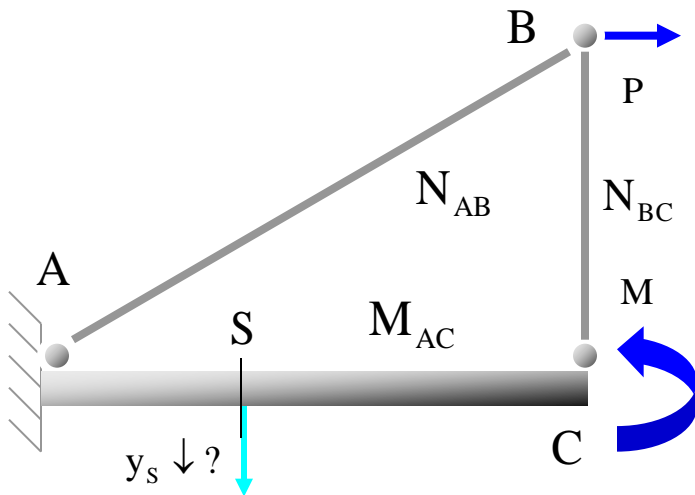


Se obtienen los esfuerzos producidos por ambos estados de carga

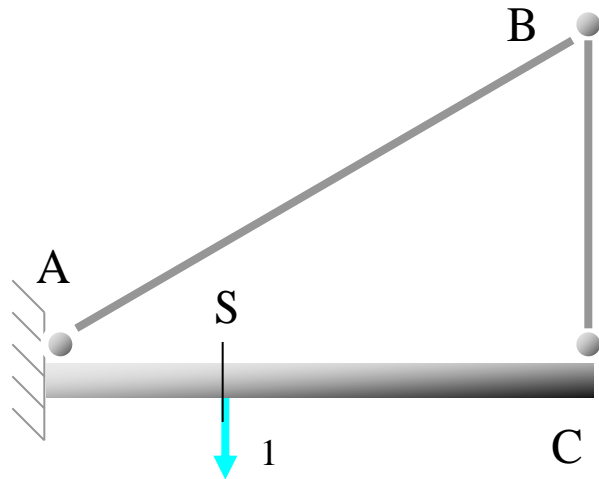




Si se conoce la dirección del desplazamiento

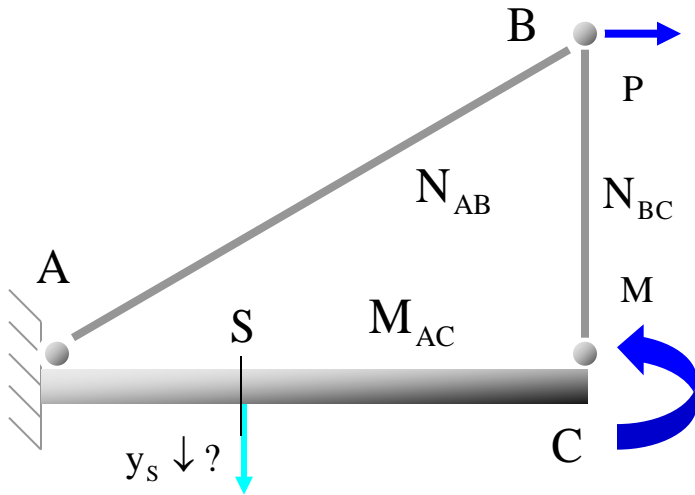


Se obtienen los esfuerzos producidos por ambos estados de carga

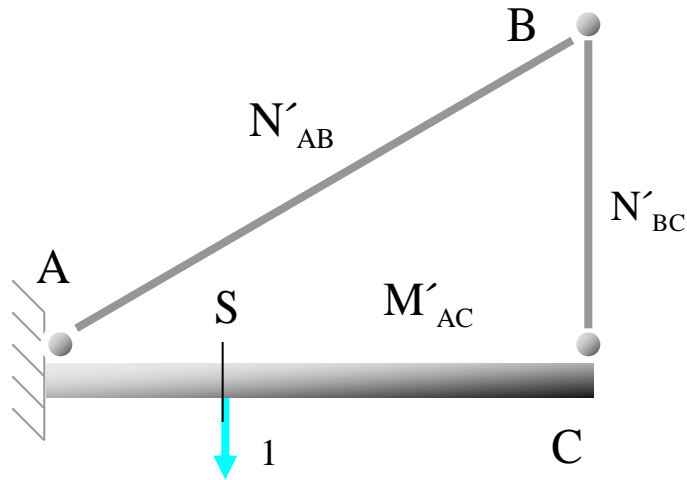




Si se conoce la dirección del desplazamiento

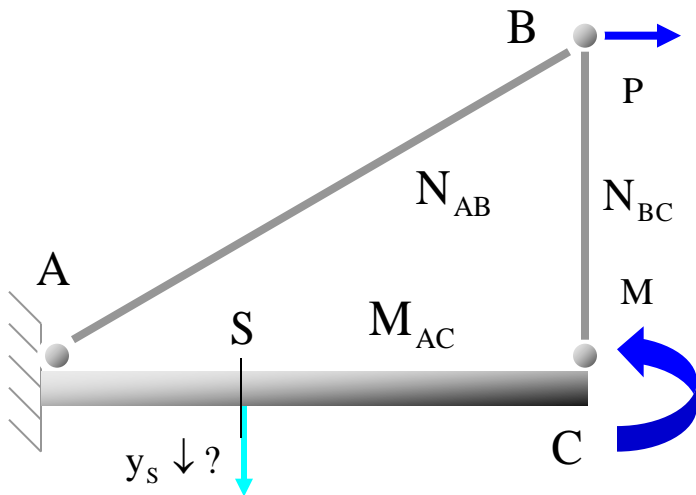


Se obtienen los esfuerzos producidos por ambos estados de carga

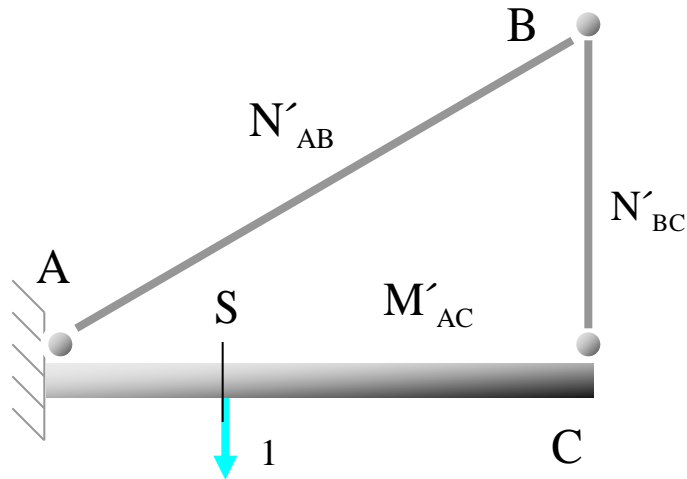




Si se conoce la dirección del desplazamiento

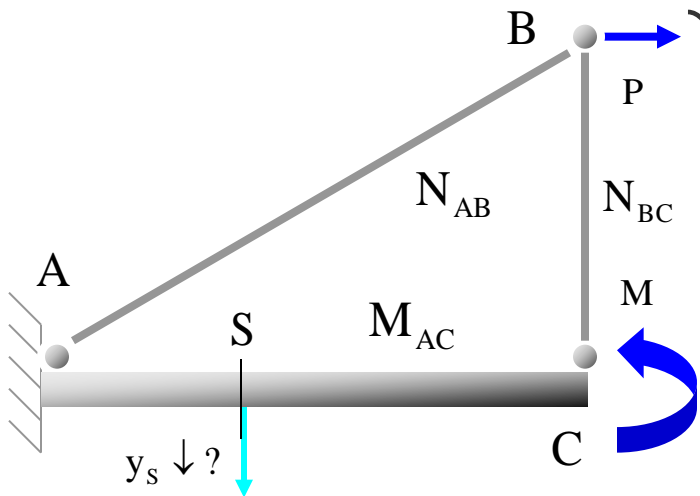


Se aplica el Principio de los Trabajos Virtuales:

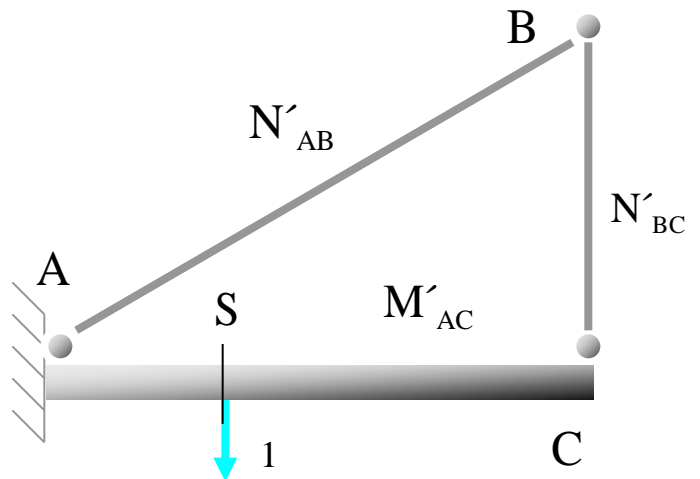




Si se conoce la dirección del desplazamiento

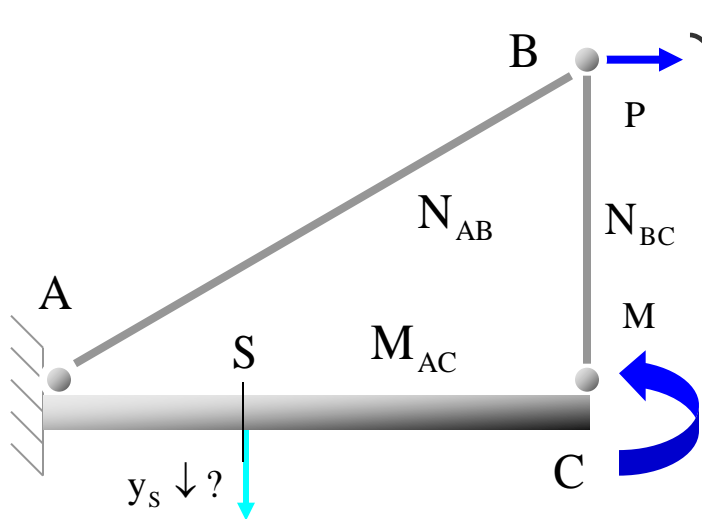


$$\delta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$



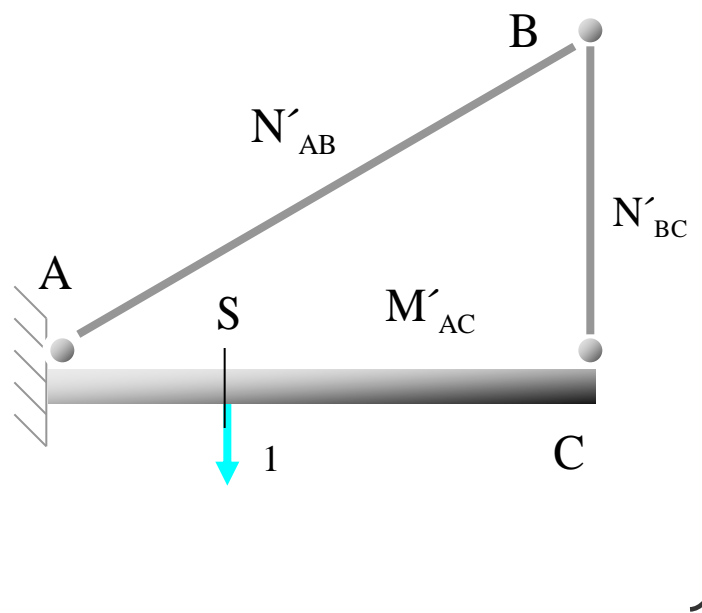


Si se conoce la dirección del desplazamiento



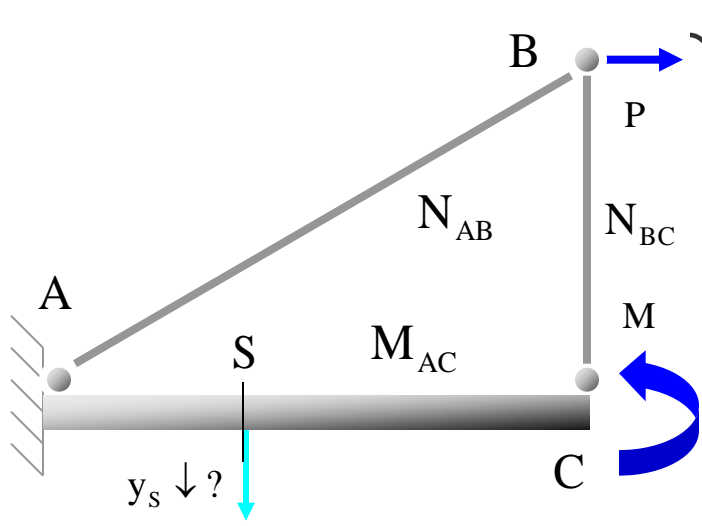
Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

$$\delta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$





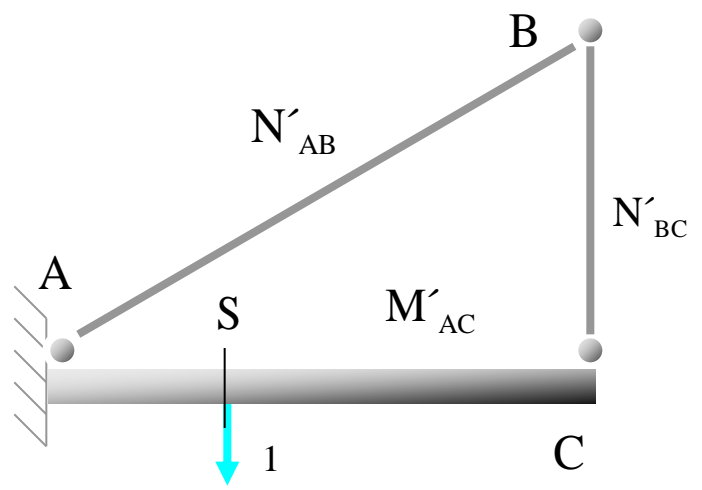
Si se conoce la dirección del desplazamiento



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

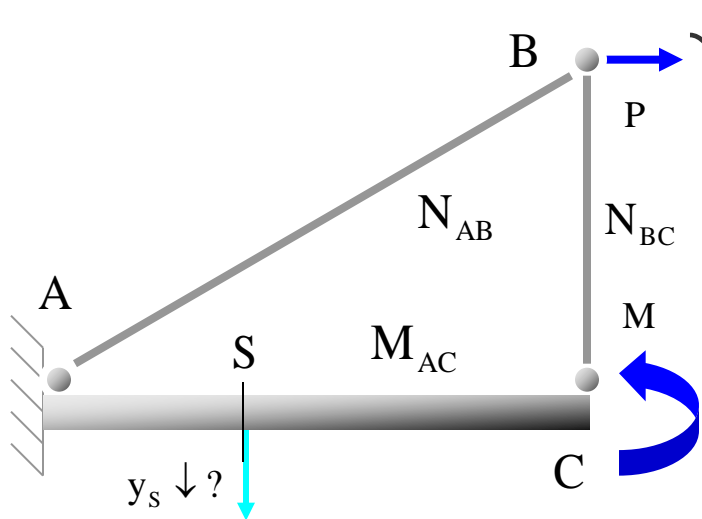
$$\delta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

δ_{1AC}





Si se conoce la dirección del desplazamiento

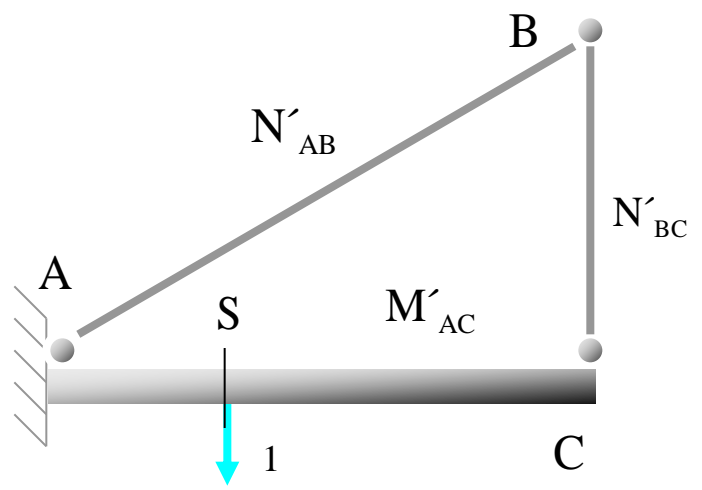


Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

$$\delta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

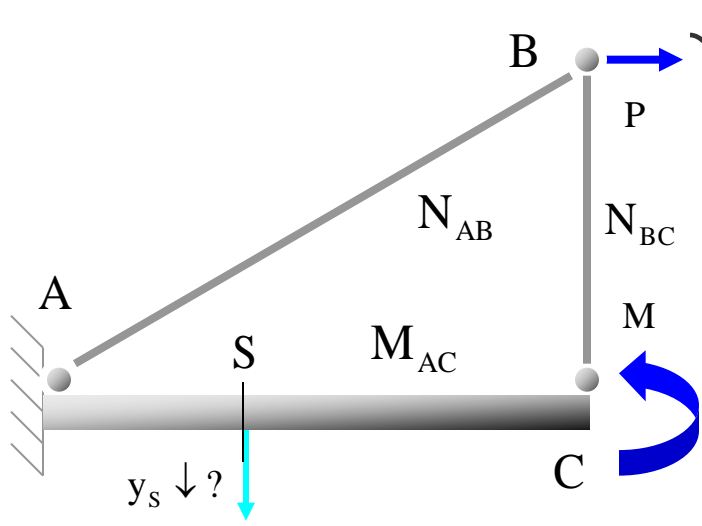
$$\delta_{1AC}$$

$$\delta_{1AB}$$





Si se conoce la dirección del desplazamiento



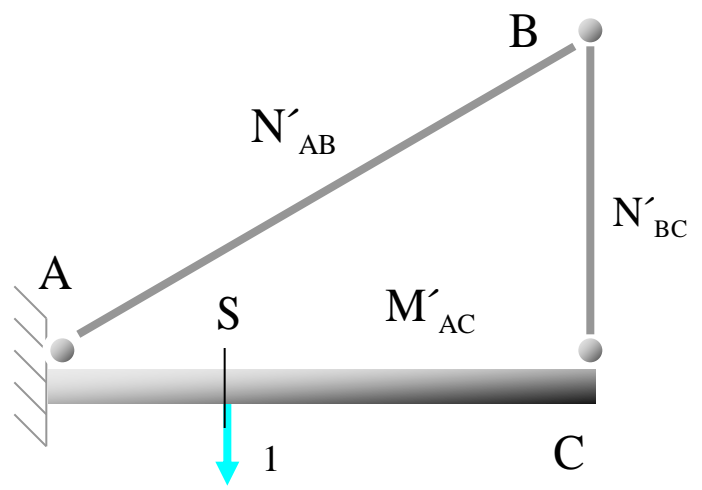
Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

$$\delta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

δ_{1AC}

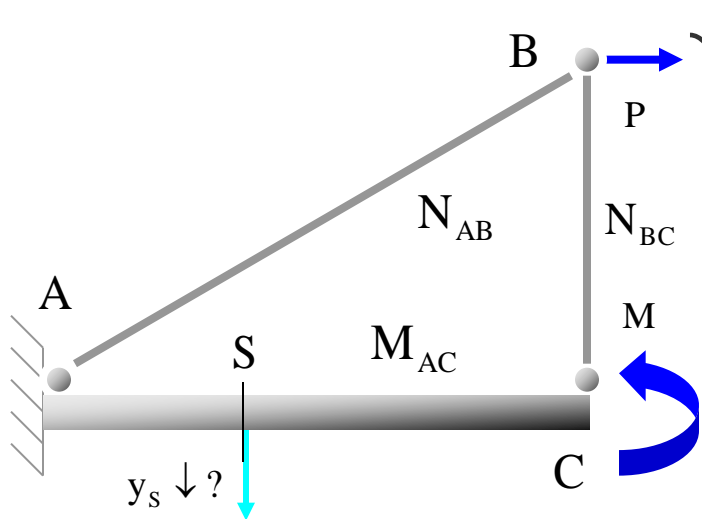
δ_{1AB}

δ_{1BC}





Si se conoce la dirección del desplazamiento



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

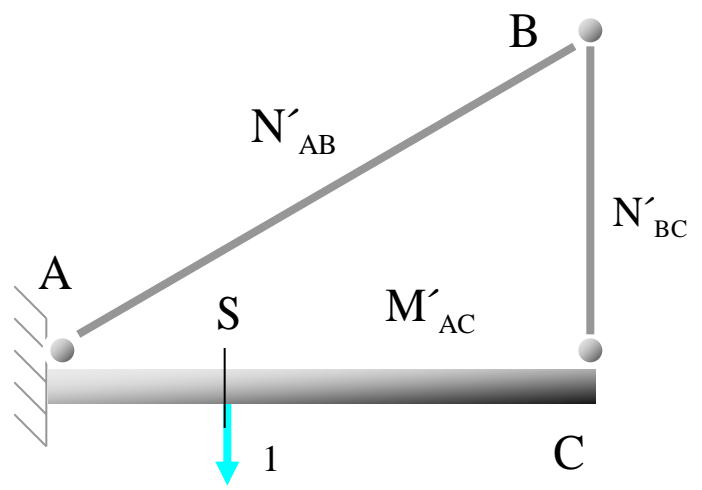
$$\delta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\delta_{1AC}$$

$$\delta_{1AB}$$

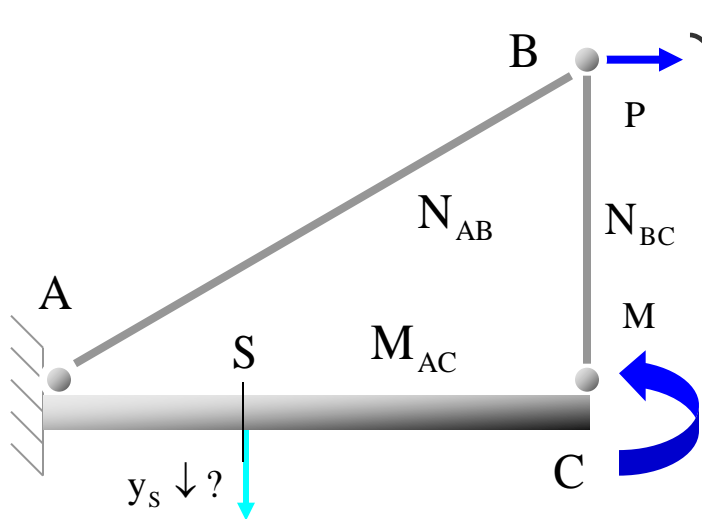
$$\delta_{1BC}$$

Desplazamientos de la fuerza producidos por las deformaciones de los tramos





Si se conoce la dirección del desplazamiento



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los desplazamientos de los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

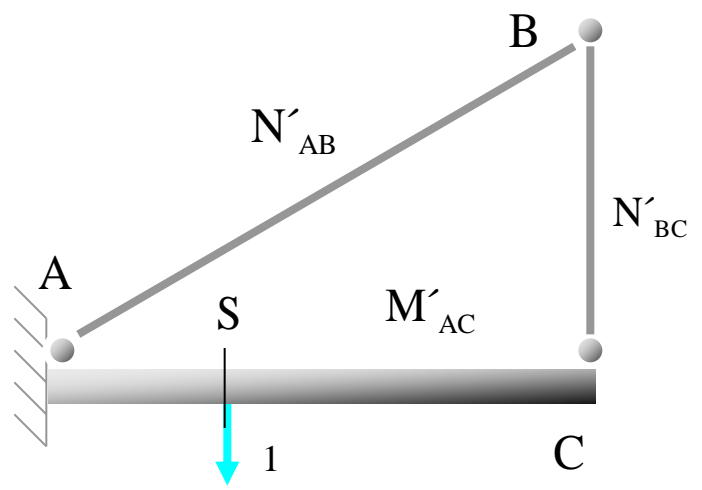
$$\delta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\delta_{1AC}$$

$$\delta_{1AB}$$

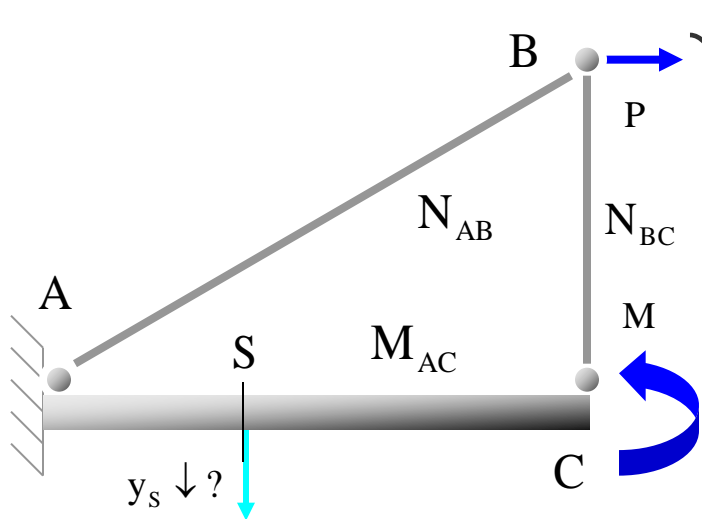
$$\delta_{1BC}$$

Desplazamientos de la fuerza producidos por las deformaciones de los tramos





Si se conoce la dirección del desplazamiento



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los desplazamientos de los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

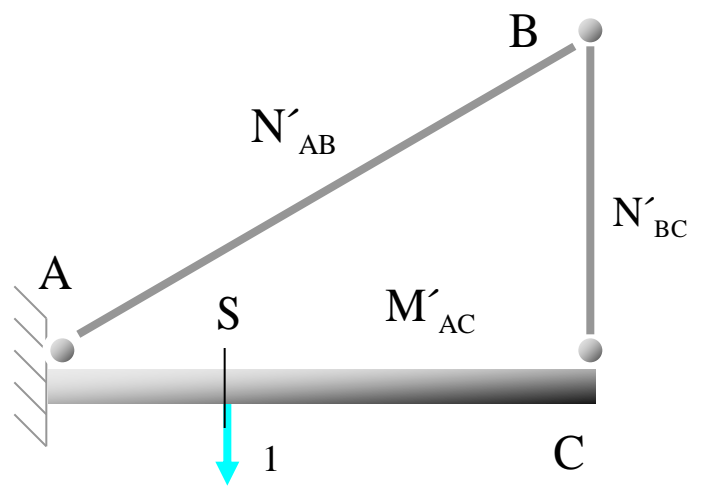
$$\delta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\delta_{1AC}$$

$$\delta_{1AB}$$

$$\delta_{1BC}$$

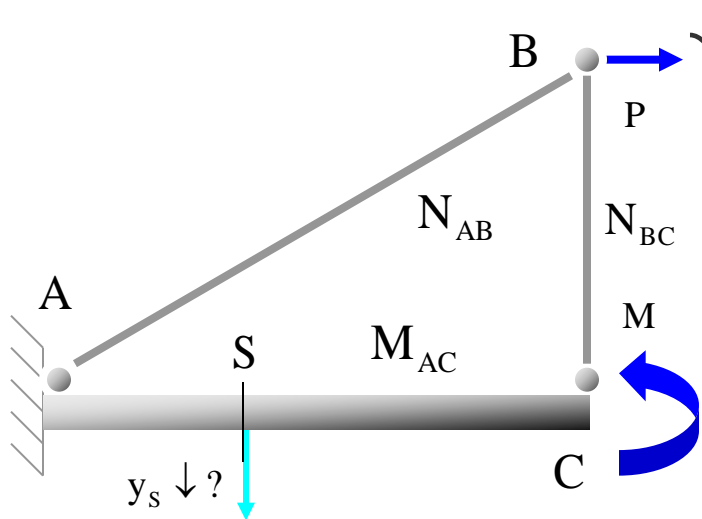
Desplazamientos de la fuerza producidos por las deformaciones de los tramos



$$y_s \downarrow = \delta_1$$



Si se conoce la dirección del desplazamiento



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los desplazamientos de los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

$$\delta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\delta_{1AC}$$

$$\delta_{1AB}$$

$$\delta_{1BC}$$

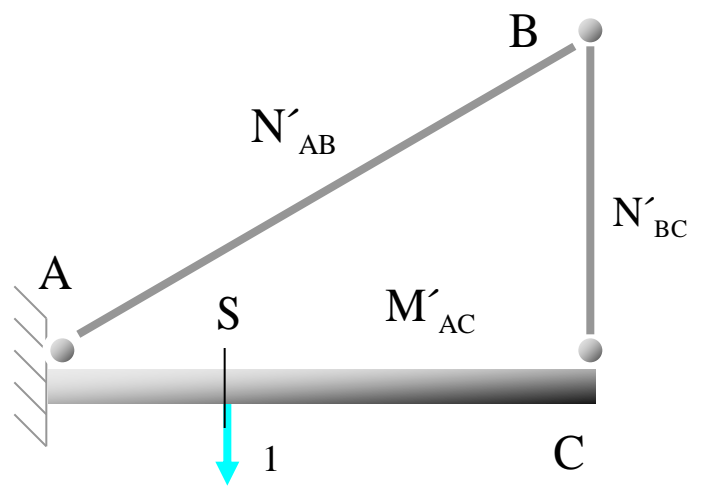
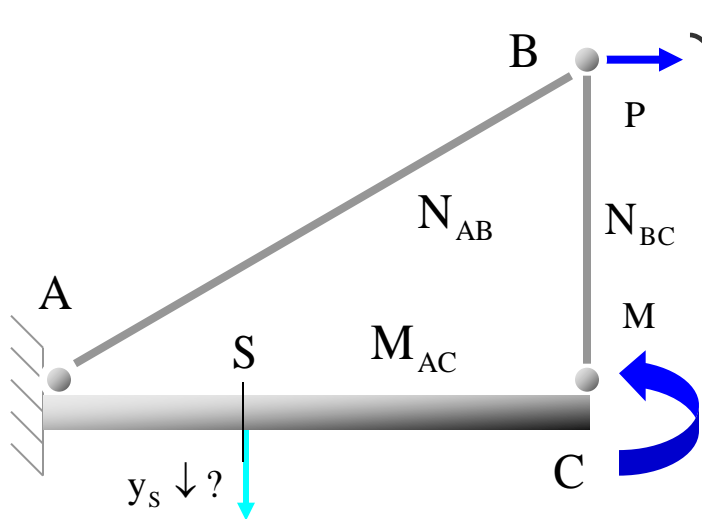
Desplazamientos de la fuerza producidos por las deformaciones de los tramos

si $y_s > 0$ $\delta_1 \downarrow 1 \downarrow$

$$y_s \downarrow = \delta_1$$



Si se conoce la dirección del desplazamiento



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los desplazamientos de los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

$$\delta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\delta_{1AC}$$

$$\delta_{1AB}$$

$$\delta_{1BC}$$

Desplazamientos de la fuerza producidos por las deformaciones de los tramos

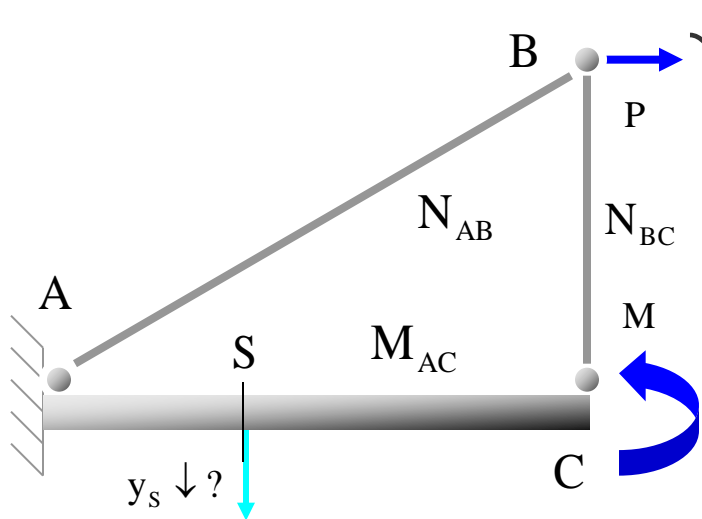
$$y_s \downarrow = \delta_1$$

si $y_s > 0$ $\delta_1 \downarrow 1 \downarrow$

si $y_s = 0$ $\delta_1 = 0$



Si se conoce la dirección del desplazamiento



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los desplazamientos de los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

$$\delta_1 = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

δ_{1AC}

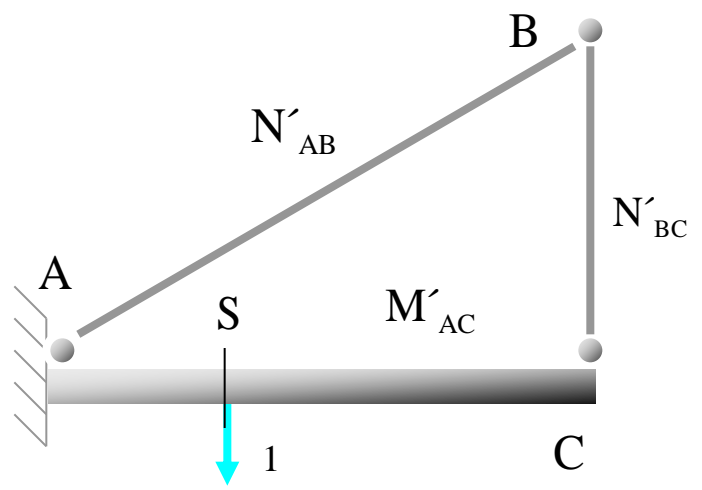
δ_{1AB}

δ_{1BC}

Desplazamientos de la fuerza producidos por las deformaciones de los tramos

$y_s \downarrow = \delta_1$

- si $y_s > 0$ $\delta_1 \downarrow 1 \downarrow$
- si $y_s = 0$ $\delta_1 = 0$
- si $y_s < 0$ $\delta_1 \uparrow 1 \downarrow$

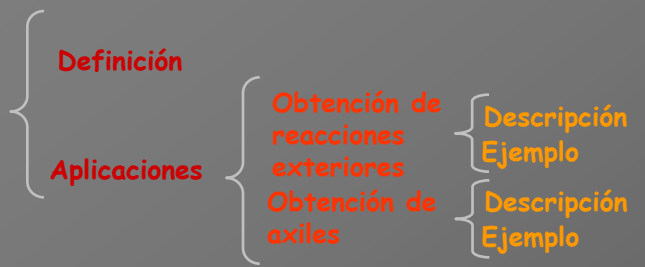




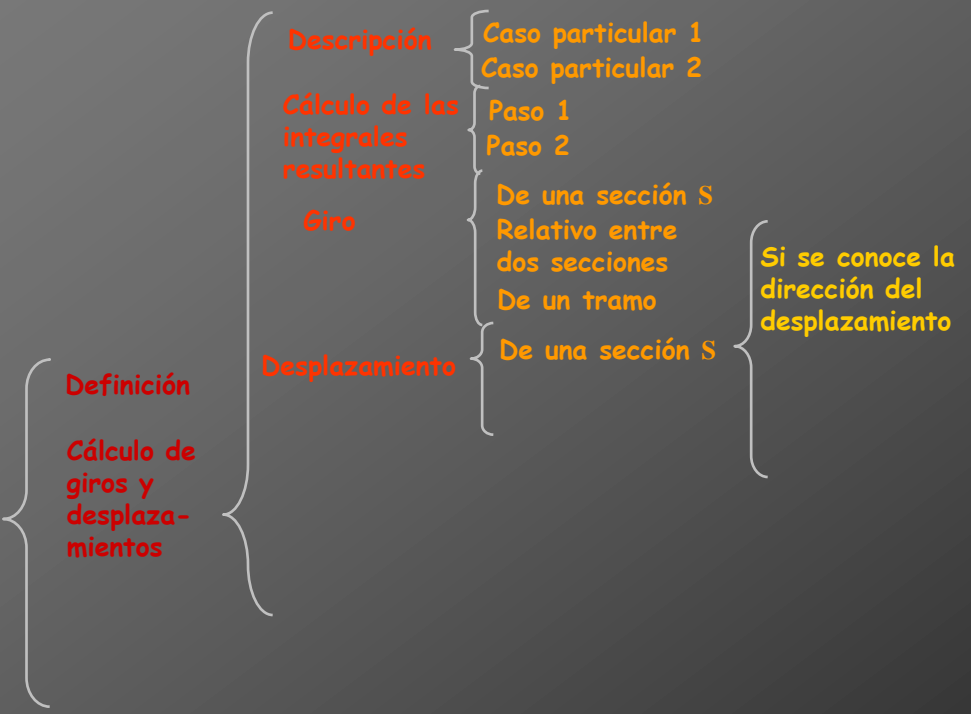
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

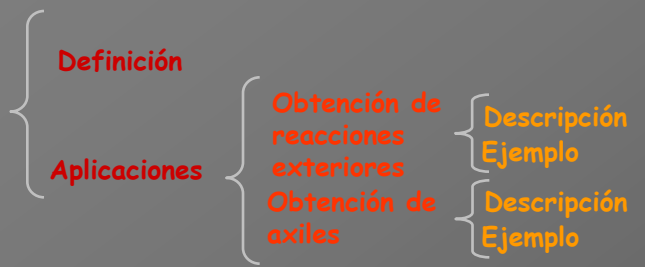




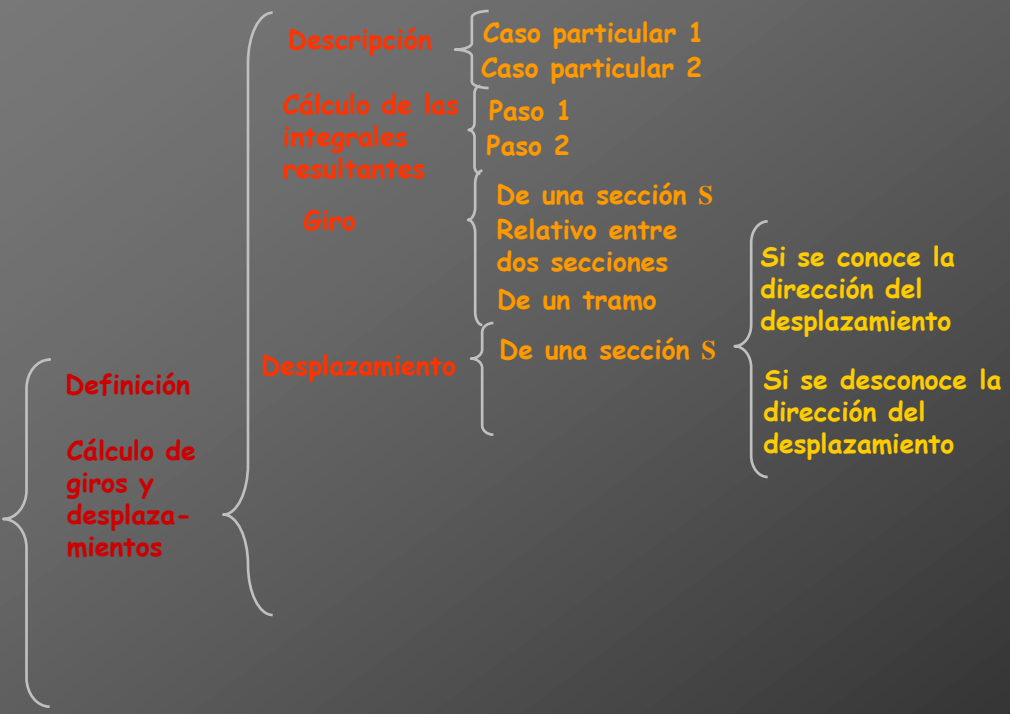
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





Si se desconoce la dirección del desplazamiento

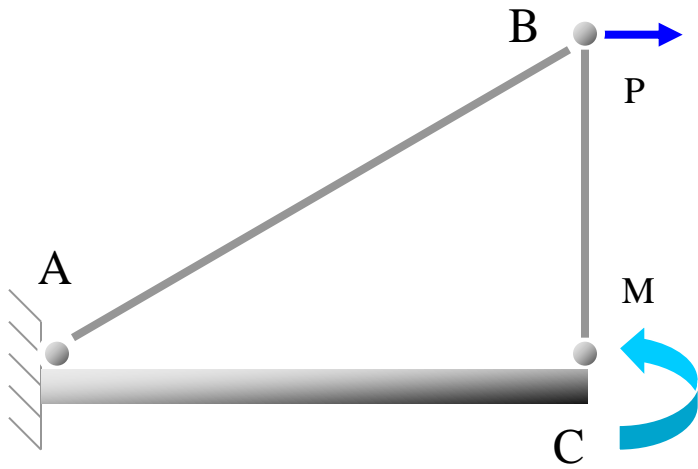


Si se desconoce la dirección del desplazamiento

**Se pretende determinar el
movimiento del nudo B :**

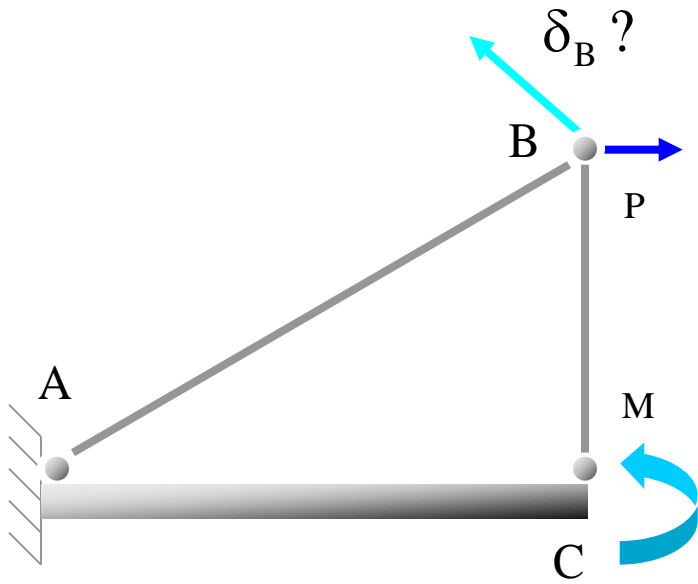


Si se desconoce la dirección del desplazamiento

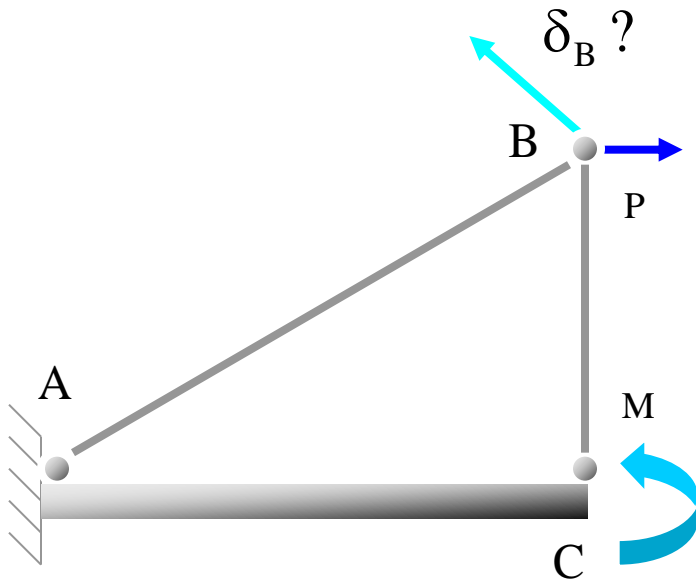




Si se desconoce la dirección del desplazamiento



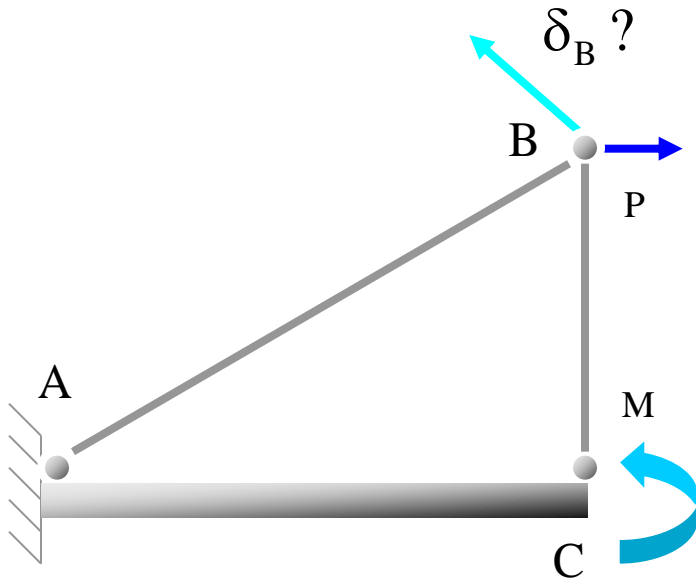
Si se desconoce la dirección del desplazamiento



El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical



Si se desconoce la dirección del desplazamiento

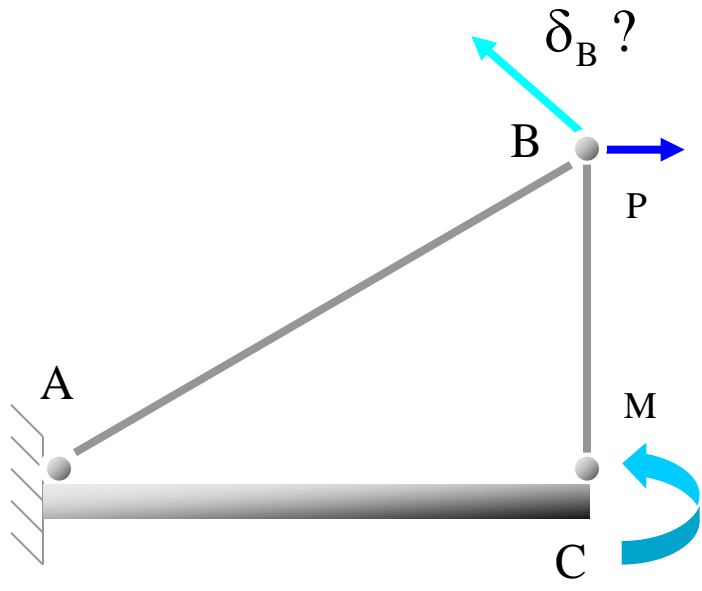


Cálculo de la componente horizontal

El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical



Si se desconoce la dirección del desplazamiento



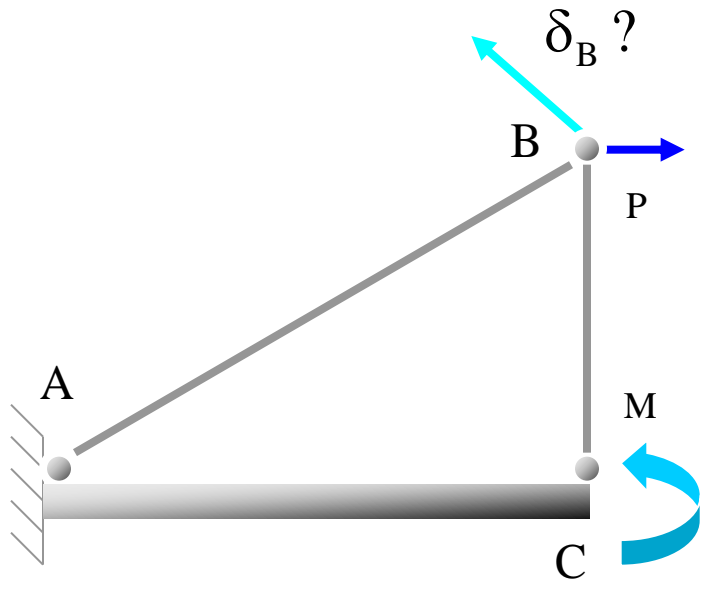
El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

Cálculo de la componente horizontal

Se aplica sobre la estructura descargada una acción unitaria horizontal en B

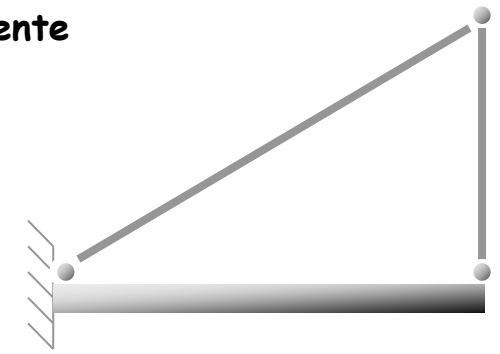


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



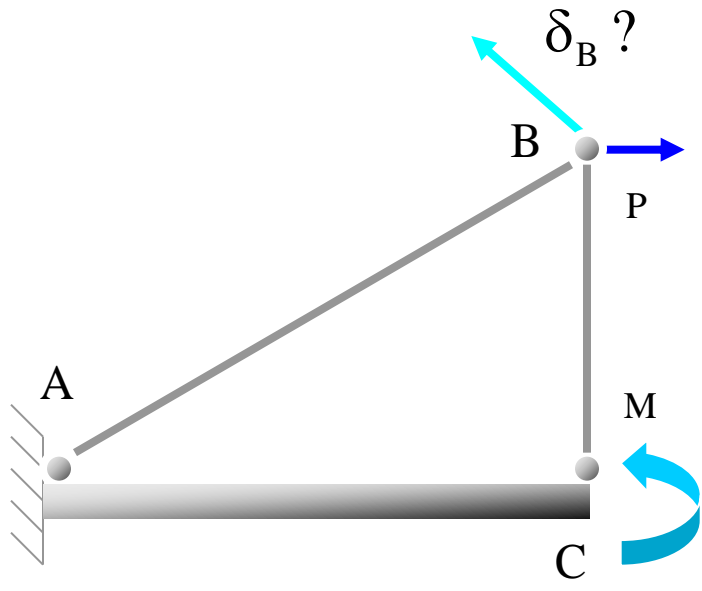
El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

Cálculo de la componente horizontal



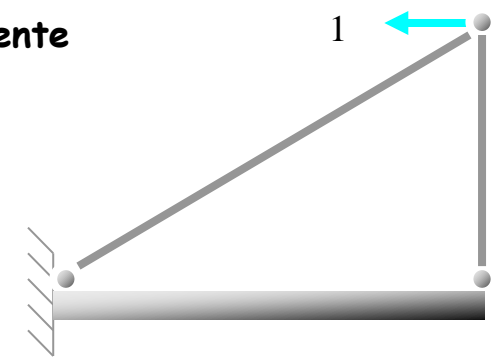


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



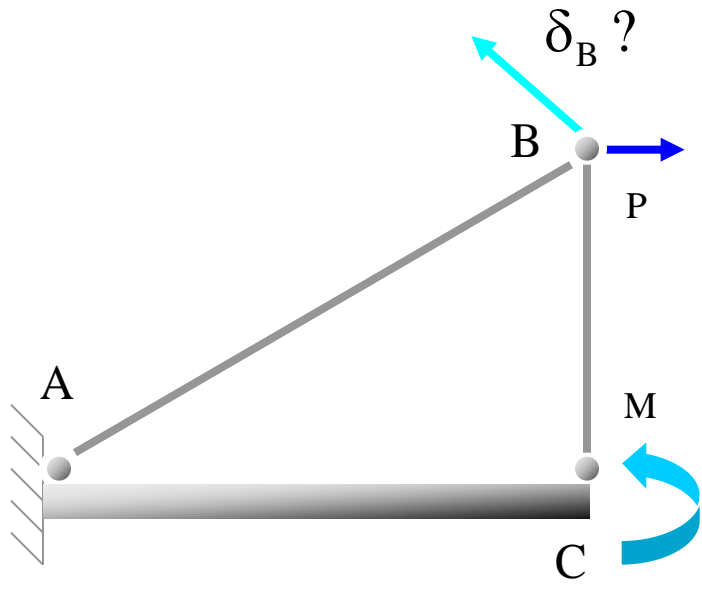
El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

Cálculo de la componente horizontal



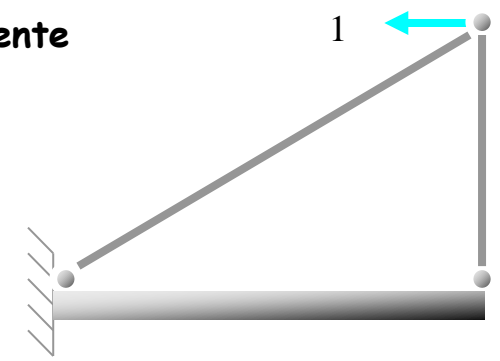


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

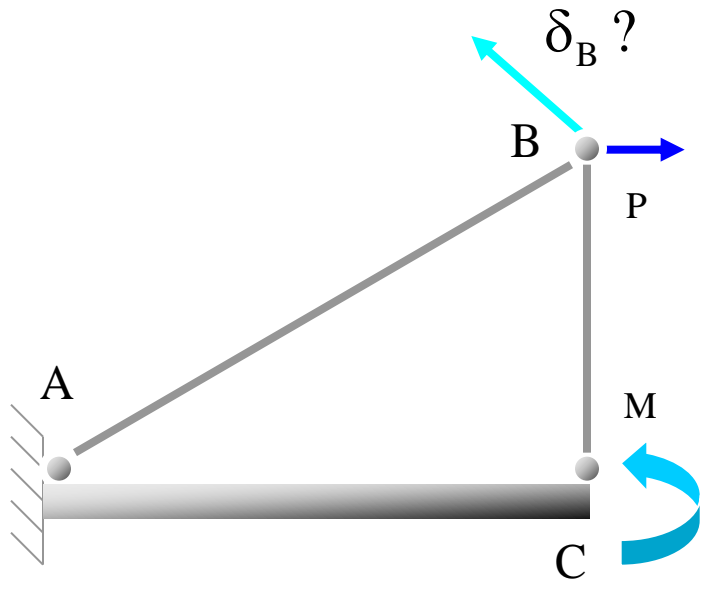
Cálculo de la componente horizontal



Se calculan los esfuerzos de la estructura por los dos estados de carga

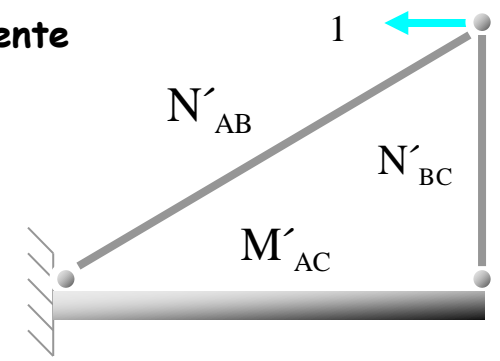


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

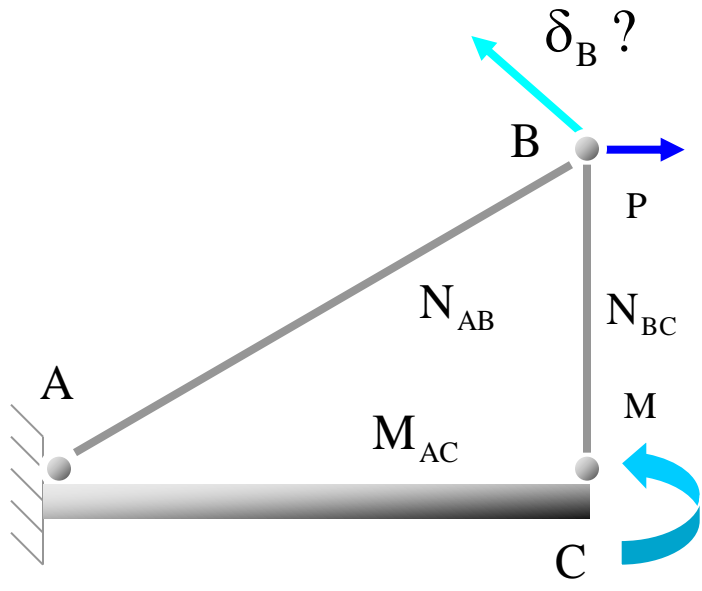
Cálculo de la componente horizontal



Se calculan los esfuerzos de la estructura por los dos estados de carga

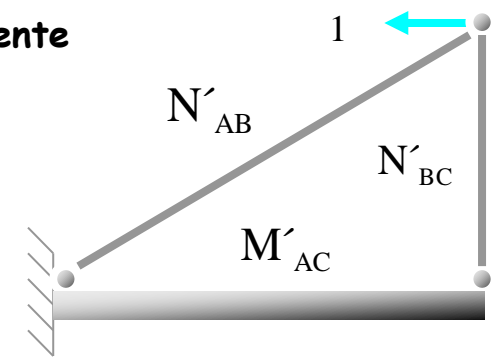


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

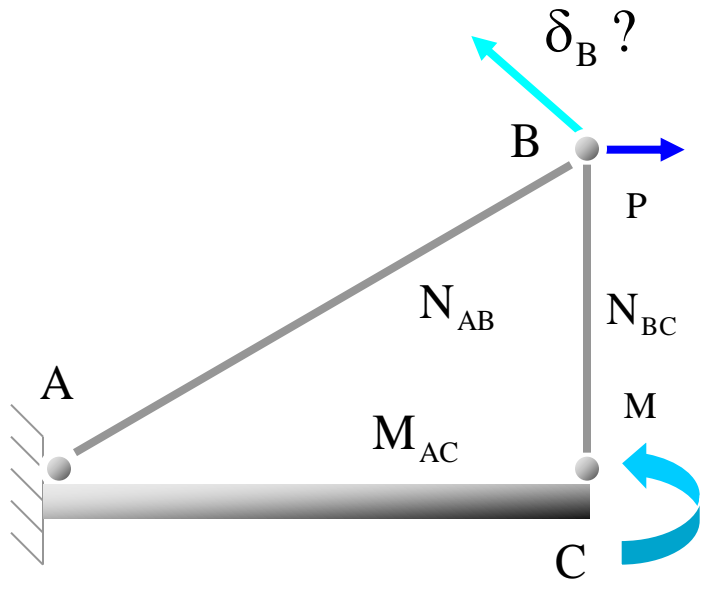
Cálculo de la componente horizontal



Se calculan los esfuerzos de la estructura por los dos estados de carga

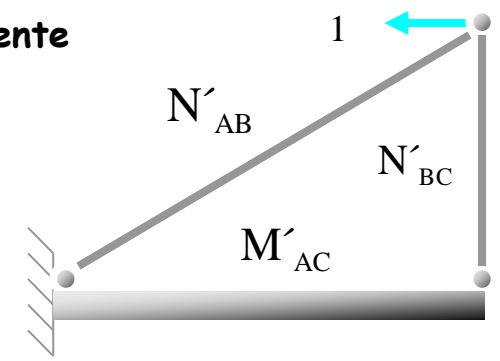


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

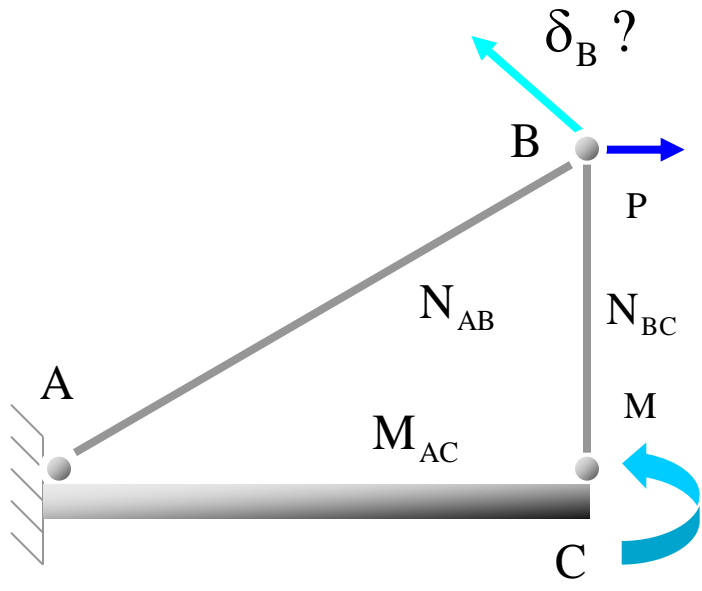
Cálculo de la componente horizontal



Se aplica el Principio de los Trabajos Virtuales

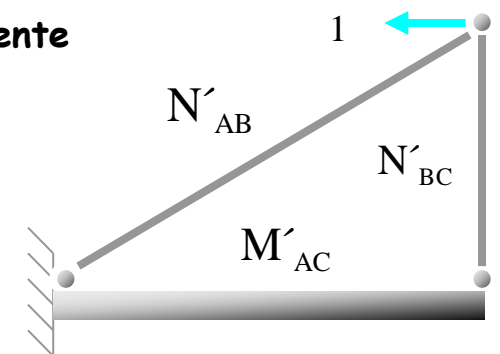


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

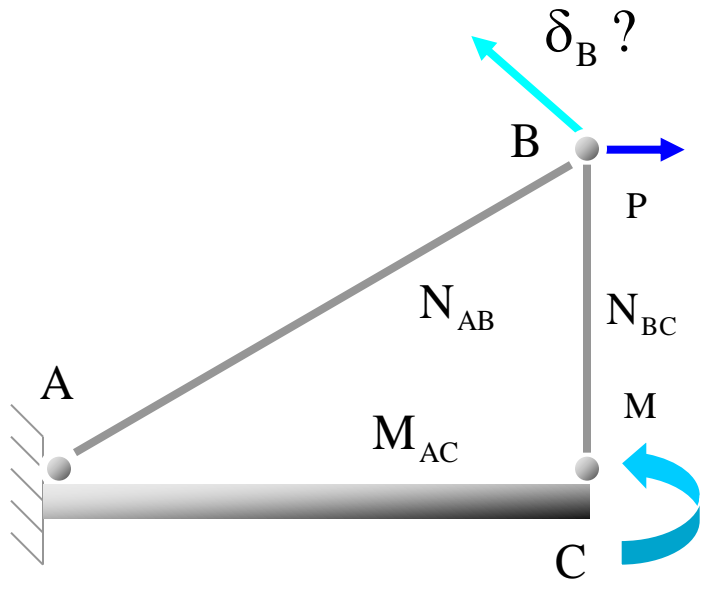
Cálculo de la componente horizontal



$$\delta_x = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

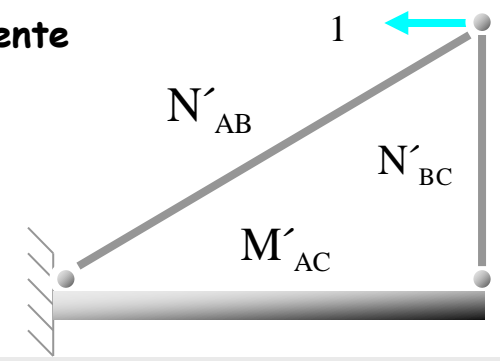


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

Cálculo de la componente horizontal

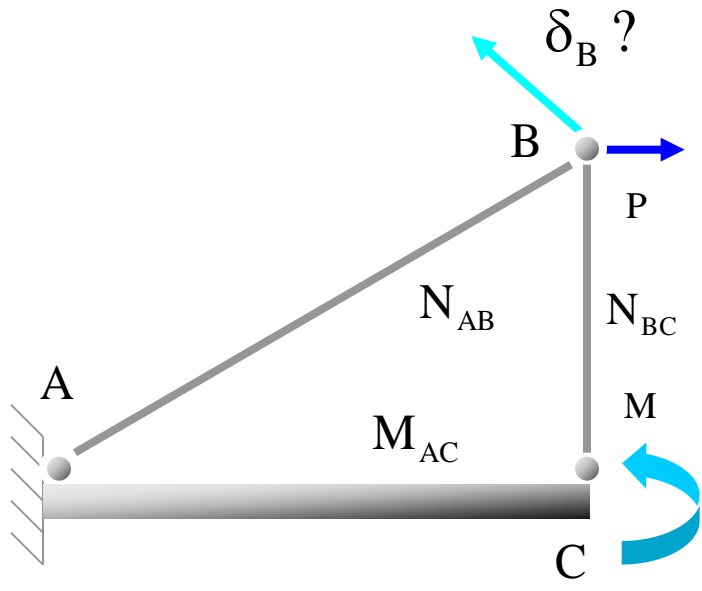


$$\delta_x = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

Cálculo de la componente vertical

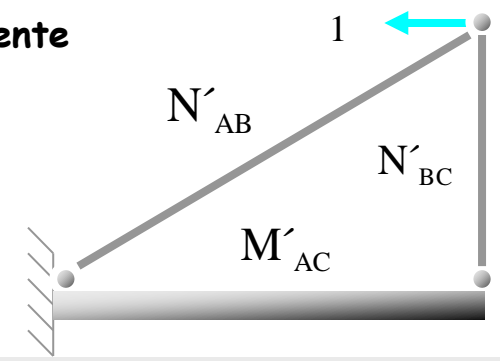


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

Cálculo de la componente horizontal



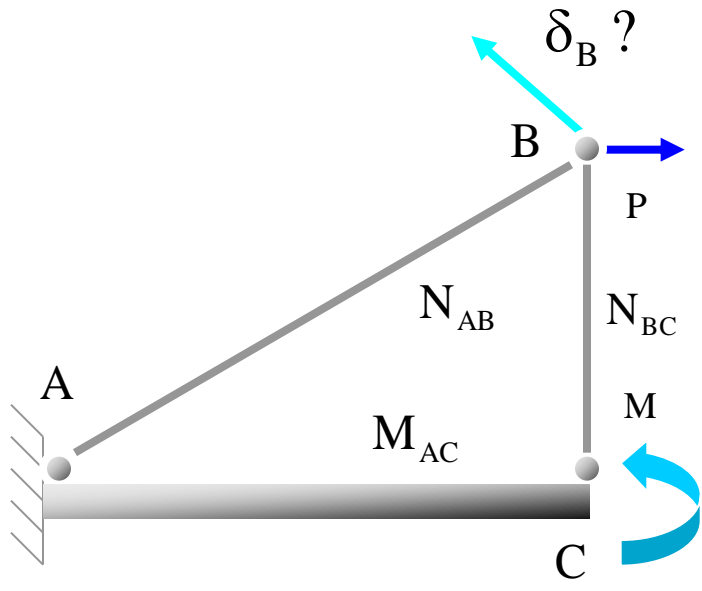
$$\delta_x = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

Cálculo de la componente vertical

Se aplica sobre la estructura descargada una acción unitaria vertical en B

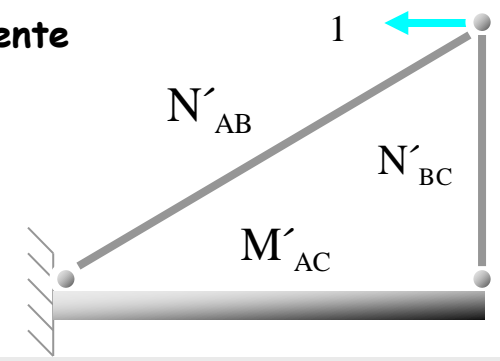


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



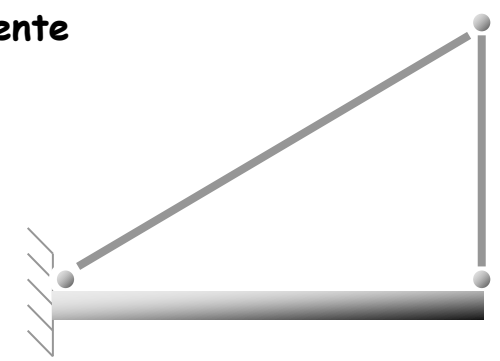
El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

Cálculo de la componente horizontal



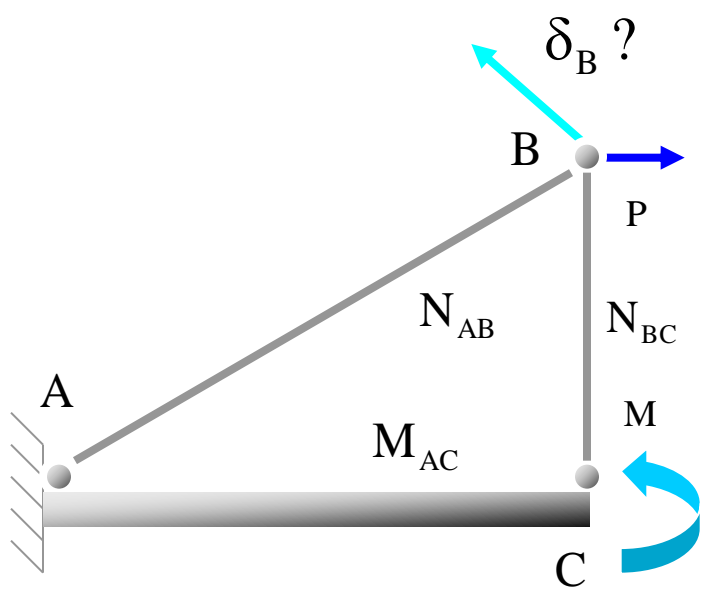
$$\delta_x = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

Cálculo de la componente vertical



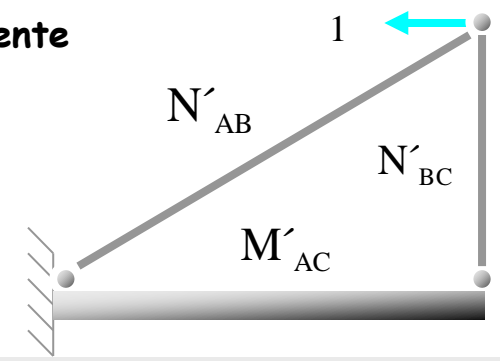


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



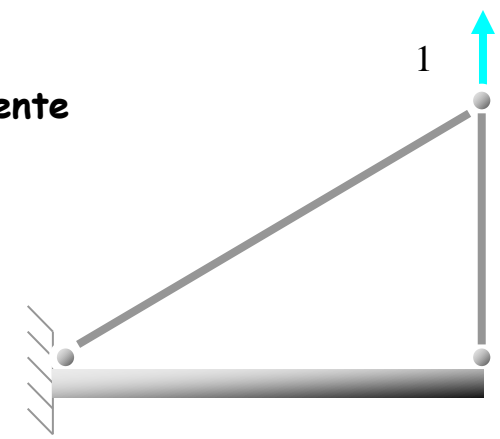
El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

Cálculo de la componente horizontal



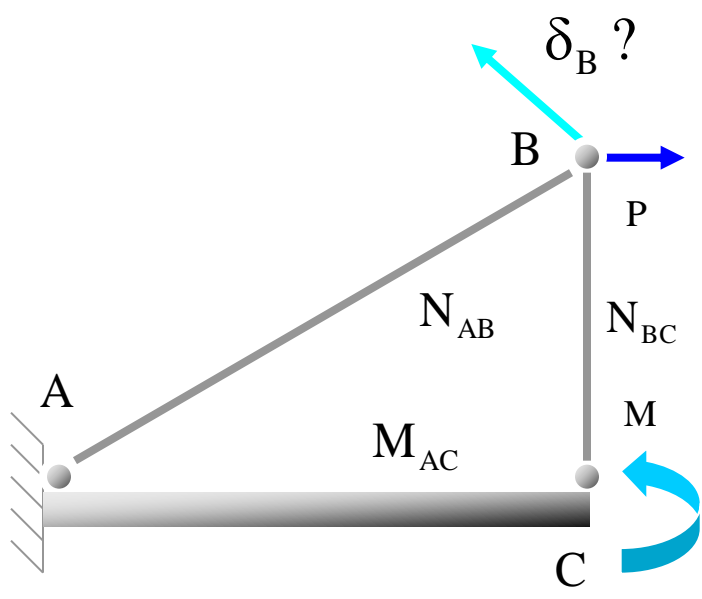
$$\delta_x = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

Cálculo de la componente vertical



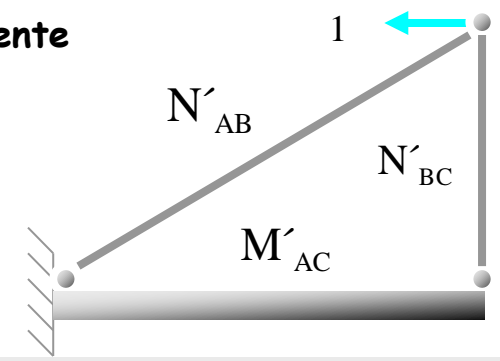


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

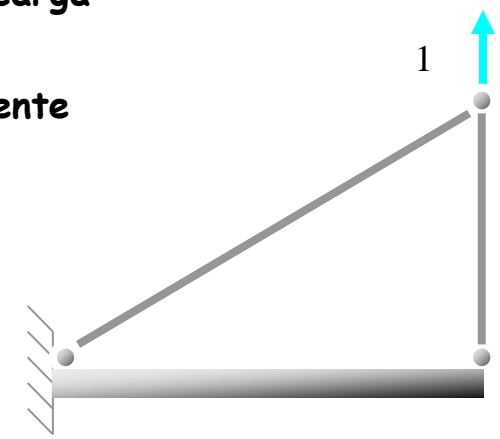
Cálculo de la componente horizontal



$$\delta_x = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

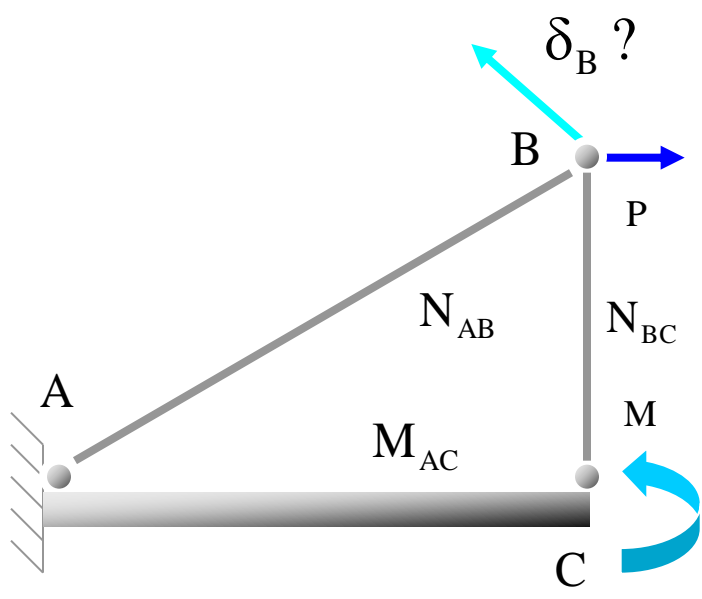
Se calculan los esfuerzos de la estructura por este estado de carga

Cálculo de la componente vertical



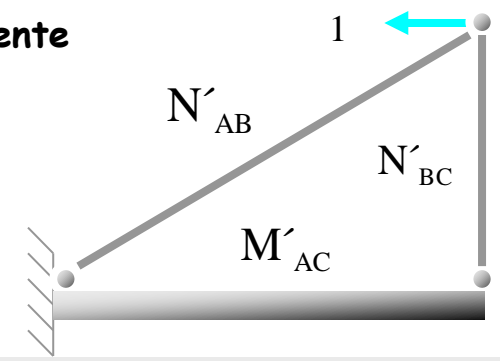


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

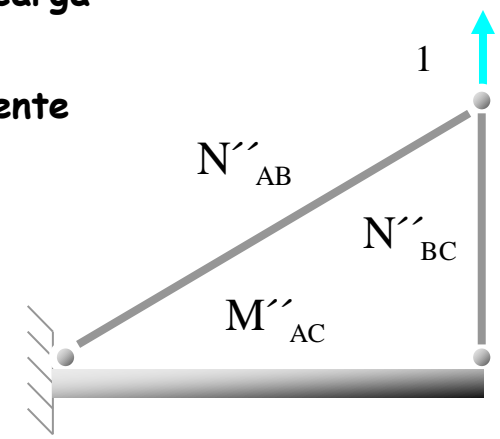
Cálculo de la componente horizontal



$$\delta_x = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

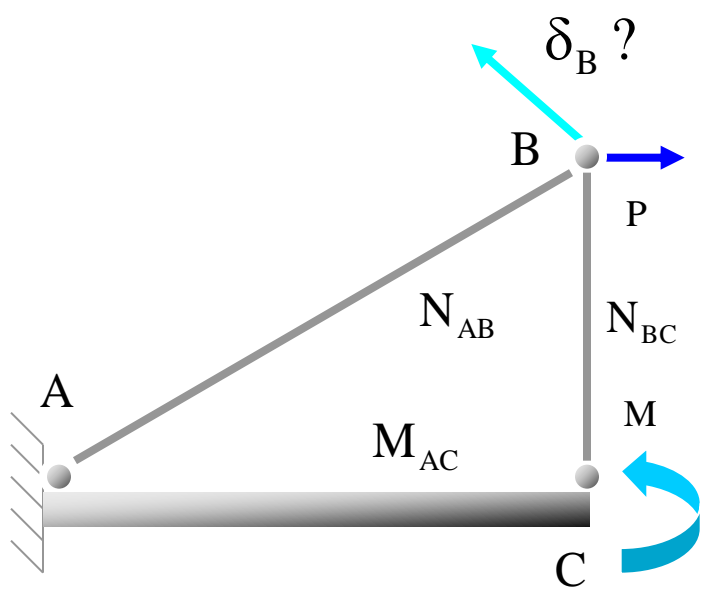
Se calculan los esfuerzos de la estructura por este estado de carga

Cálculo de la componente vertical



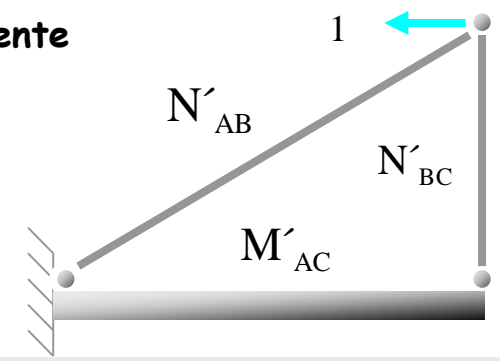


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

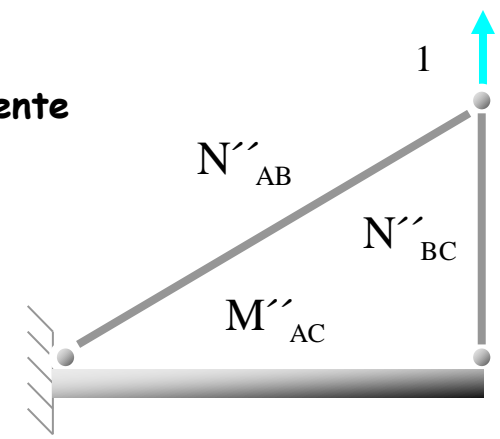
Cálculo de la componente horizontal



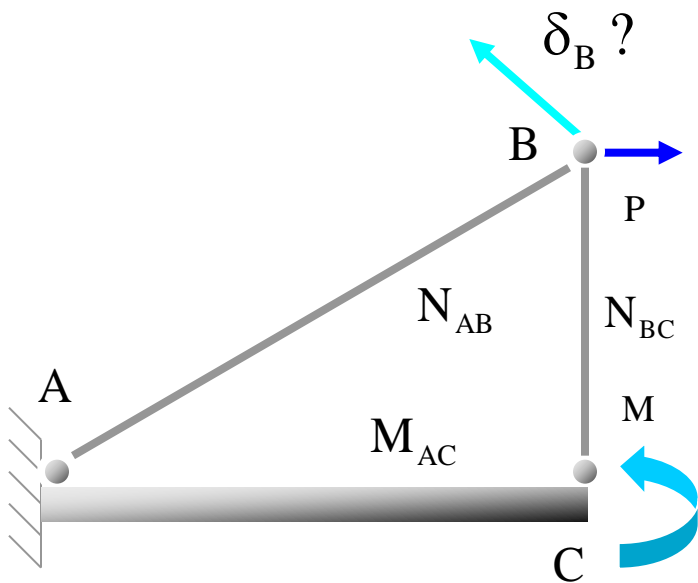
$$\delta_x = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

Se aplica el Principio de los Trabajos Virtuales

Cálculo de la componente vertical

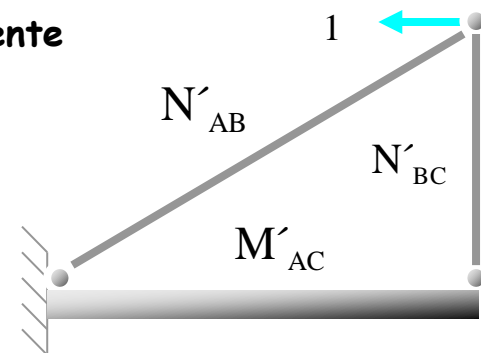


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

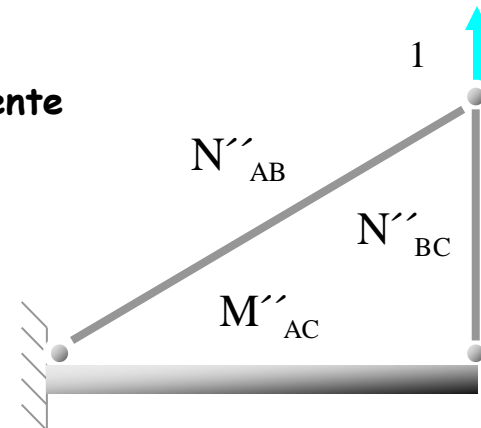
Cálculo de la componente horizontal



$$\delta_x = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

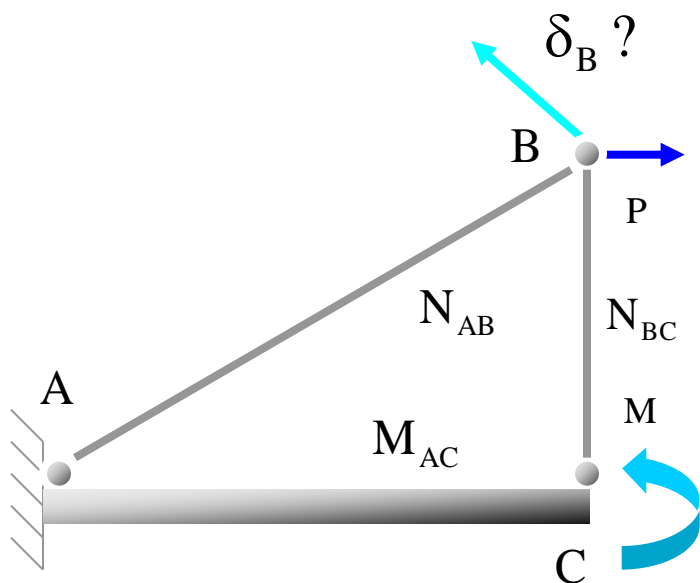
$$\delta_y = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M''_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N''_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N''_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

Cálculo de la componente vertical



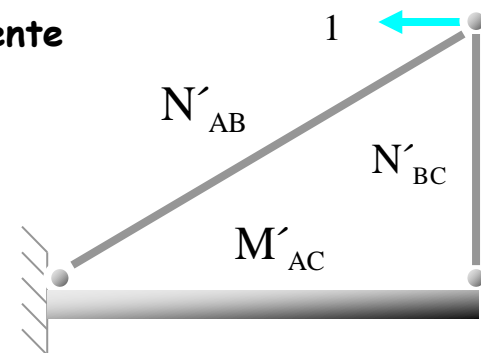


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

Cálculo de la componente horizontal

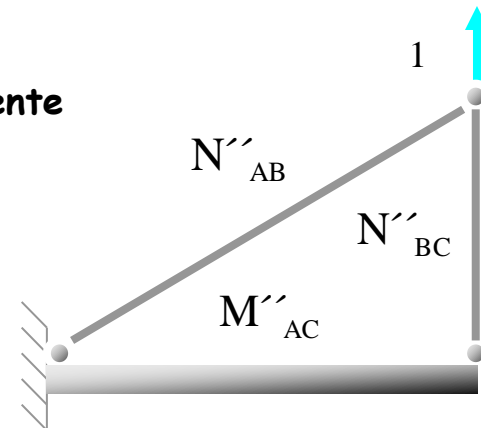


$$\delta_x = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

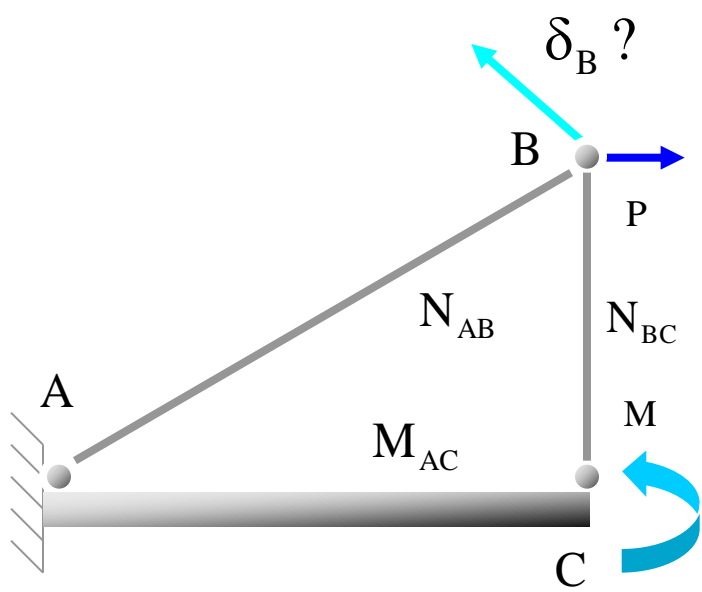
El desplazamiento total será

$$\delta_y = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M''_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N''_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N''_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

Cálculo de la componente vertical

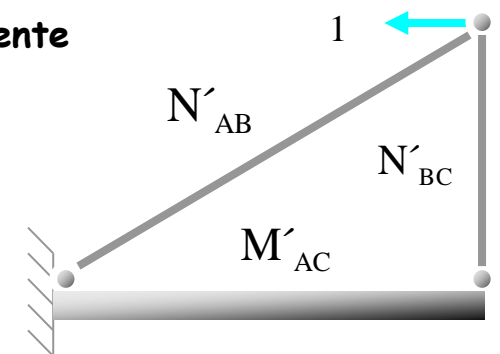


Si se desconoce la dirección del desplazamiento



El desplazamiento se calcula determinando sus componentes horizontal y vertical

Cálculo de la componente horizontal

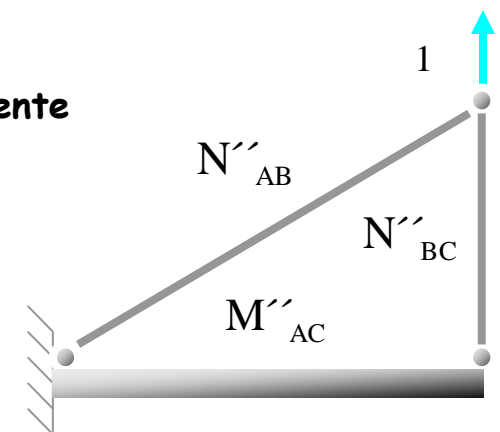


$$\delta_x = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\delta_A = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2}$$

$$\delta_y = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M''_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N''_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N''_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

Cálculo de la componente vertical

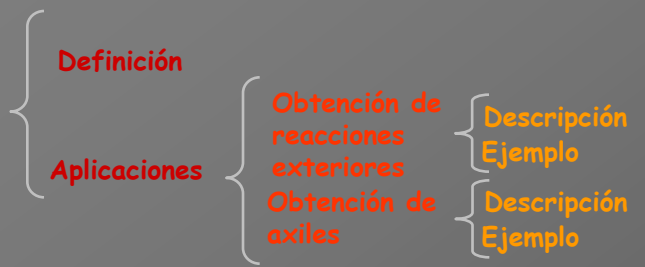




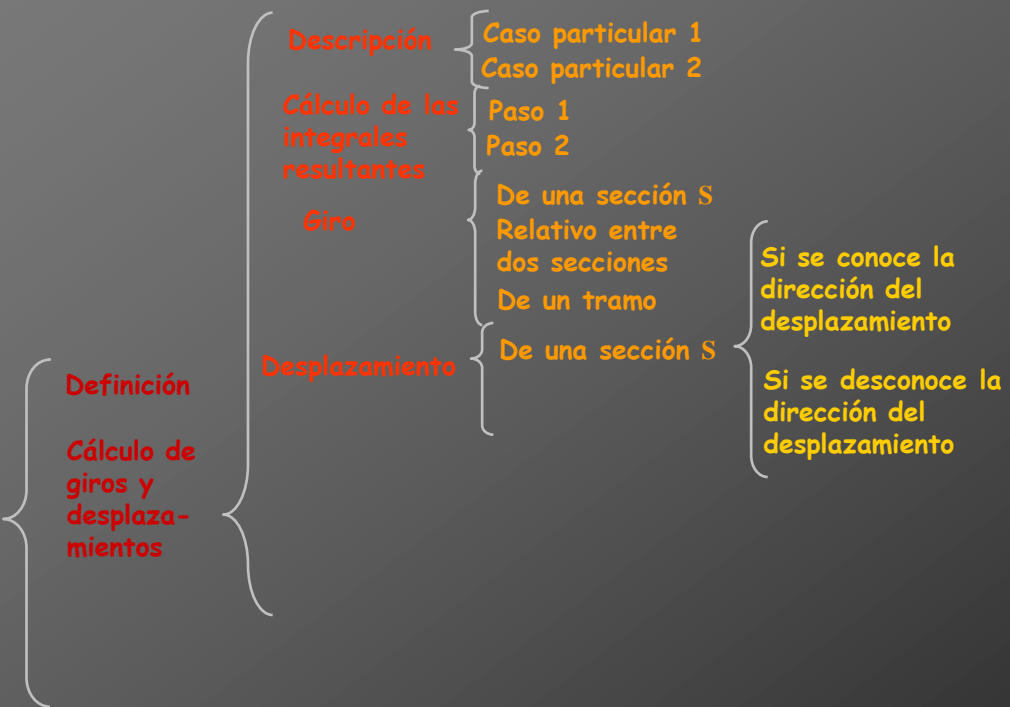
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

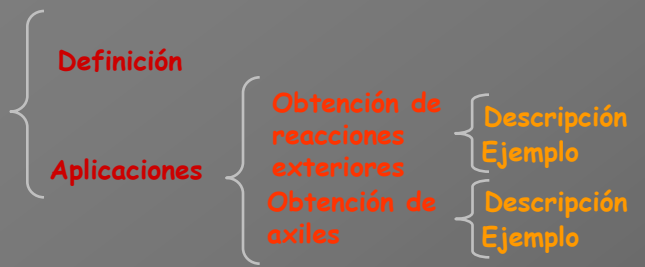




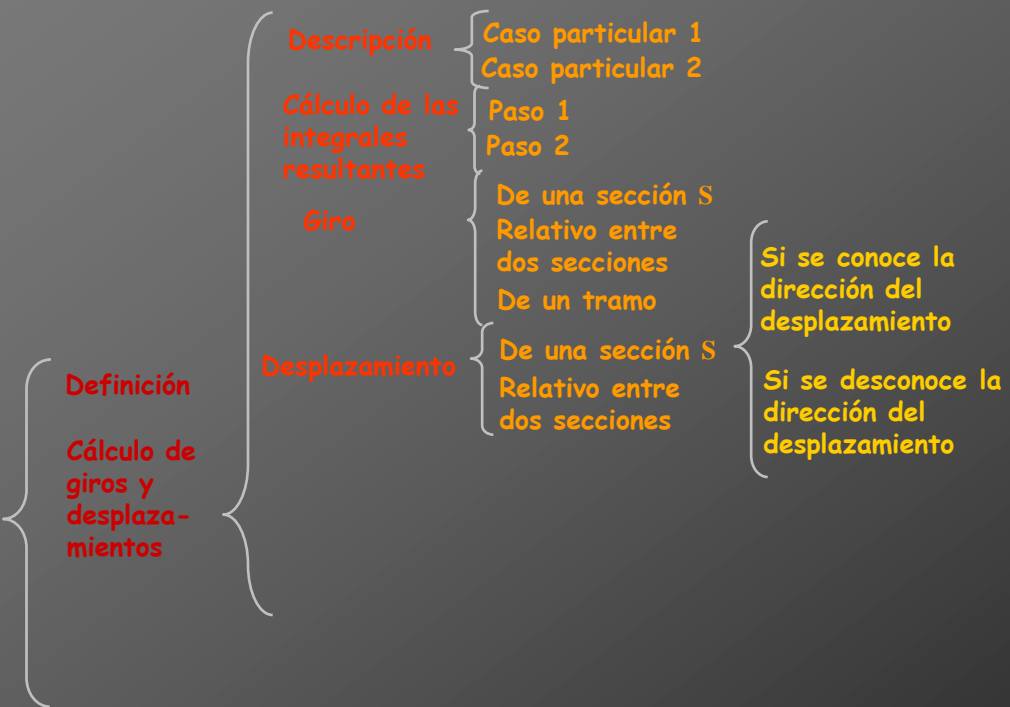
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





Relativo entre dos secciones

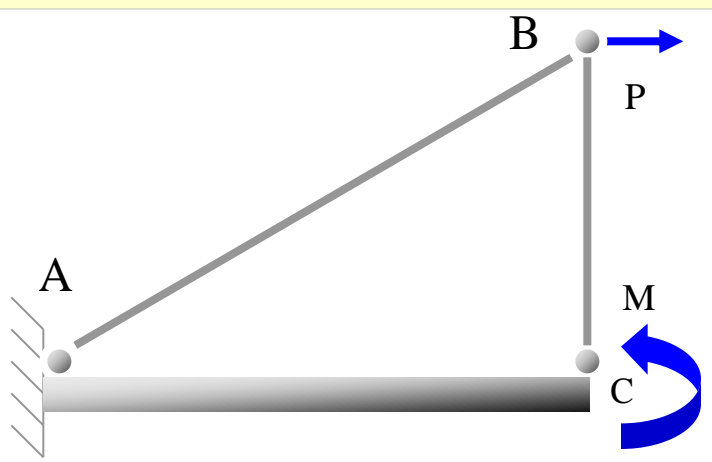


Relativo entre dos secciones

**Se pretende determinar
el movimiento relativo que
experimentan dos
secciones 1 y 2**

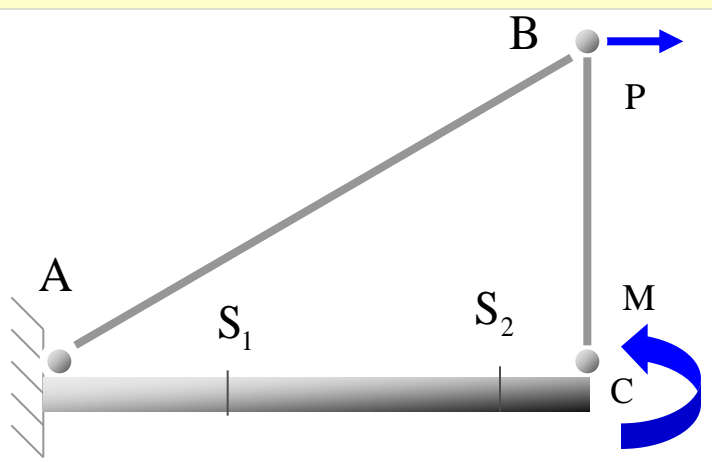


Relativo entre dos secciones



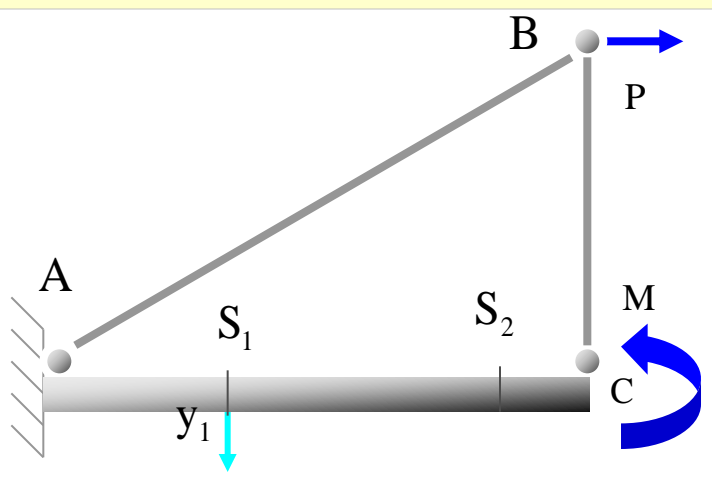


Relativo entre dos secciones



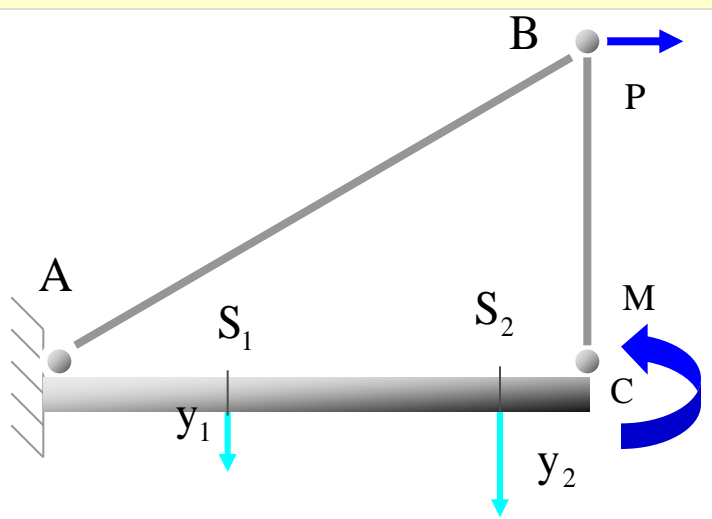


Relativo entre dos secciones



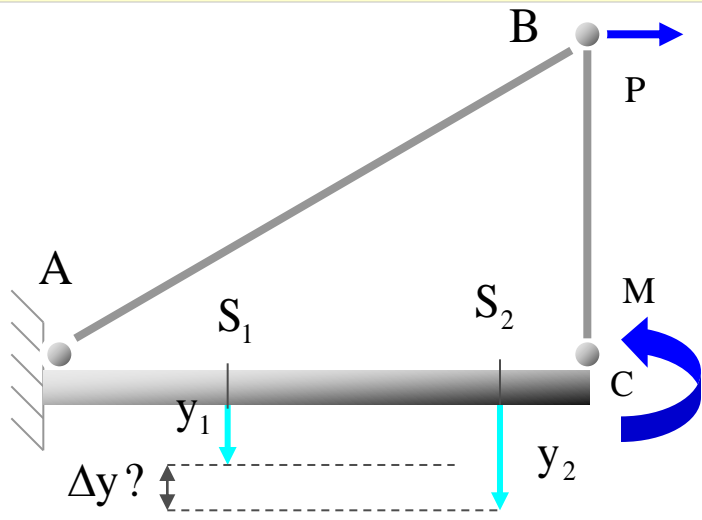


Relativo entre dos secciones

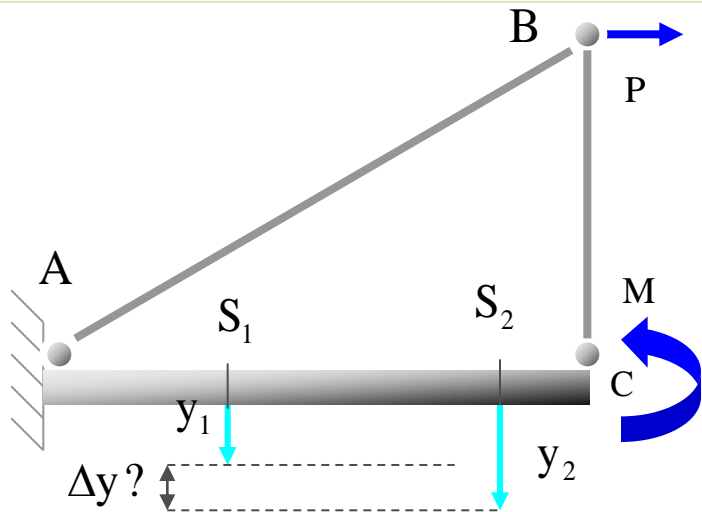




Relativo entre dos secciones



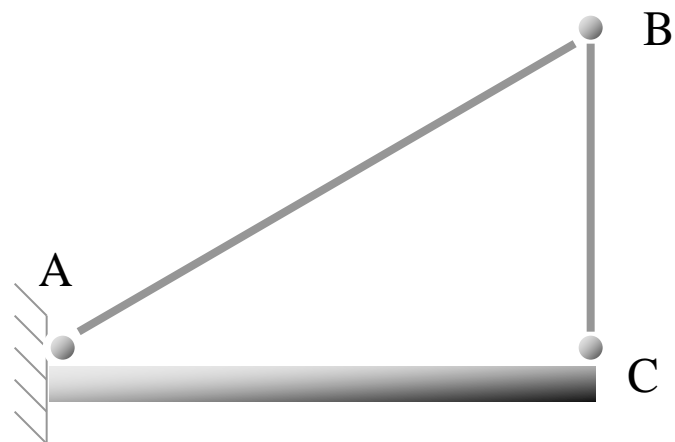
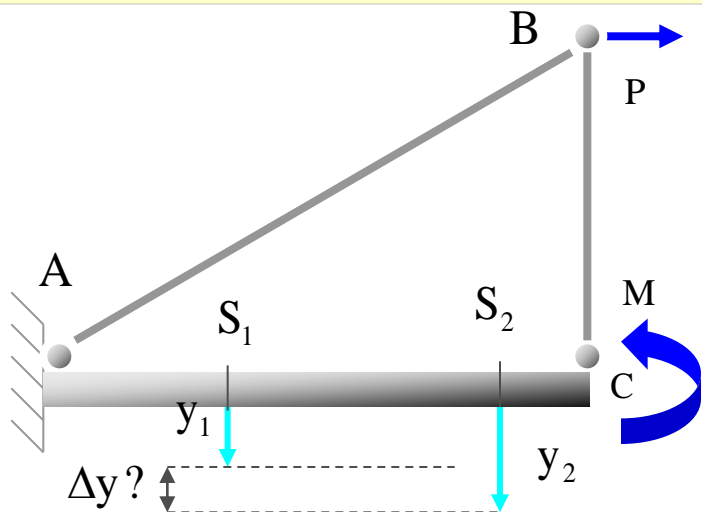
Relativo entre dos secciones



Se aplica en la estructura descargada dos acciones unitarias en 1 y 2, iguales y de signo contrario, en la dirección en la que se desea conocer el movimiento relativo

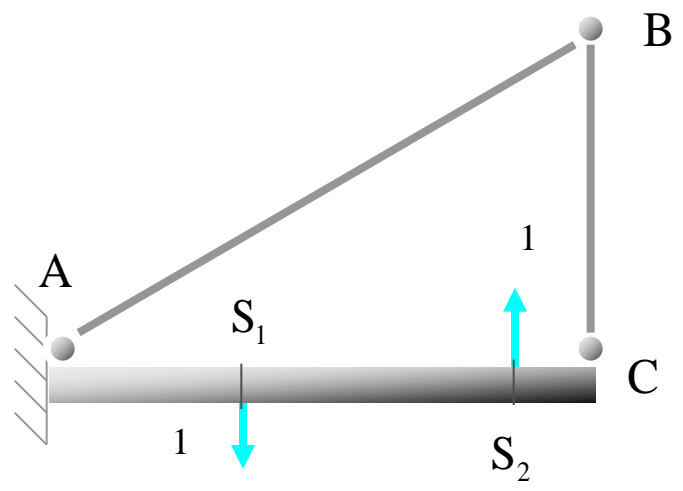
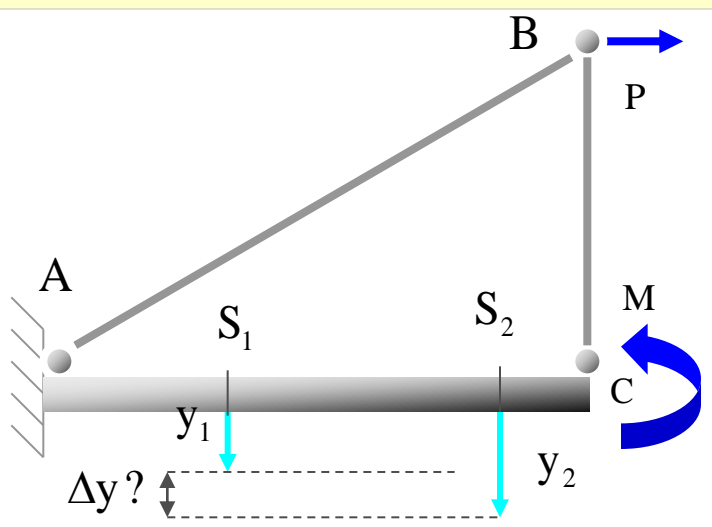


Relativo entre dos secciones



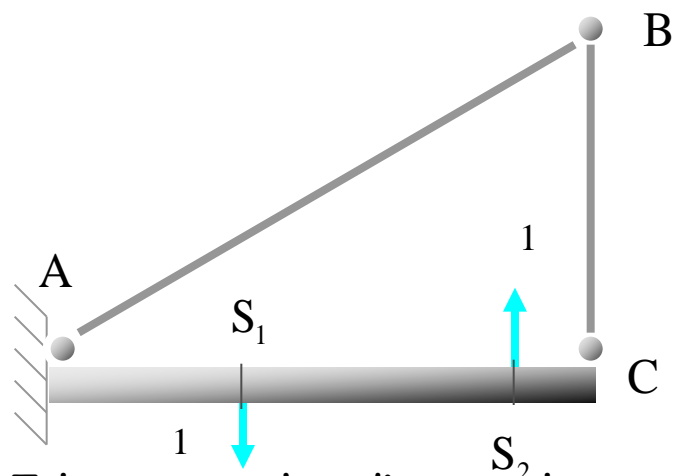
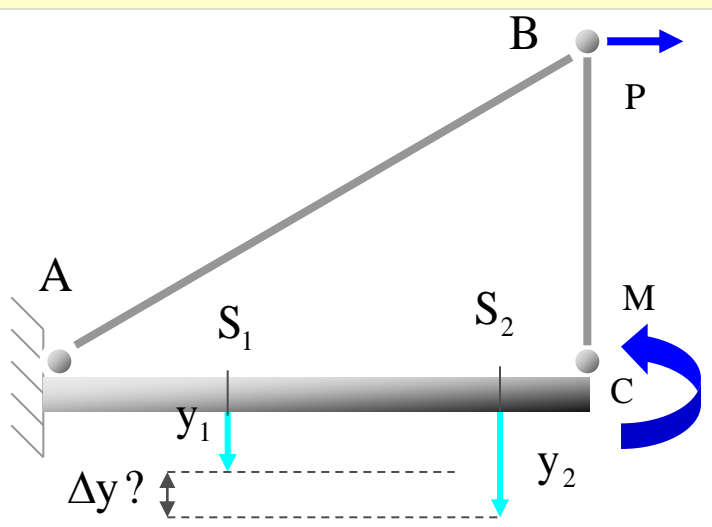


Relativo entre dos secciones





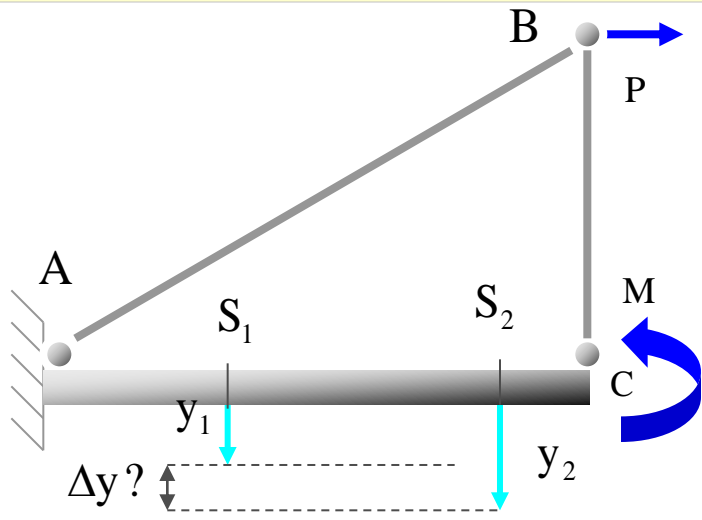
Relativo entre dos secciones



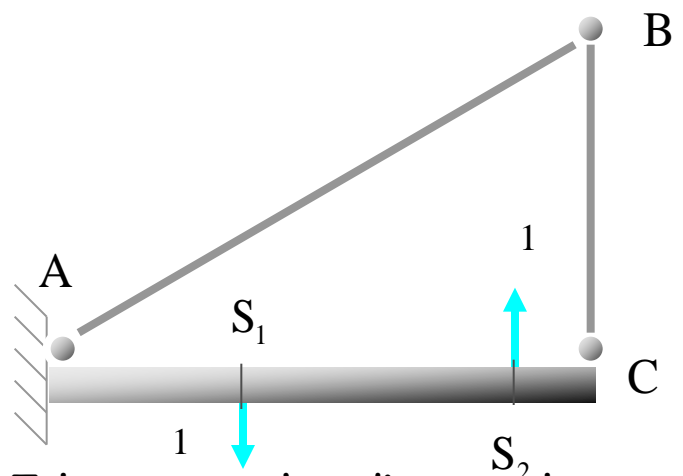
Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones



Relativo entre dos secciones



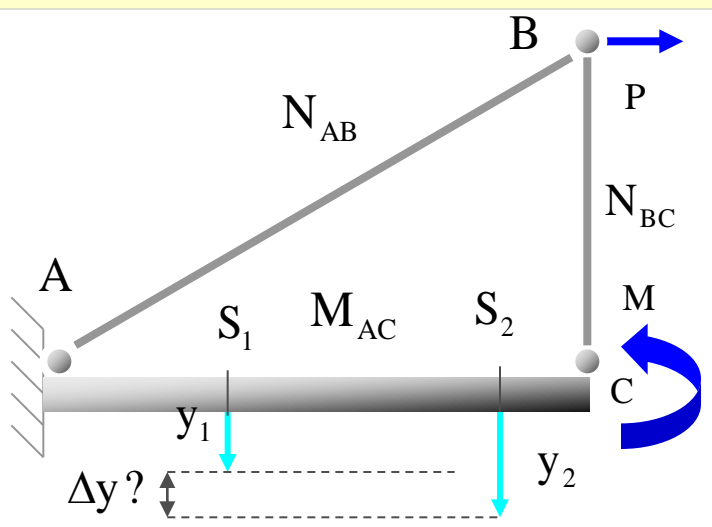
Se calculan los esfuerzos producidos por ambos estados de carga



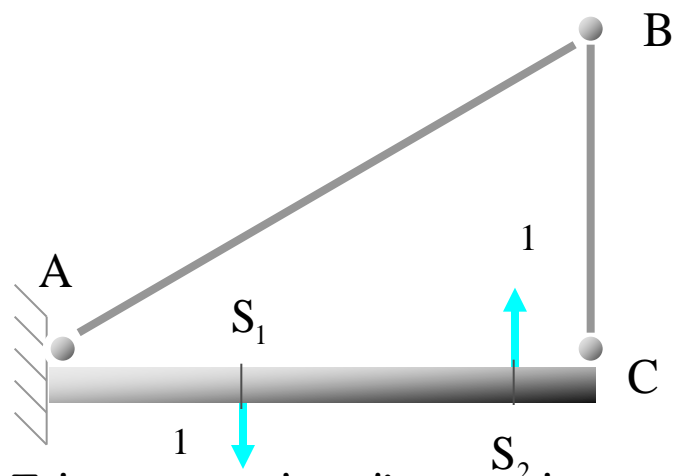
Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones



Relativo entre dos secciones



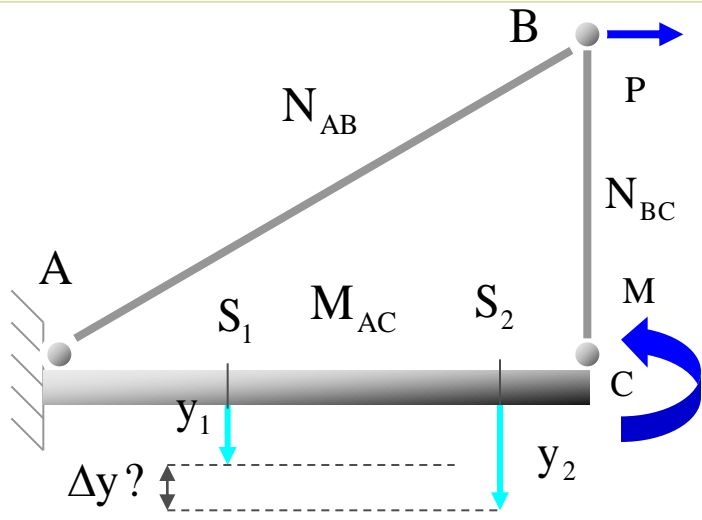
Se calculan los esfuerzos producidos por ambos estados de carga



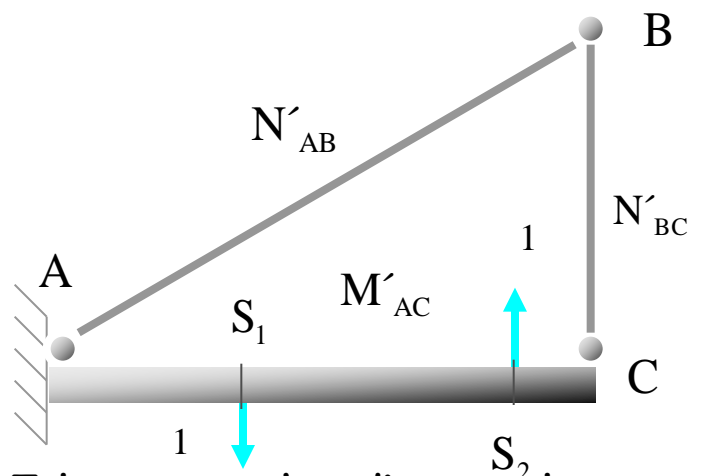
Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones



Relativo entre dos secciones



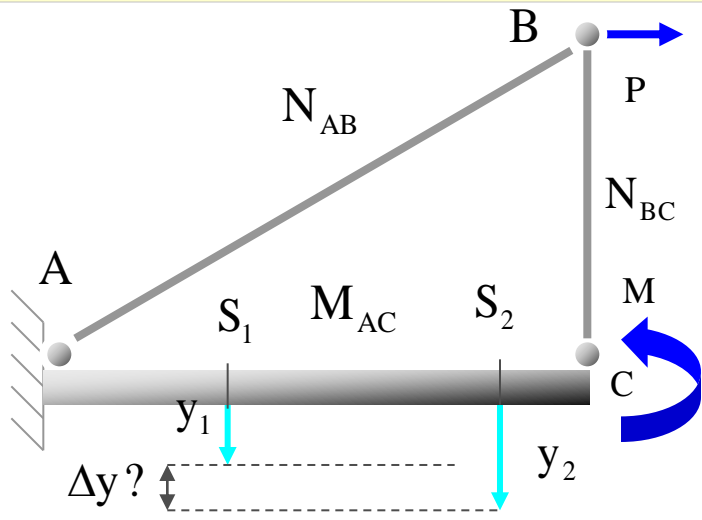
Se calculan los esfuerzos producidos por ambos estados de carga



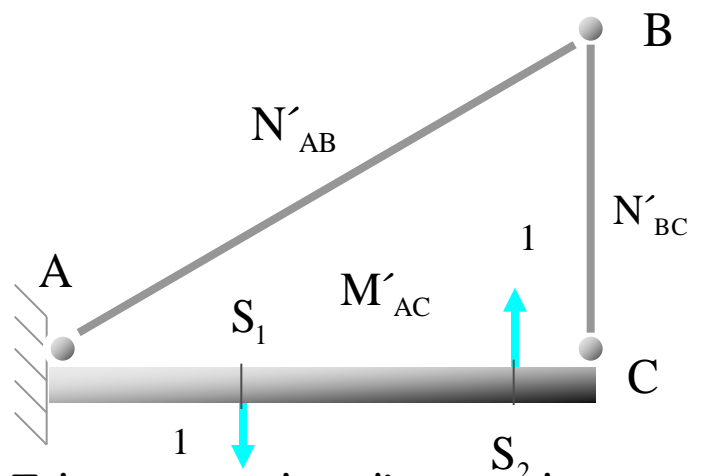
Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones



Relativo entre dos secciones



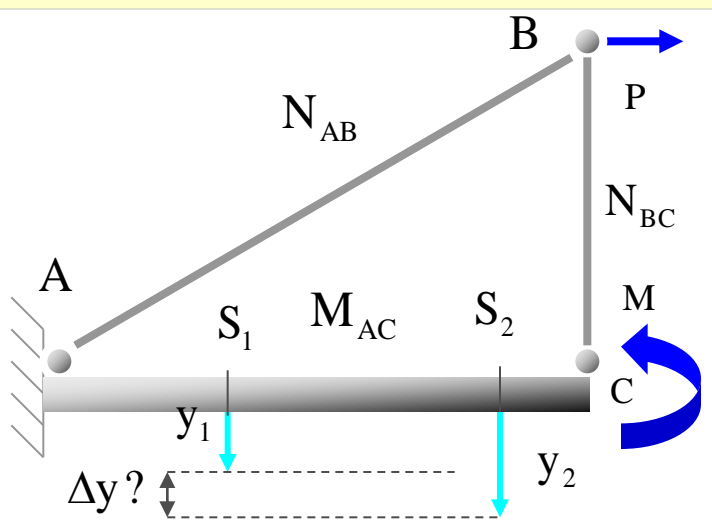
Se aplica el Principio de los Trabajos Virtuales



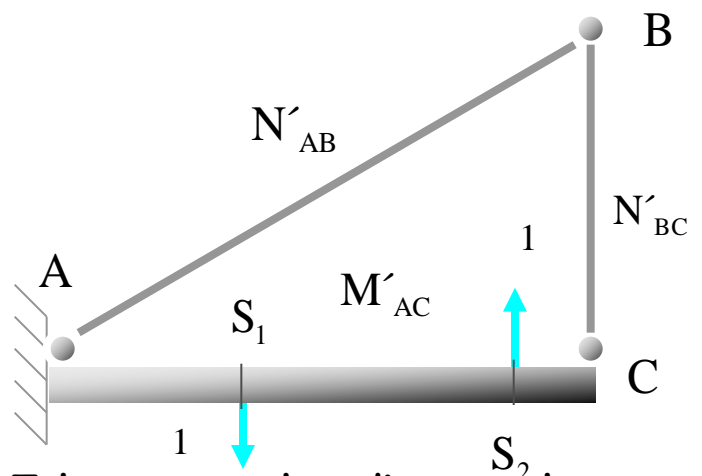
Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones



Relativo entre dos secciones



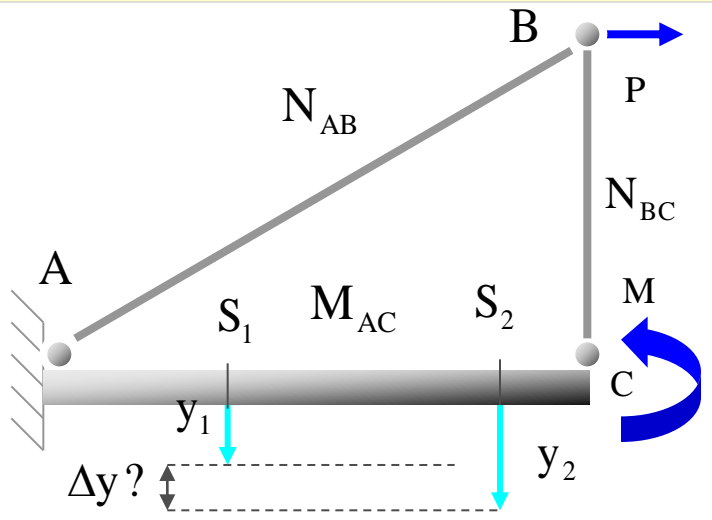
$$\Delta y = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$



Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones

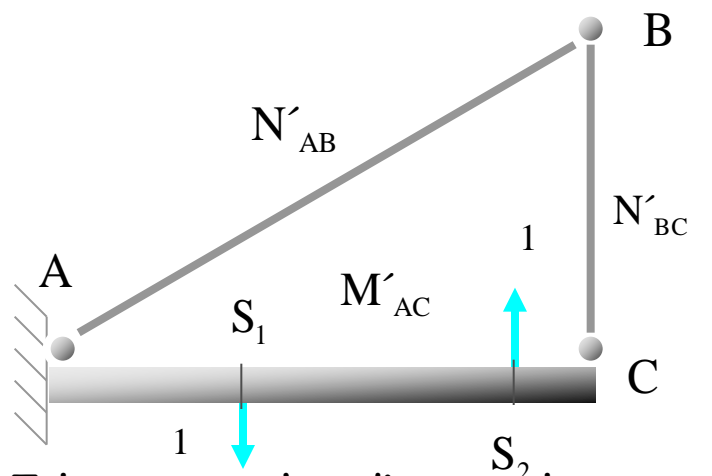


Relativo entre dos secciones



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

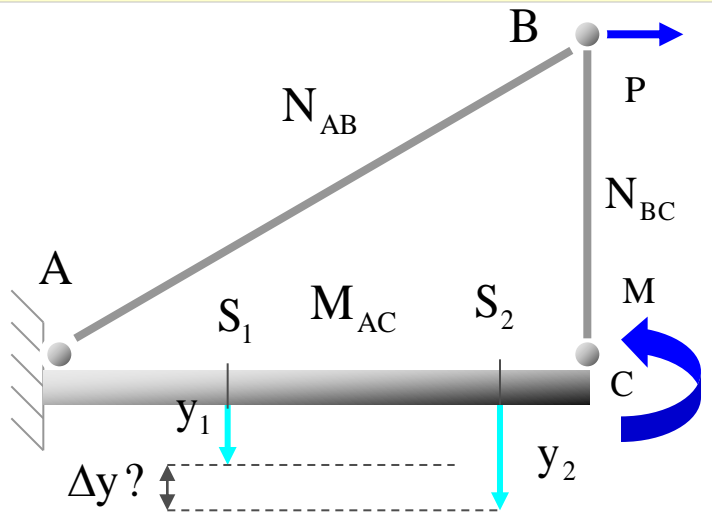
$$\Delta y = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$



Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones



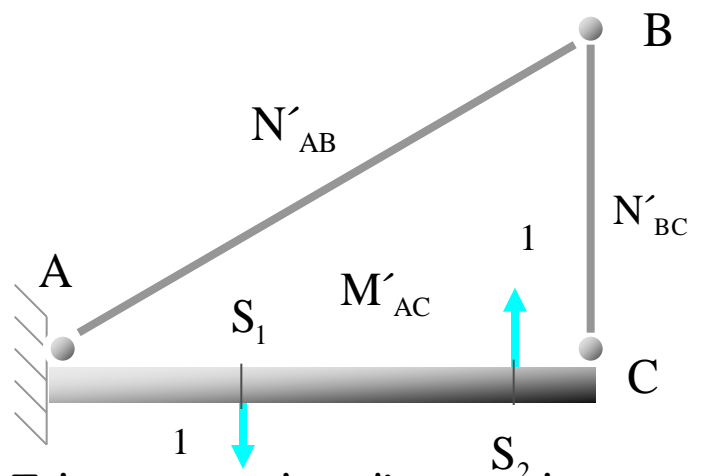
Relativo entre dos secciones



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

$$\Delta y = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

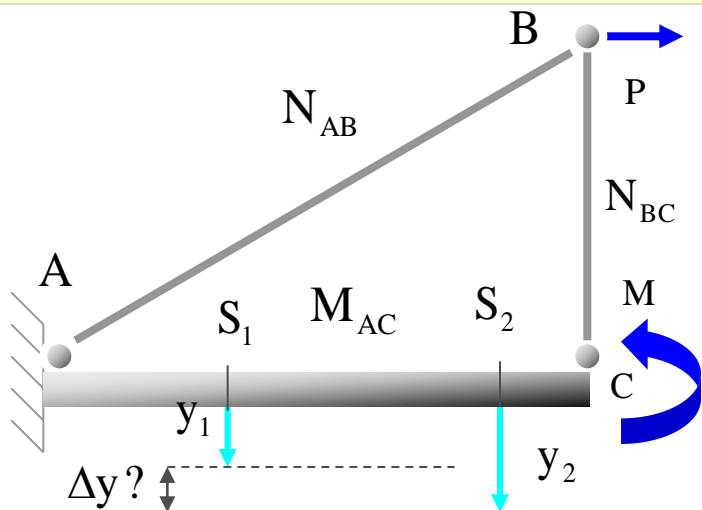
Δy_{AC}



Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones



Relativo entre dos secciones

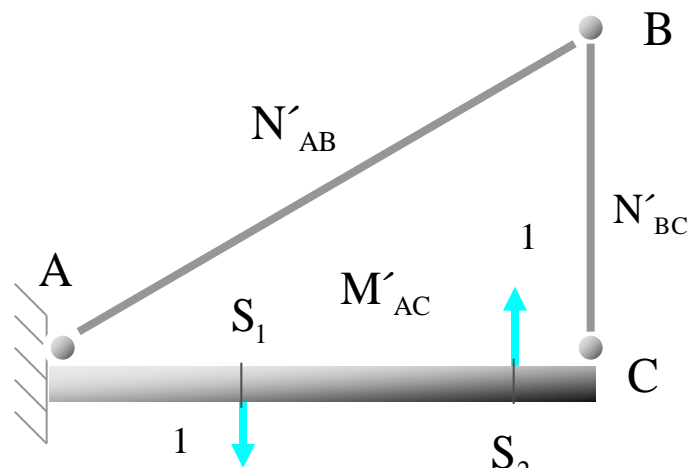


Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

$$\Delta y = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

Δy_{AC}

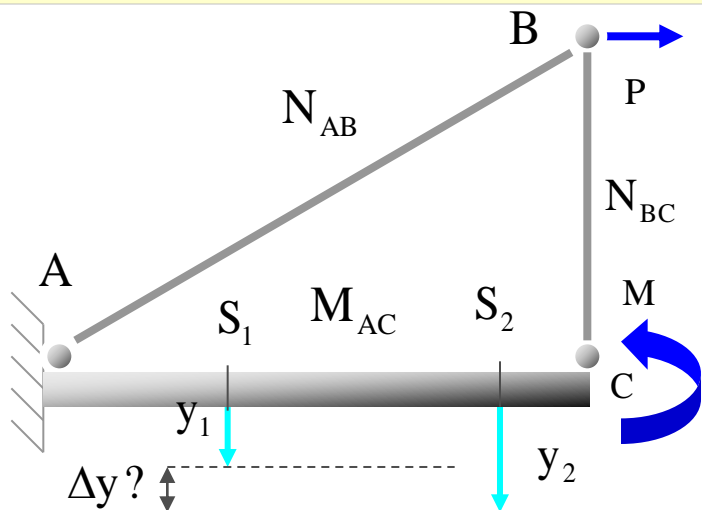
Δy_{AB}



Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones



Relativo entre dos secciones



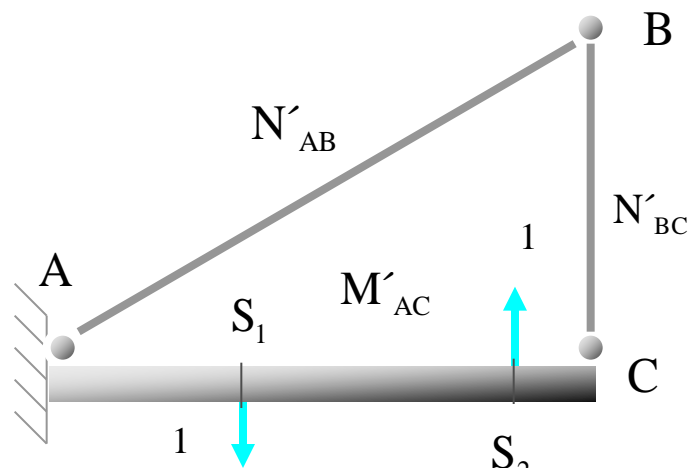
Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

$$\Delta y = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

Δy_{AC}

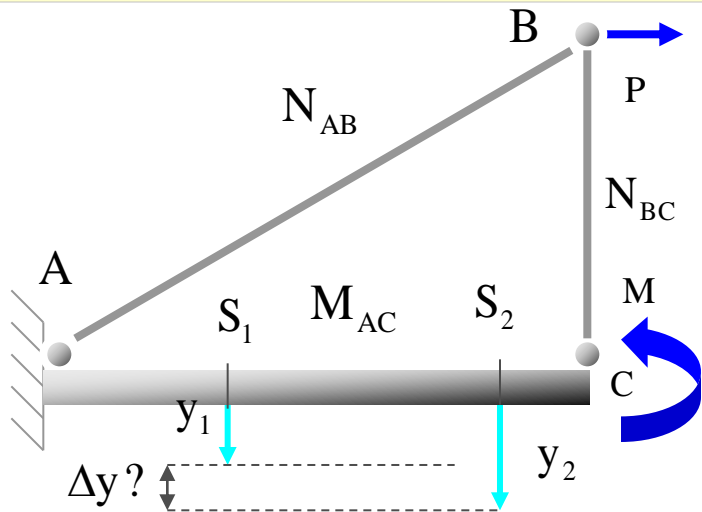
Δy_{AB}

Δy_{BC}



Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones

Relativo entre dos secciones



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

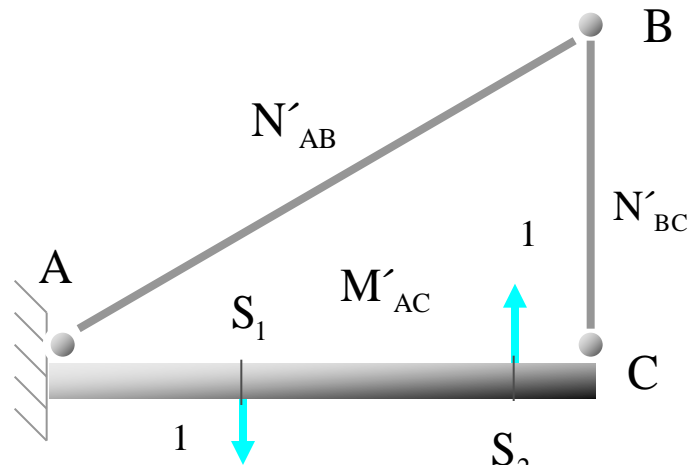
$$\Delta y = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\Delta y_{AC}$$

$$\Delta y_{AB}$$

$$\Delta y_{BC}$$

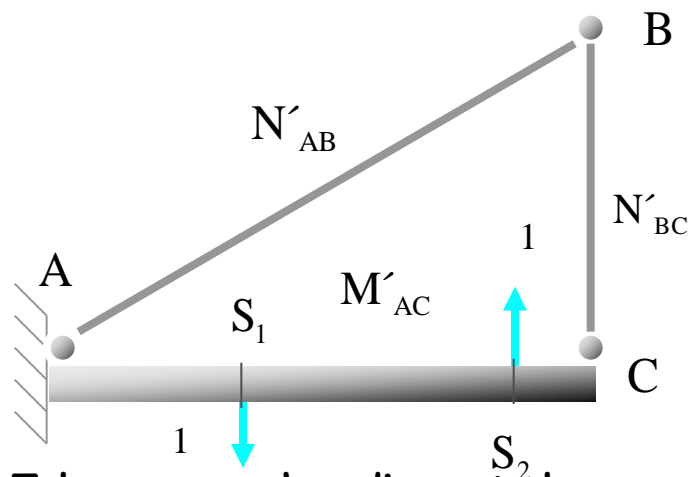
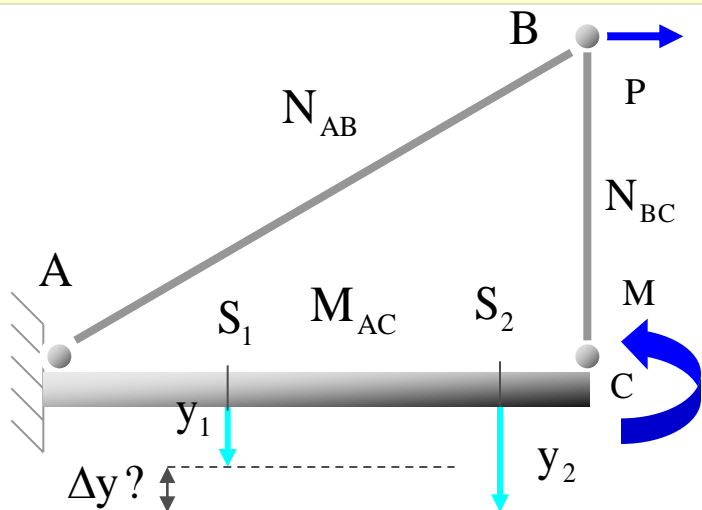
Los desplazamientos relativos entre las secciones 1 y 2 producidos por las deformaciones de los tramos



Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones



Relativo entre dos secciones



Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones

Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los desplazamientos relativos producidos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

$$\Delta y = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

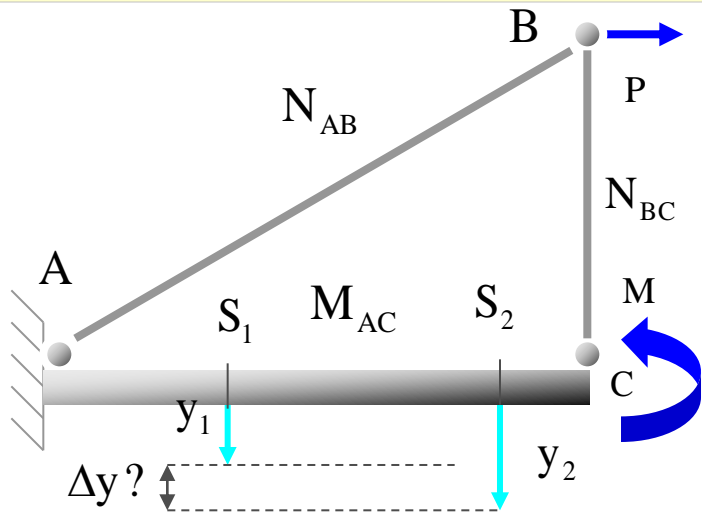
$$\Delta y_{AC}$$

$$\Delta y_{AB}$$

$$\Delta y_{BC}$$

Los desplazamientos relativos entre las secciones 1 y 2 producidos por las deformaciones de los tramos

Relativo entre dos secciones



Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los desplazamientos relativos producidos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

$$\Delta y = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

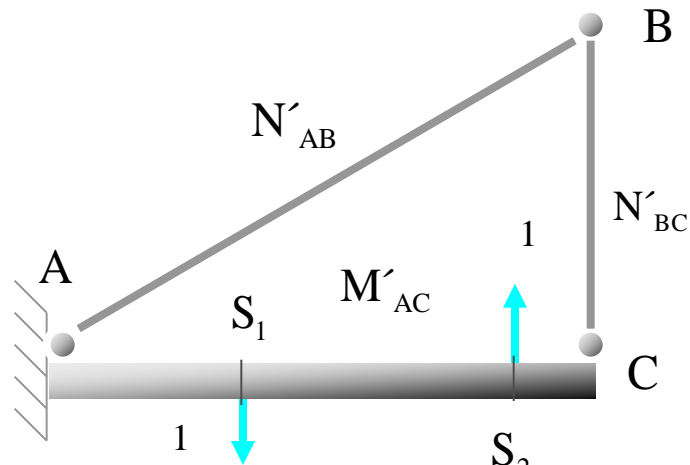
$$\Delta y_{AC}$$

$$\Delta y_{AB}$$

$$\Delta y_{BC}$$

Los desplazamientos relativos entre las secciones 1 y 2 producidos por las deformaciones de los tramos

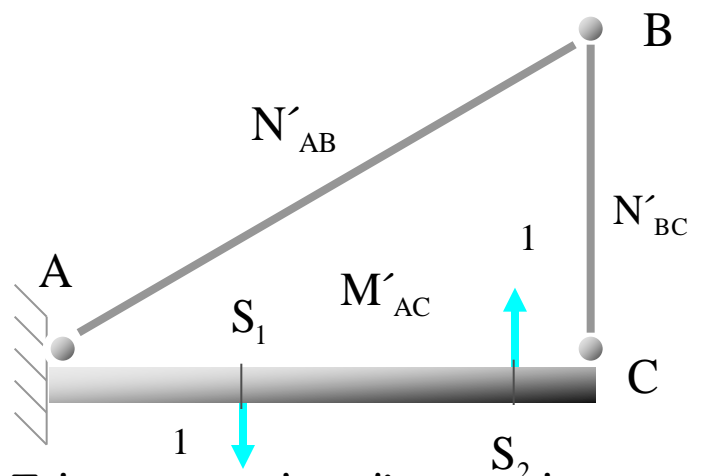
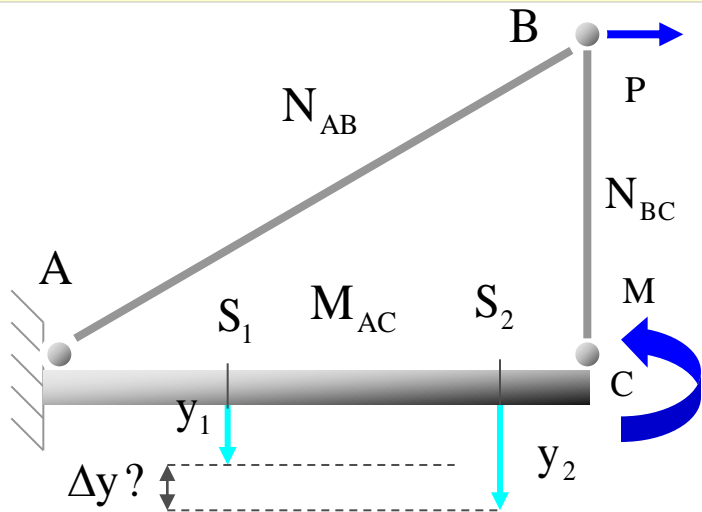
$$\Delta y$$



Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones



Relativo entre dos secciones



Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones

Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los desplazamientos relativos producidos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

$$\Delta y = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\Delta y_{AC}$$

$$\Delta y_{AB}$$

$$\Delta y_{BC}$$

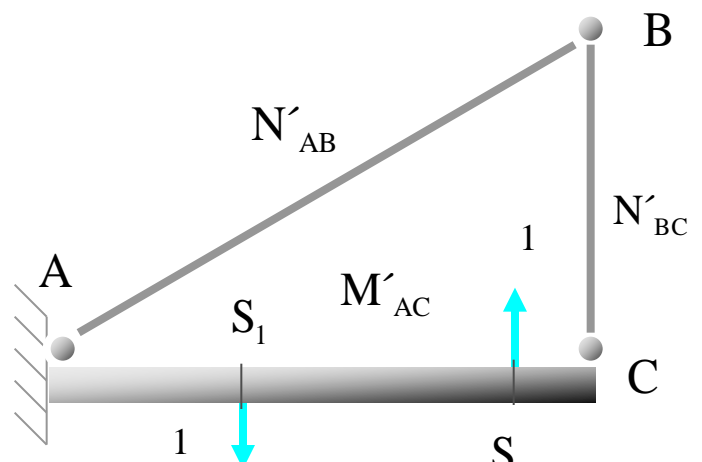
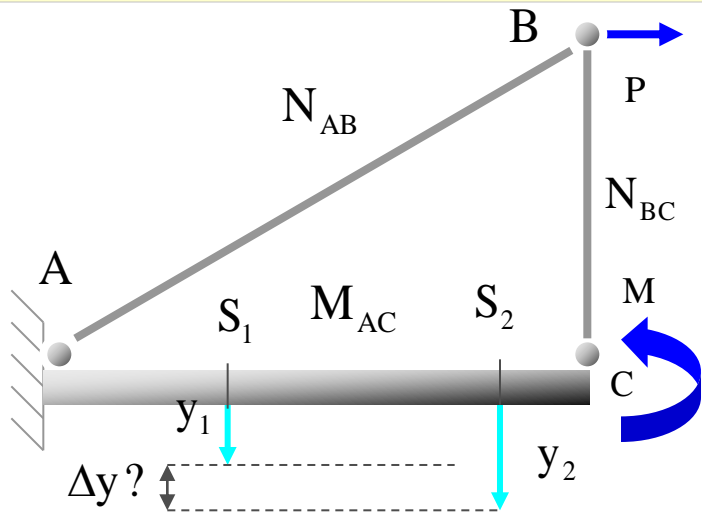
Los desplazamientos relativos entre las secciones 1 y 2 producidos por las deformaciones de los tramos

Si $\Delta y > 0$ Las secciones se alejan entre sí

$$\Delta y$$



Relativo entre dos secciones



Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones

Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los desplazamientos relativos producidos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

$$\Delta y = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC}}{EI_{AC}} dx + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\Delta y_{AC}$$

$$\Delta y_{AB}$$

$$\Delta y_{BC}$$

Los desplazamientos relativos entre las secciones 1 y 2 producidos por las deformaciones de los tramos

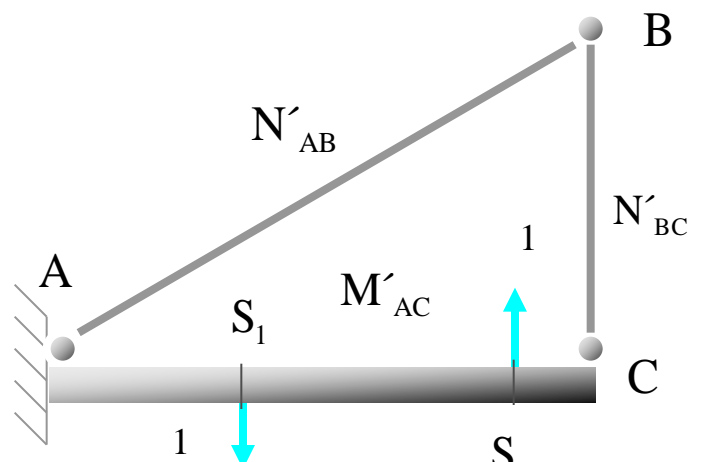
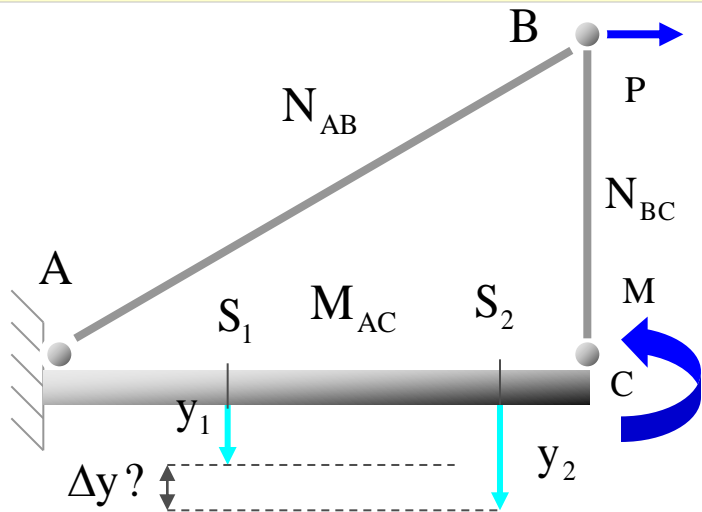
$$\Delta y$$

Si $\Delta y > 0$ Las secciones se alejan entre sí

Si $\Delta y = 0$ No existe desplazamiento relativo



Relativo entre dos secciones



Tal y como se han dispuesto las cargas, el método calcula el alejamiento relativo entre ambas secciones

Puede calcularse utilizando las tablas de integrales de Mohr

Los desplazamientos relativos producidos por los tramos indeformables se eliminan del sumatorio

$$\Delta y = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$

$$\Delta y_{AC}$$

$$\Delta y_{AB}$$

$$\Delta y_{BC}$$

Los desplazamientos relativos entre las secciones 1 y 2 producidos por las deformaciones de los tramos

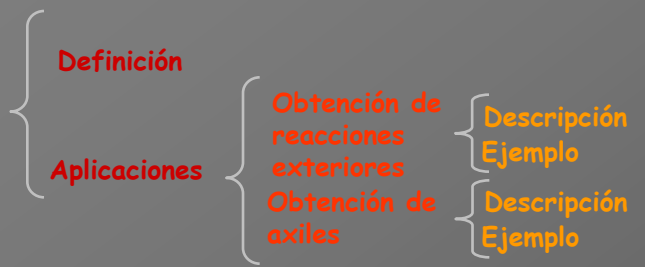
- | | | | |
|---|----|----------------|-----------------------------------|
| } | Si | $\Delta y > 0$ | Las secciones se alejan entre sí |
| | Si | $\Delta y = 0$ | No existe desplazamiento relativo |
| | Si | $\Delta y < 0$ | Las secciones se acercan entre sí |



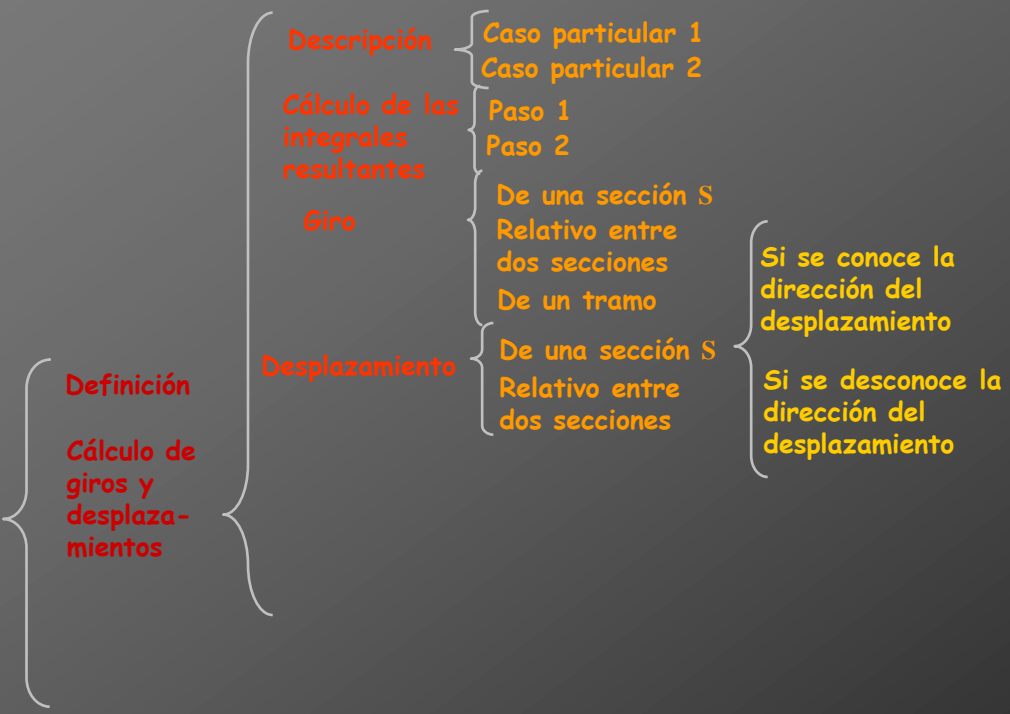
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

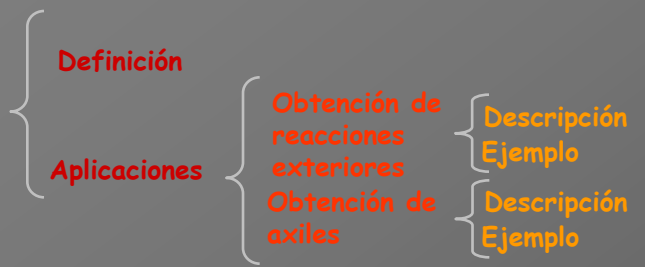




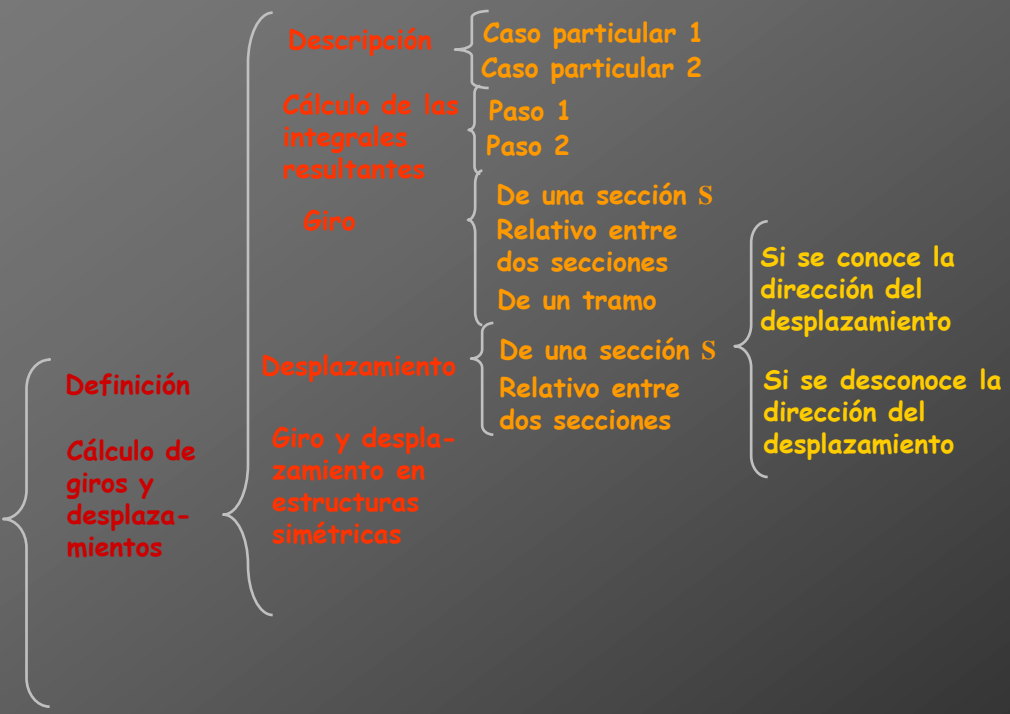
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

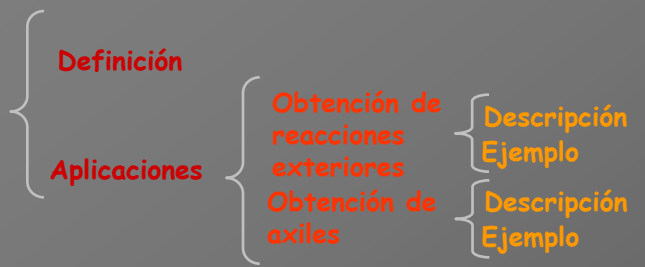




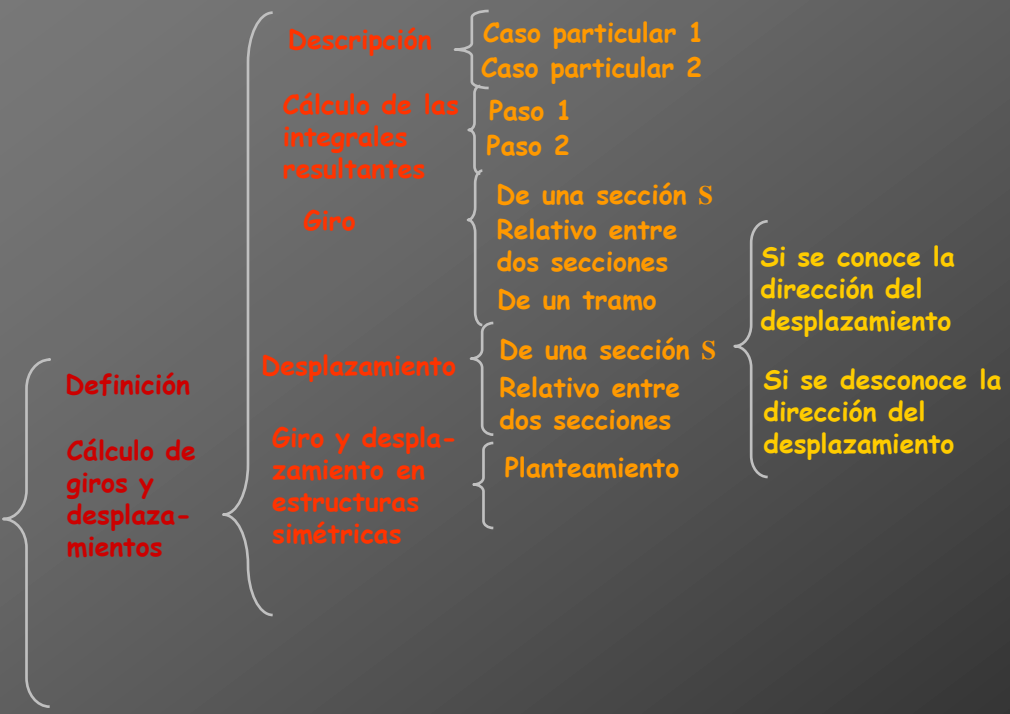
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





Planteamiento



Planteamiento

Se define una estructura simétrica cuando sus diagramas y su deformada son simétricos respecto de algún eje de simetría. En estos casos, para calcular el movimiento de una sección puede resultar conveniente considerar la simetría a la hora de disponer las acciones unitarias en la estructura



Planteamiento

Se define una estructura simétrica cuando sus diagramas y su deformada son simétricos respecto de algún eje de simetría. En estos casos, para calcular el movimiento de una sección puede resultar conveniente considerar la simetría a la hora de disponer las acciones unitarias en la estructura

Ejemplo: estructura simétrica



Planteamiento

Se define una estructura simétrica cuando sus diagramas y su deformada son simétricos respecto de algún eje de simetría. En estos casos, para calcular el movimiento de una sección puede resultar conveniente considerar la simetría a la hora de disponer las acciones unitarias en la estructura

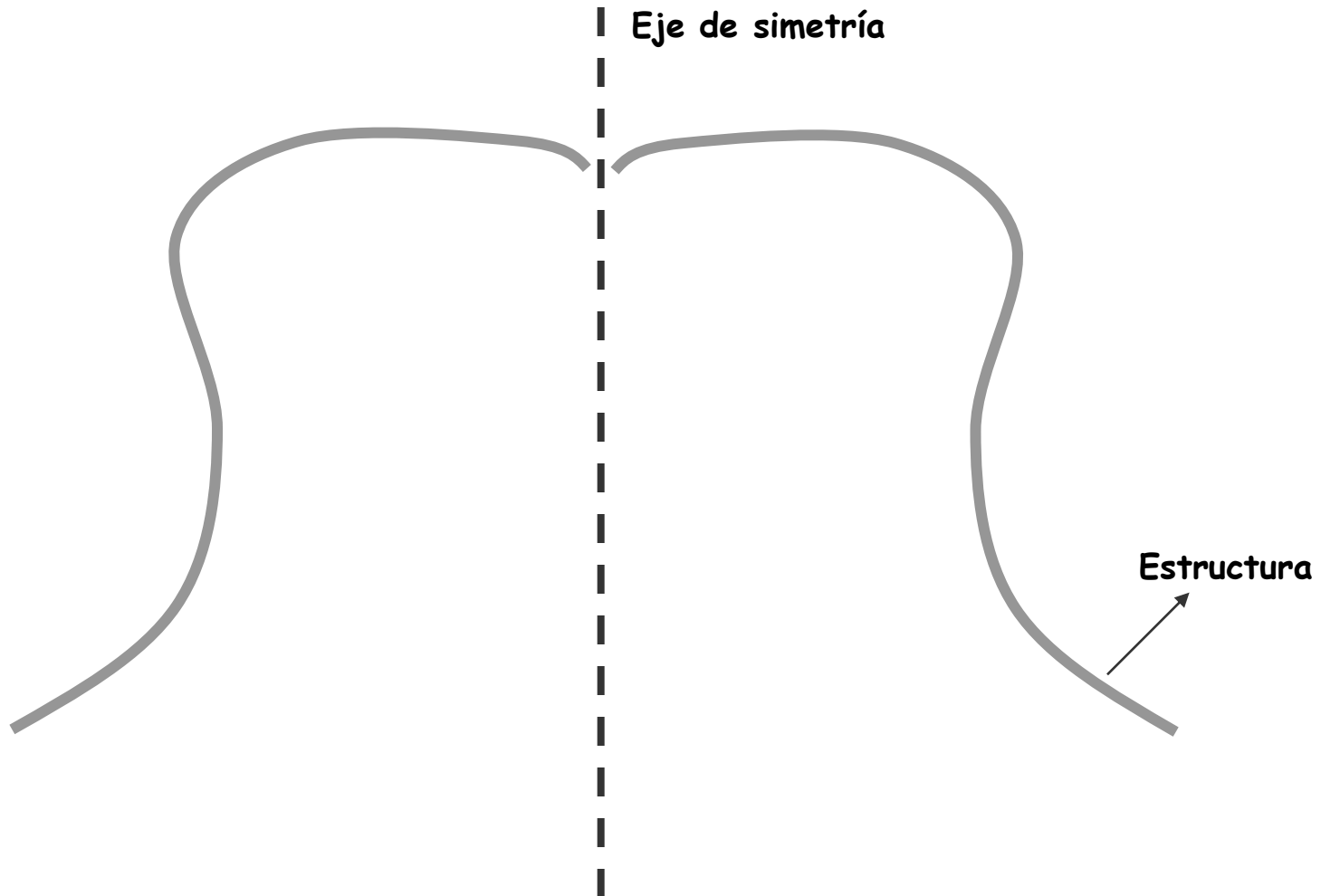
Ejemplo: estructura simétrica



Planteamiento

Se define una estructura simétrica cuando sus diagramas y su deformada son simétricos respecto de algún eje de simetría. En estos casos, para calcular el movimiento de una sección puede resultar conveniente considerar la simetría a la hora de disponer las acciones unitarias en la estructura

Ejemplo: estructura simétrica

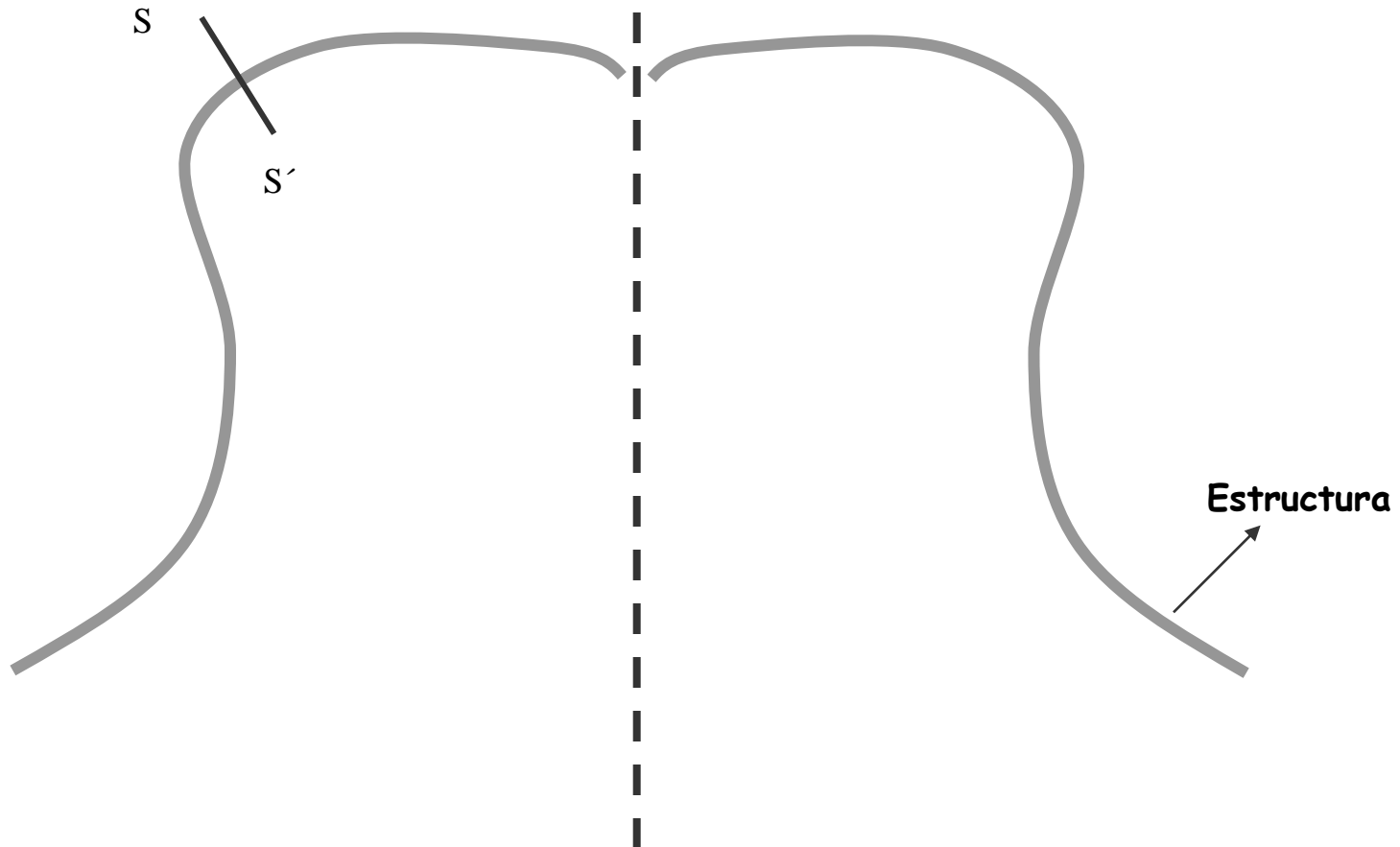


Planteamiento

Se define una estructura simétrica cuando sus diagramas y su deformada son simétricos respecto de algún eje de simetría. En estos casos, para calcular el movimiento de una sección puede resultar conveniente considerar la simetría a la hora de disponer las acciones unitarias en la estructura

Ejemplo: estructura simétrica

Objetivo: conocer el movimiento de S

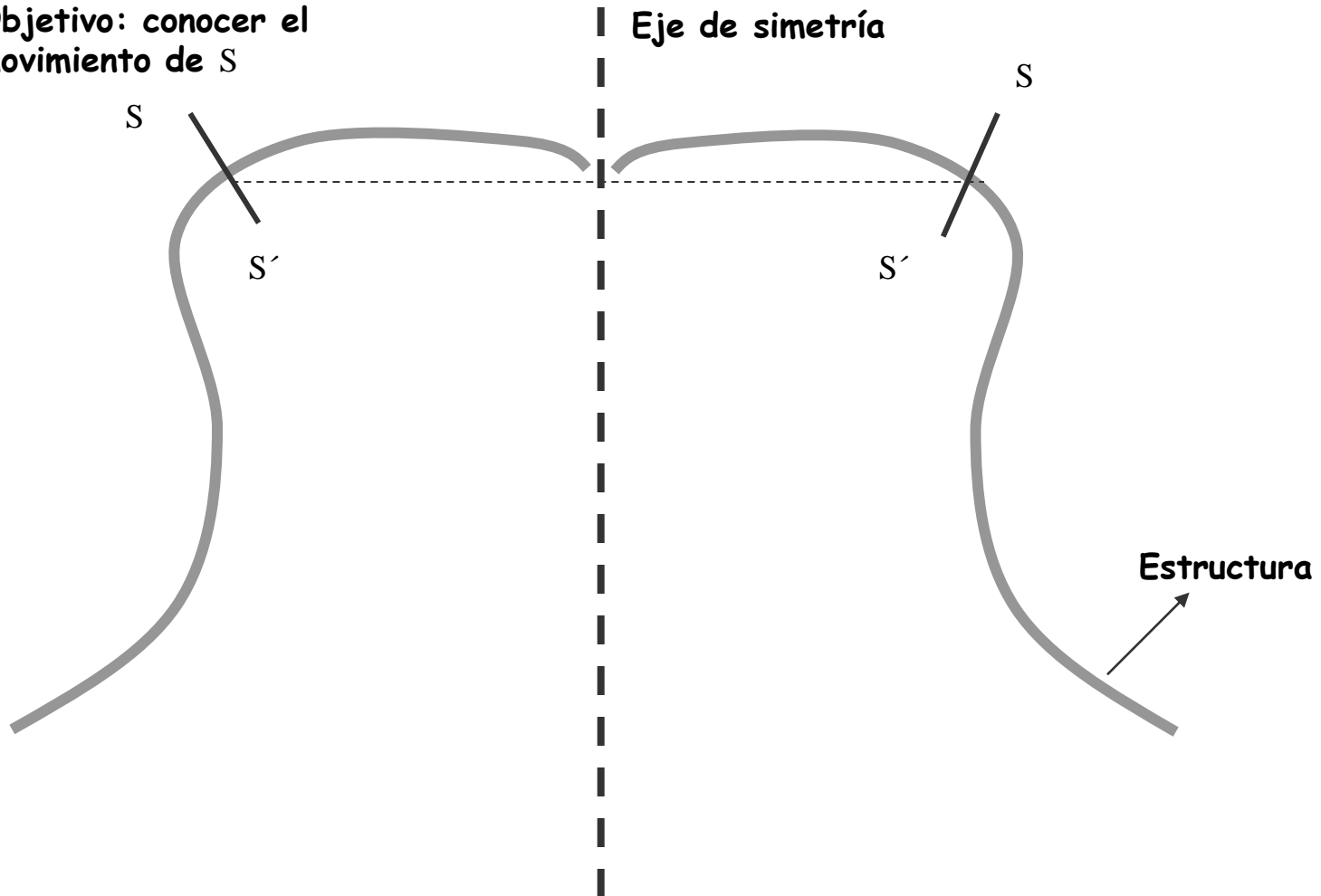


Planteamiento

Se define una estructura simétrica cuando sus diagramas y su deformada son simétricos respecto de algún eje de simetría. En estos casos, para calcular el movimiento de una sección puede resultar conveniente considerar la simetría a la hora de disponer las acciones unitarias en la estructura

Ejemplo: estructura simétrica

Objetivo: conocer el movimiento de S

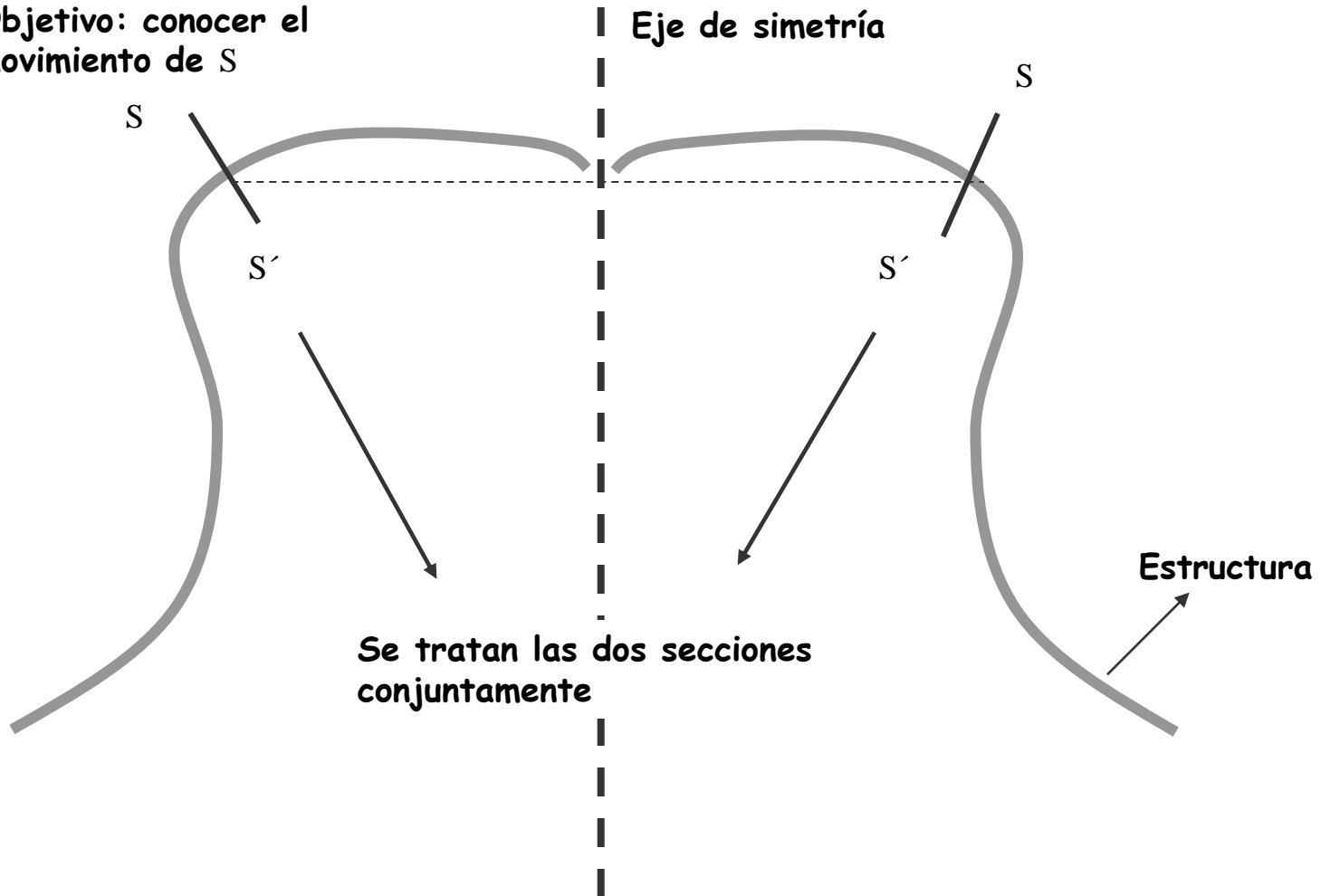


Planteamiento

Se define una estructura simétrica cuando sus diagramas y su deformada son simétricos respecto de algún eje de simetría. En estos casos, para calcular el movimiento de una sección puede resultar conveniente considerar la simetría a la hora de disponer las acciones unitarias en la estructura

Ejemplo: estructura simétrica

Objetivo: conocer el movimiento de S

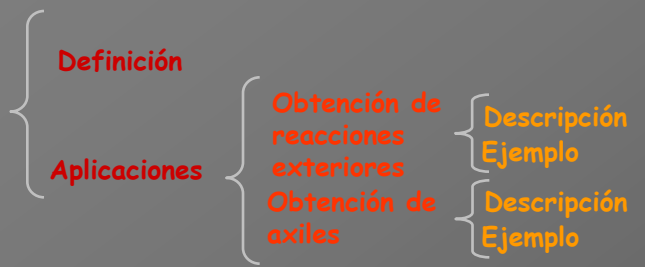




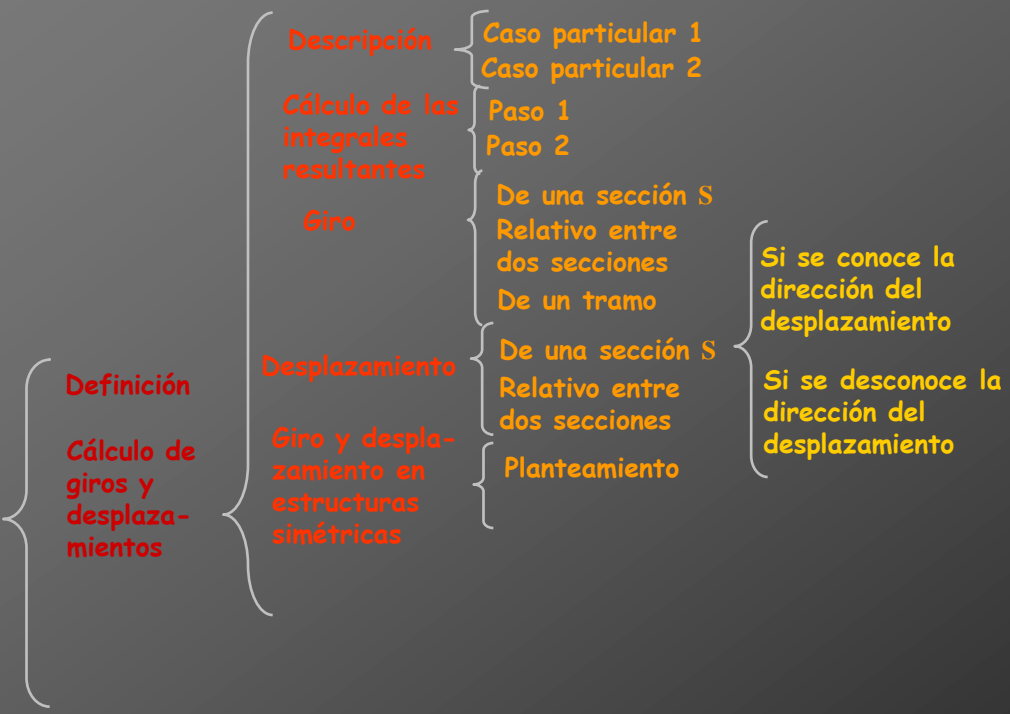
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

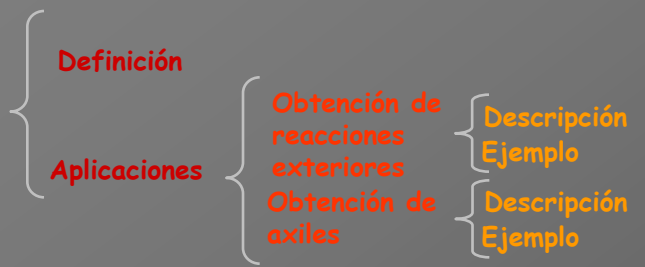




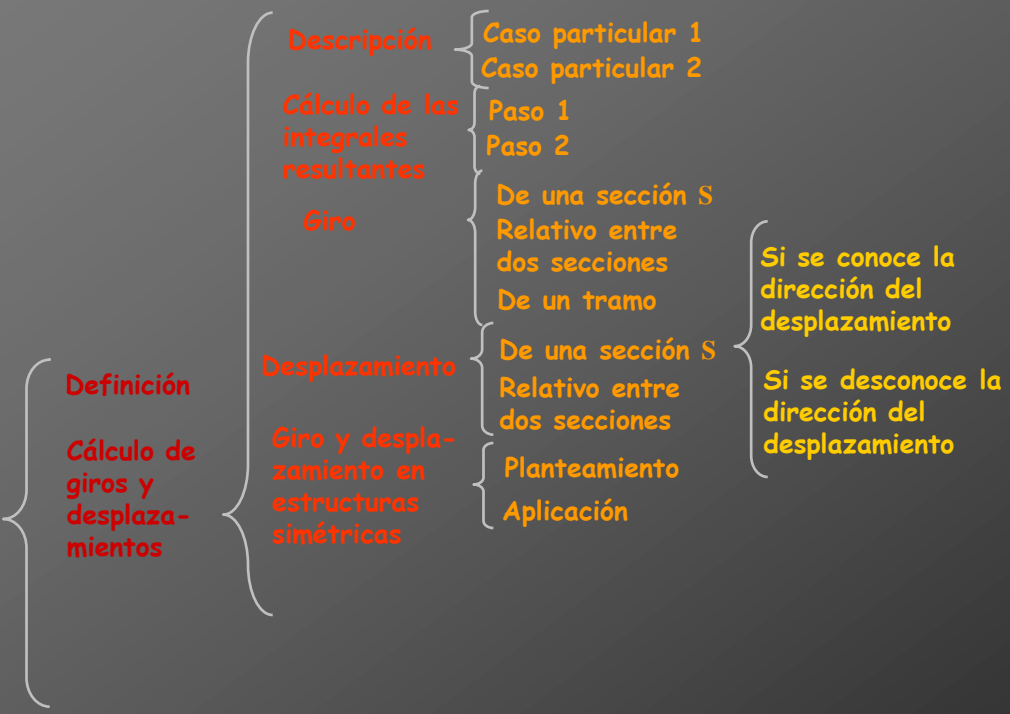
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





Aplicación

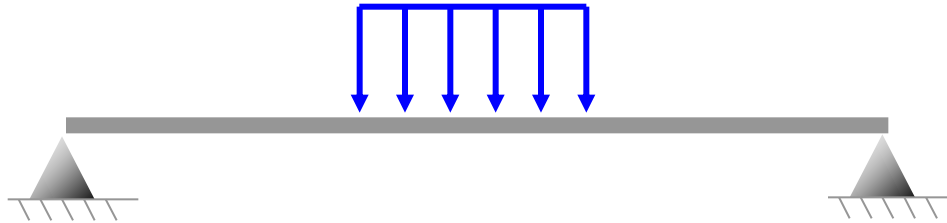


Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'

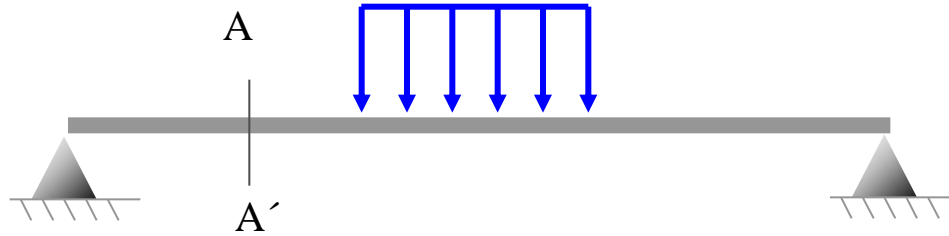
Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'



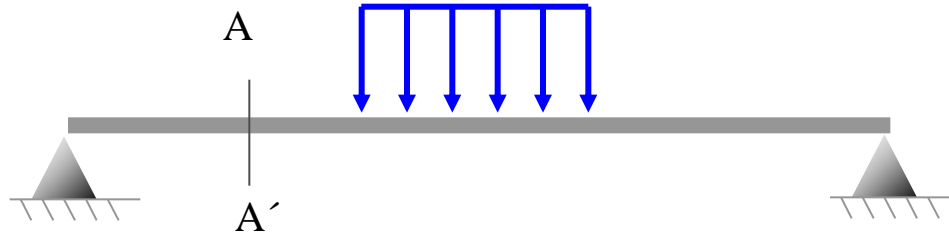
Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'
 q



Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'
 q

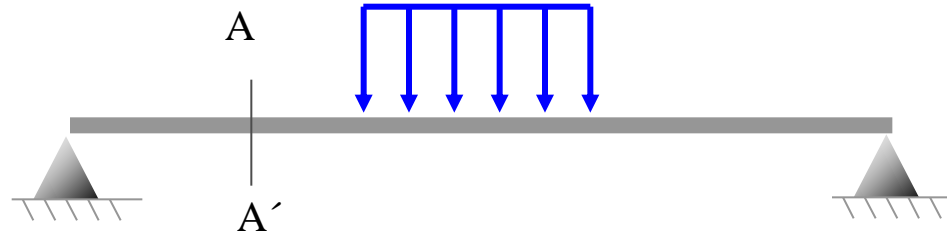


Cálculo de la flecha en A

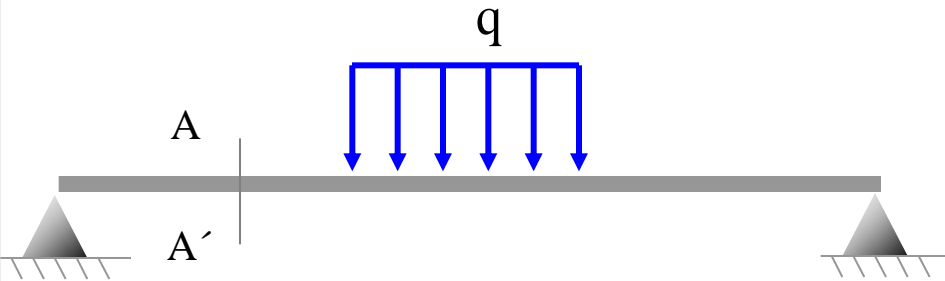


Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'



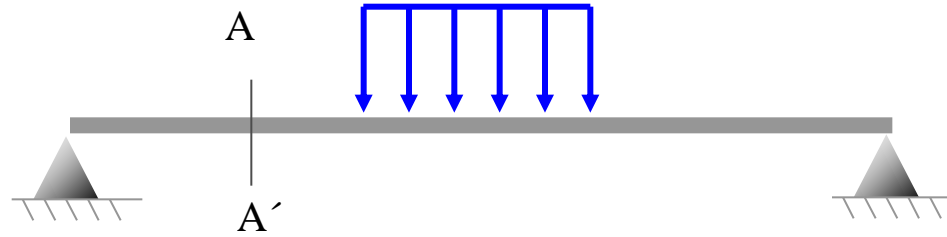
Cálculo de la flecha en A



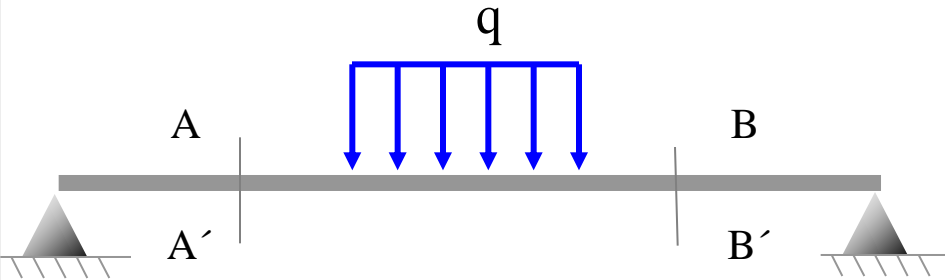


Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'



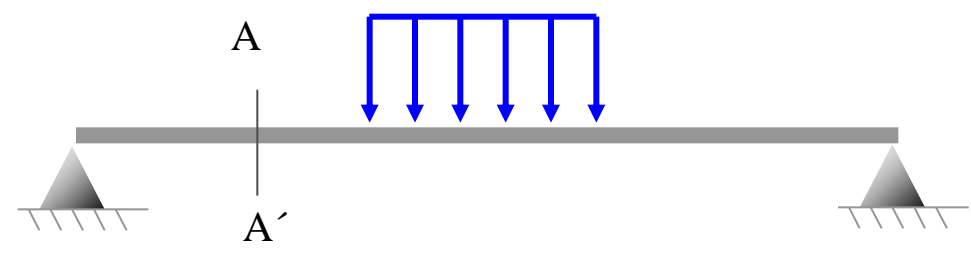
Cálculo de la flecha en A



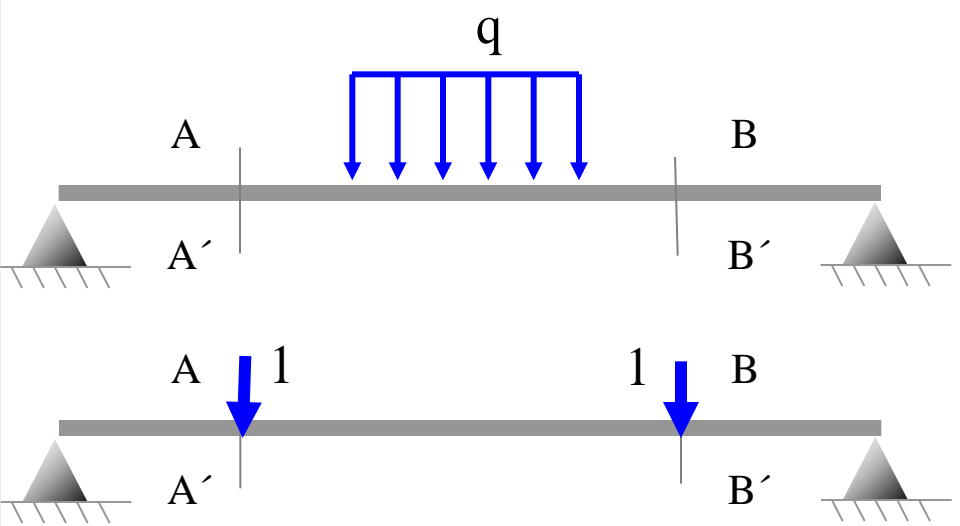


Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'



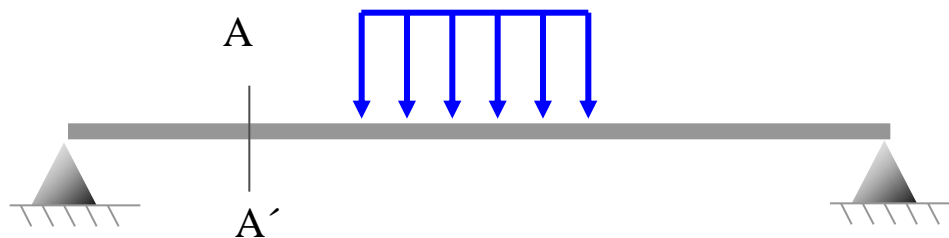
Cálculo de la flecha en A



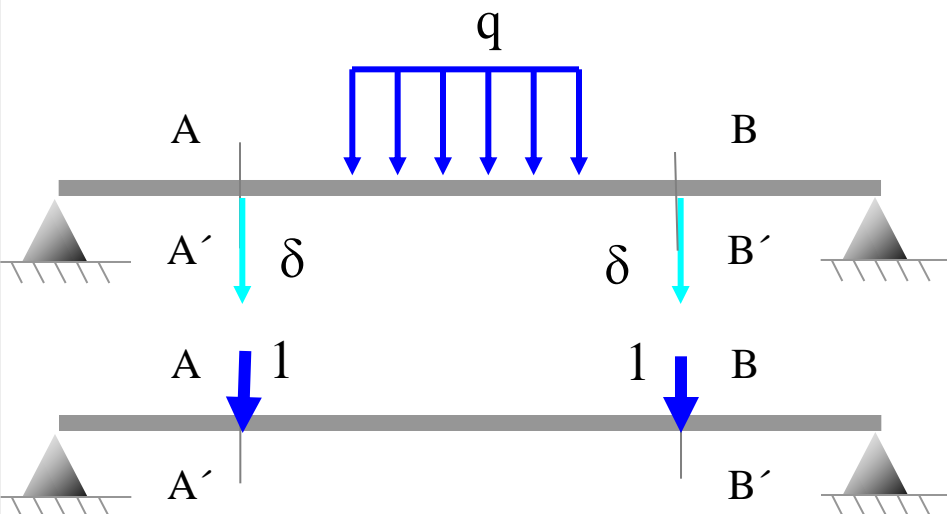


Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'

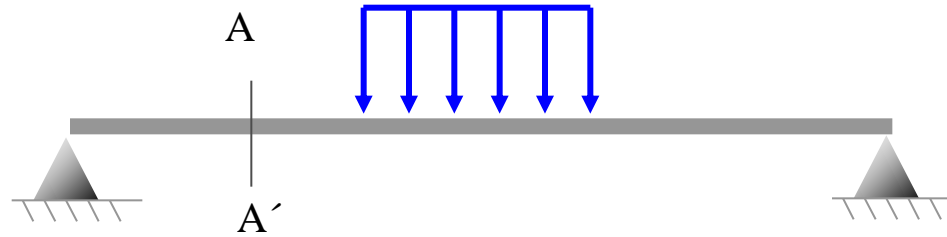


Cálculo de la flecha en A

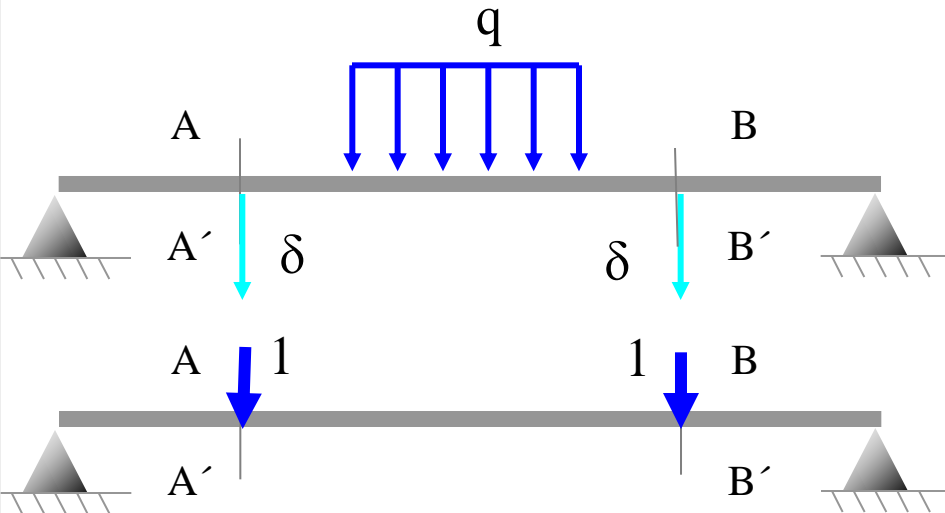


Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'



Cálculo de la flecha en A

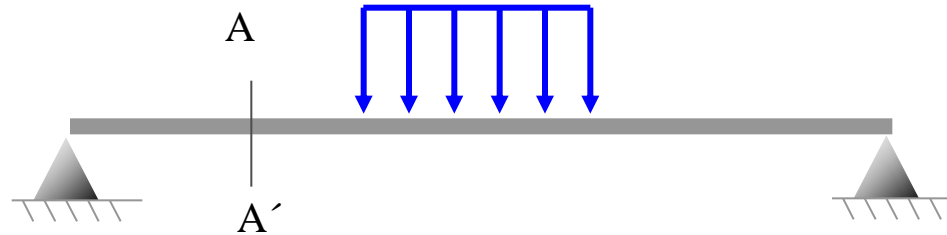


$$2\delta = \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$

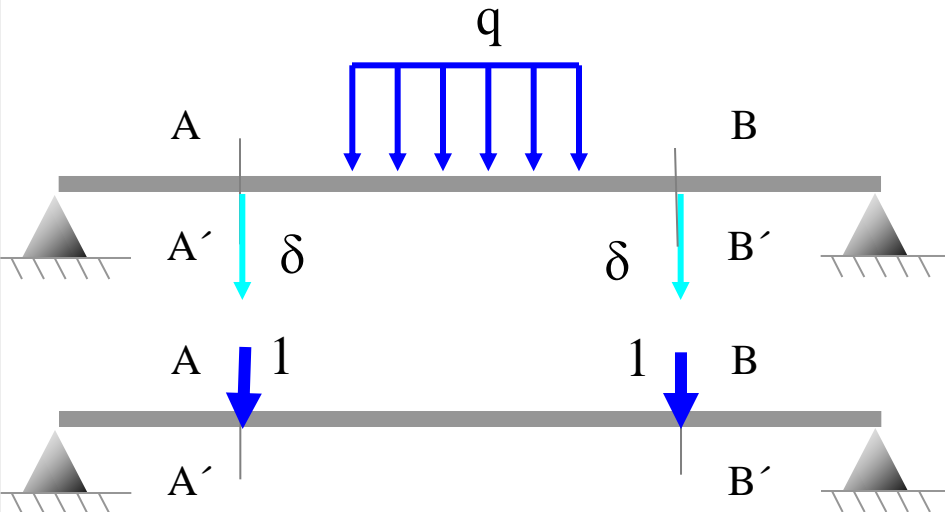


Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'



Cálculo de la flecha en A



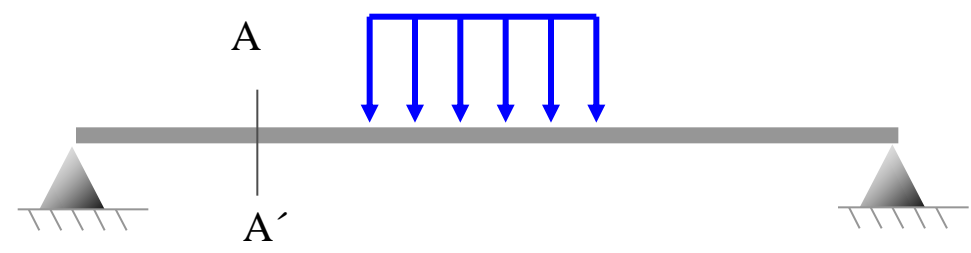
$$2\delta = \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$

$$\delta = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$



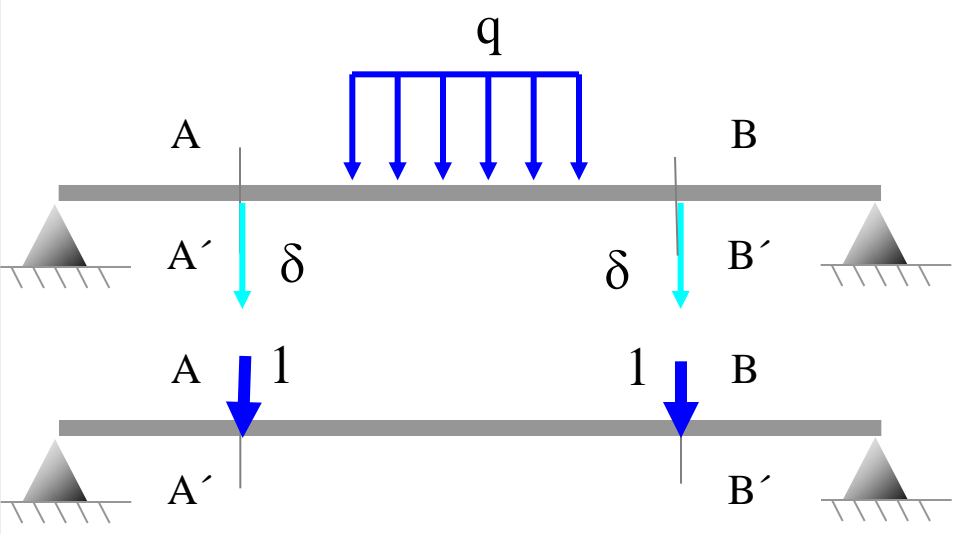
Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'



Cálculo de la flecha en A

Cálculo del giro en A



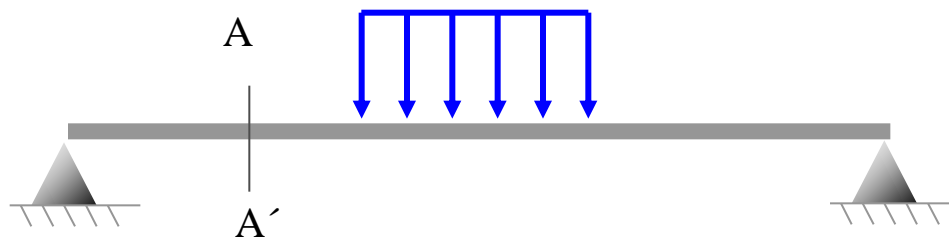
$$2\delta = \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$

$$\delta = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$



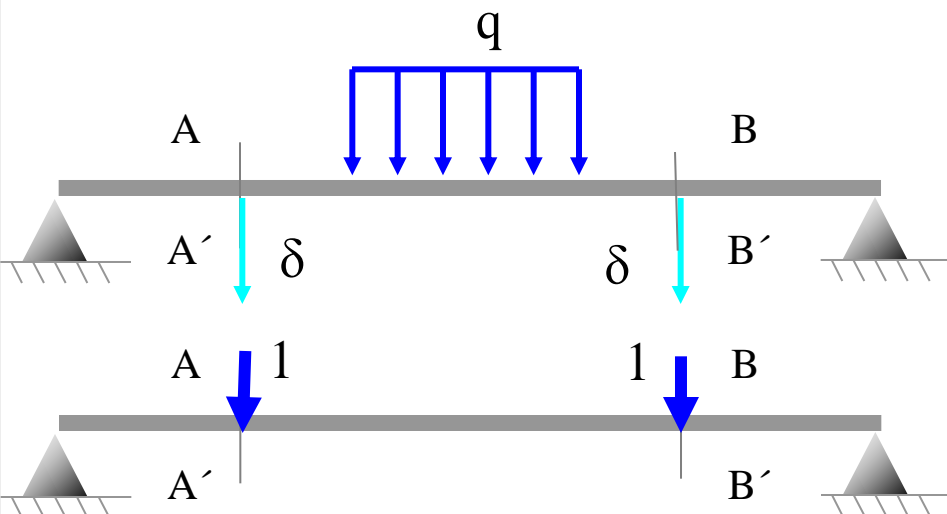
Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'



Cálculo de la flecha en A

Cálculo del giro en A



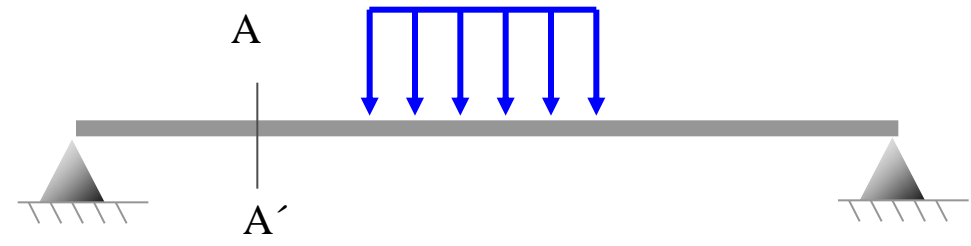
$$2\delta = \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$

$$\delta = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$



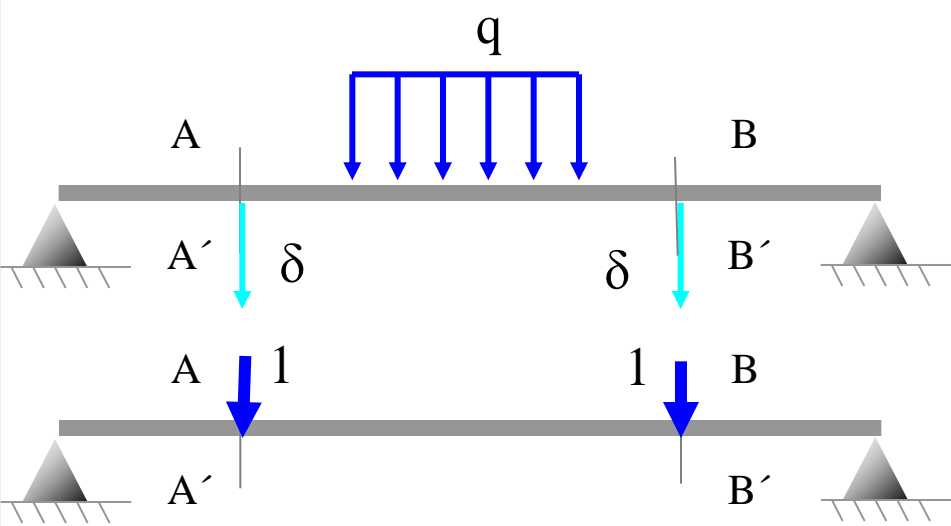
Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'



Cálculo de la flecha en A

Cálculo del giro en A



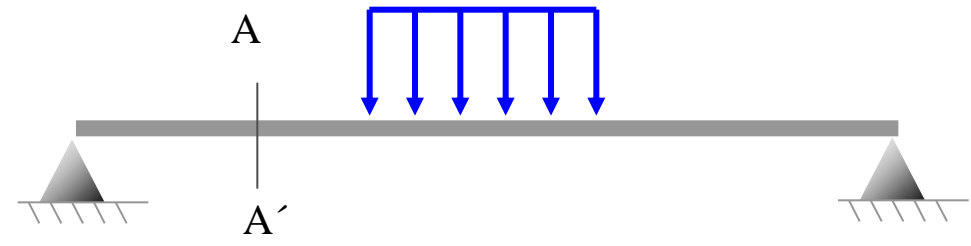
$$2\delta = \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$

$$\delta = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$



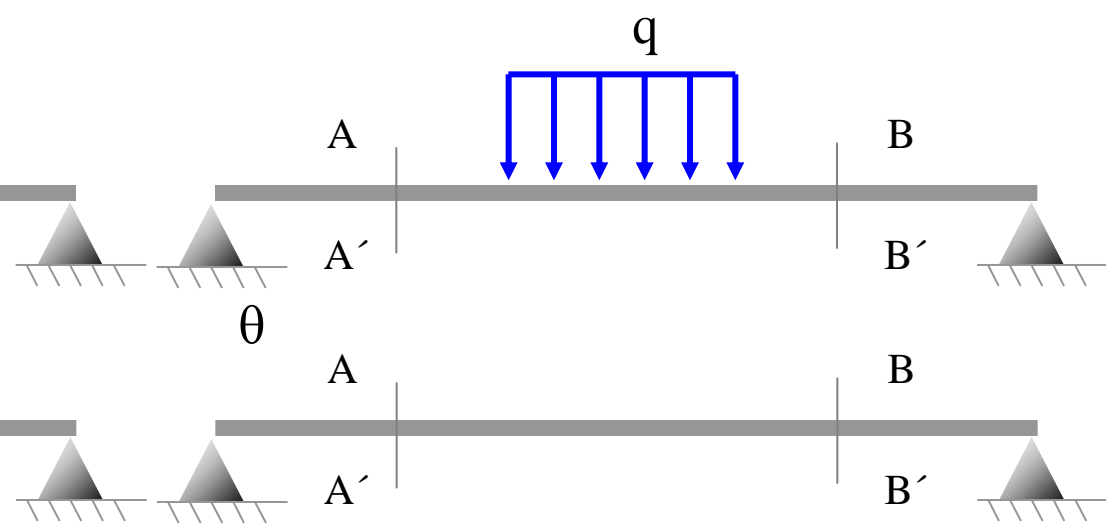
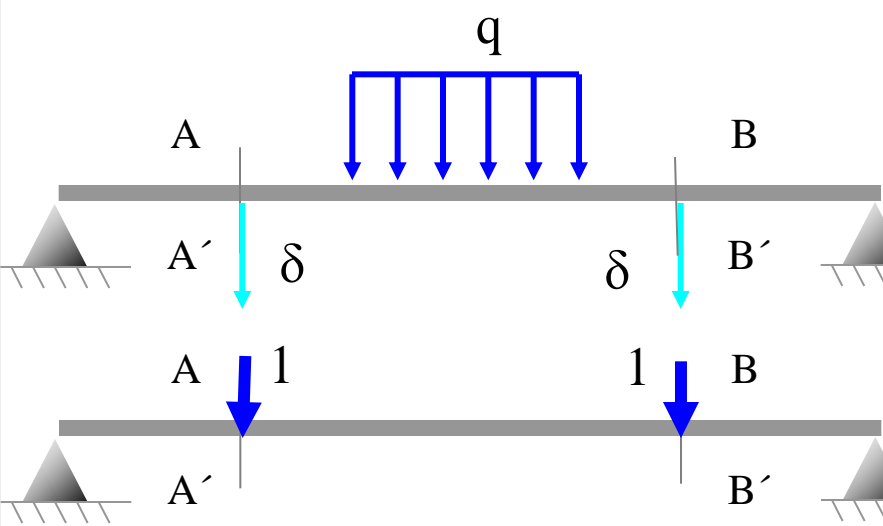
Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'



Cálculo de la flecha en A

Cálculo del giro en A



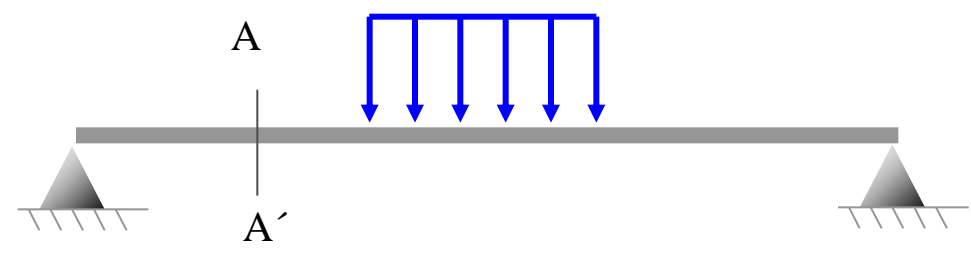
$$2\delta = \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$

$$\delta = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$



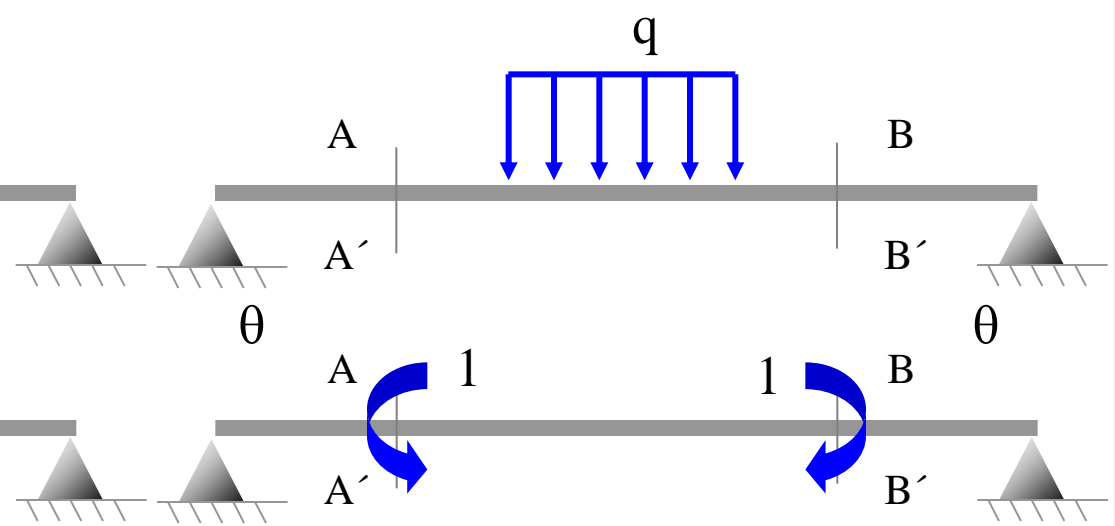
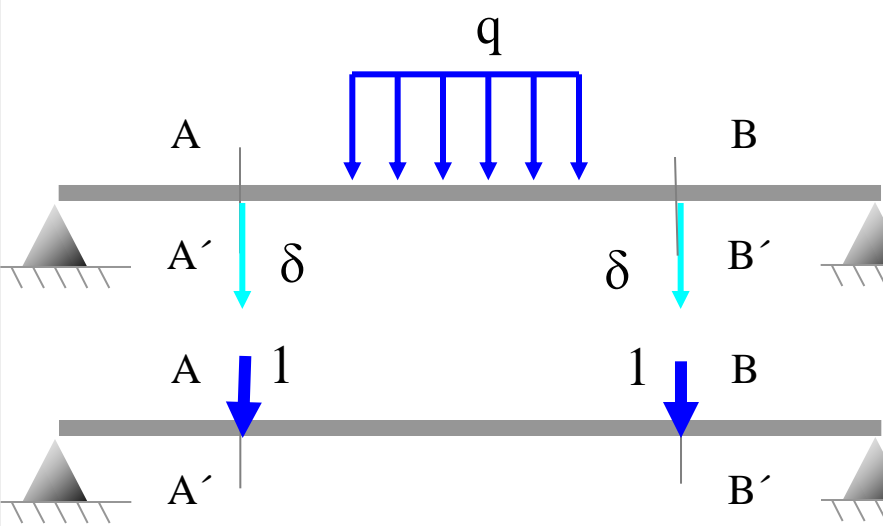
Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'



Cálculo de la flecha en A

Cálculo del giro en A



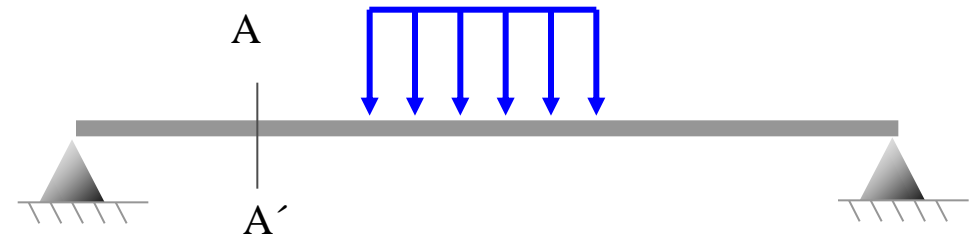
$$2\delta = \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$

$$\delta = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$



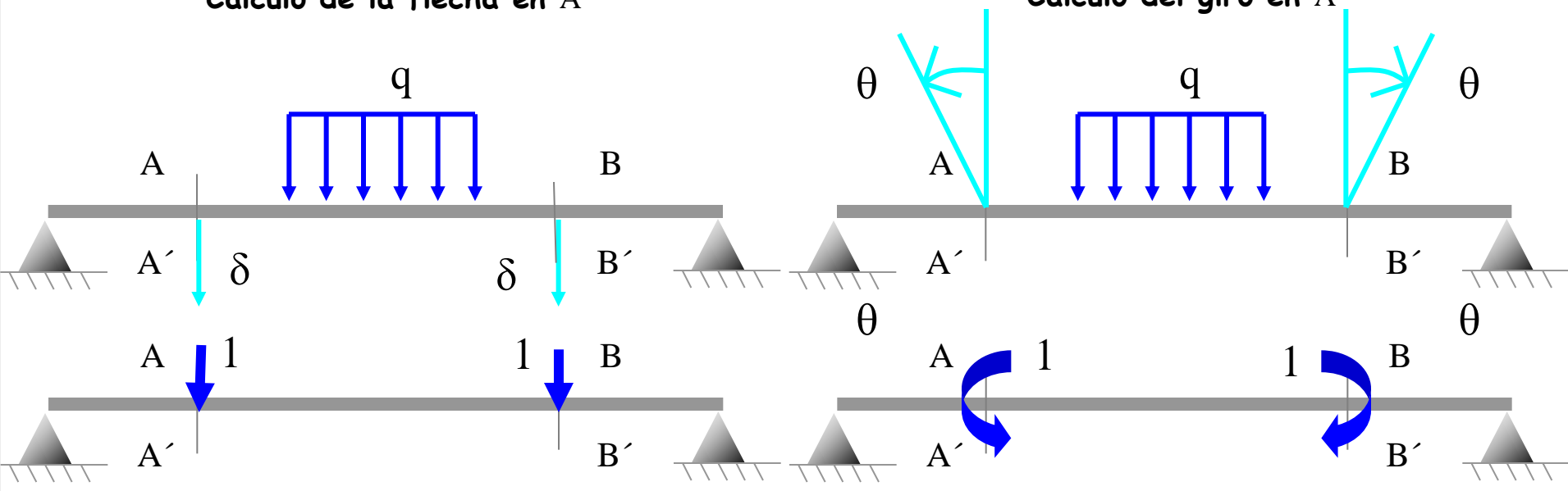
Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'



Cálculo de la flecha en A

Cálculo del giro en A



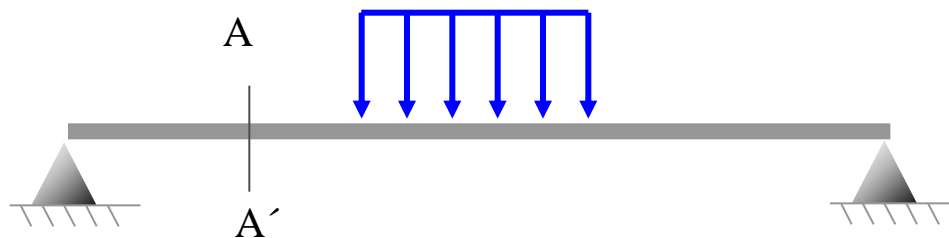
$$2\delta = \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$

$$\delta = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$

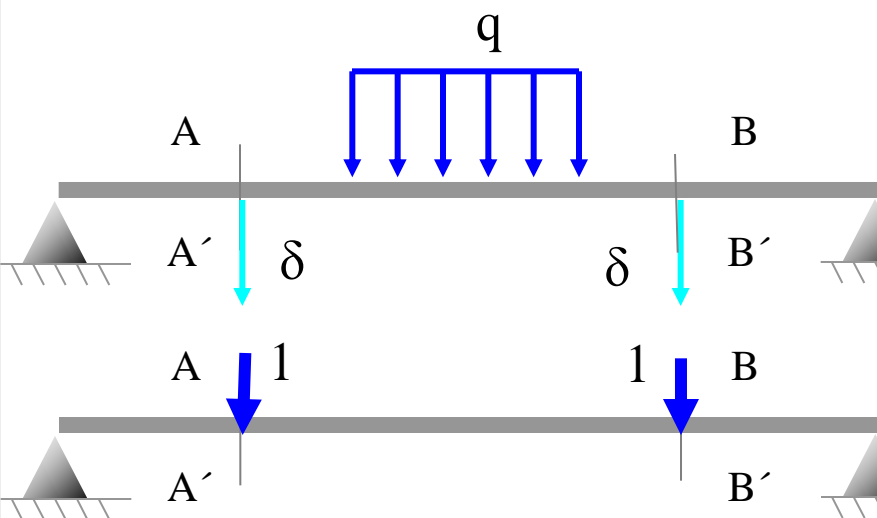


Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'



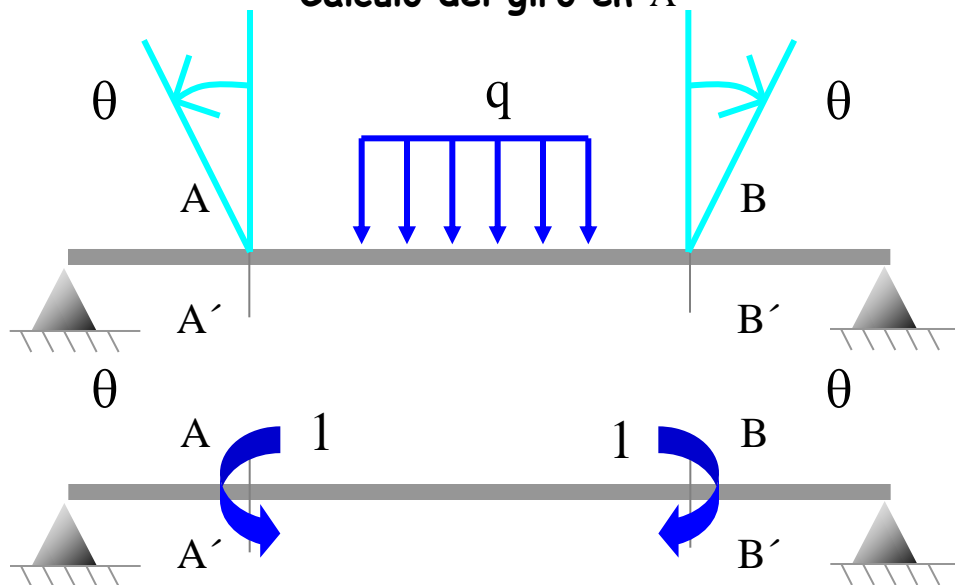
Cálculo de la flecha en A



$$2\delta = \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$

$$\delta = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$

Cálculo del giro en A

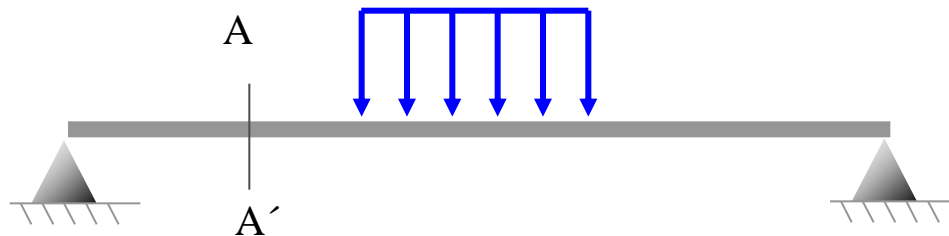


$$2\theta = \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$



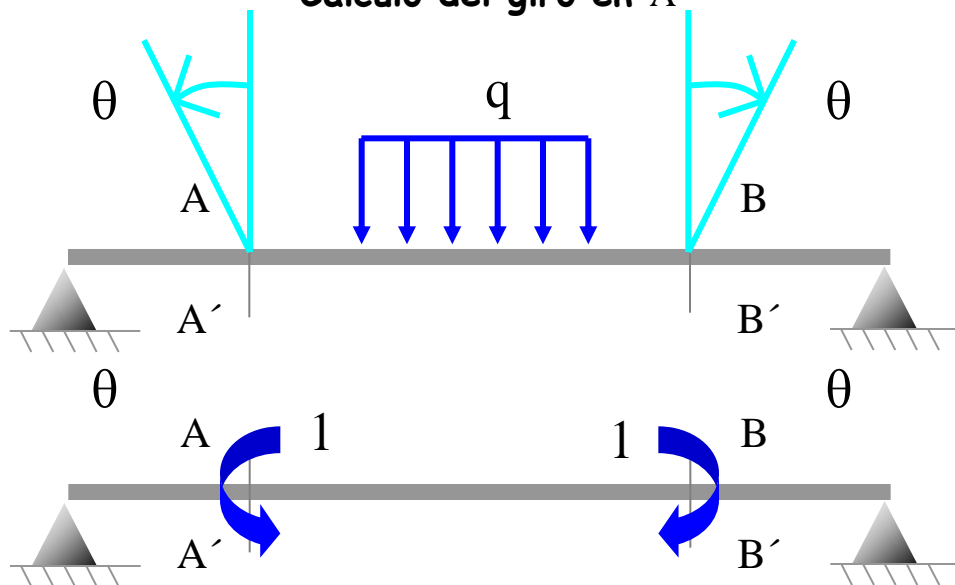
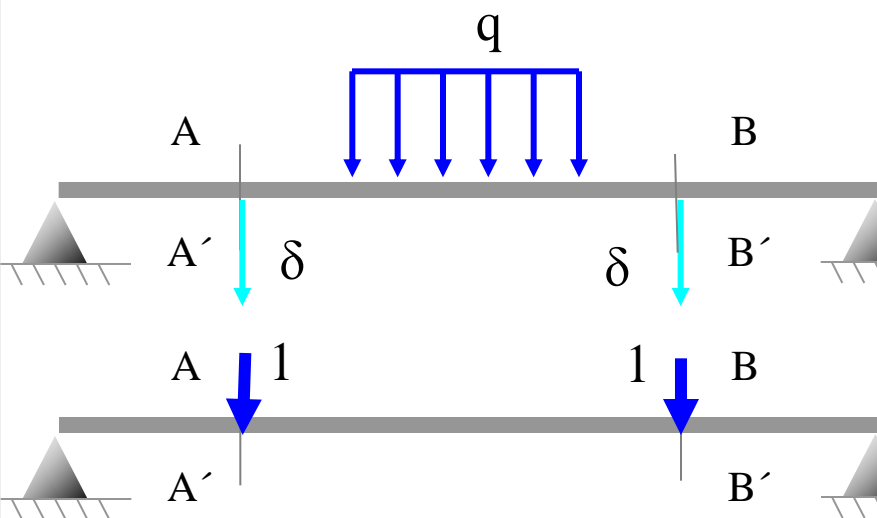
Aplicación

Obtención de la flecha y del giro de una sección AA'



Cálculo de la flecha en A

Cálculo del giro en A



$$2\delta = \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$

$$\delta = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$

$$2\theta = \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$

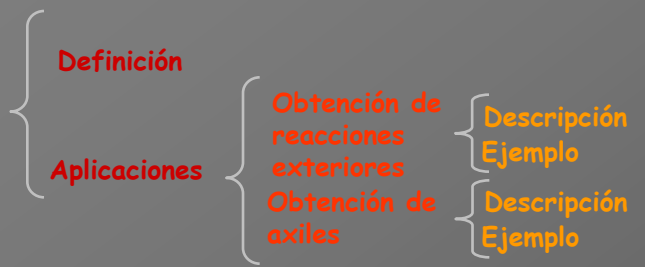
$$\theta = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{MM'dx}{EI}$$



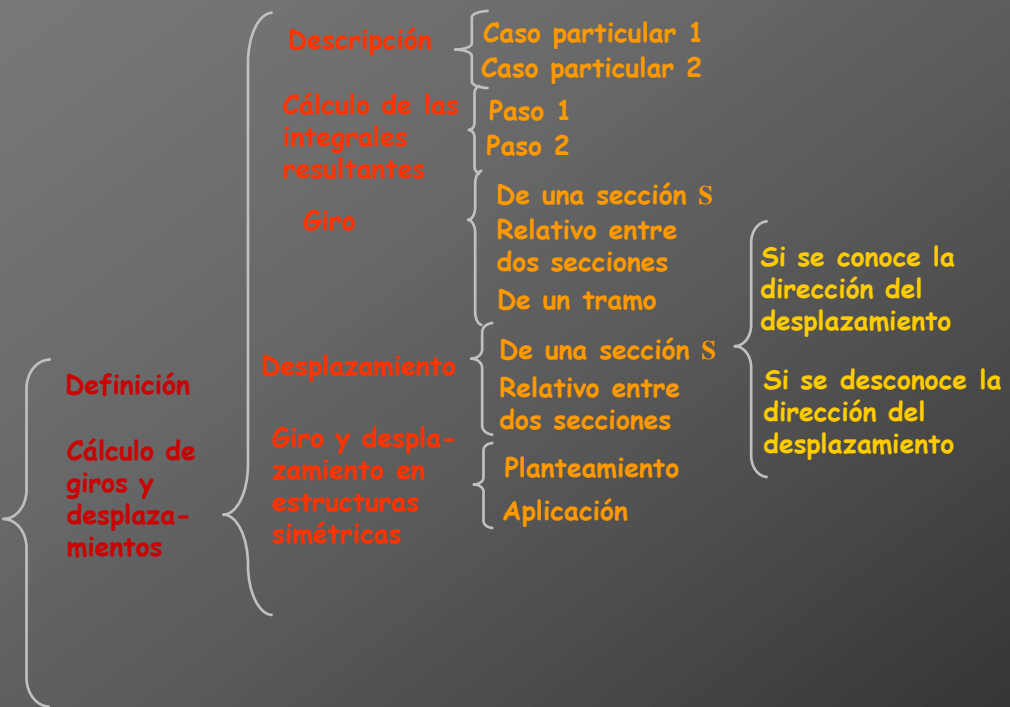
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

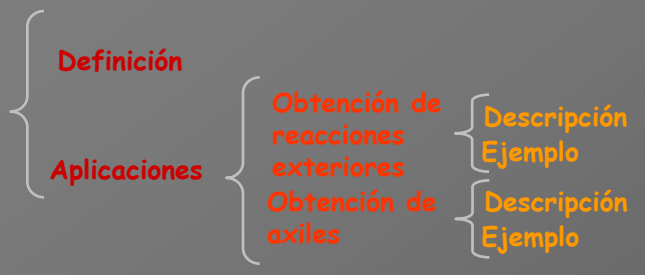




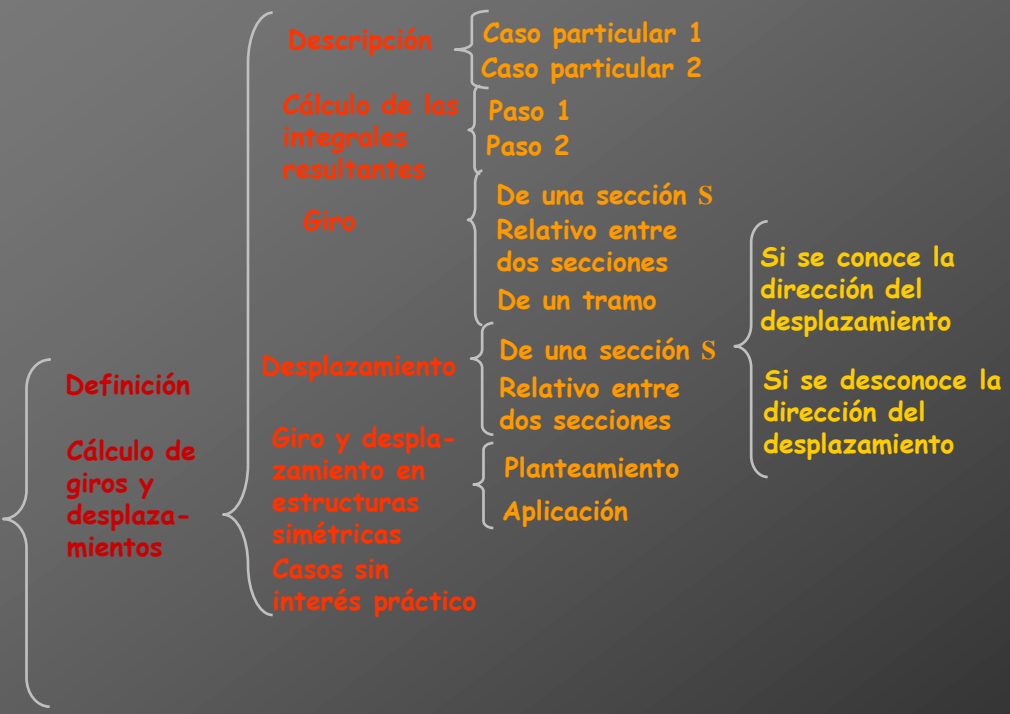
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

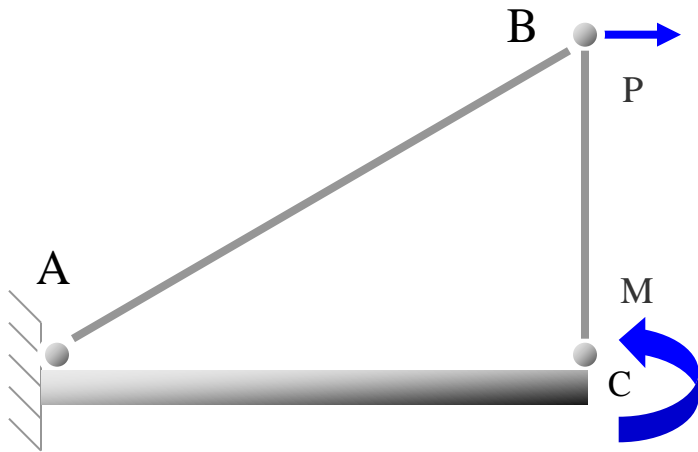




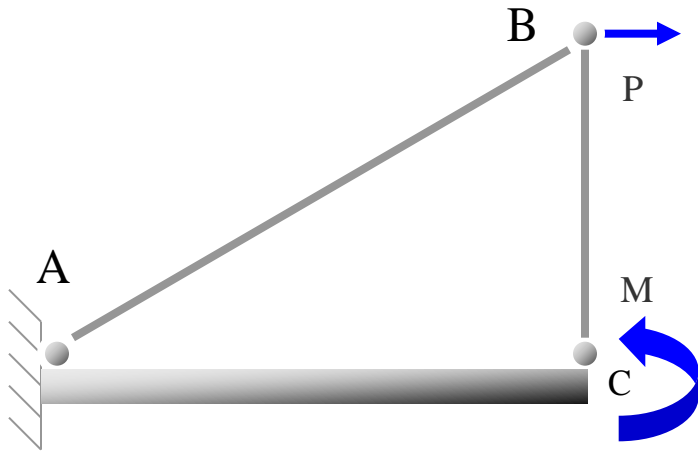
Casos sin interés práctico



Casos sin interés práctico



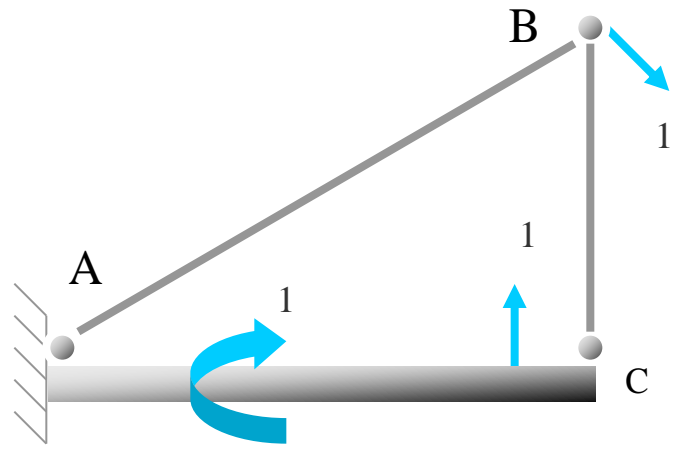
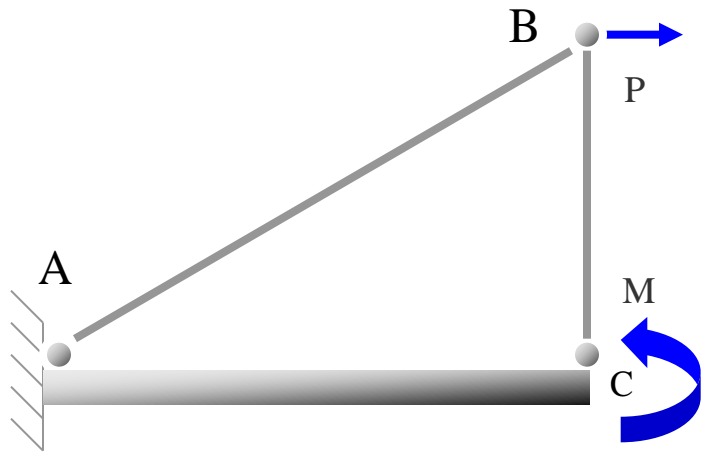
Casos sin interés práctico



Aplicamos sobre la estructura un conjunto de acciones (fuerzas y momentos puntuales) unitarias

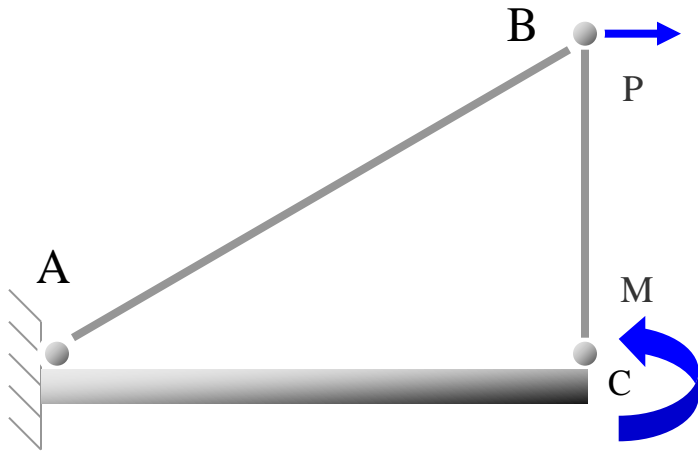


Casos sin interés práctico

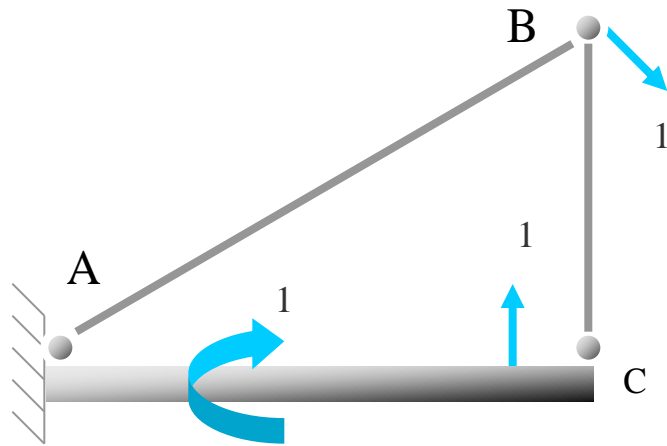




Casos sin interés práctico

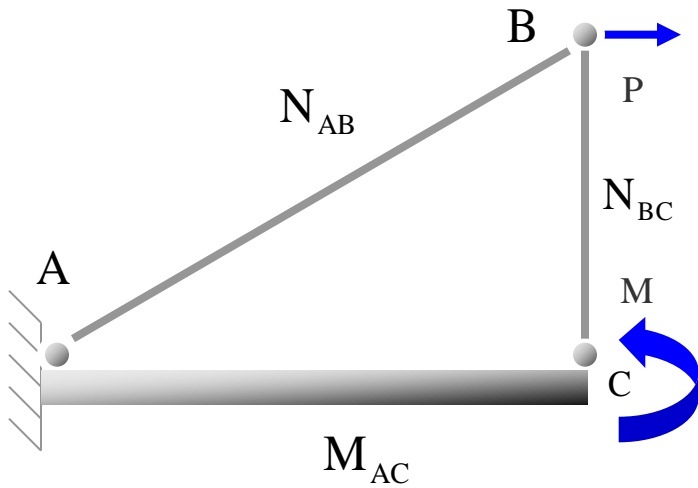


Obtenemos los esfuerzos de los dos estados de carga y aplicamos el Principio de los Trabajos Virtuales

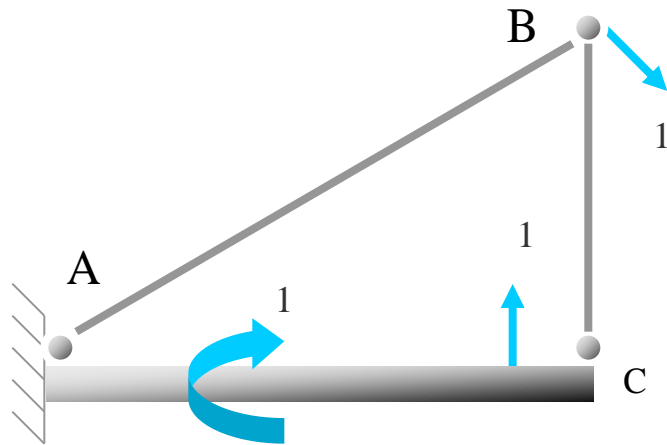




Casos sin interés práctico



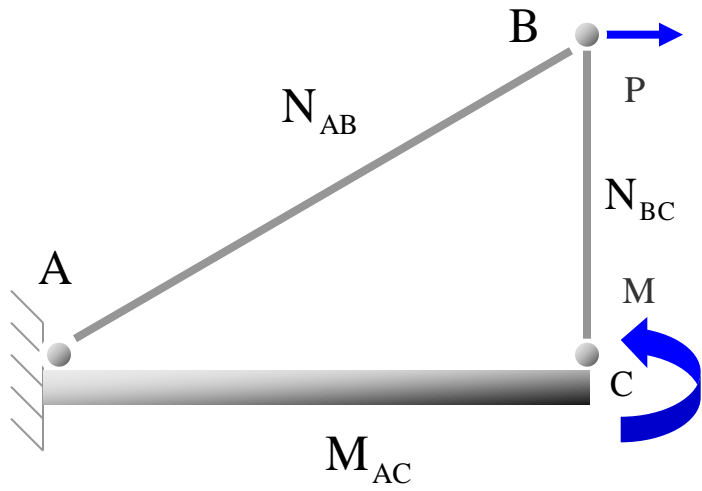
Obtenemos los esfuerzos de los dos estados de carga y aplicamos el Principio de los Trabajos Virtuales



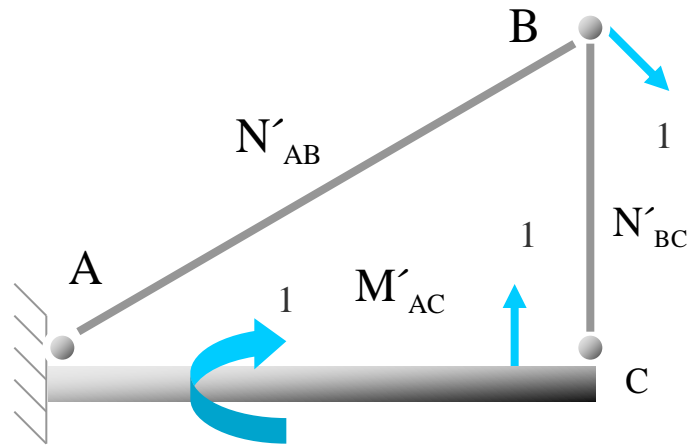
Estructura con acciones puntuales aplicadas en cualquier lugar



Casos sin interés práctico



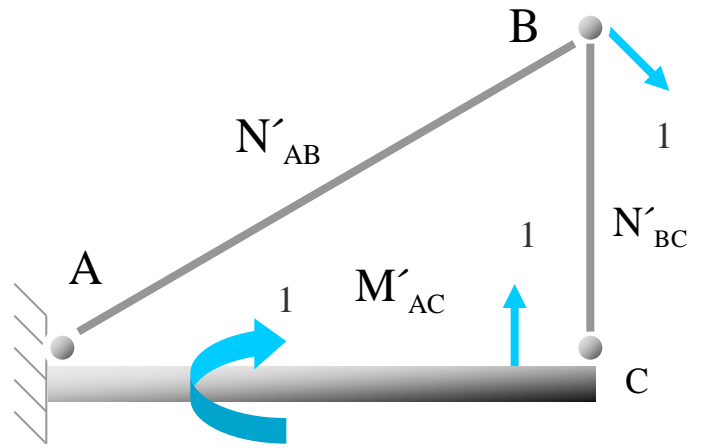
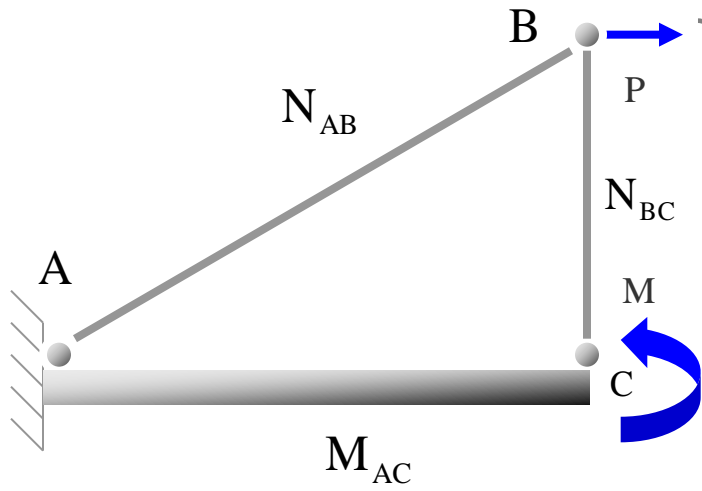
Obtenemos los esfuerzos de los dos estados de carga y aplicamos el Principio de los Trabajos Virtuales



Estructura con acciones puntuales aplicadas en cualquier lugar



Casos sin interés práctico

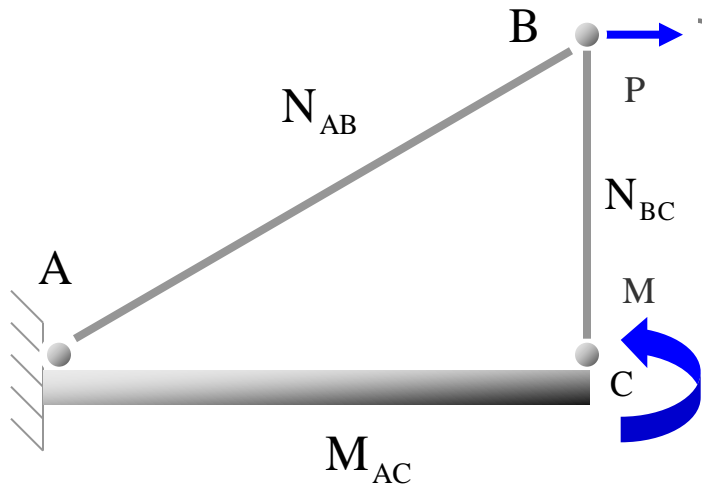


Estructura con acciones puntuales aplicadas en cualquier lugar

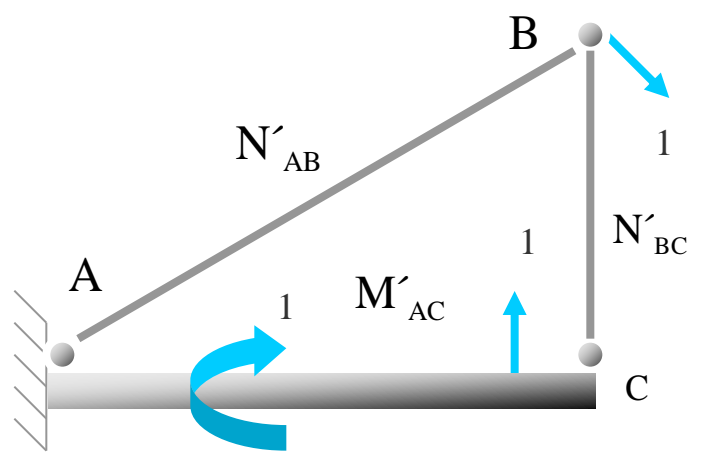
$$\Delta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$



Casos sin interés práctico



$$\Delta = \int_0^{L_{AC}} \frac{M_{AC} M'_{AC} dx}{EI_{AC}} + \frac{N_{AB} N'_{AB} L_{AB}}{EA_{AB}} + \frac{N_{BC} N'_{BC} L_{BC}}{EA_{BC}}$$



Estructura con acciones puntuales aplicadas en cualquier lugar

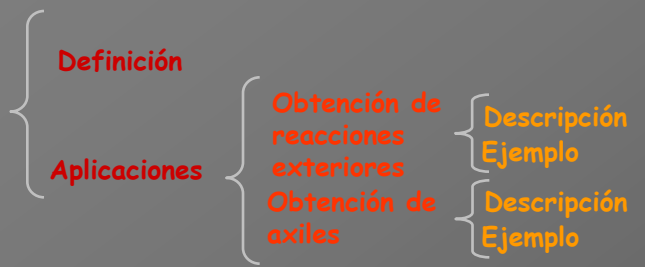
Se obtiene la suma de los desplazamientos y de los giros producidos por todas las acciones unitarias que actúan simultáneamente en la estructura



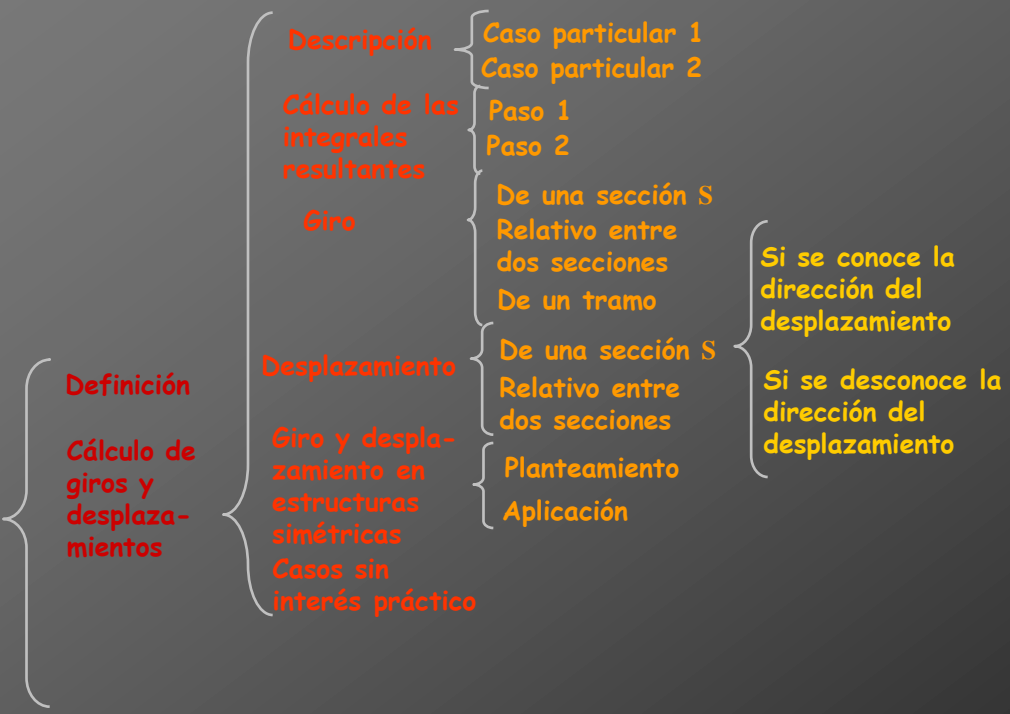
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

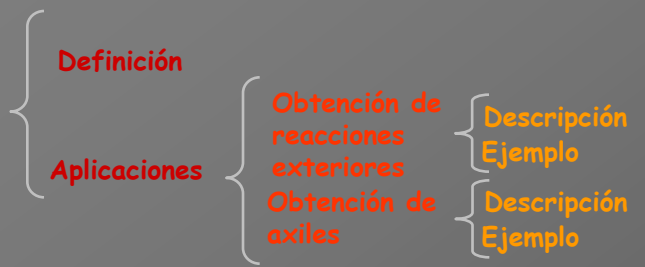




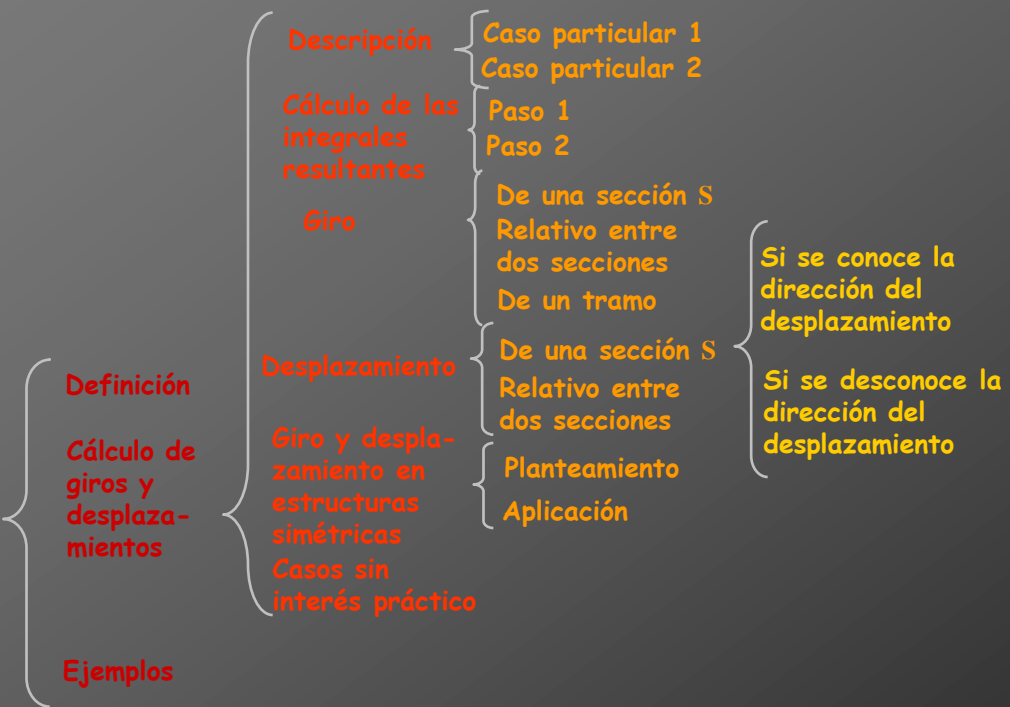
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

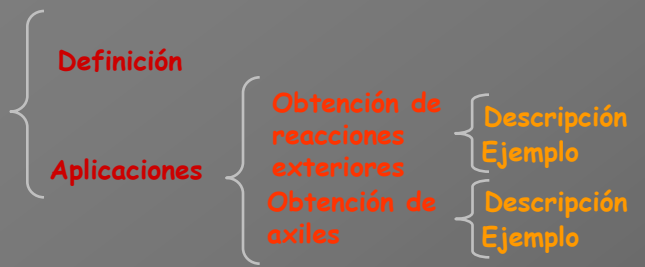




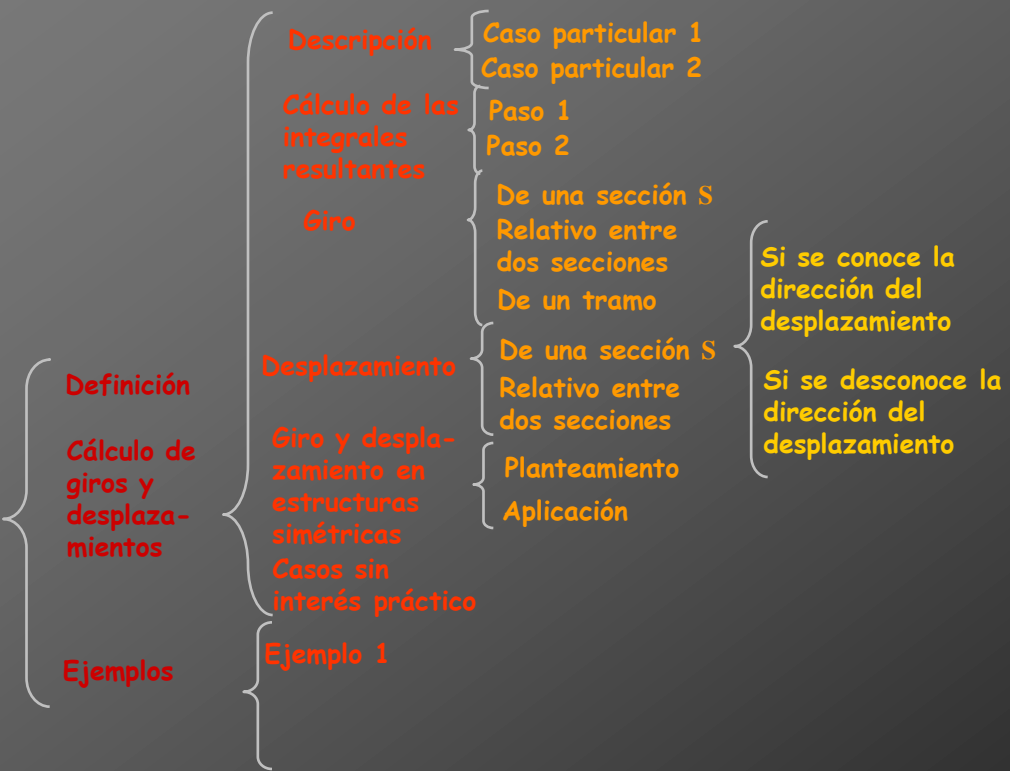
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)



Si se conoce la dirección del desplazamiento

Si se desconoce la dirección del desplazamiento

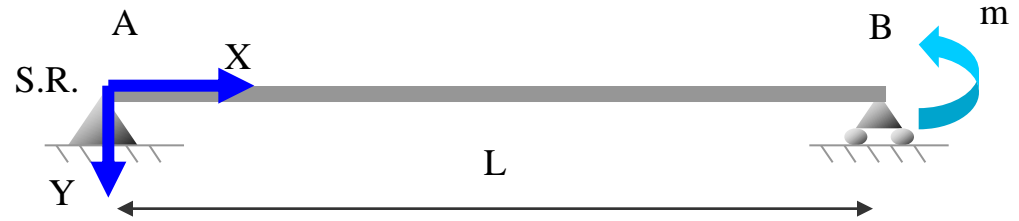


Ejemplo 1



Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:





Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:

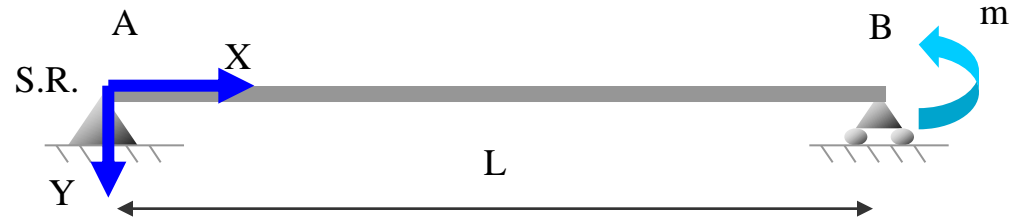
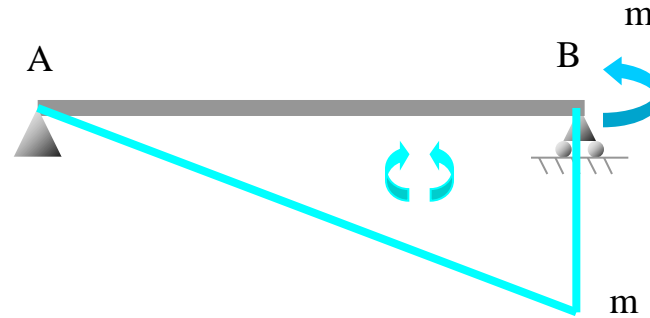


Diagrama de momentos reales



Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:

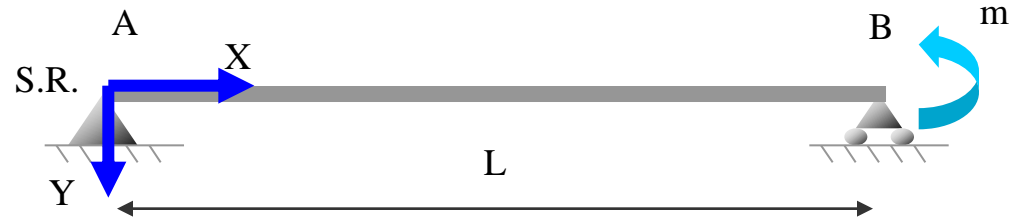
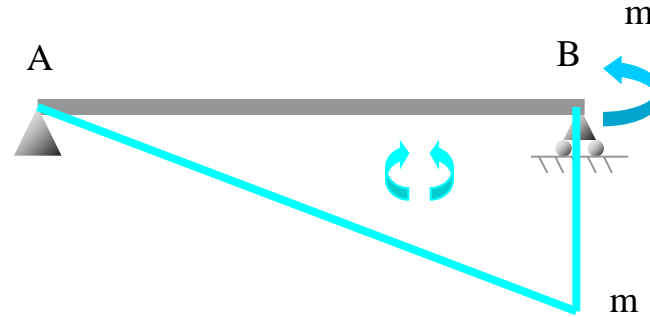


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_A



Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:

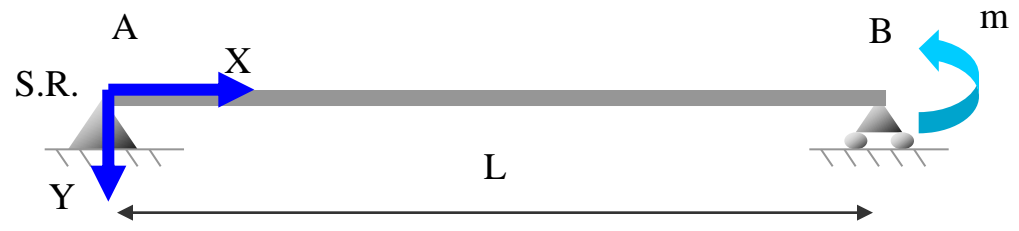
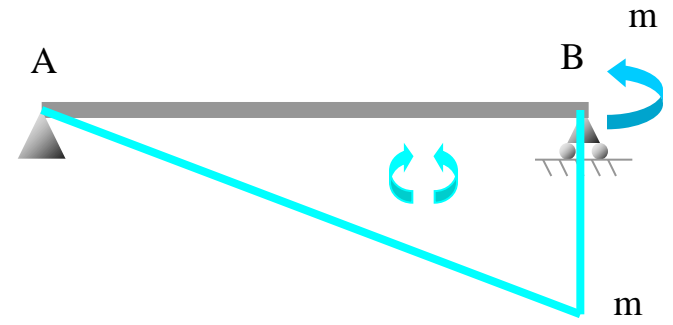


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_A





Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:

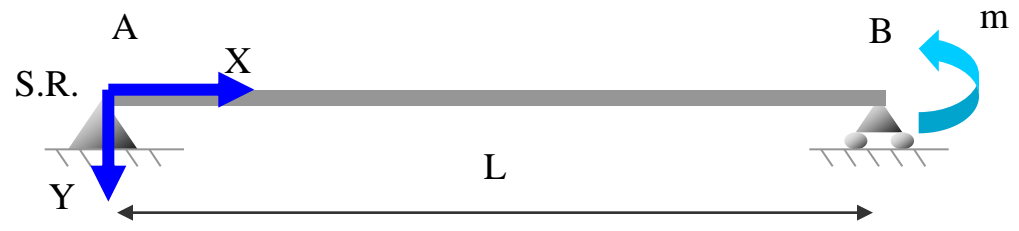
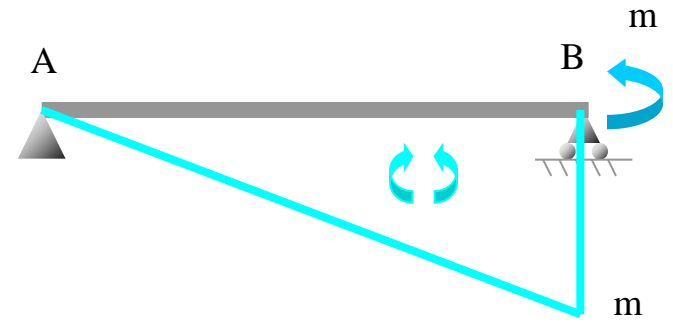


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_A





Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:

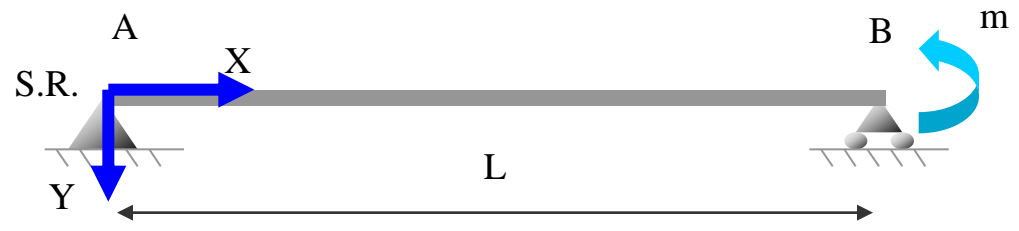
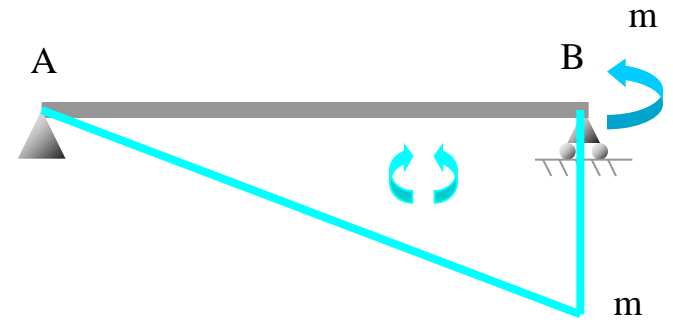
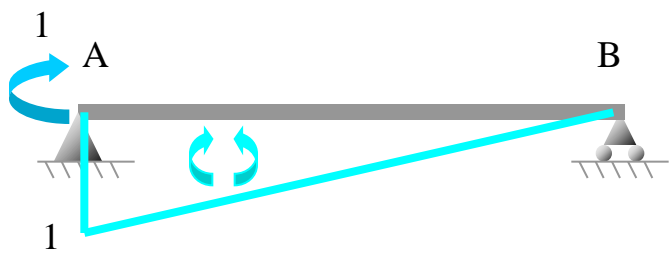


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_A





Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:

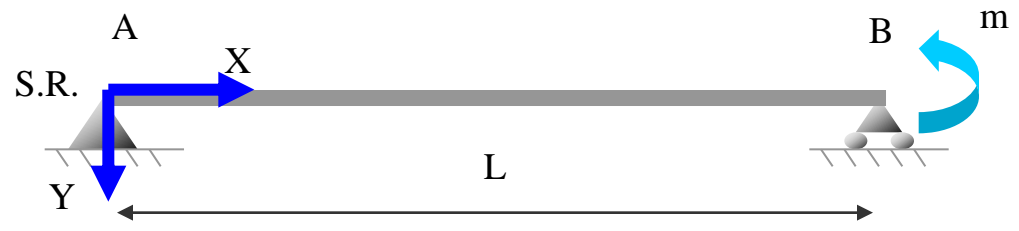
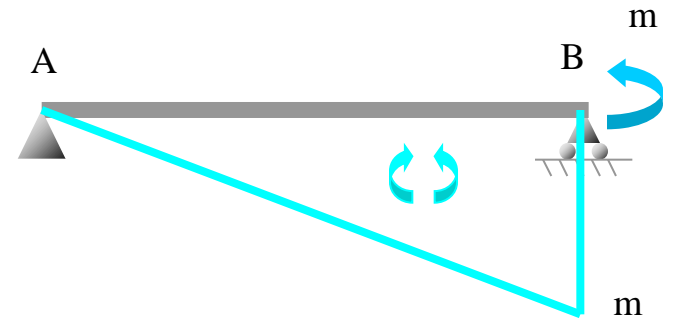
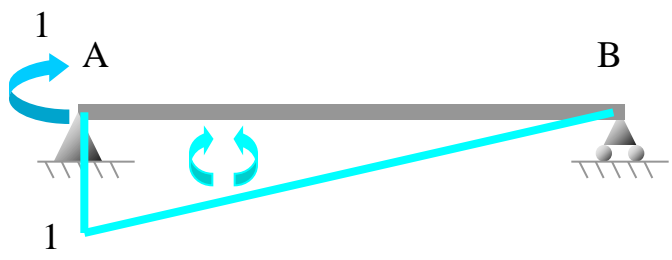


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_A



Utilizando las tablas de integrales de Mohr:



Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:

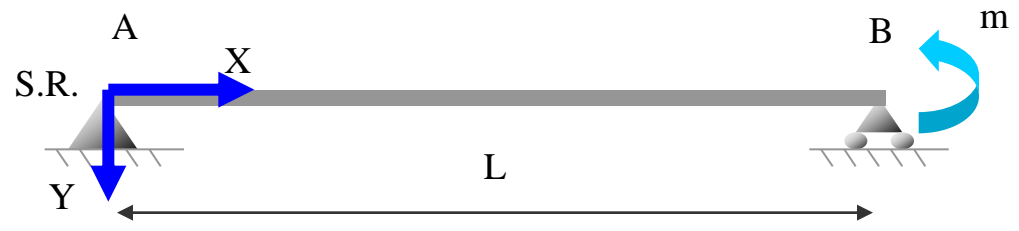
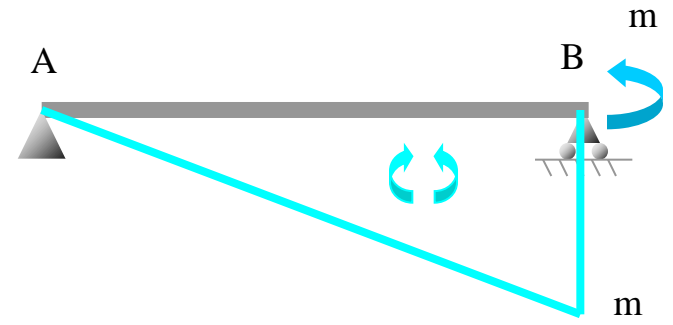
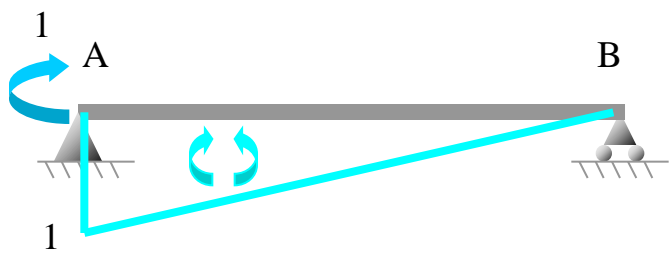


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_A



$$\theta_A = \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L = \frac{mL}{6EI}$$





Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:

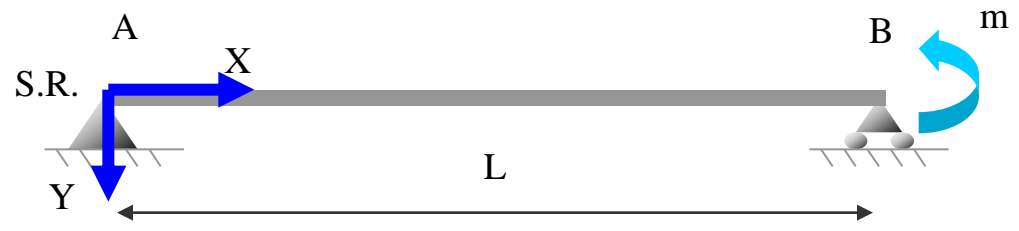
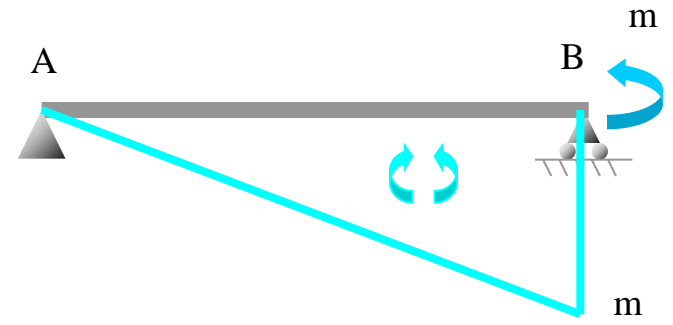
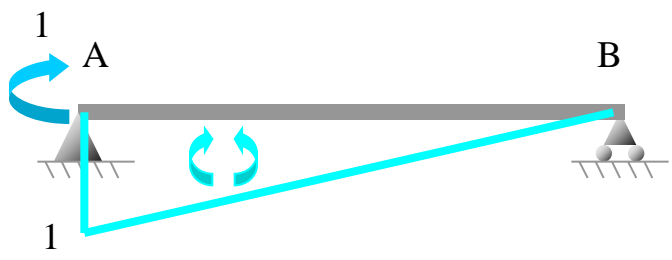


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_A



$$\theta_A = \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L = \frac{mL}{6EI}$$

El sentido del giro real coincide con el del momento unitario





Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:

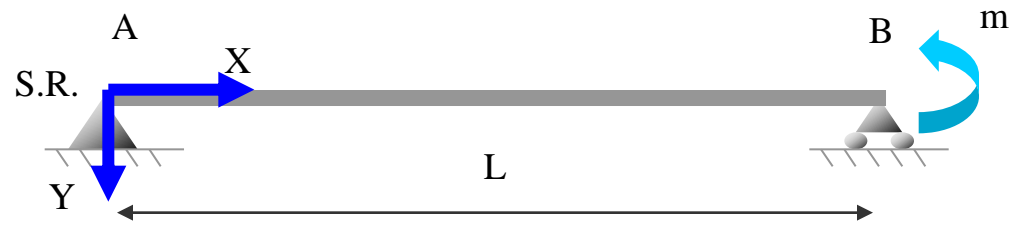
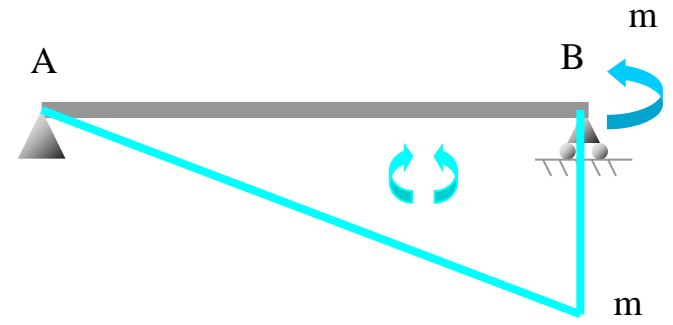
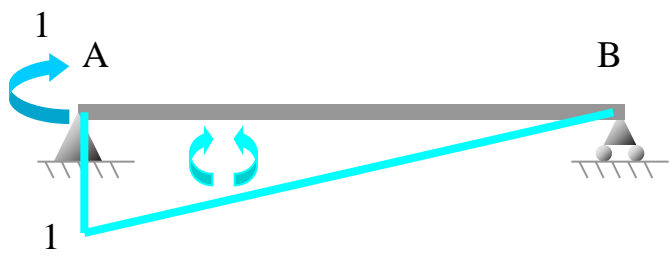


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_A



$$\theta_A = \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L = \frac{mL}{6EI}$$

El sentido del giro real coincide con el del momento unitario

Obtención de θ_B



Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:

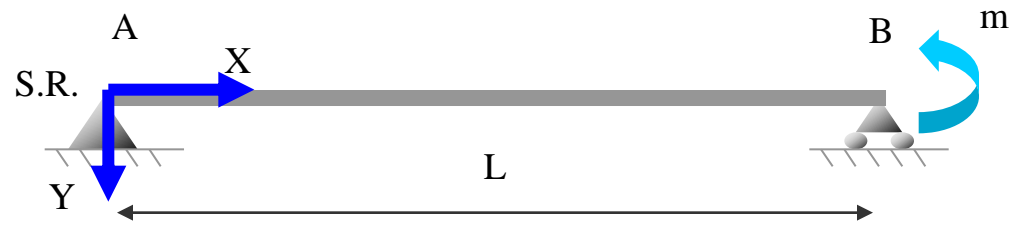
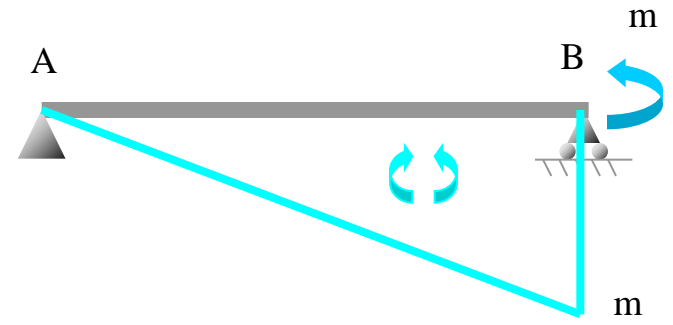
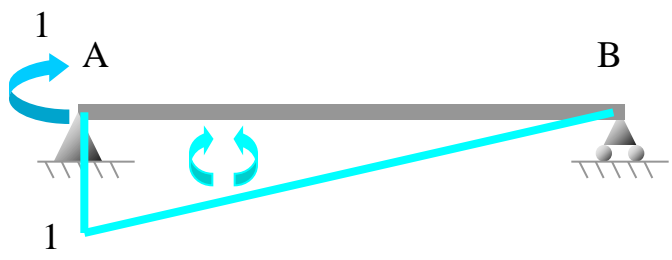


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_A



$$\theta_A = \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L = \frac{mL}{6EI}$$

El sentido del giro real coincide con el del momento unitario

Obtención de θ_B





Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:

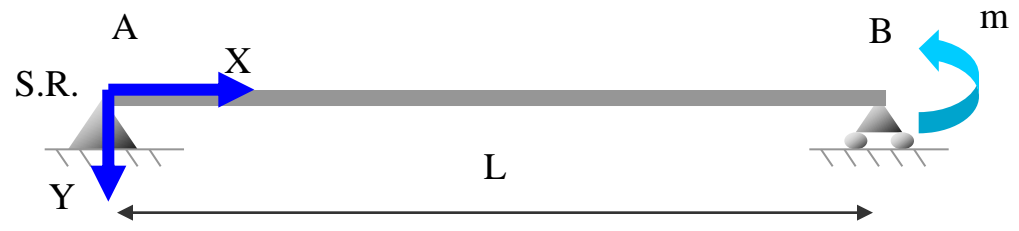
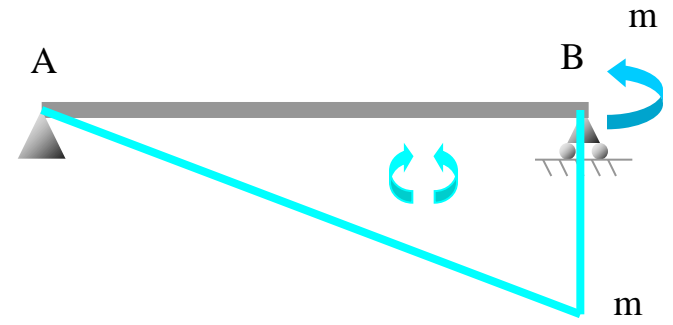
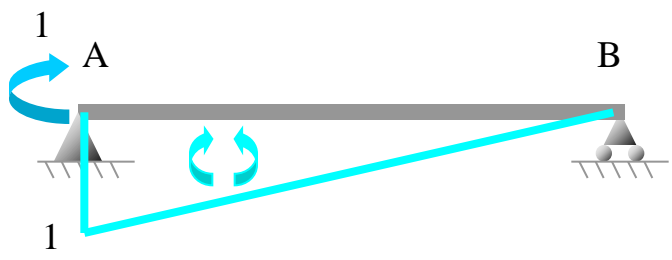


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_A



$$\theta_A = \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L = \frac{mL}{6EI}$$

El sentido del giro real coincide con el del momento unitario

Obtención de θ_B





Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:

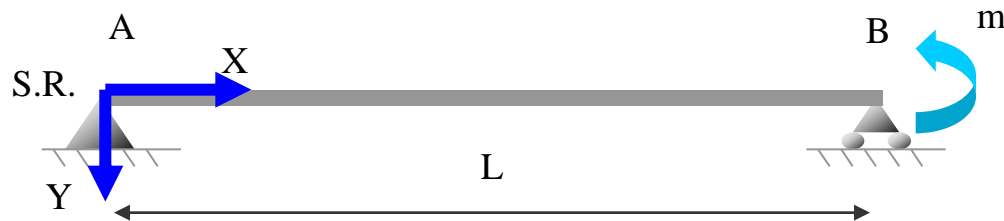
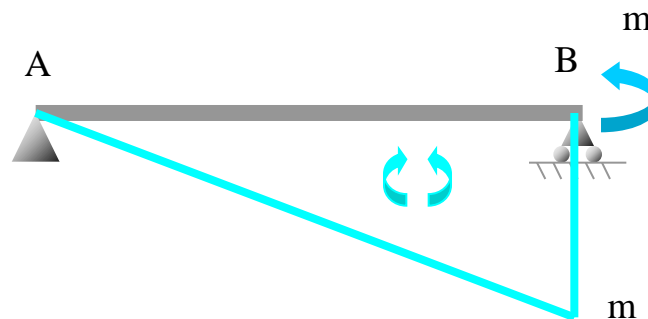
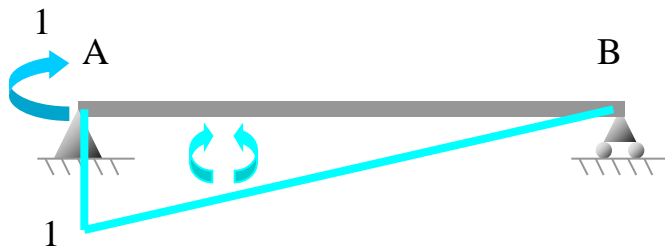


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_A

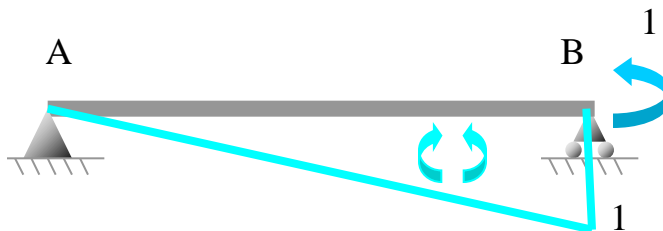


$$\theta_A = \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L = \frac{mL}{6EI}$$



El sentido del giro real coincide con el del momento unitario

Obtención de θ_B





Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:

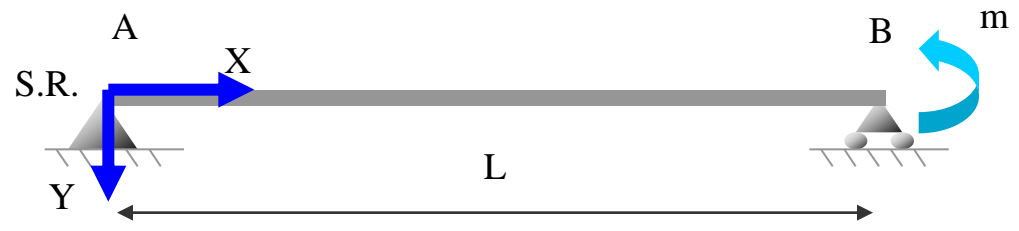
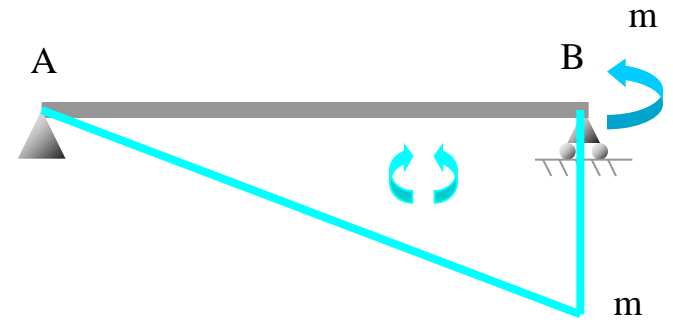
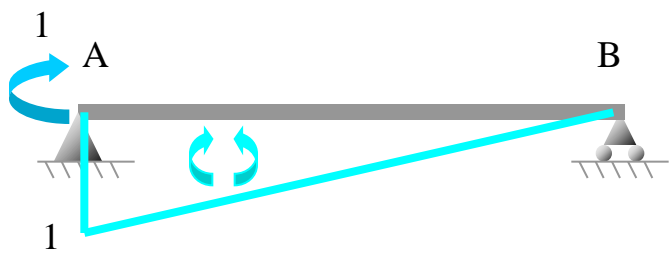


Diagrama de momentos reales



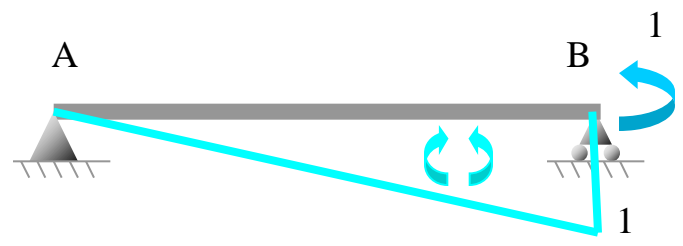
Obtención de θ_A



$$\theta_A = \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L = \frac{mL}{6EI}$$

El sentido del giro real coincide con el del momento unitario

Obtención de θ_B



Utilizando las tablas de integrales de Mohr:



Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:

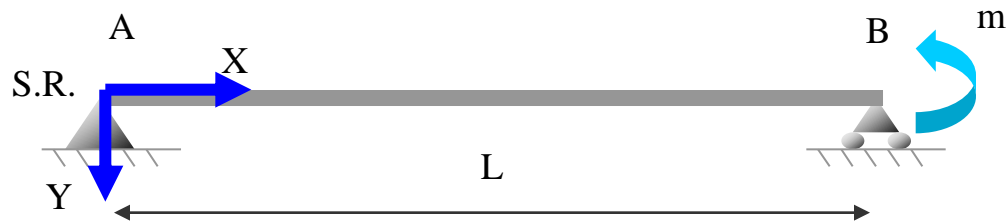
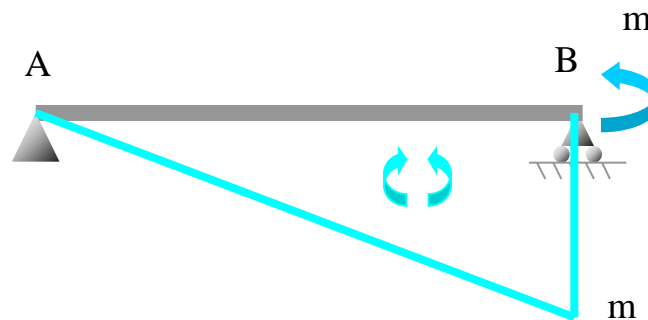
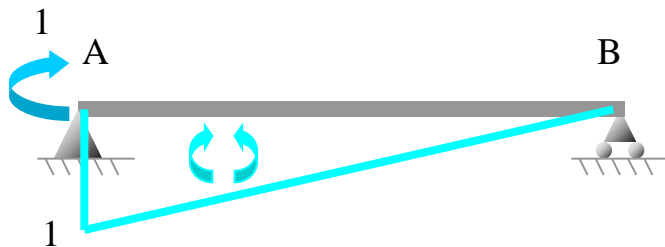


Diagrama de momentos reales



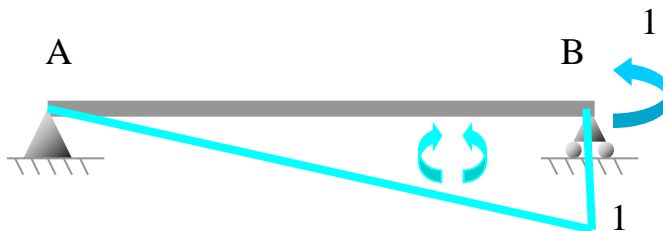
Obtención de θ_A



$$\theta_A = \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L = \frac{mL}{6EI}$$

El sentido del giro real coincide con el del momento unitario

Obtención de θ_B



$$\theta_B = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L = \frac{mL}{3EI}$$



Ejemplo 1

Calcular los giros en los apoyos de la siguiente estructura:

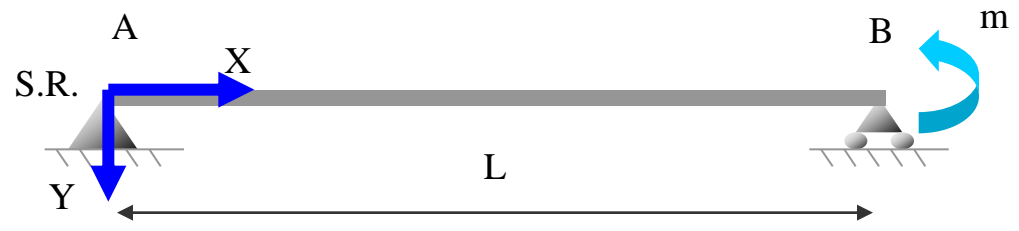
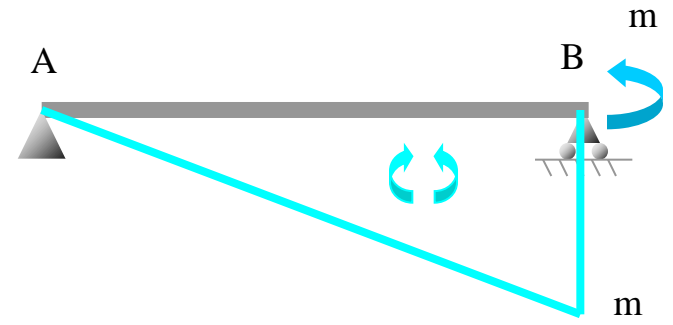
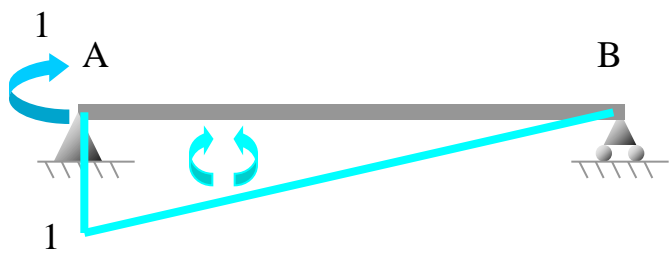


Diagrama de momentos reales



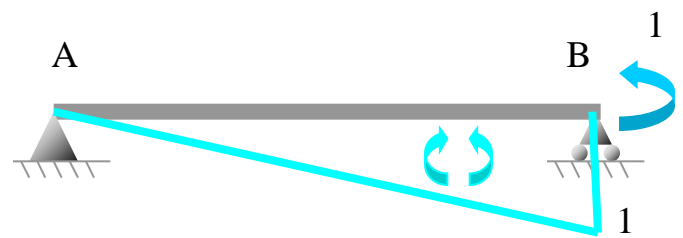
Obtención de θ_A



$$\theta_A = \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L = \frac{mL}{6EI}$$

El sentido del giro real coincide con el del momento unitario

Obtención de θ_B



$$\theta_B = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L = \frac{mL}{3EI}$$

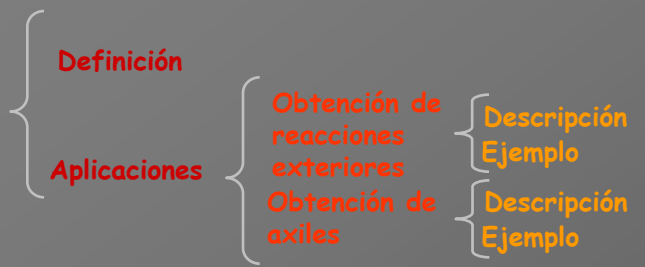
El sentido del giro real coincide con el del momento unitario



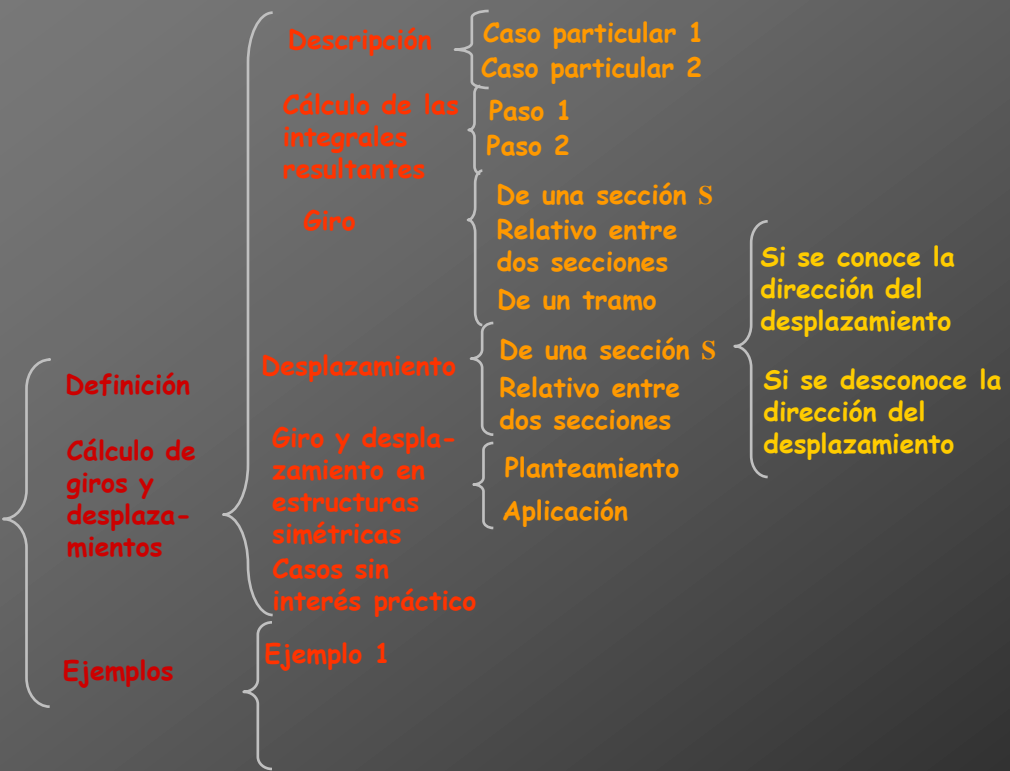
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)



Si se conoce la dirección del desplazamiento

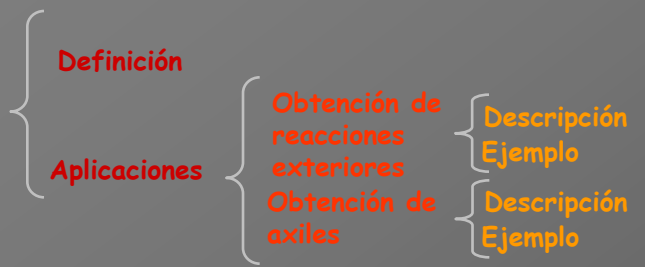
Si se desconoce la dirección del desplazamiento



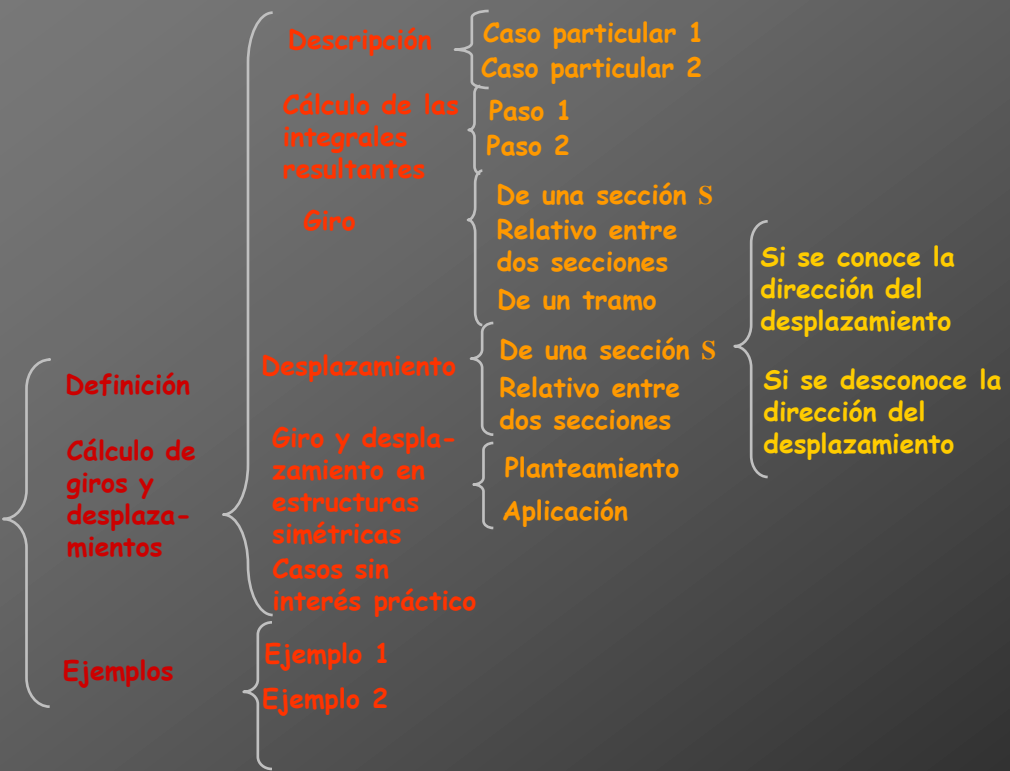
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)



Si se conoce la dirección del desplazamiento

Si se desconoce la dirección del desplazamiento



Ejemplo 2

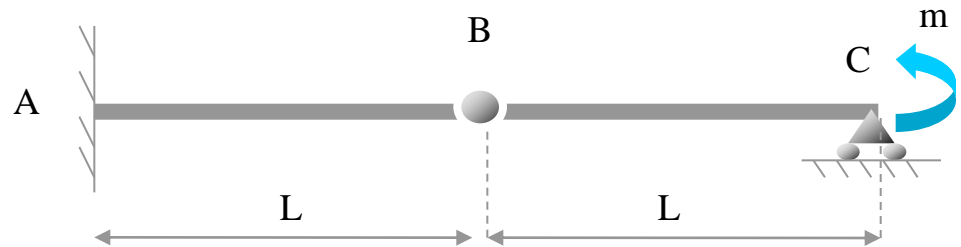
Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C



Ejemplo 2

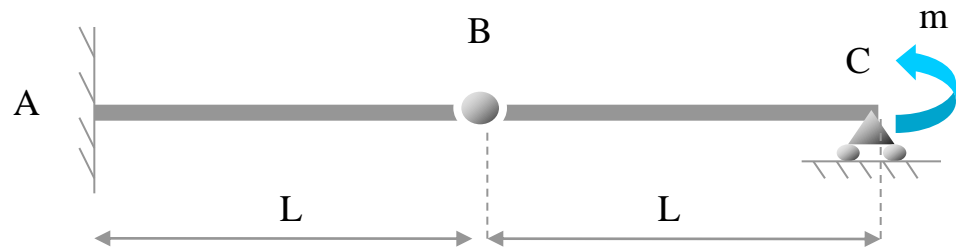
Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C

Diagrama de
momentos
reales





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C

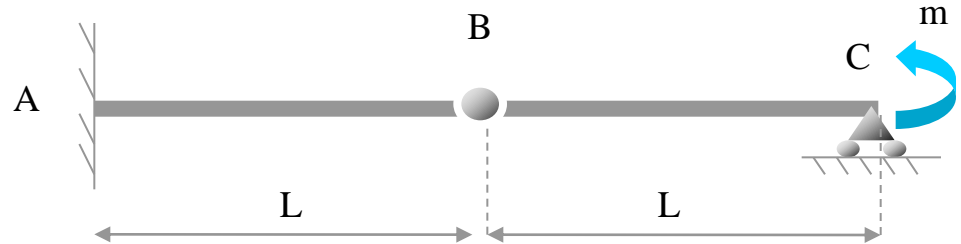
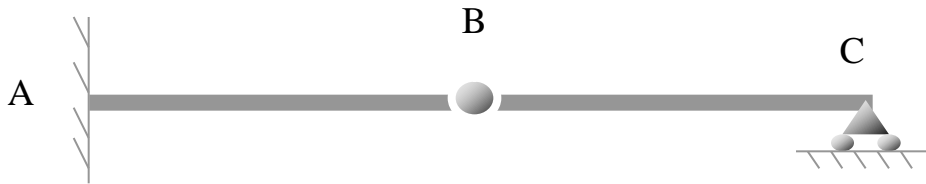


Diagrama de momentos reales





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C

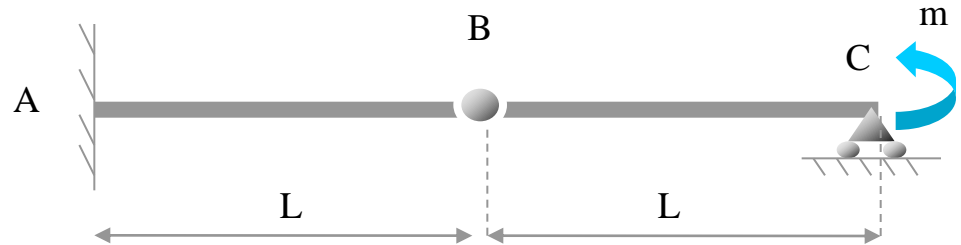
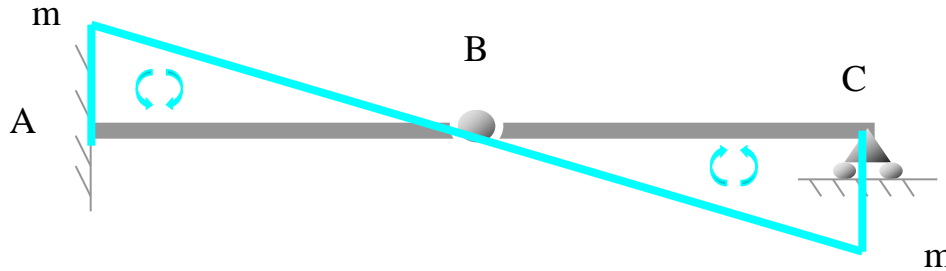


Diagrama de momentos reales





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C

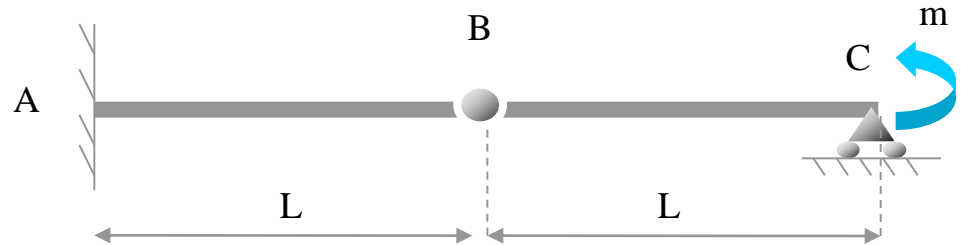
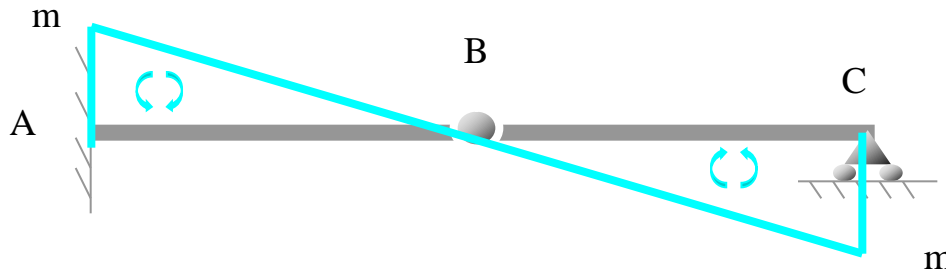


Diagrama de momentos reales





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

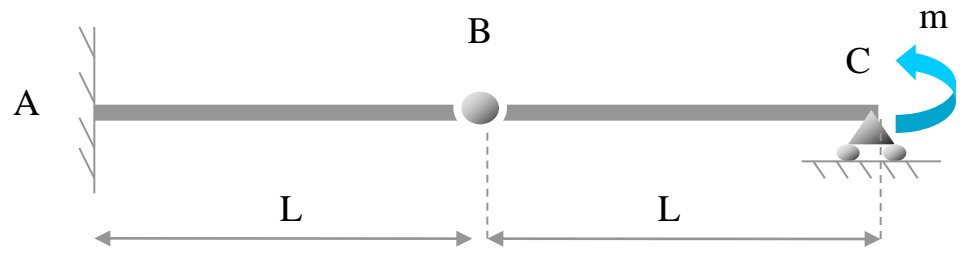
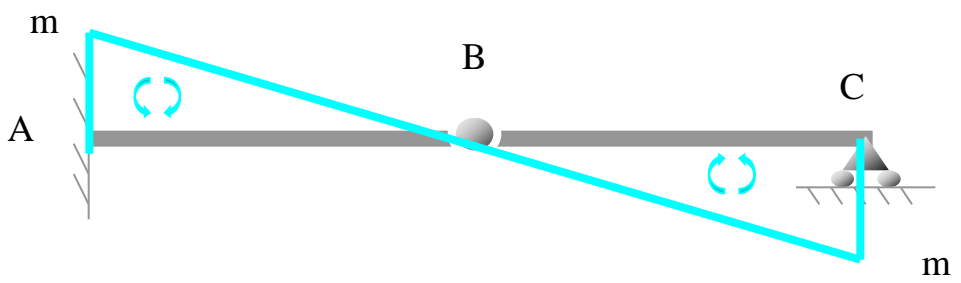


Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

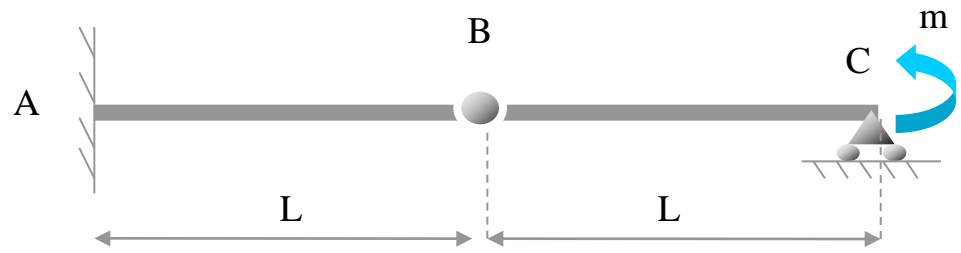
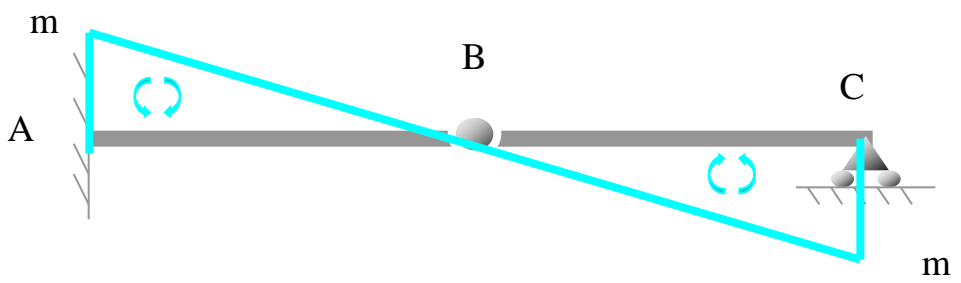


Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

Obtención del giro en B por la izquierda

$$\theta_{Bi}$$



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

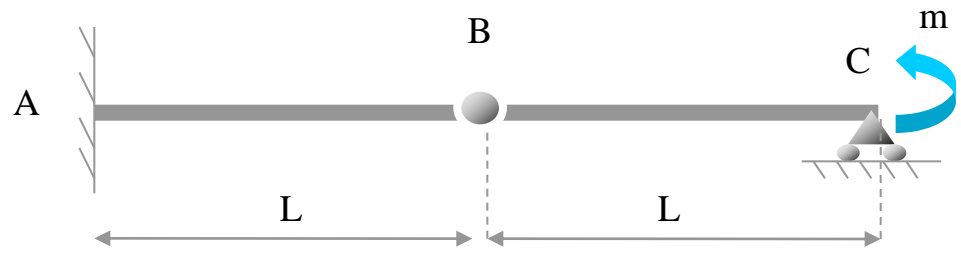
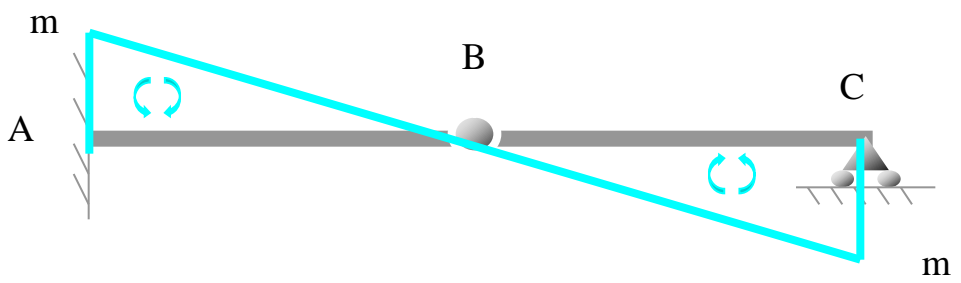


Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

Obtención del giro en B por la izquierda

$$\theta_{Bi}$$

Aplicamos un momento unitario a la izquierda de la rótula:



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

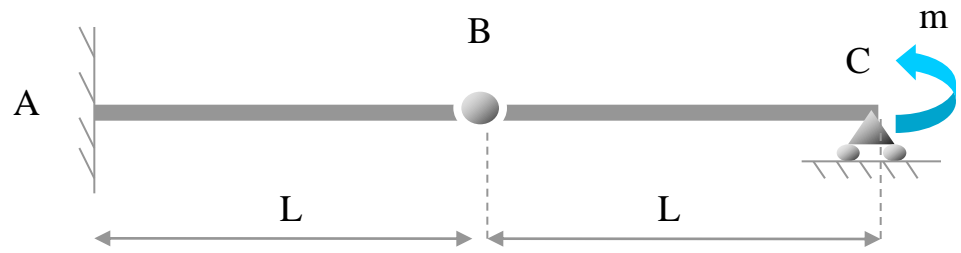
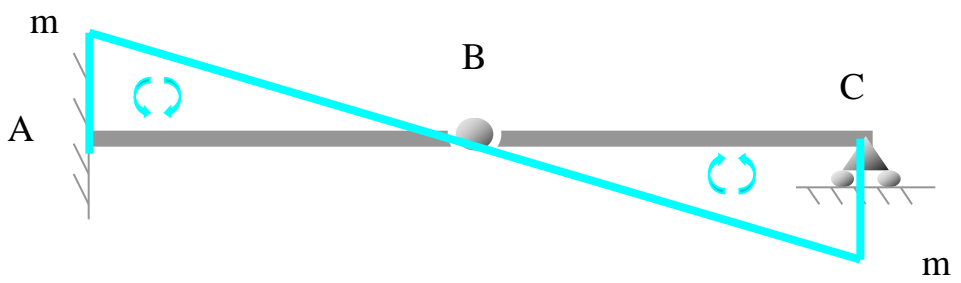


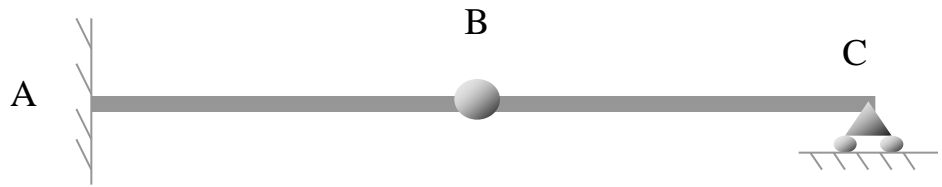
Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

Obtención del giro en B por la izquierda

$$\theta_{Bi}$$





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B ←

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C

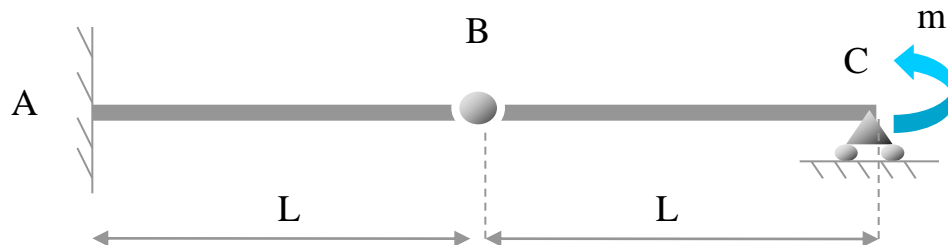
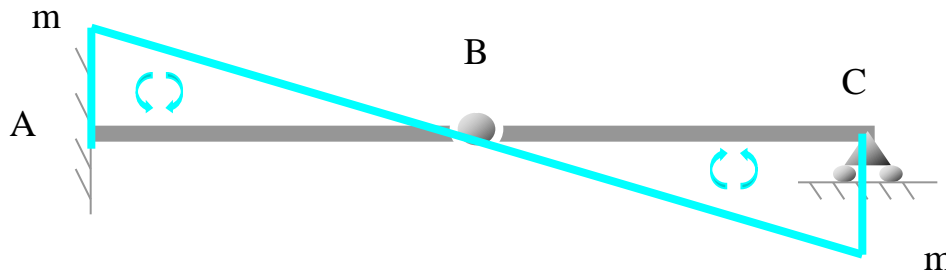


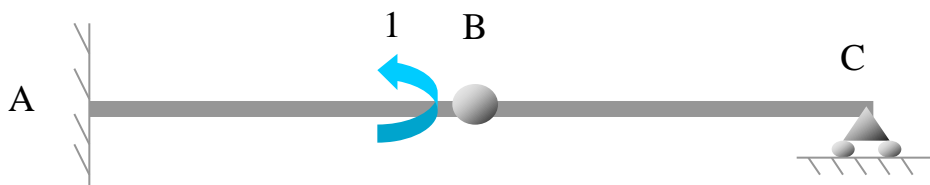
Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

Obtención del giro en B por la izquierda

$$\theta_{Bi}$$





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

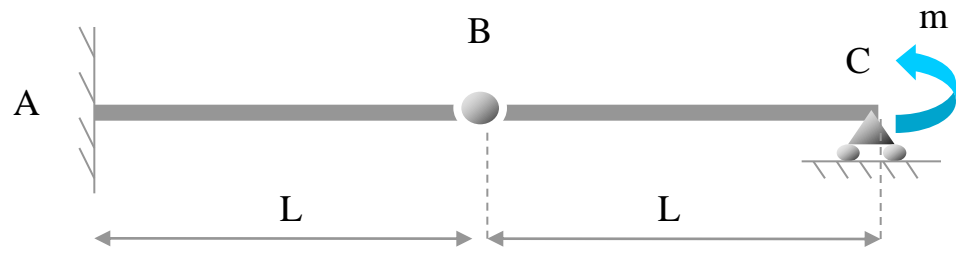
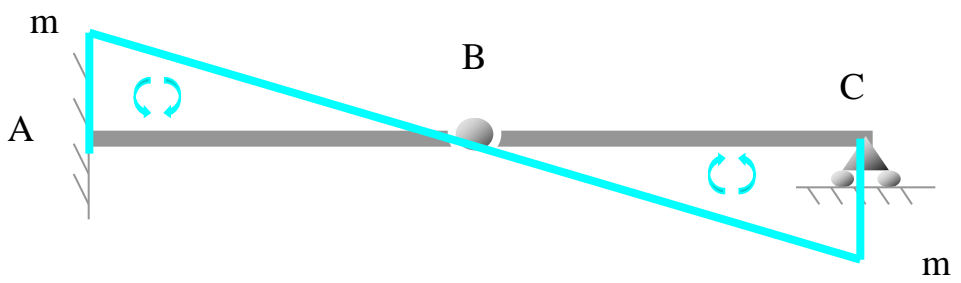


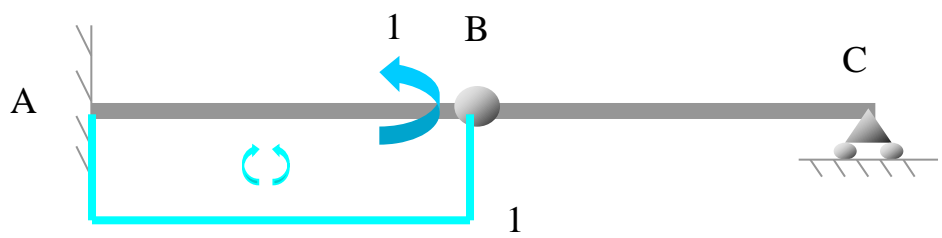
Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

Obtención del giro en B por la izquierda

θ_{Bi}





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

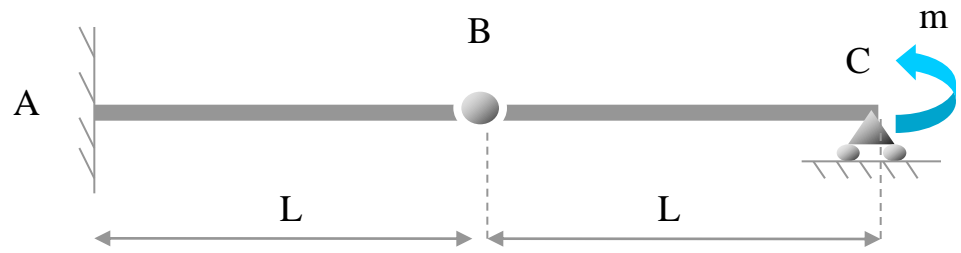
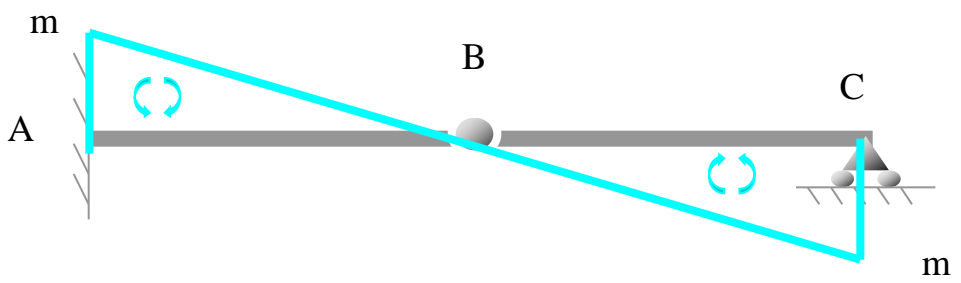


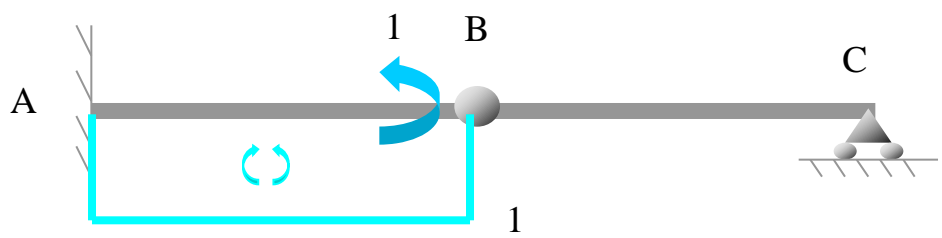
Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

Obtención del giro en B por la izquierda

$$\theta_{Bi}$$



Calculamos el giro con las tablas de integrales de Mohr:



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

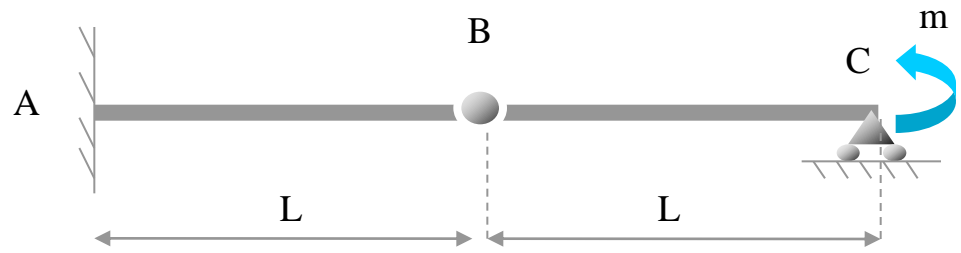
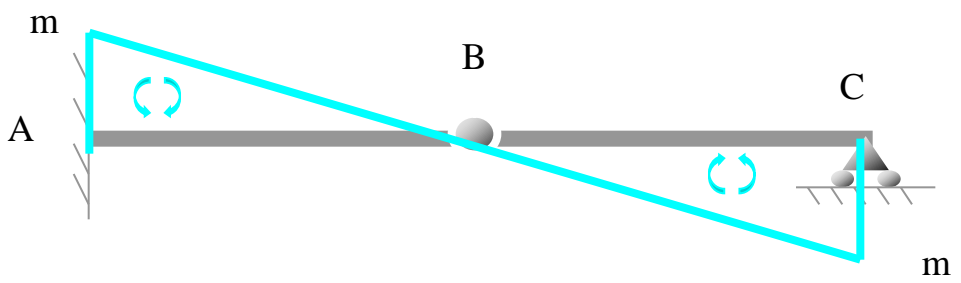


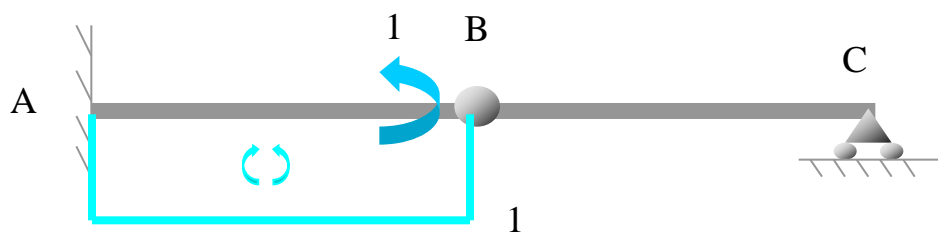
Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

Obtención del giro en B por la izquierda

θ_{Bi}



$$\theta_{Bi} = -\frac{1}{2EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L = -\frac{mL}{2EI}$$





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B ←

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C

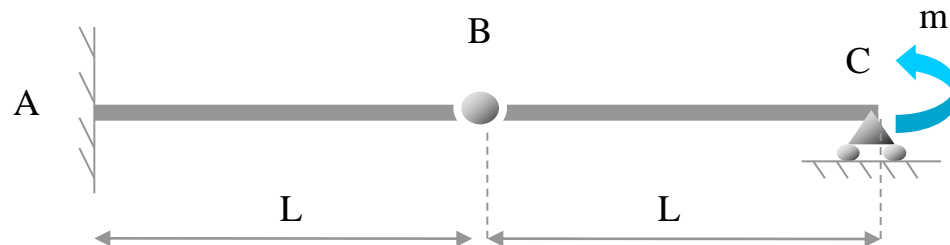
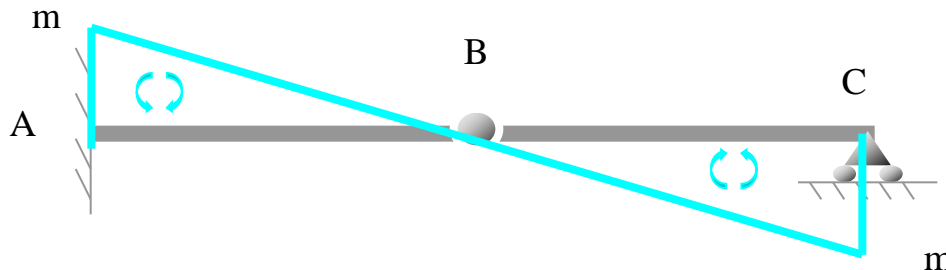


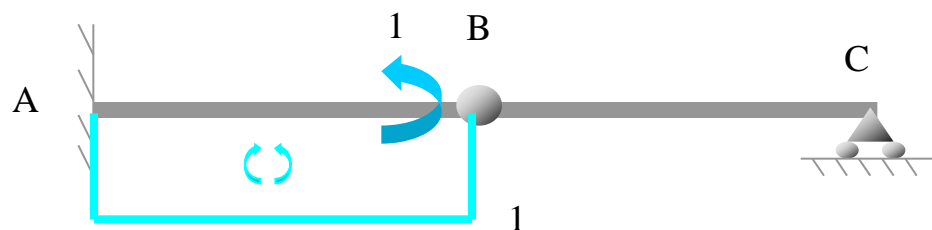
Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

Obtención del giro en B por la izquierda

θ_{Bi}



$$\theta_{Bi} = -\frac{1}{2EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L = -\frac{mL}{2EI}$$



El sentido del giro real no coincide con el del momento unitario



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

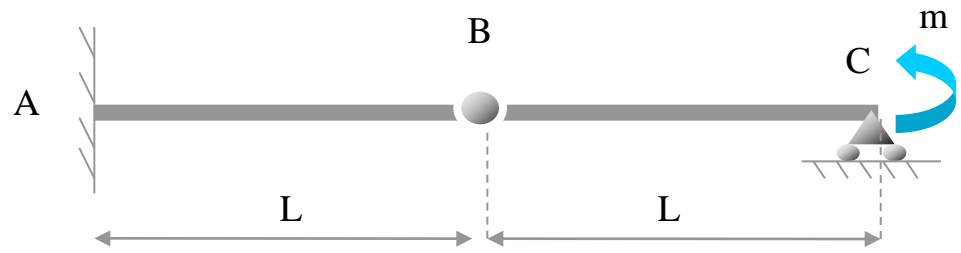
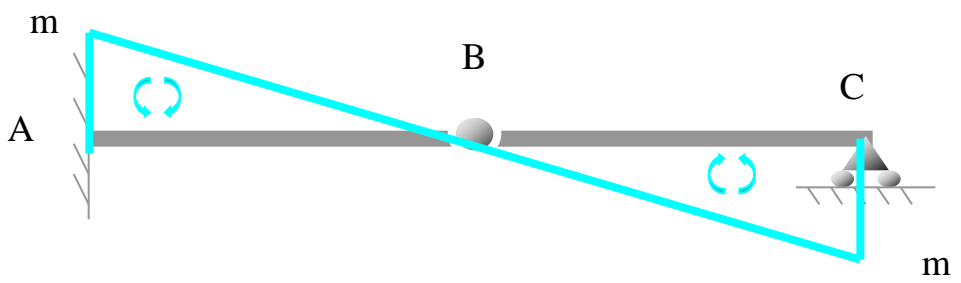


Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

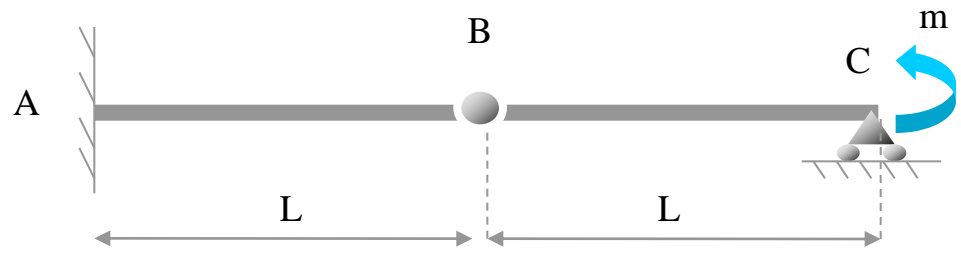
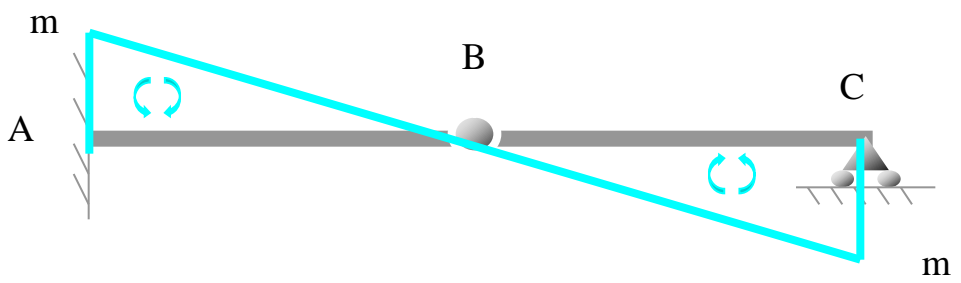


Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

Obtención del giro en B por la derecha

$$\theta_{Bd}$$



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

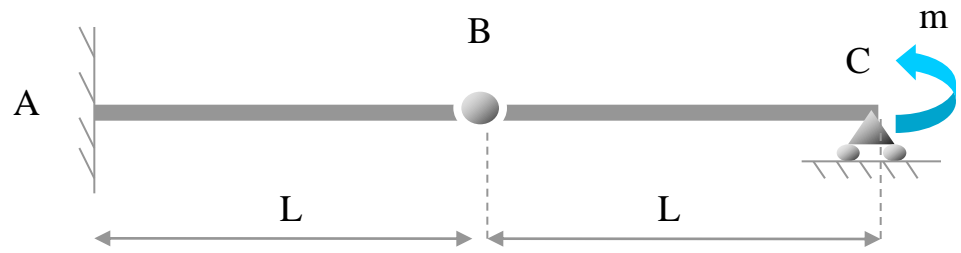
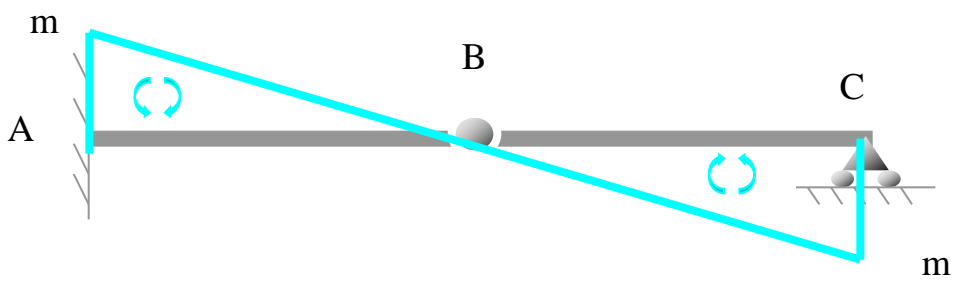


Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

Obtención del giro en B por la derecha

$$\theta_{Bd}$$

Aplicamos un momento unitario a la derecha de la rótula:



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B ←

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C

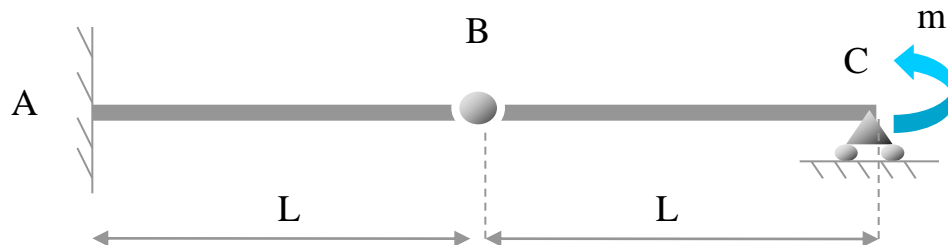
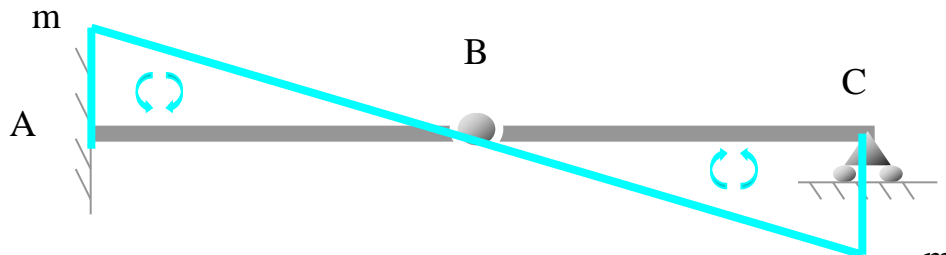
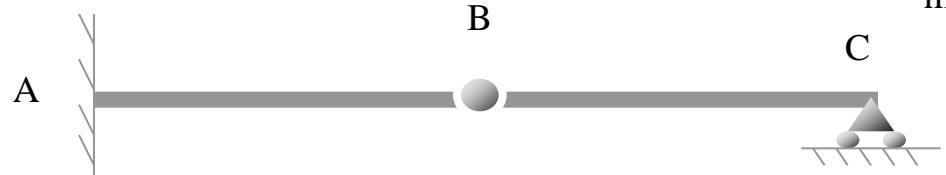


Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha

$$\theta_{Bd}$$



Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

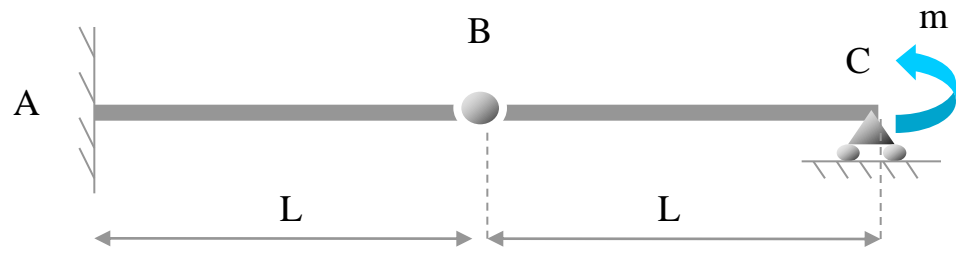
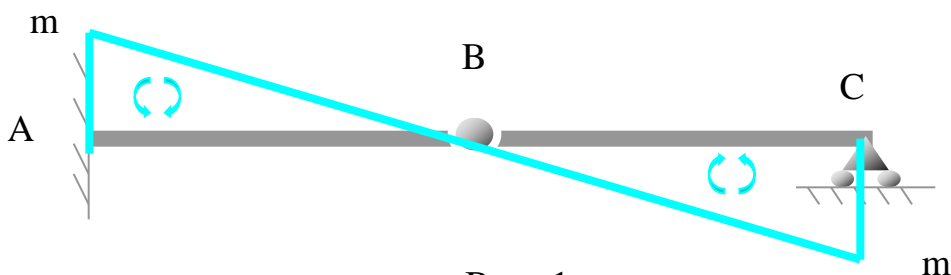
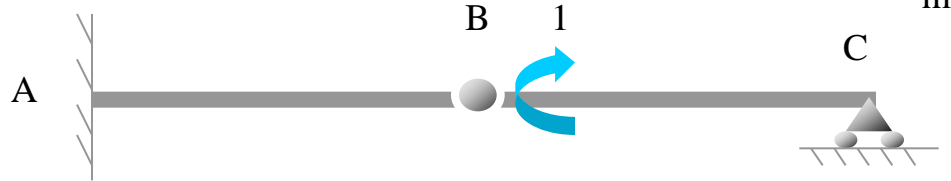


Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha

$$\theta_{Bd}$$



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

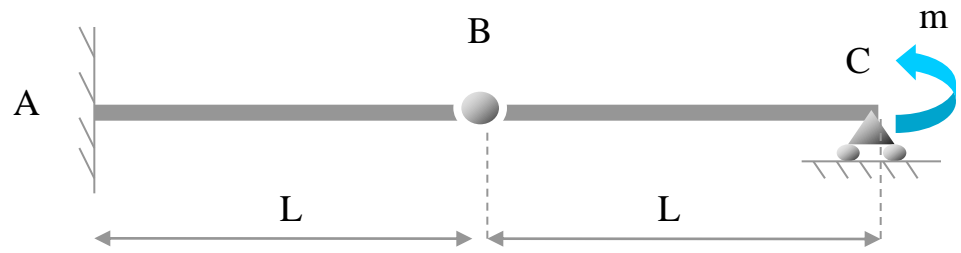
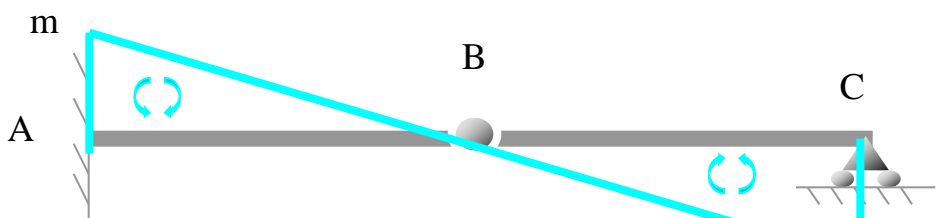
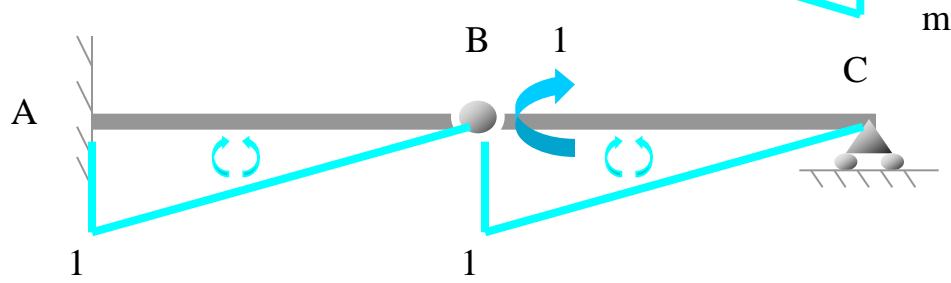


Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

Obtención del giro en B por la derecha



θ_{Bd}



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

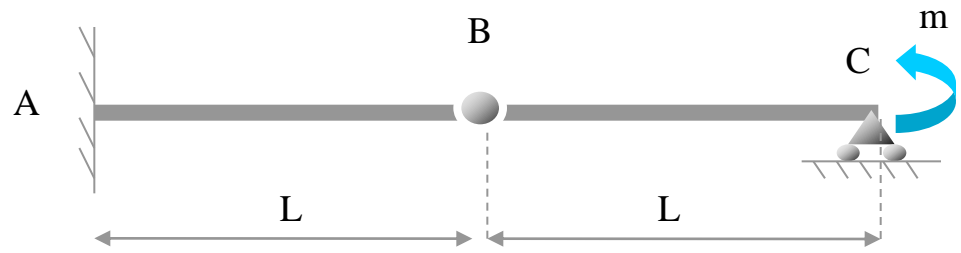
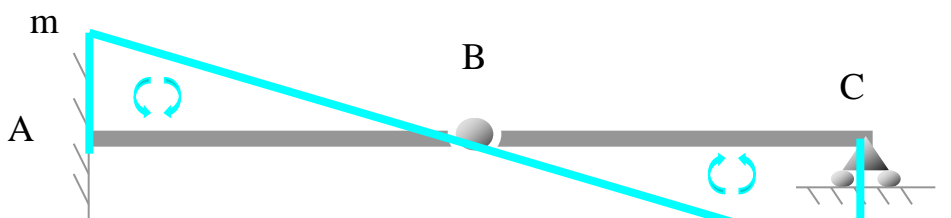


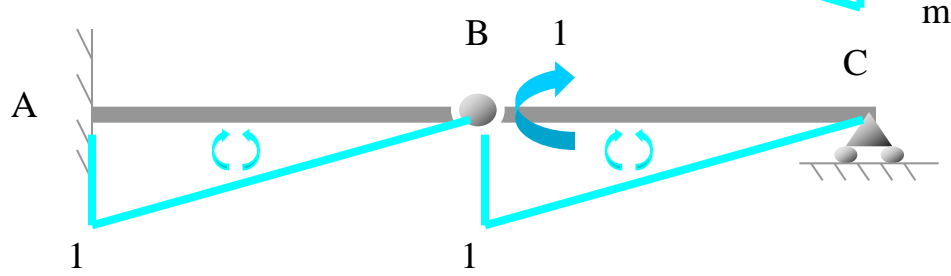
Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

Obtención del giro en B por la derecha

θ_{Bd}



Calculamos el giro con las tablas de integrales de Mohr:



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

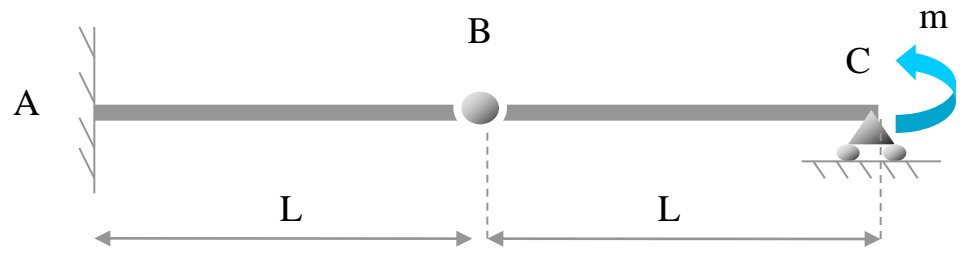
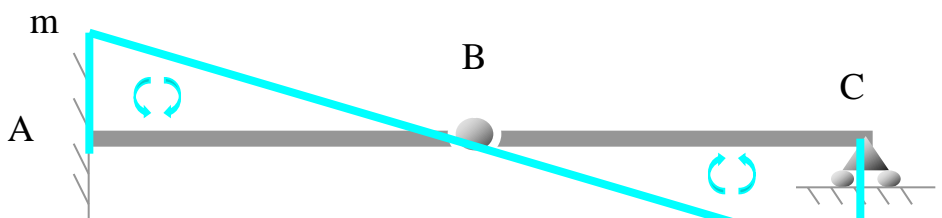


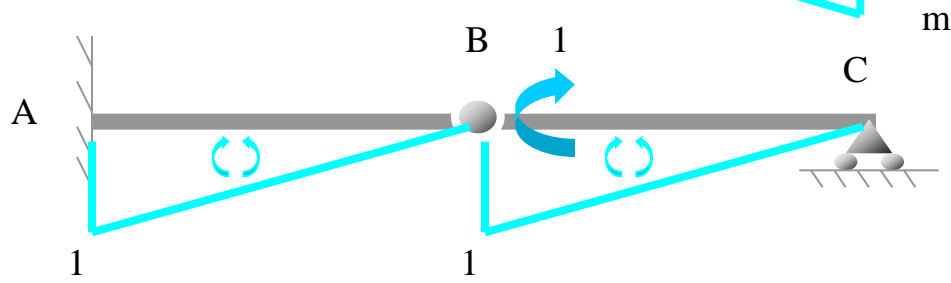
Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

Obtención del giro en B por la derecha

$$\theta_{Bd}$$



$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

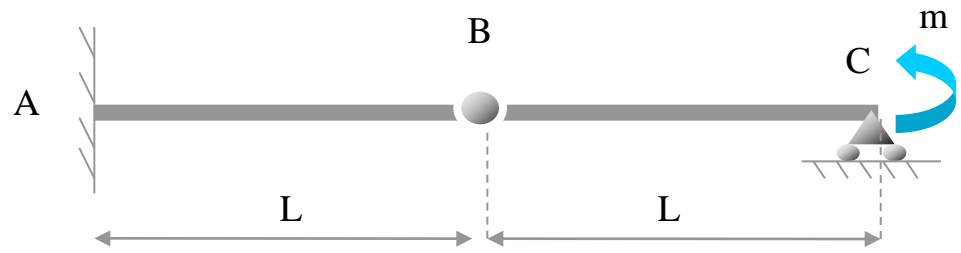
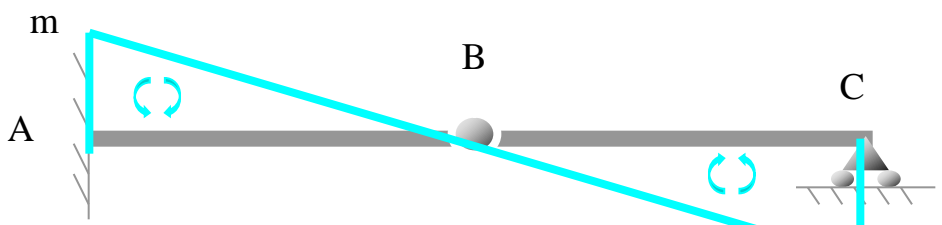
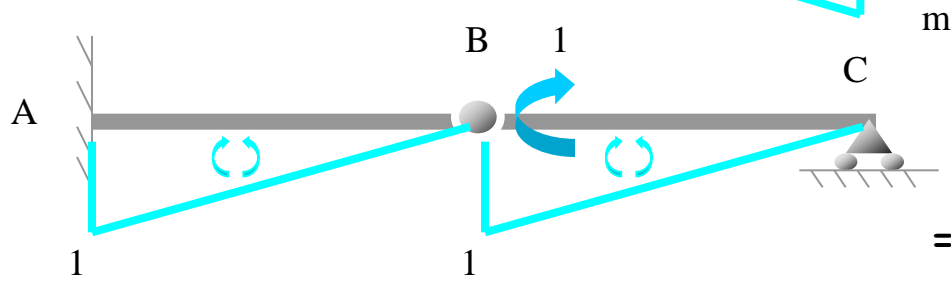


Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

Obtención del giro en B por la derecha



$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{Bd}



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

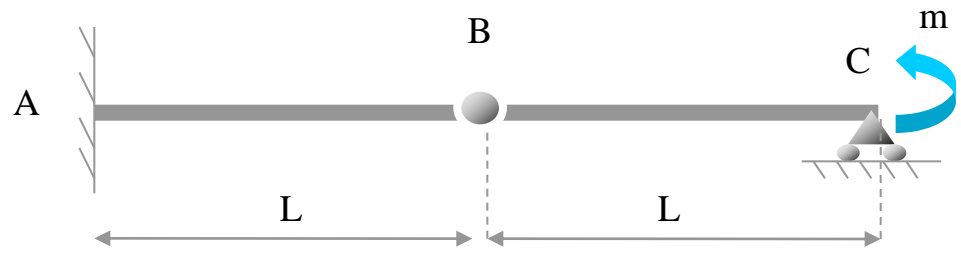
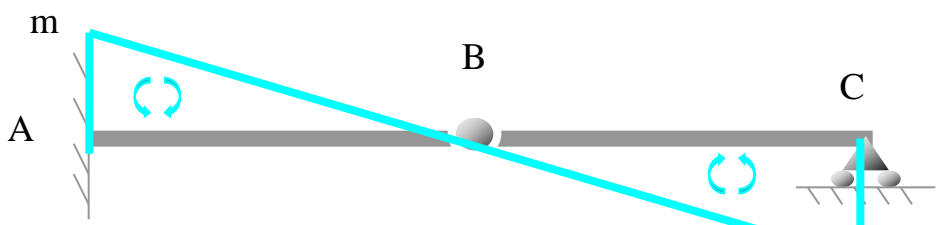
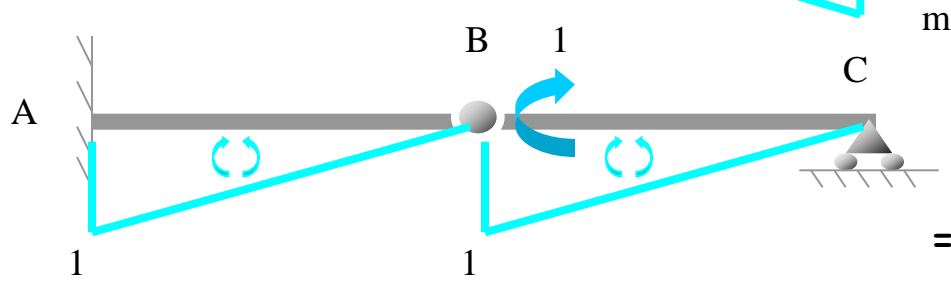


Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha

θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{1Bd} debido a la deformación del tramo AB

(El sentido del giro real no coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

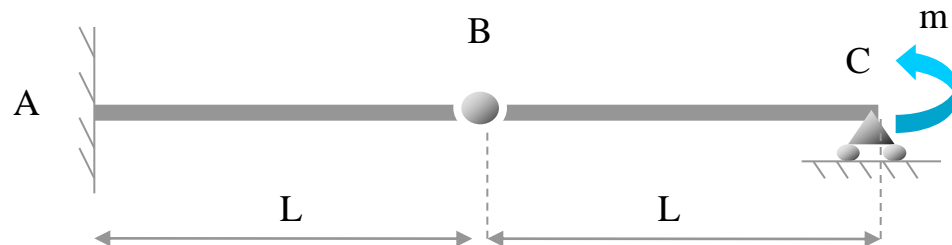
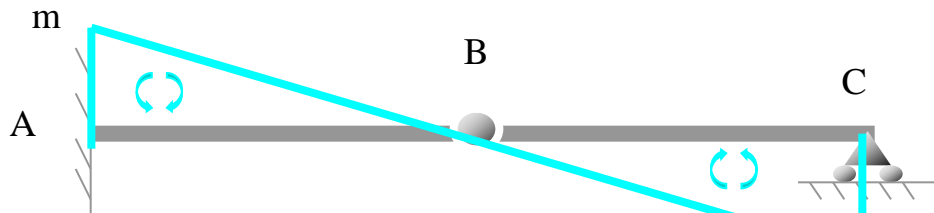
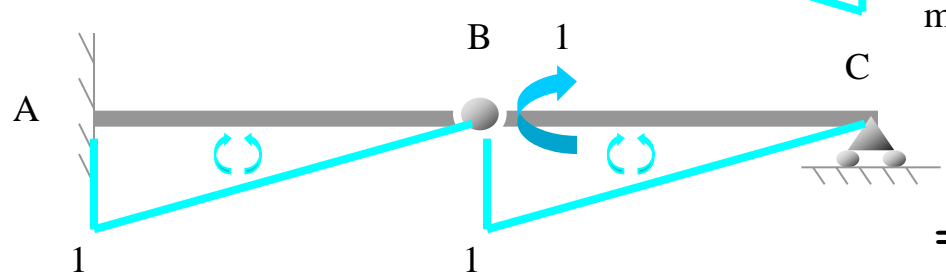


Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha

$$\theta_{Bd}$$



Representación gráfica de θ_{1Bd}

Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{1Bd} debido a la deformación del tramo AB

(El sentido del giro real no coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

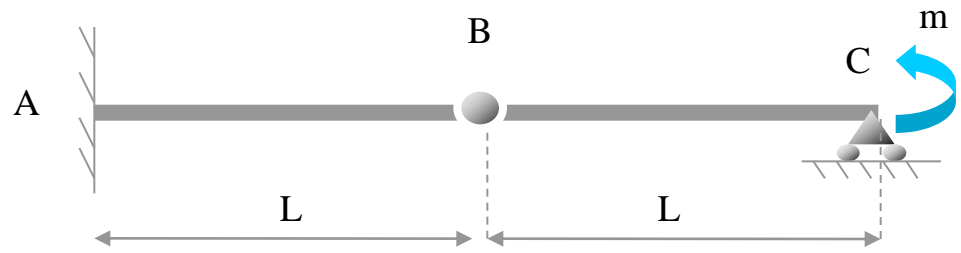
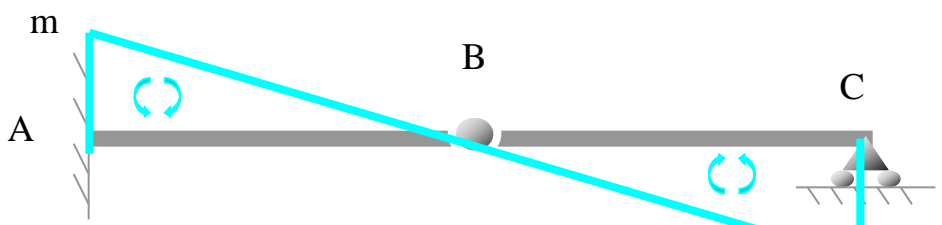
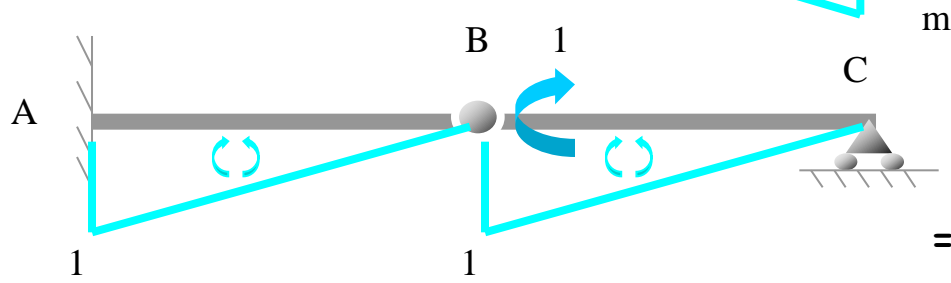


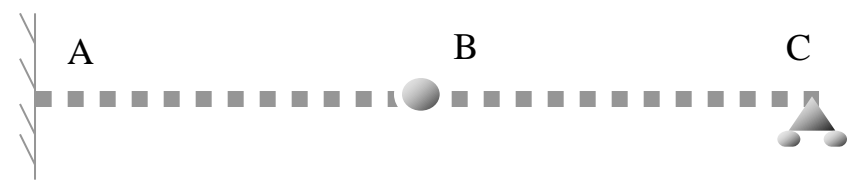
Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha



θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{1Bd} debido a la deformación del tramo AB

(El sentido del giro real no coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

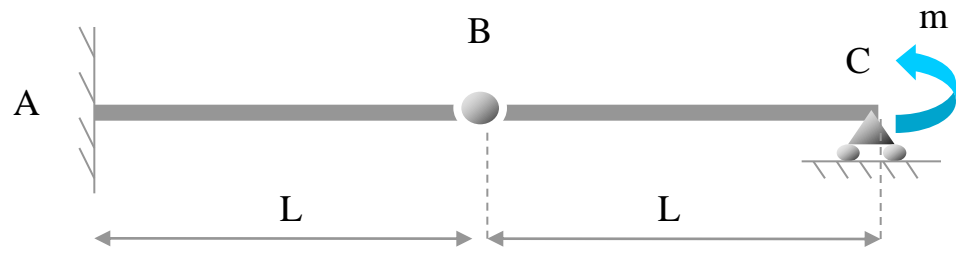
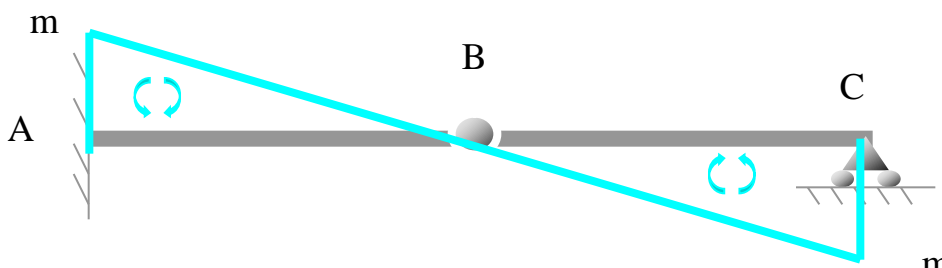
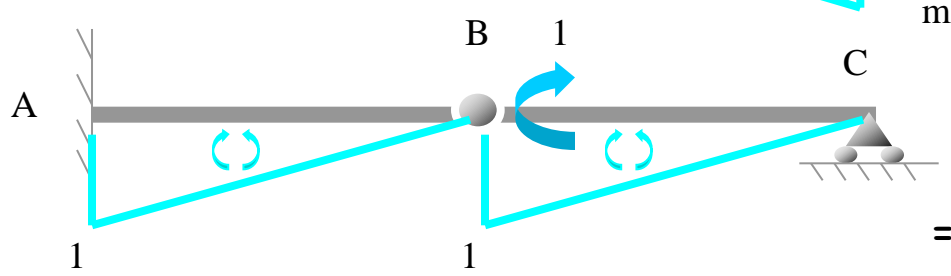


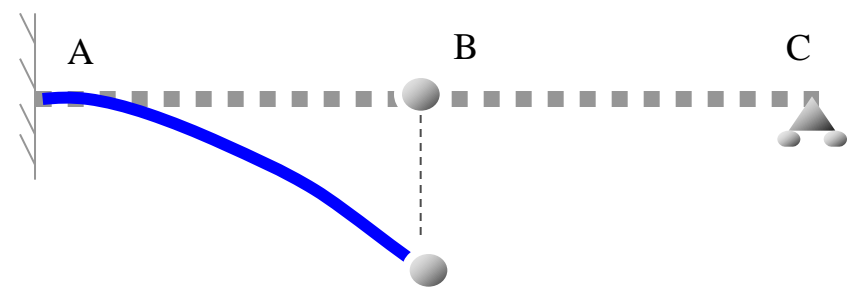
Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha



θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{1Bd} debido a la deformación del tramo AB

(El sentido del giro real no coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

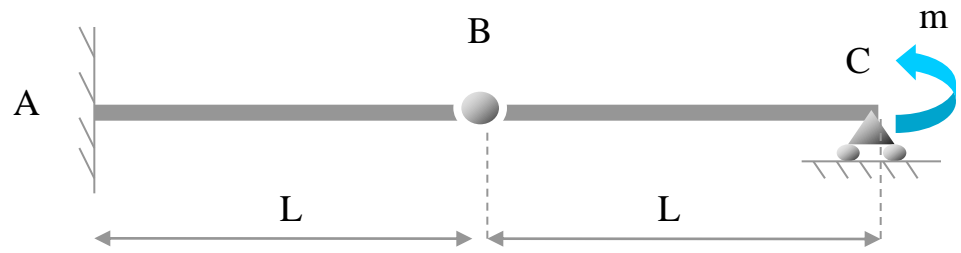
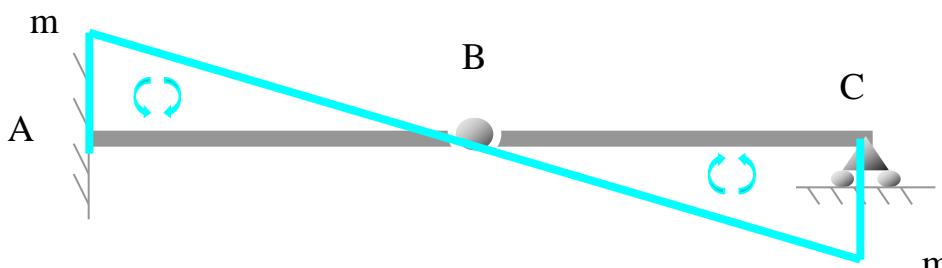
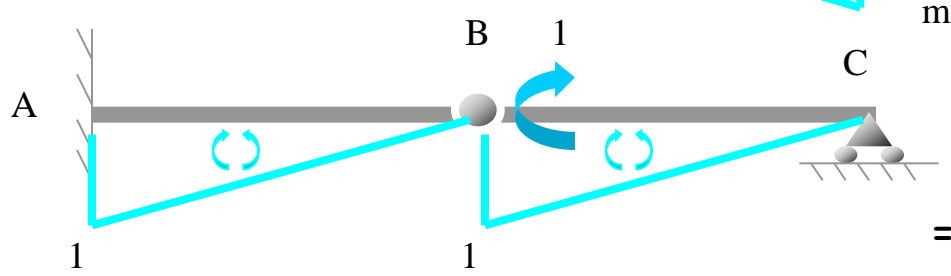


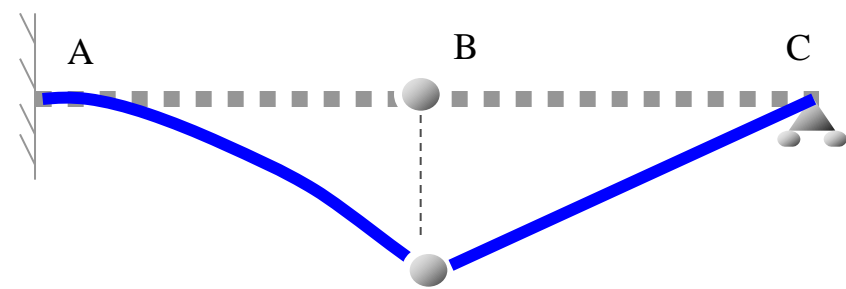
Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha



θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{1Bd} debido a la deformación del tramo AB

(El sentido del giro real no coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

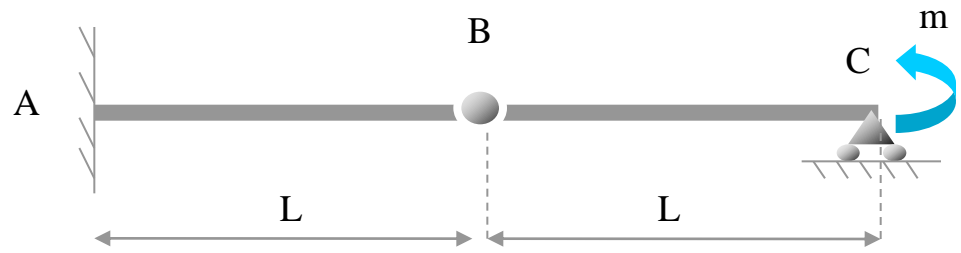
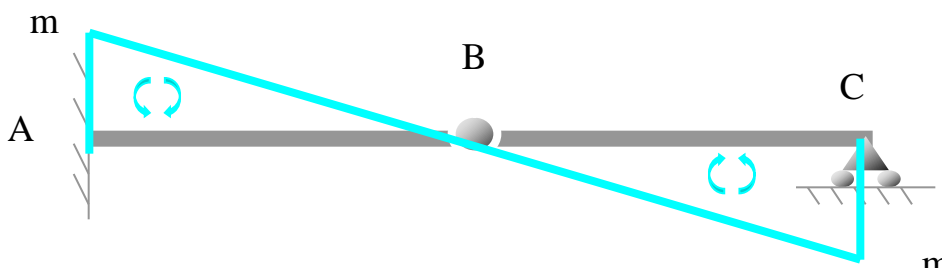
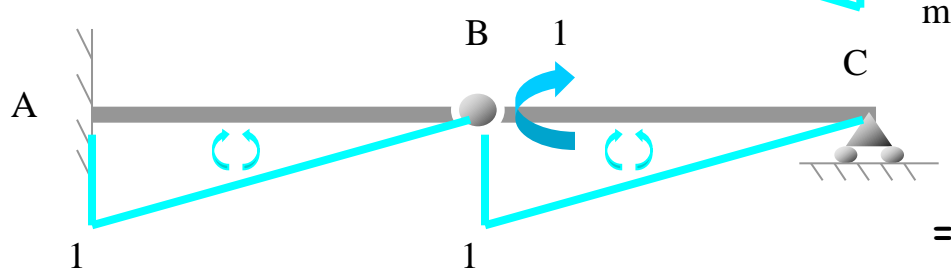


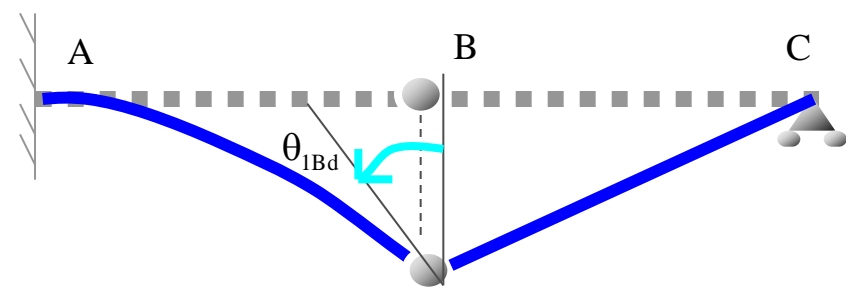
Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha



θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{1Bd} debido a la deformación del tramo AB

(El sentido del giro real no coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

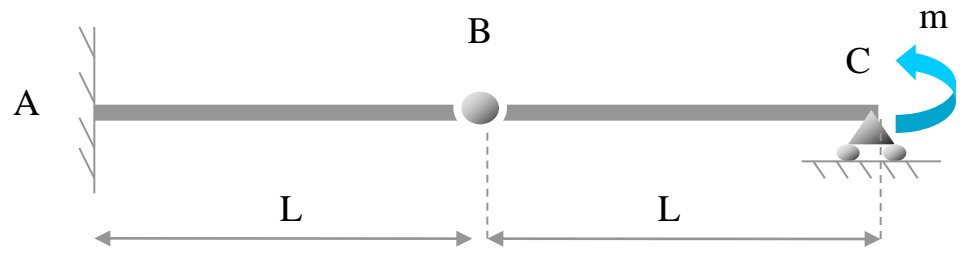
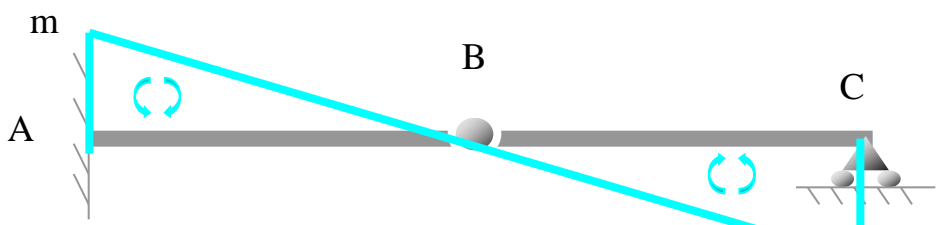
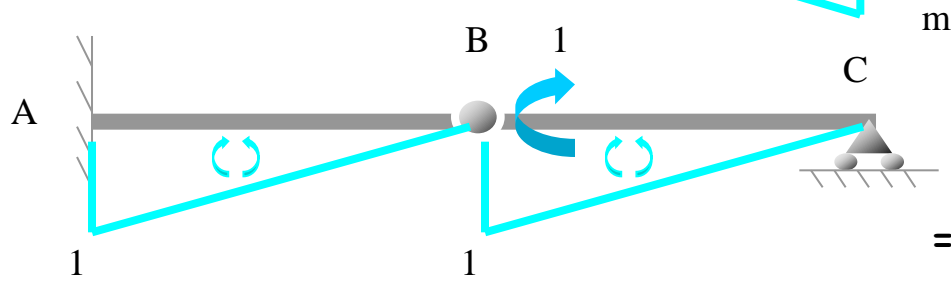


Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha

θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

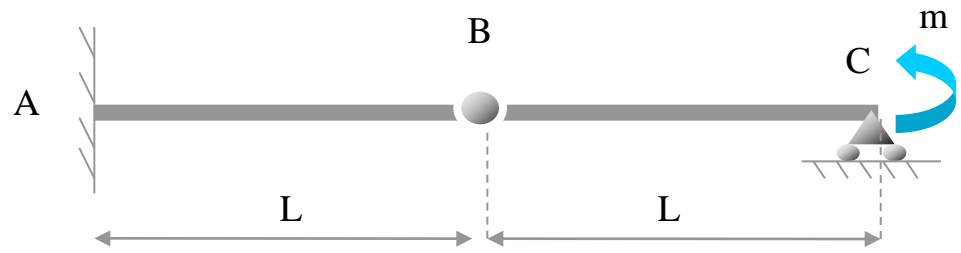
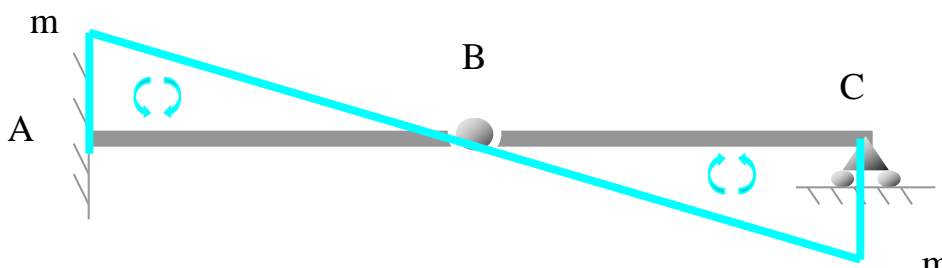
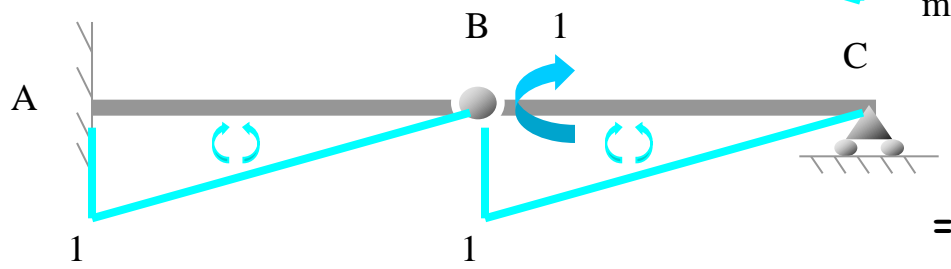


Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha

θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{2Bd} debido a la deformación del tramo BC

(El sentido del giro real coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

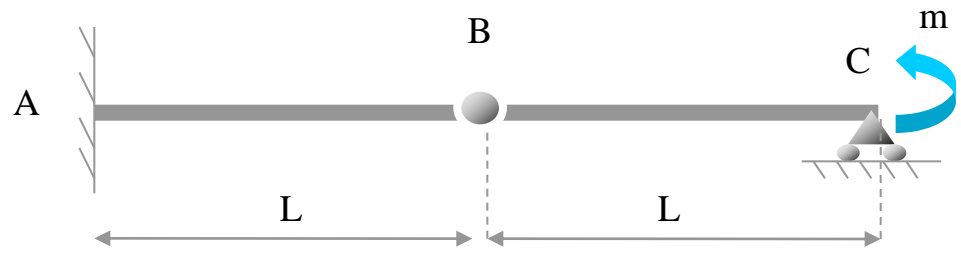
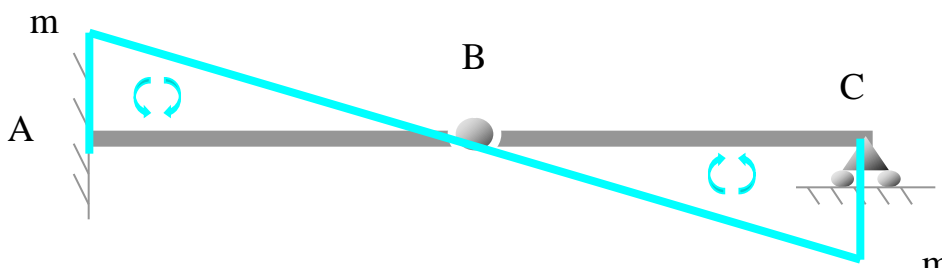
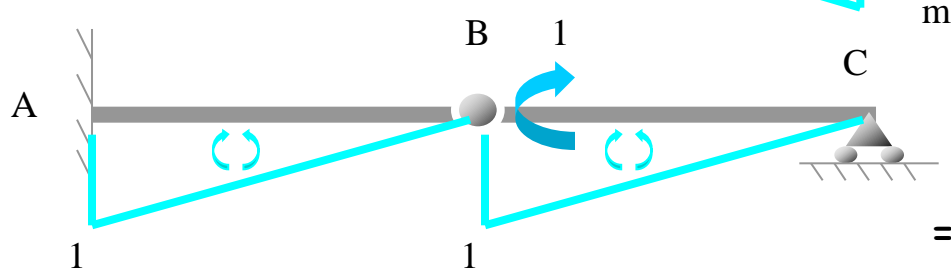


Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha

θ_{Bd}



Representación gráfica de θ_{2Bd}

Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{2Bd} debido a la deformación del tramo BC

(El sentido del giro real coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

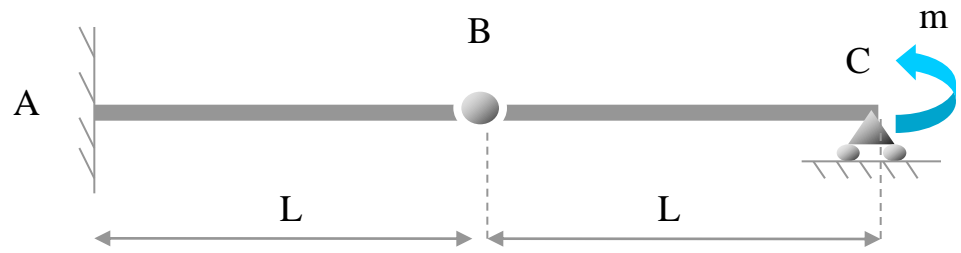
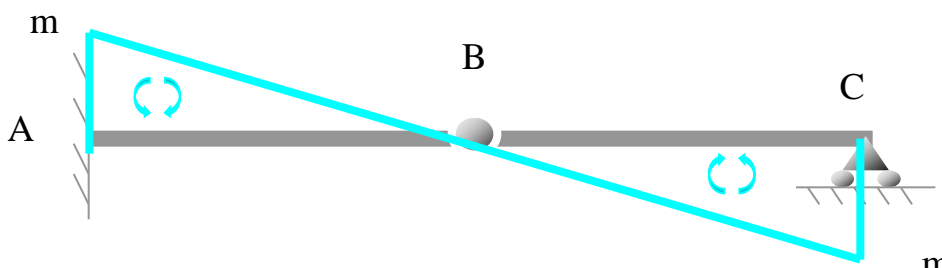
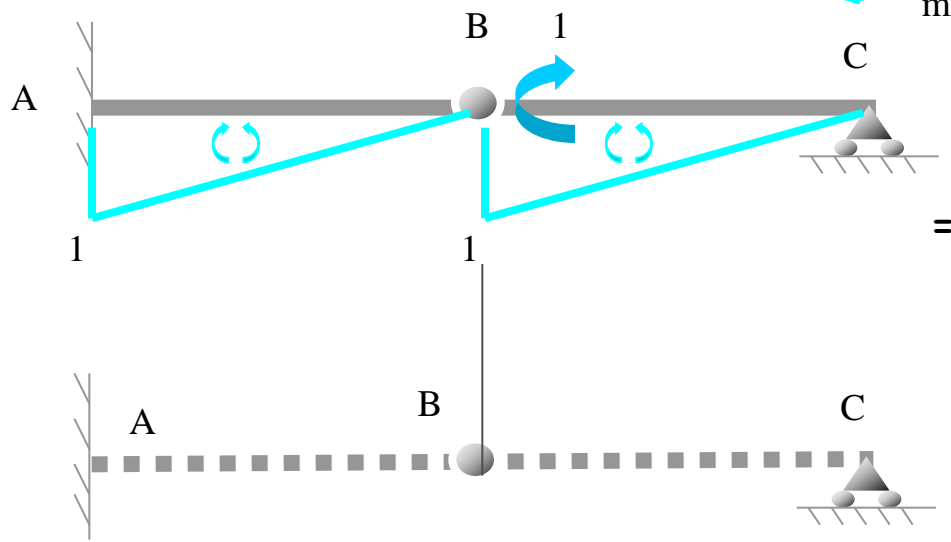


Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha

θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{2Bd} debido a la deformación del tramo BC

(El sentido del giro real coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

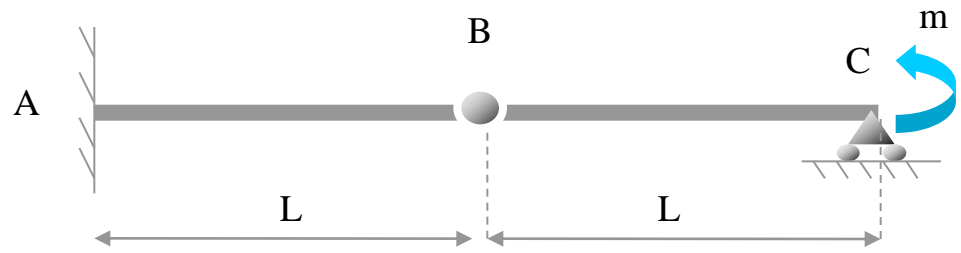
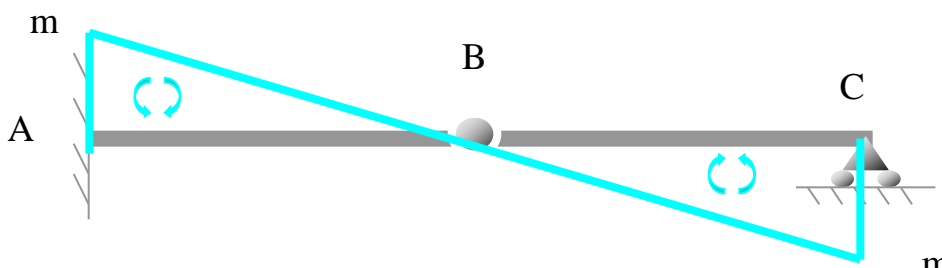
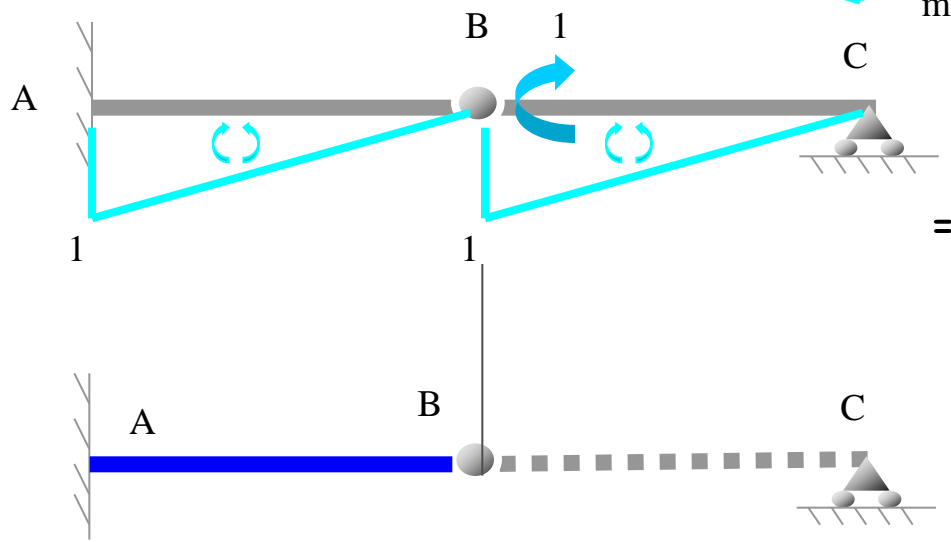


Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha

θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{2Bd} debido a la deformación del tramo BC

(El sentido del giro real coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

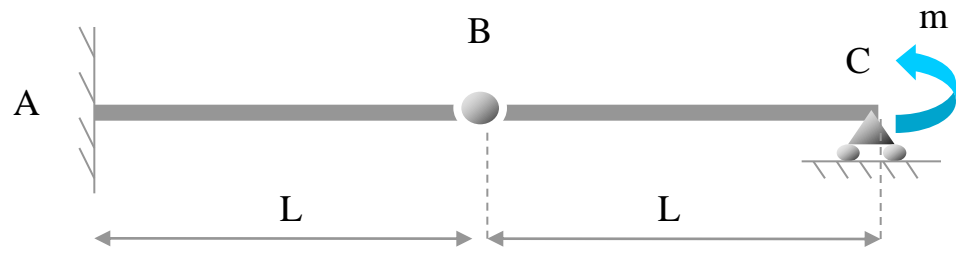
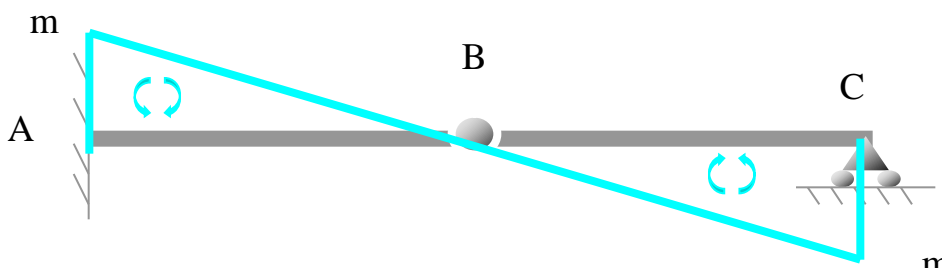
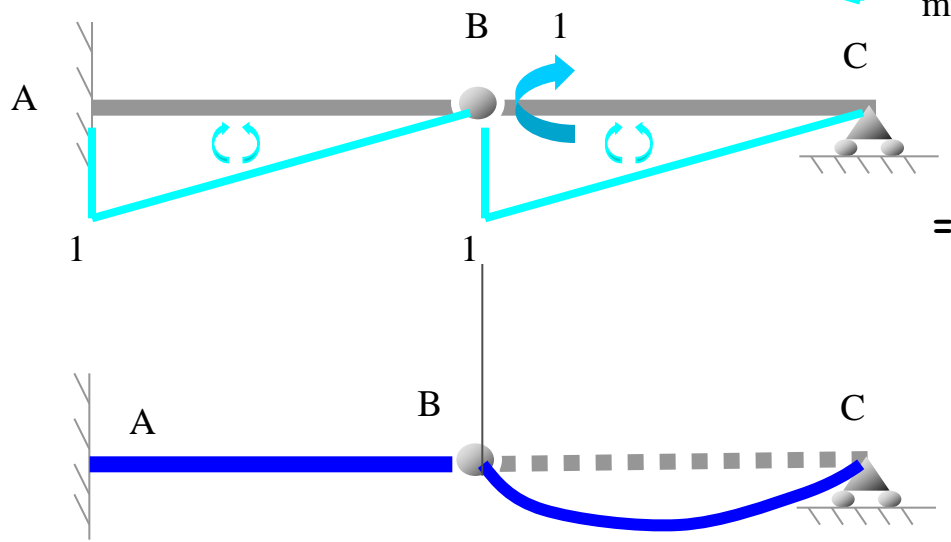


Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha

θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{2Bd} debido a la deformación del tramo BC

(El sentido del giro real coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

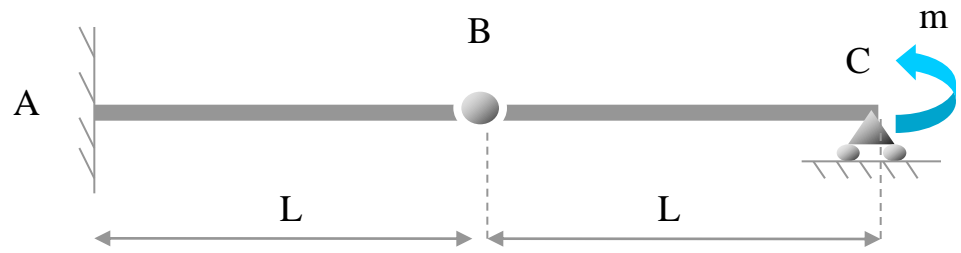
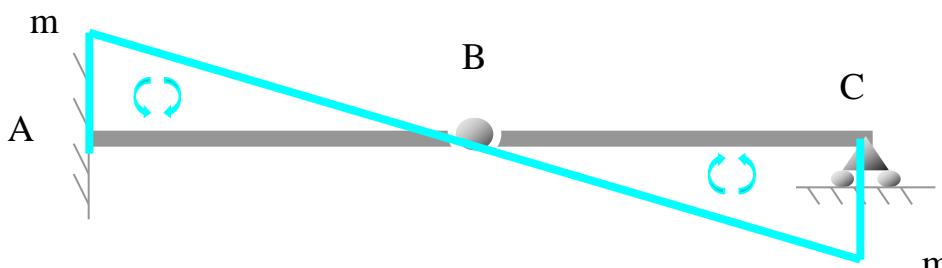
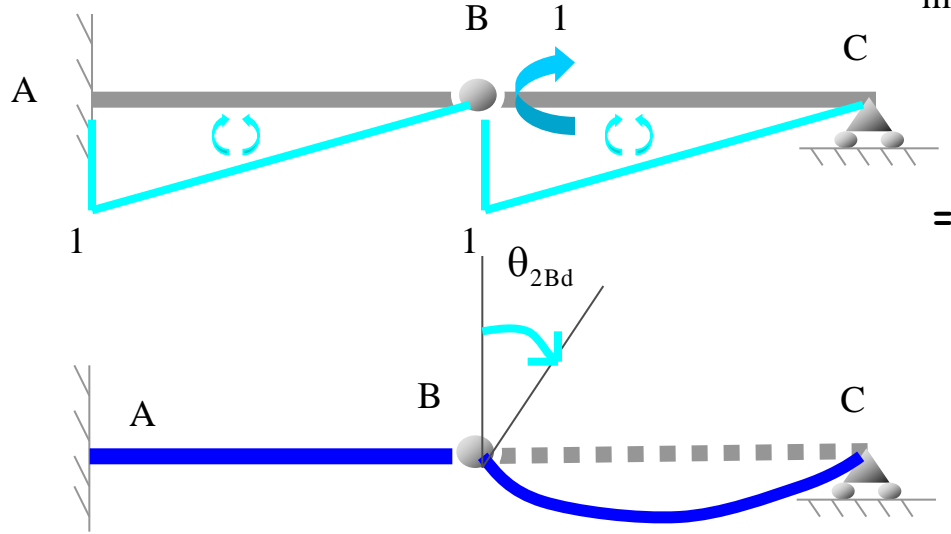


Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha

θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{2Bd} debido a la deformación del tramo BC

(El sentido del giro real coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

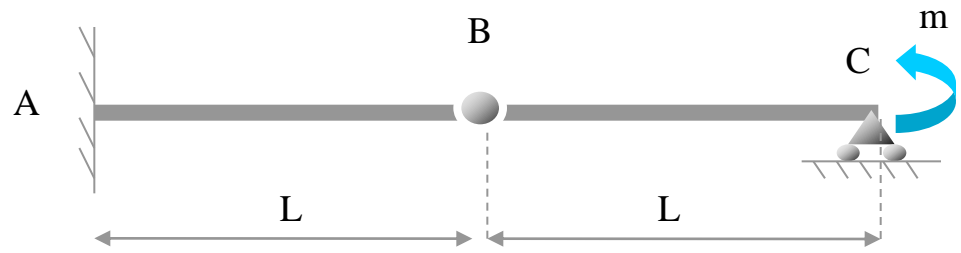
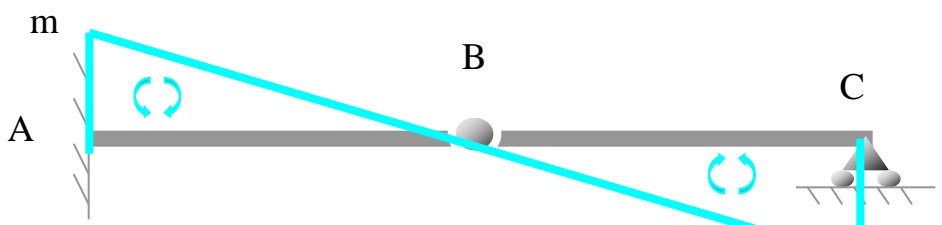
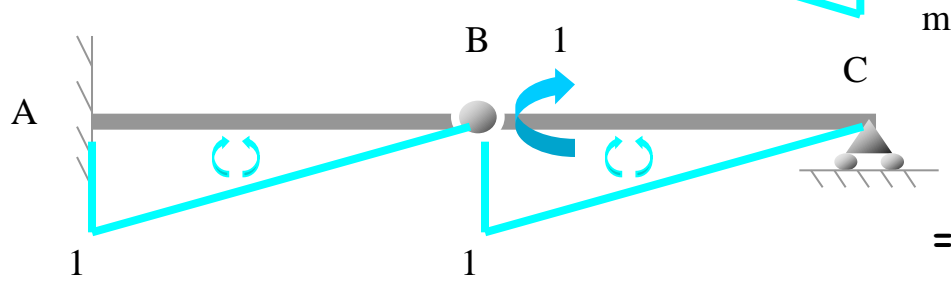


Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

Obtención del giro en B por la derecha



$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{Bd}



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

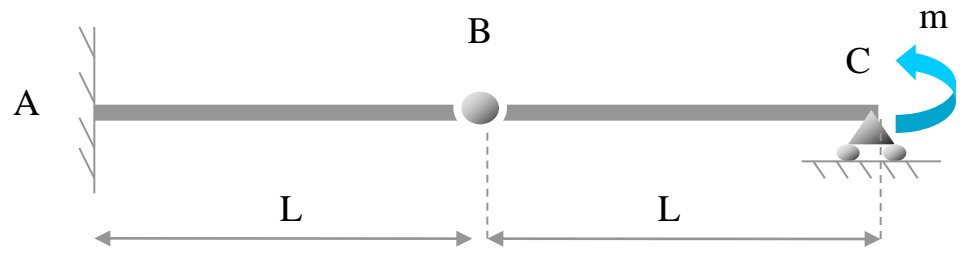
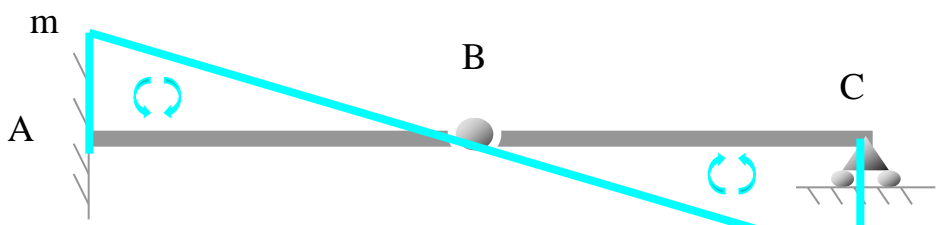
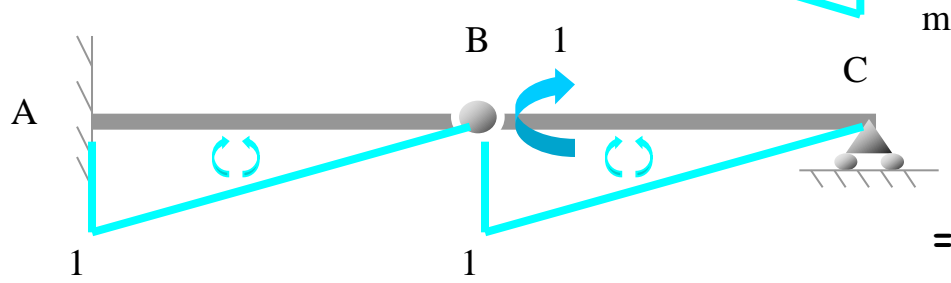


Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha

θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{Bd} debido a la deformación de los dos tramos

(El sentido del giro real no coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

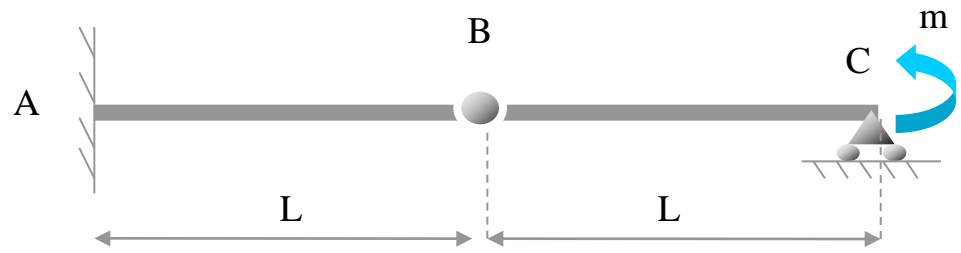
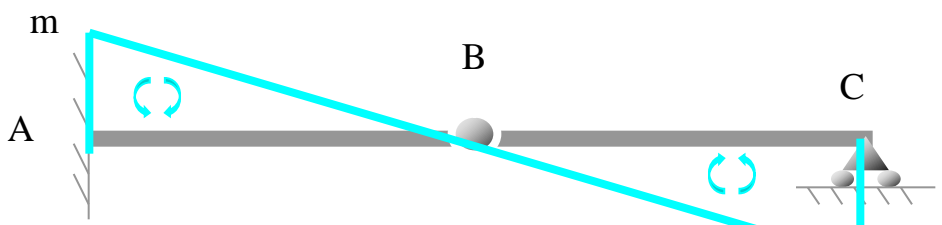
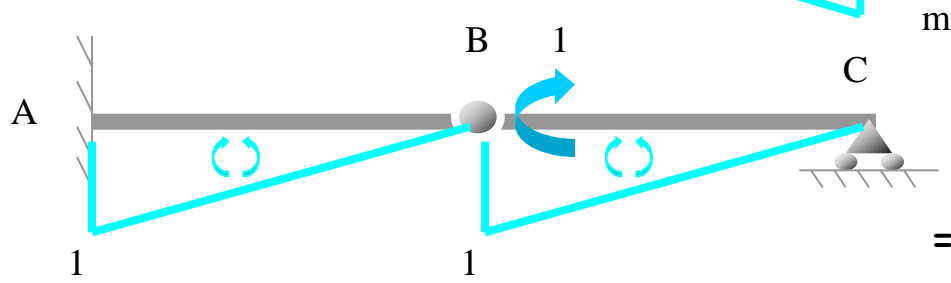


Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha



θ_{Bd}

Representación gráfica de θ_{Bd}

Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{Bd} debido a la deformación de los dos tramos

(El sentido del giro real no coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

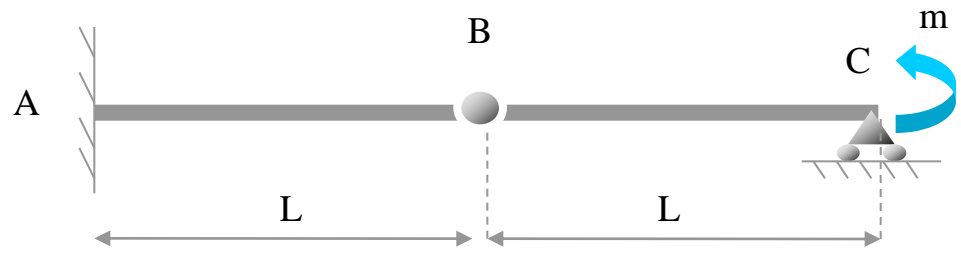
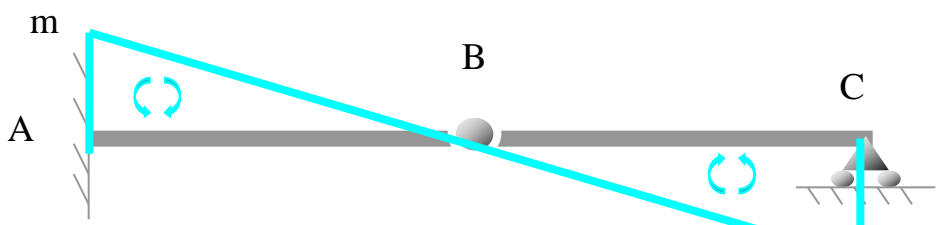
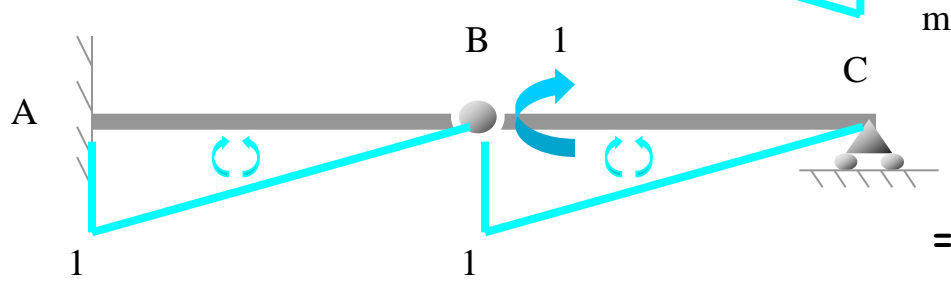


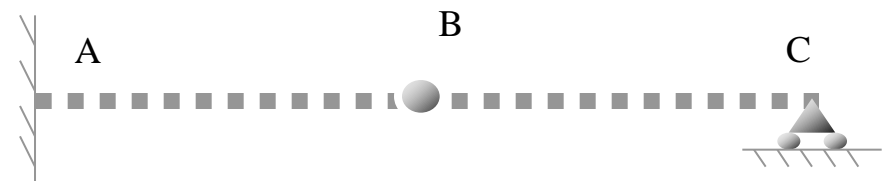
Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha



θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{Bd} debido a la deformación de los dos tramos

(El sentido del giro real no coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

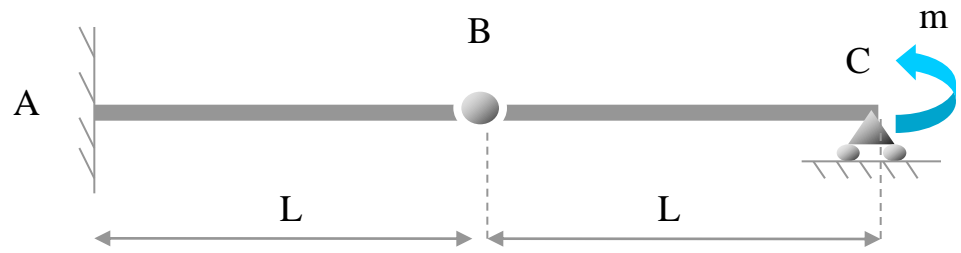
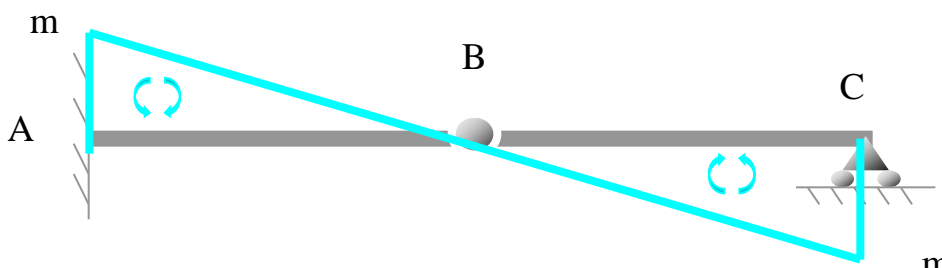
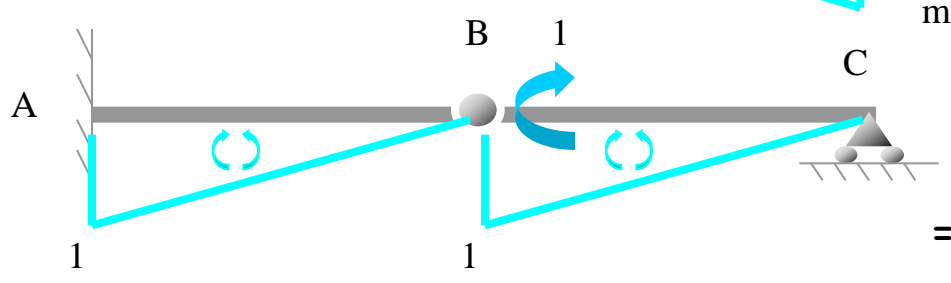


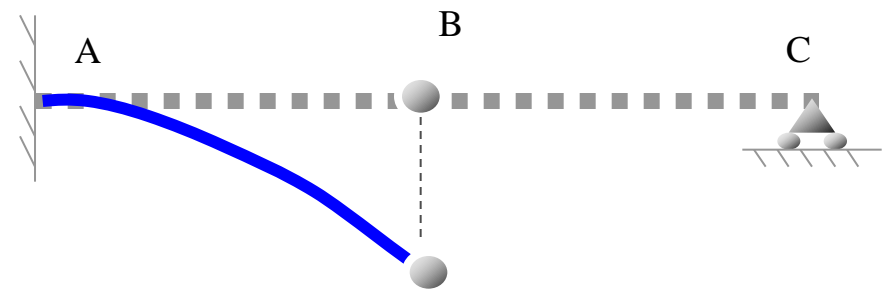
Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha



θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{Bd} debido a la deformación de los dos tramos

(El sentido del giro real no coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

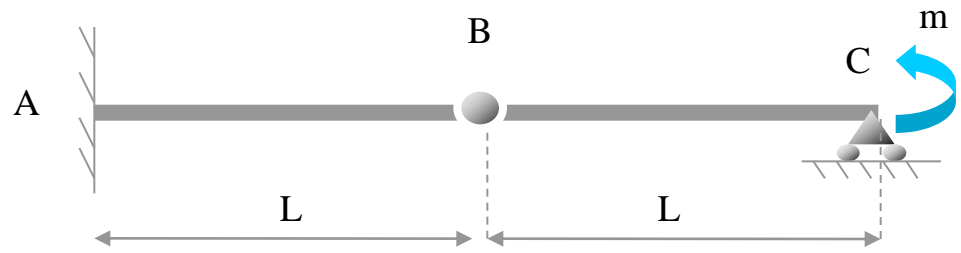
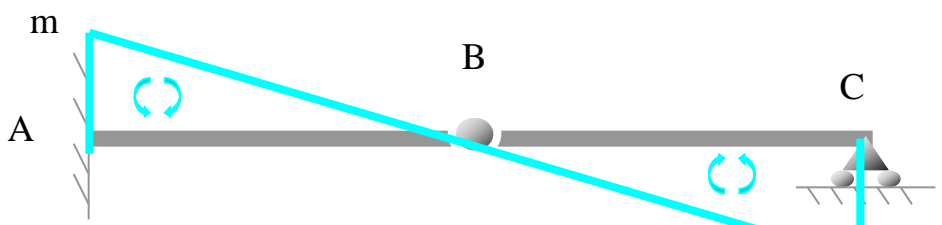
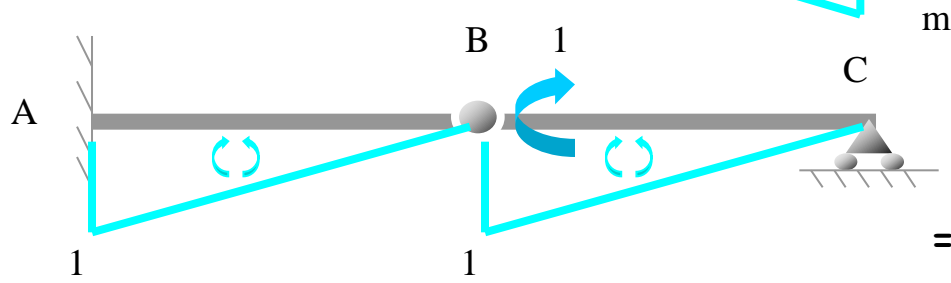


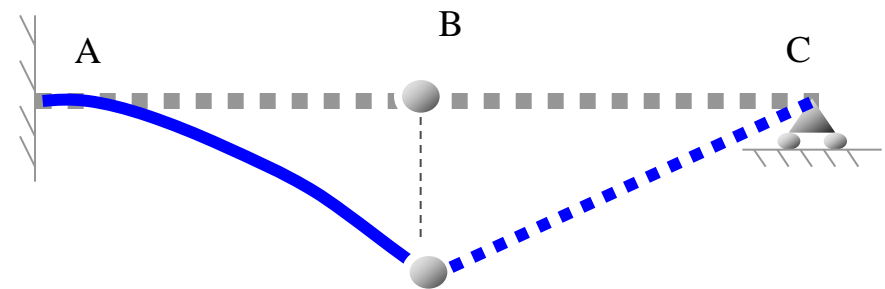
Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha



θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{Bd} debido a la deformación de los dos tramos

(El sentido del giro real no coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

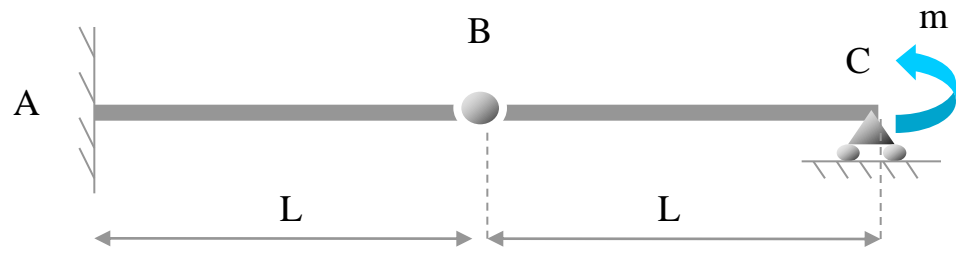
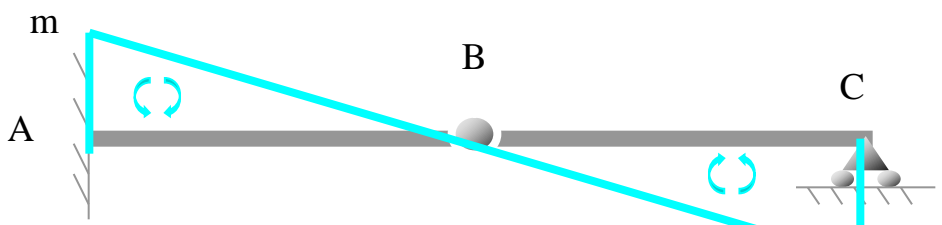
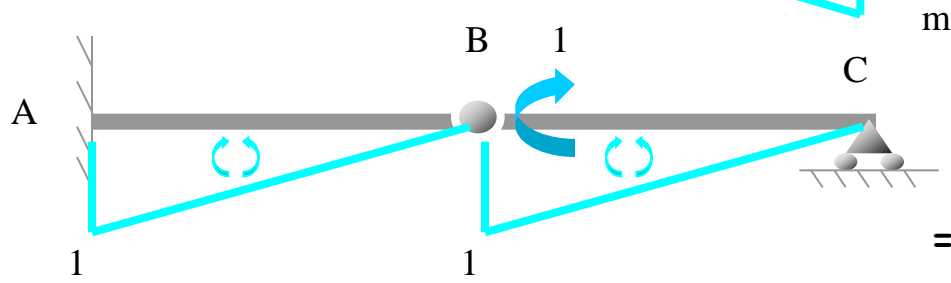


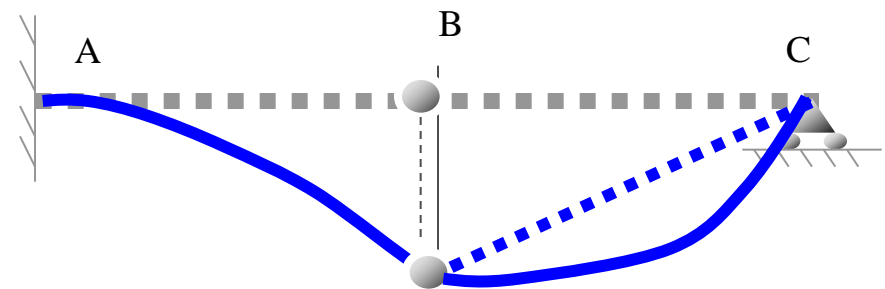
Diagrama de momentos reales



Obtención del giro en B por la derecha



θ_{Bd}



Giro en B = giro de una rótula $\rightarrow \theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{Bd} debido a la deformación de los dos tramos

(El sentido del giro real no coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B ←
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

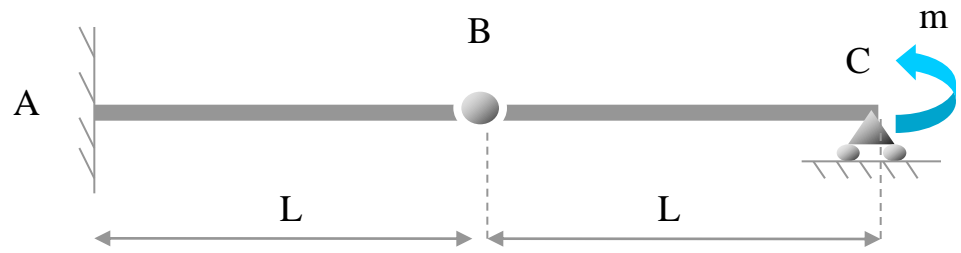
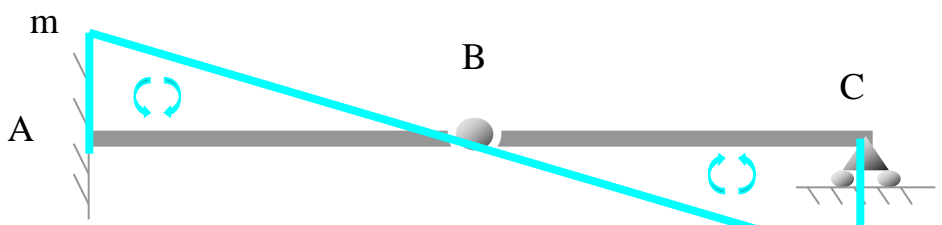
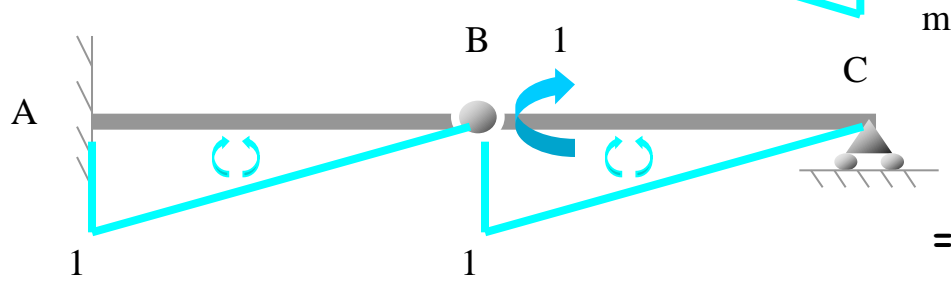


Diagrama de momentos reales



Giro en B = giro de una rótula → $\theta_{Bi} \neq \theta_{Bd}$

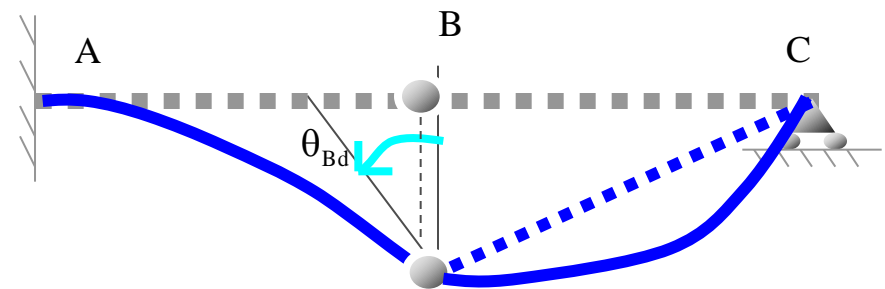
Obtención del giro en B por la derecha



$$\theta_{Bd} = -\frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{6EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= -\frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{6EI} = -\frac{mL}{6EI}$$

θ_{Bd}



θ_{Bd} debido a la deformación de los dos tramos

(El sentido del giro real no coincide con el del momento unitario)



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

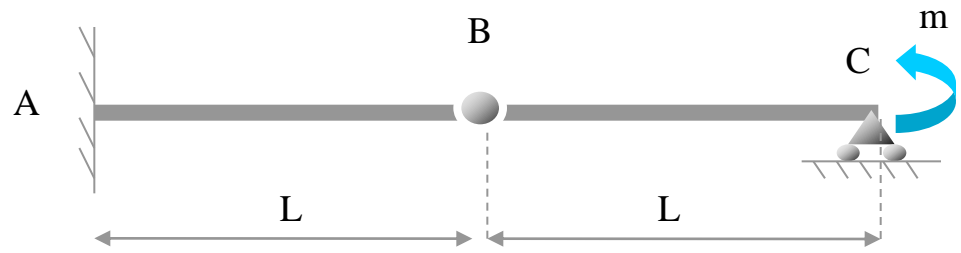
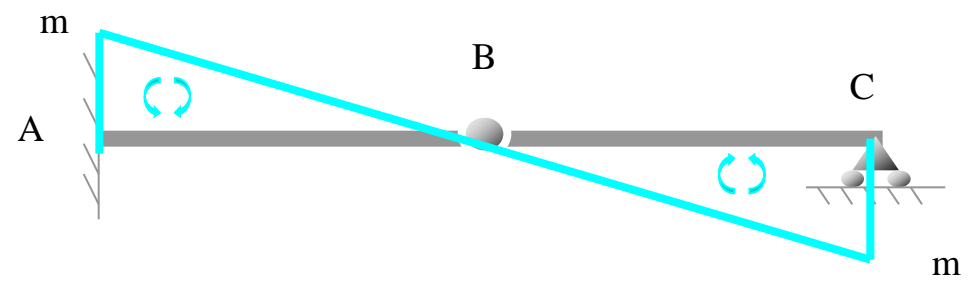



Diagrama de momentos reales





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B 
- El valor del giro en C

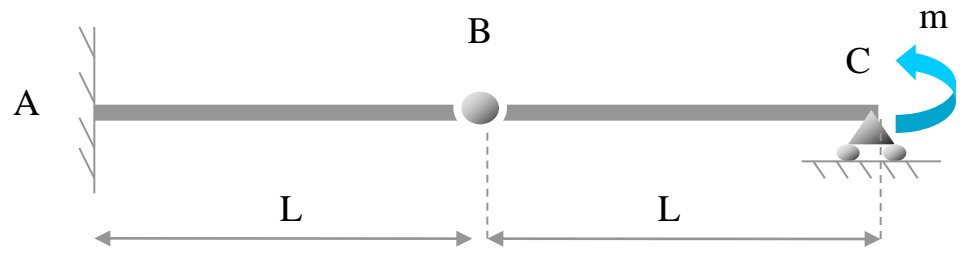
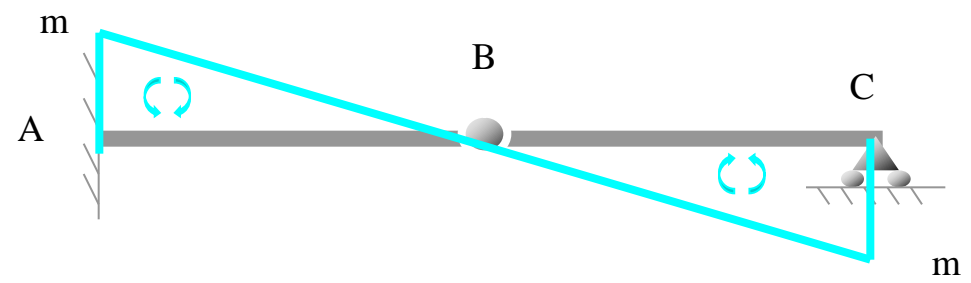


Diagrama de momentos reales





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

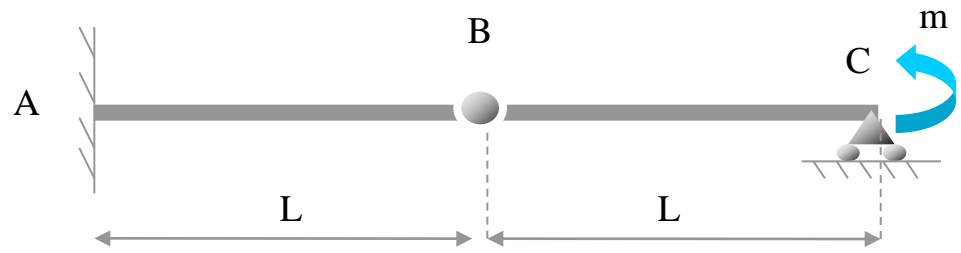
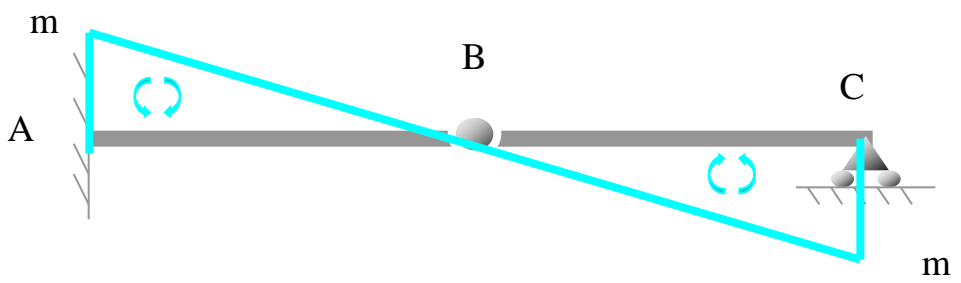


Diagrama de momentos reales



Obtención de y_B



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

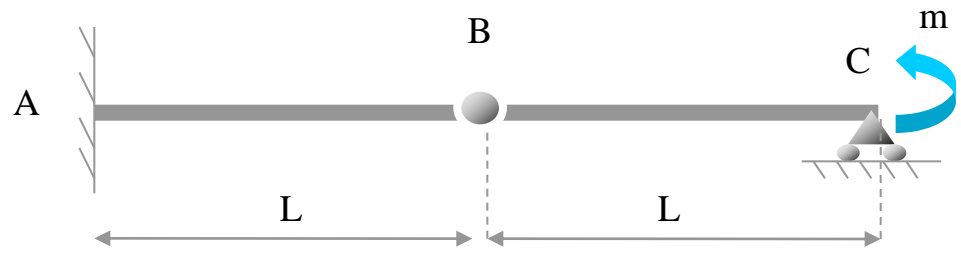
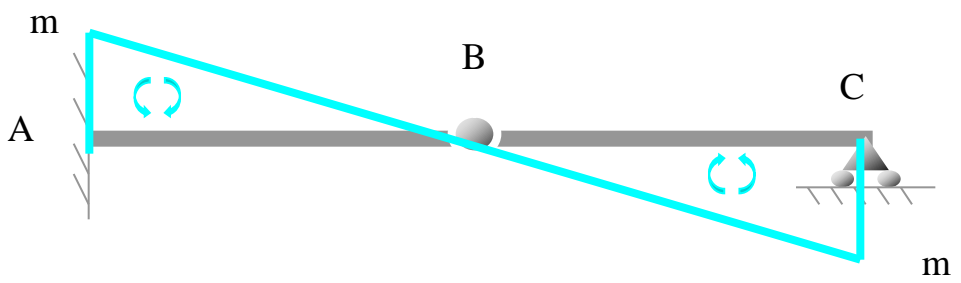


Diagrama de momentos reales



Obtención de y_B

Aplicamos una carga unitaria vertical en B



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

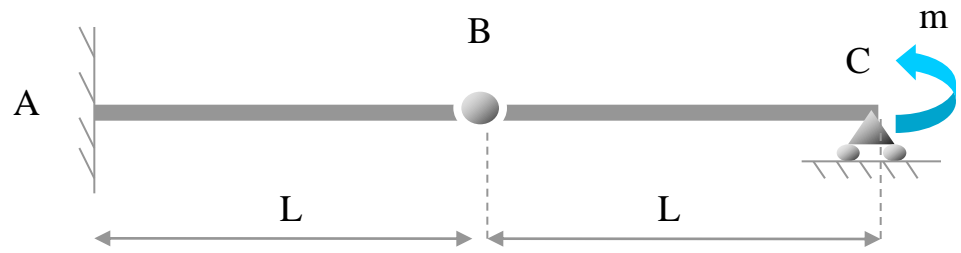
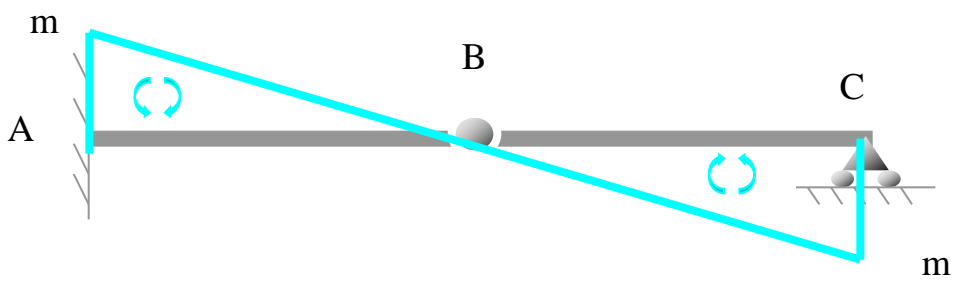
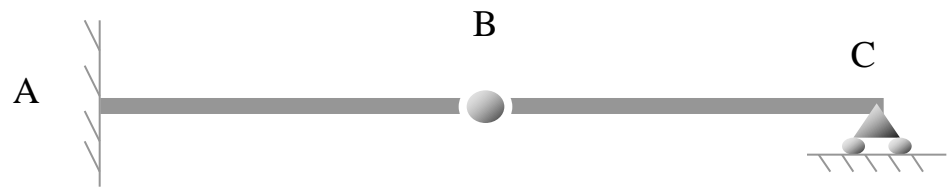


Diagrama de momentos reales



Obtención de y_B





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

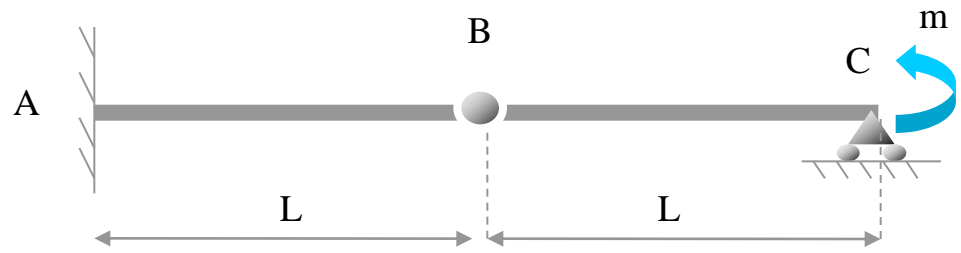
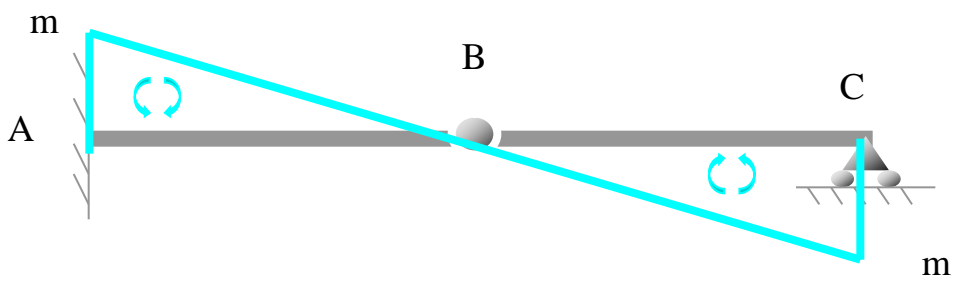
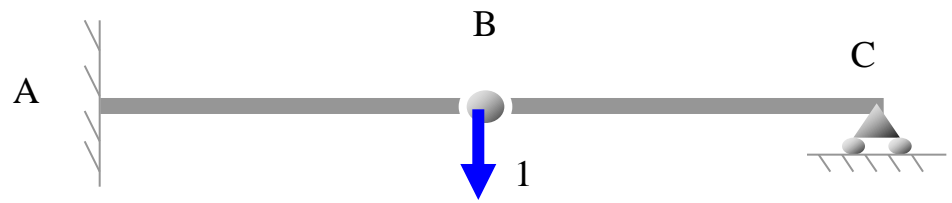


Diagrama de momentos reales



Obtención de y_B





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

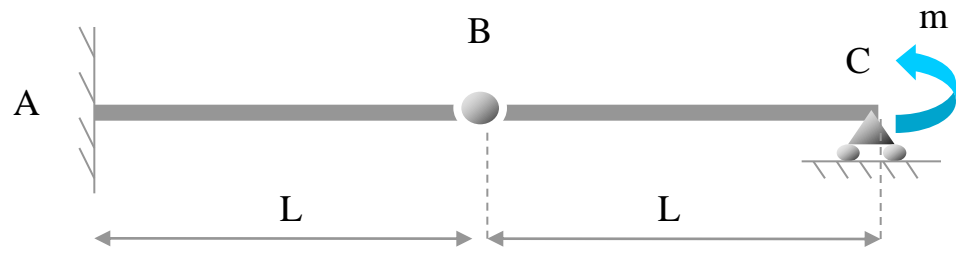
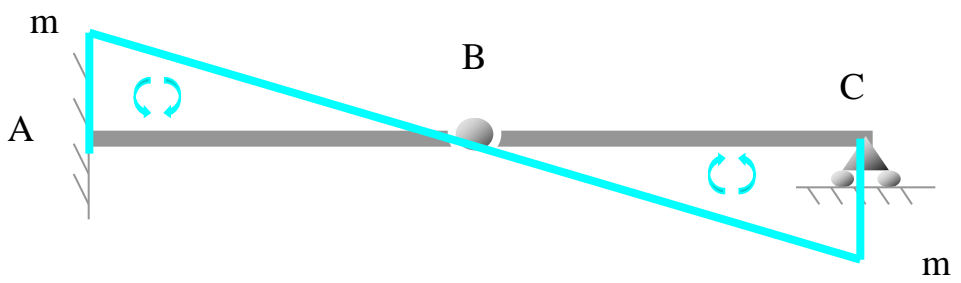
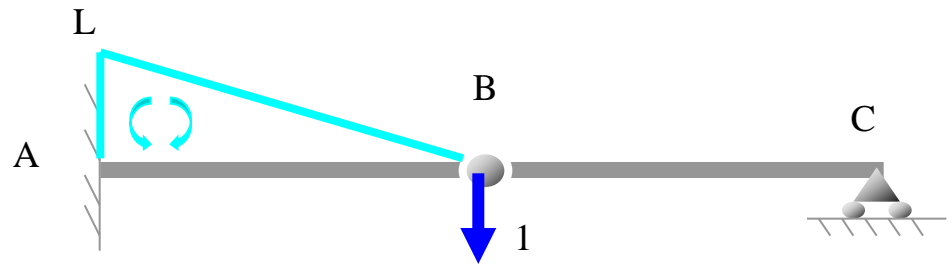


Diagrama de momentos reales



Obtención de y_B





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

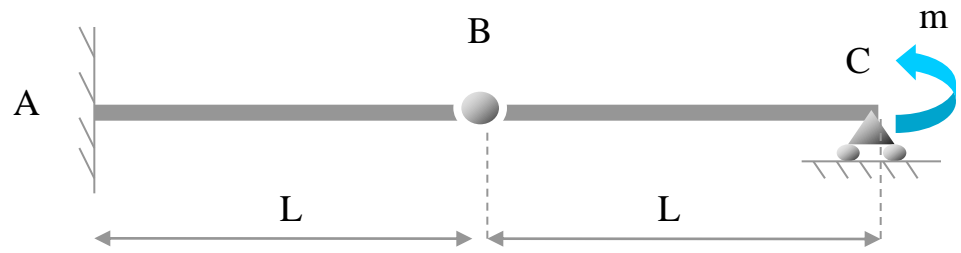
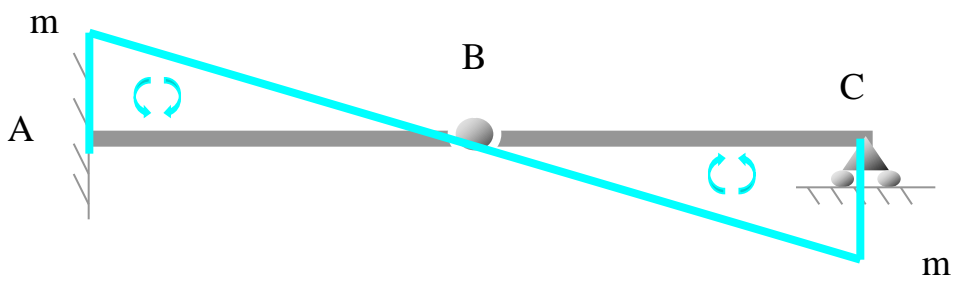
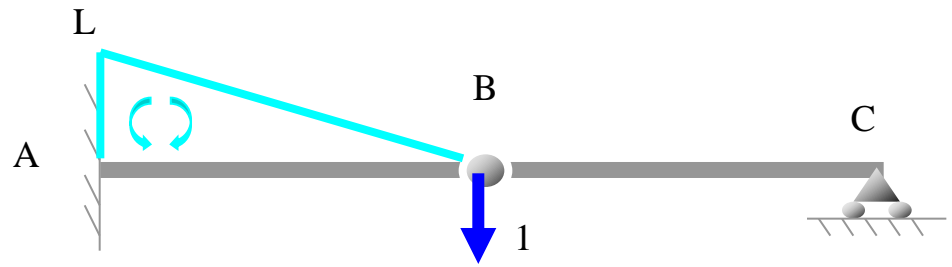


Diagrama de momentos reales



Obtención de y_B



Calculamos la flecha con las tablas de integrales de Mohr:



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

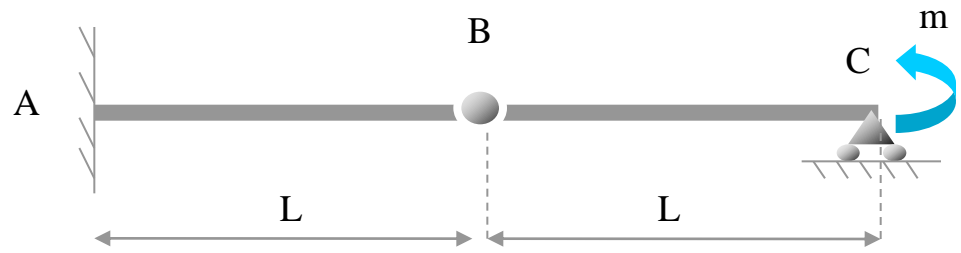
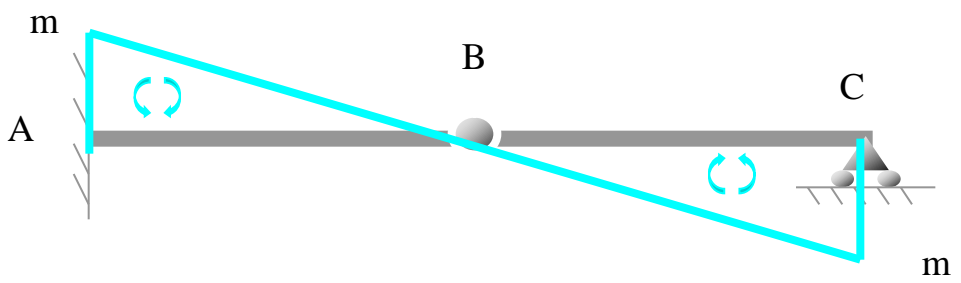
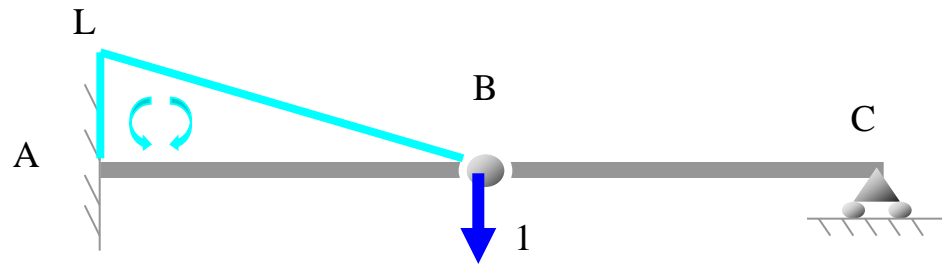


Diagrama de momentos reales



Obtención de y_B



$$y_B = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L = \frac{mL}{3EI}$$



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

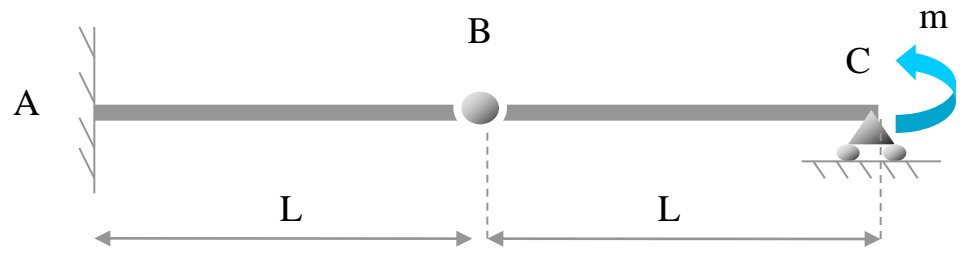
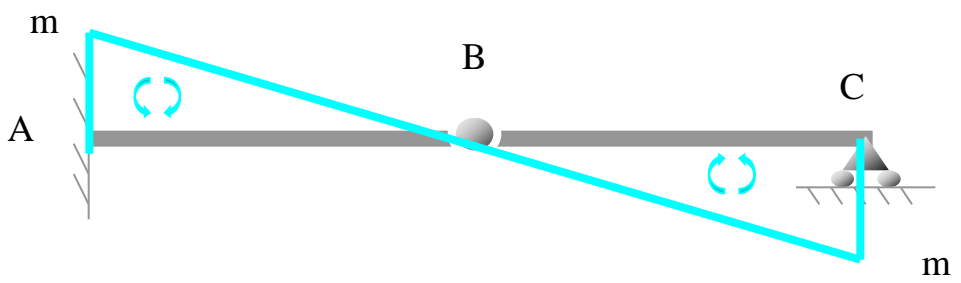
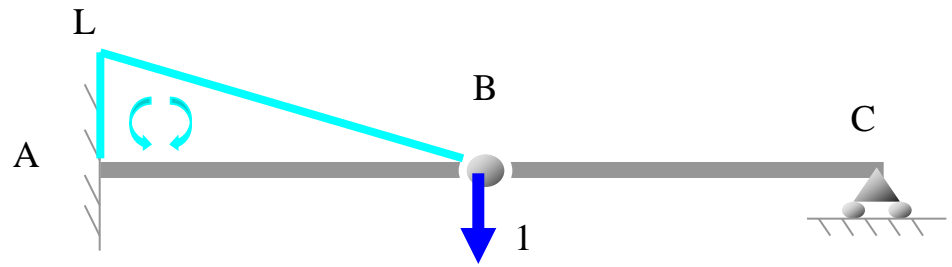


Diagrama de momentos reales



Obtención de y_B



$$y_B = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L = \frac{mL}{3EI}$$

↓ El sentido del desplazamiento real coincide con el de la carga unitaria



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C

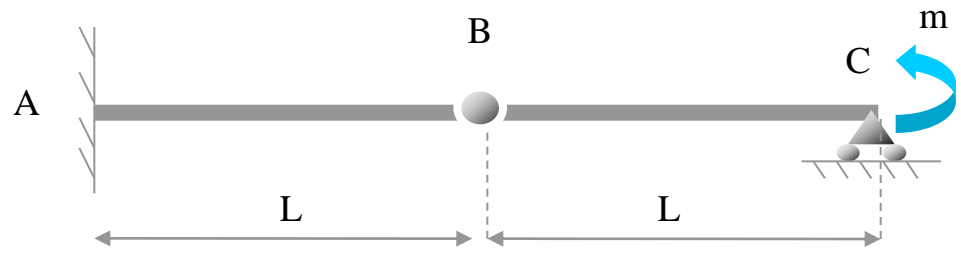
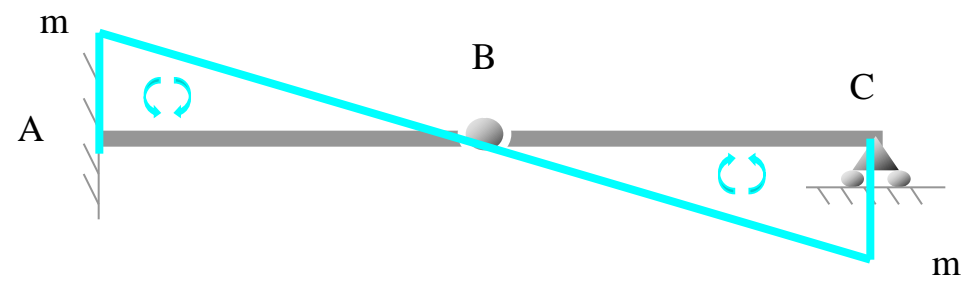


Diagrama de momentos reales





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C

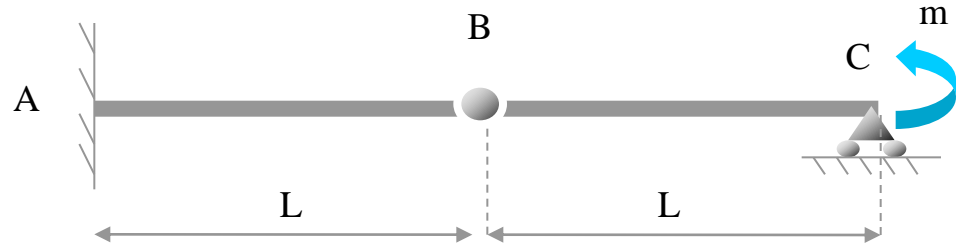
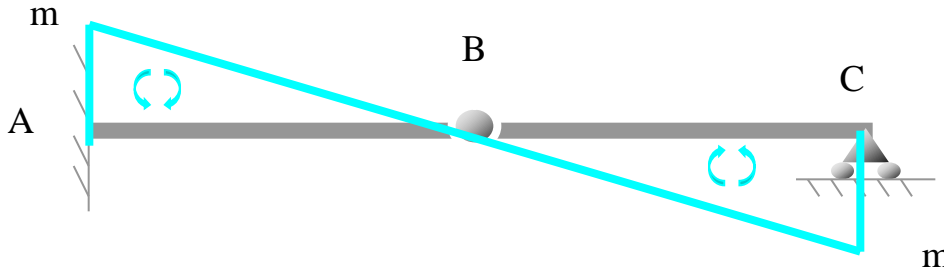


Diagrama de momentos reales





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C ←

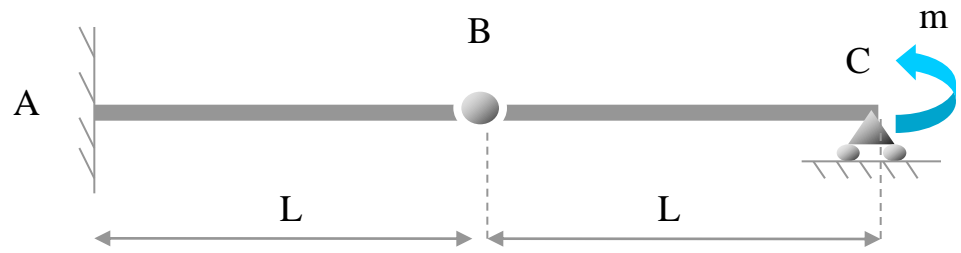
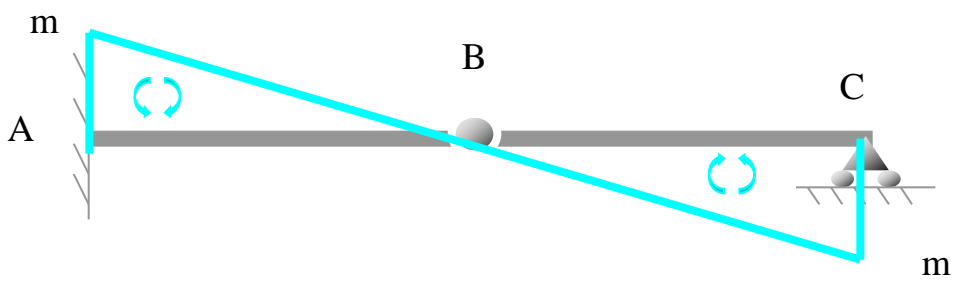


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C 

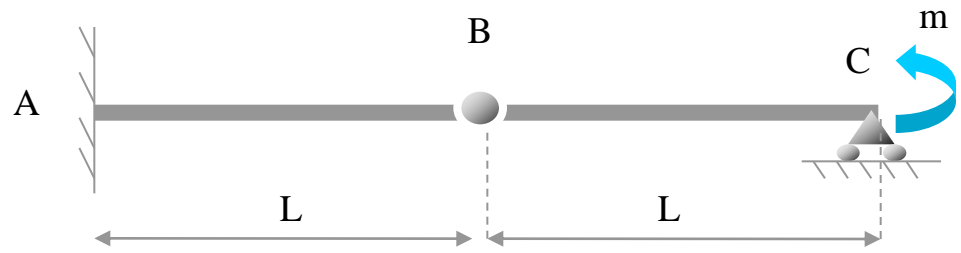
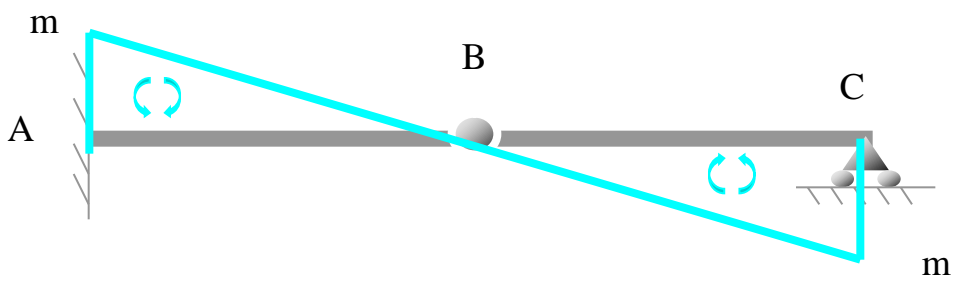


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C

Aplicamos un momento en la sección C:



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C ←

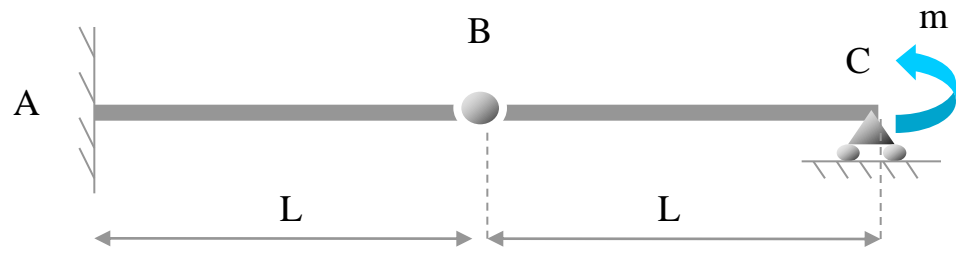
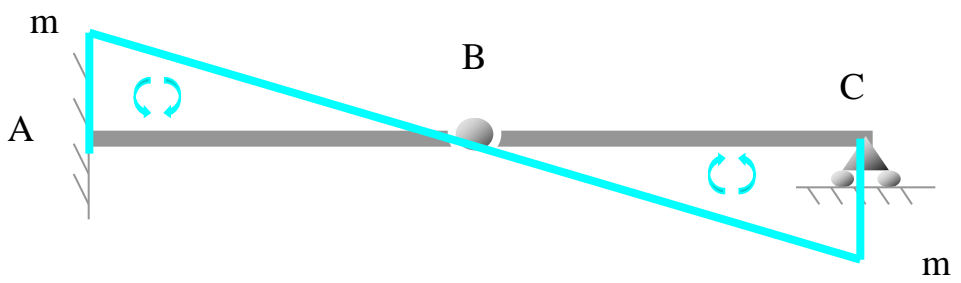
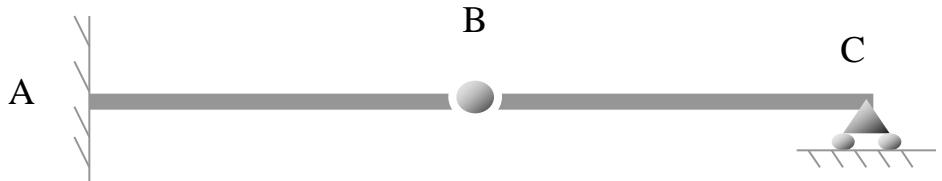


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

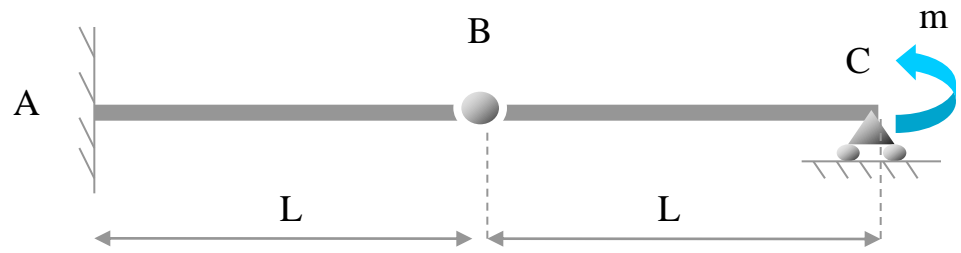
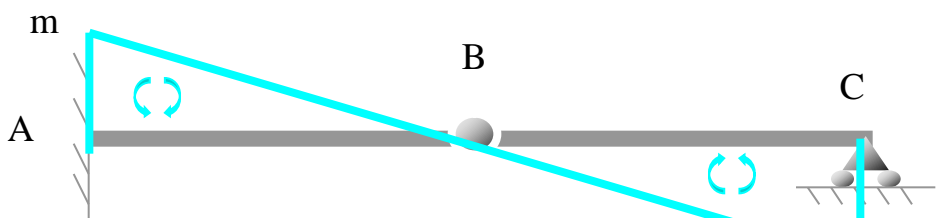
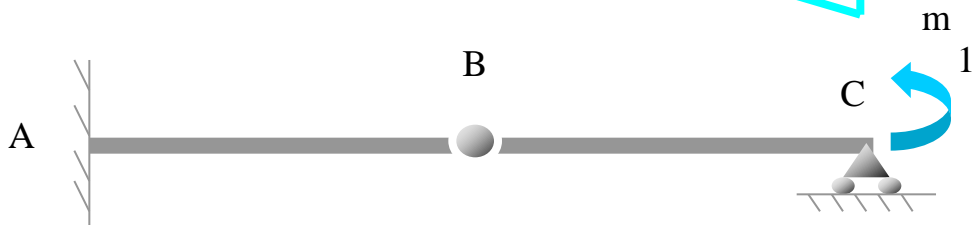


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C ←

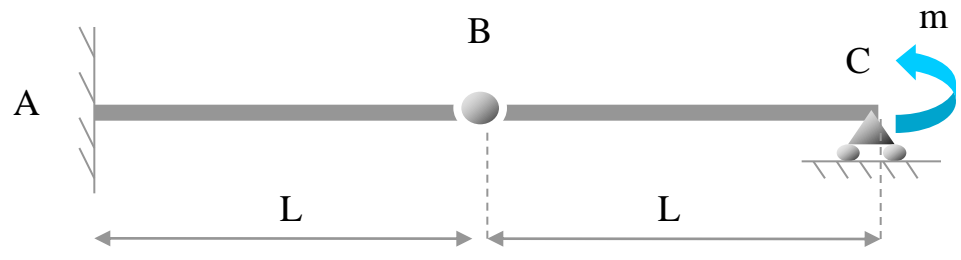
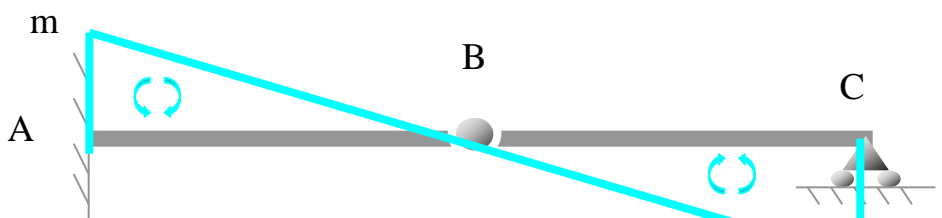
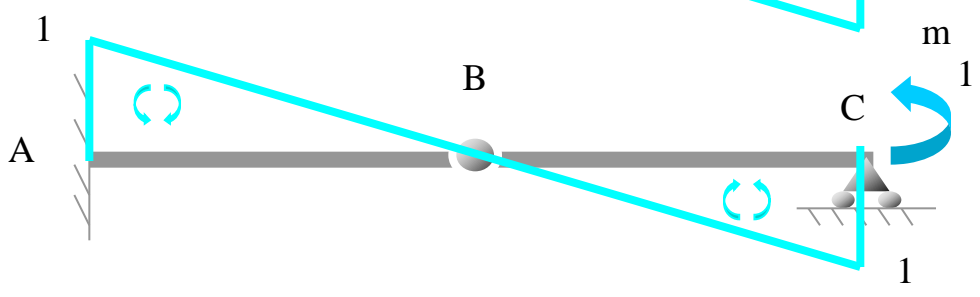


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C ←

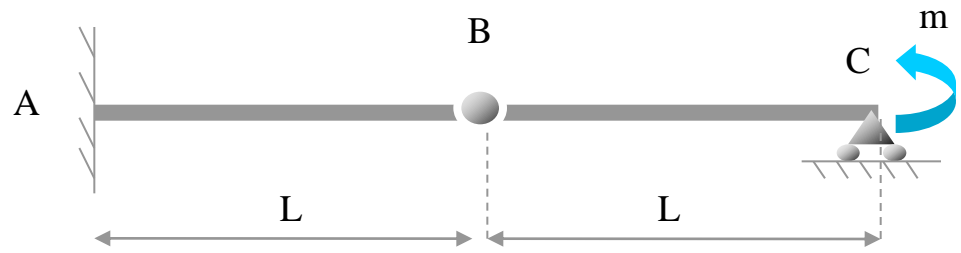
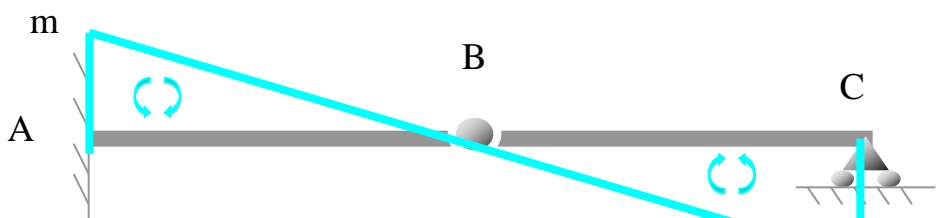
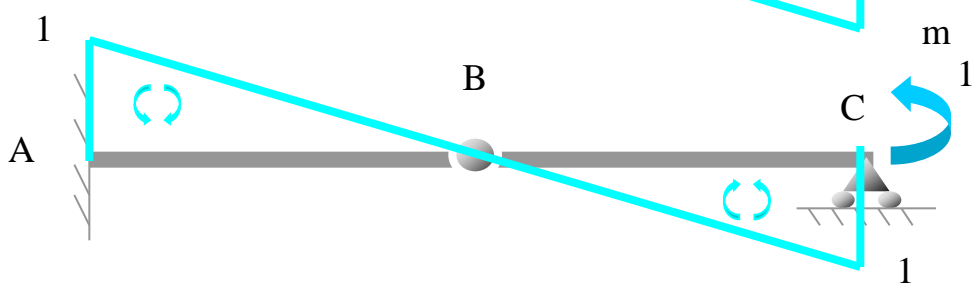


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C



Calculamos el giro utilizando las tablas de integrales de Mohr:



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C ←

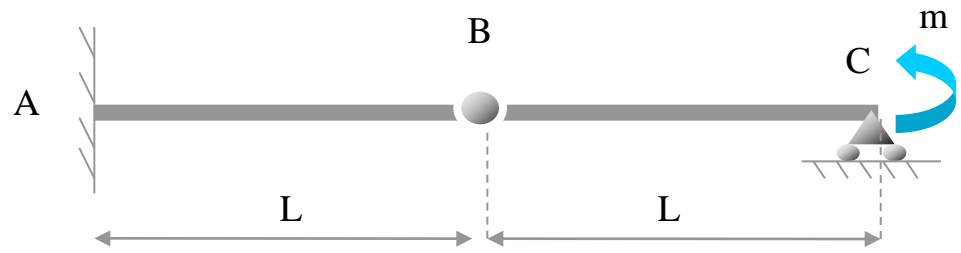
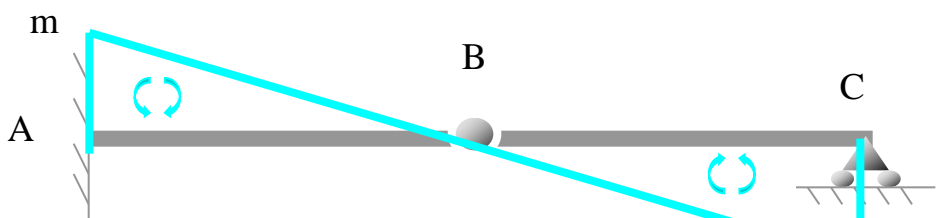
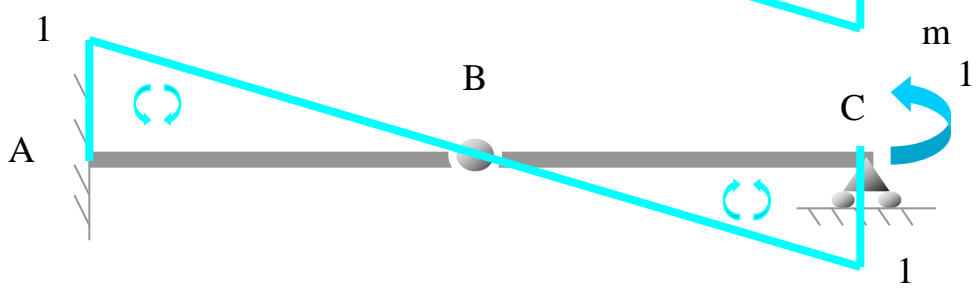


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

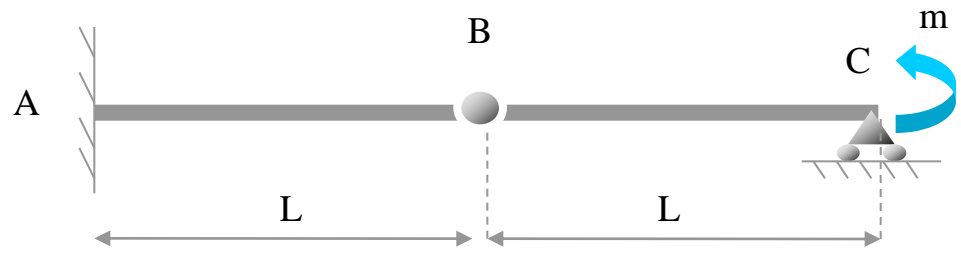
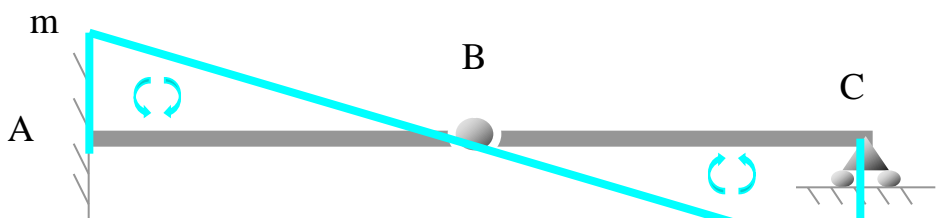
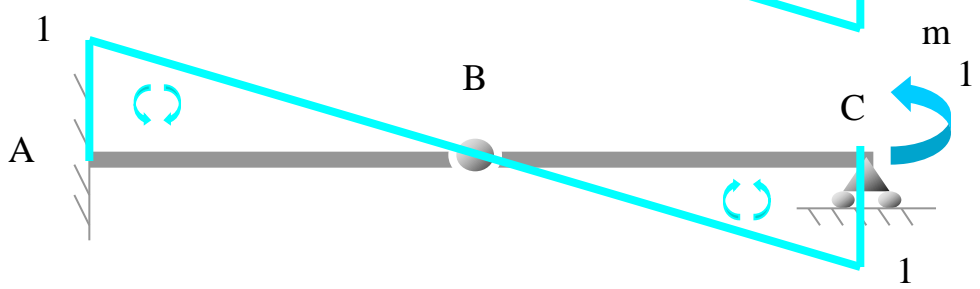


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C ←

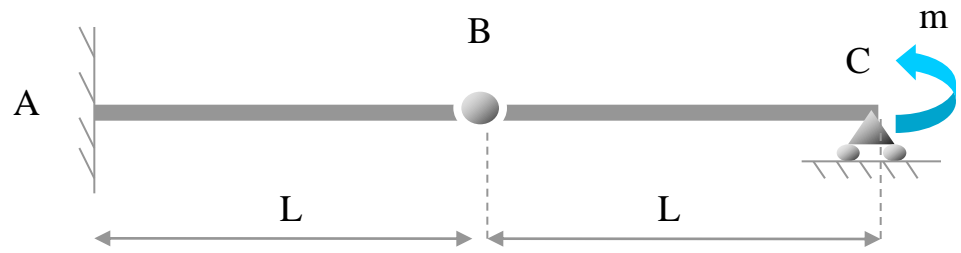
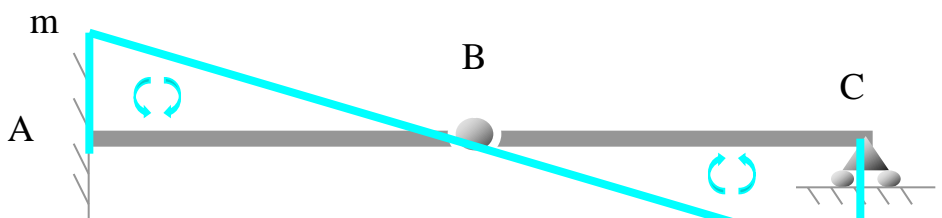
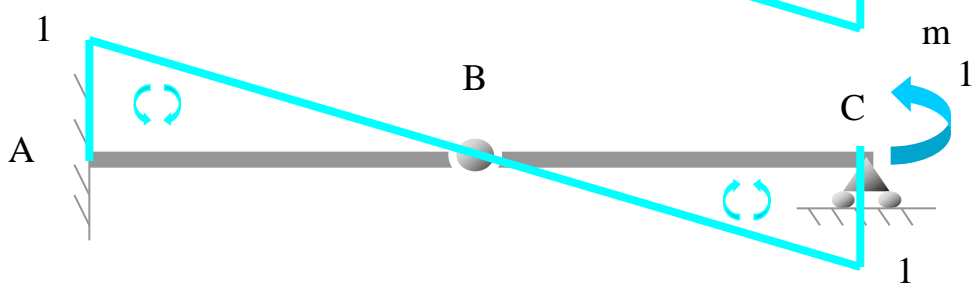


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_{1C} debido a la deformación del tramo AB

Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C

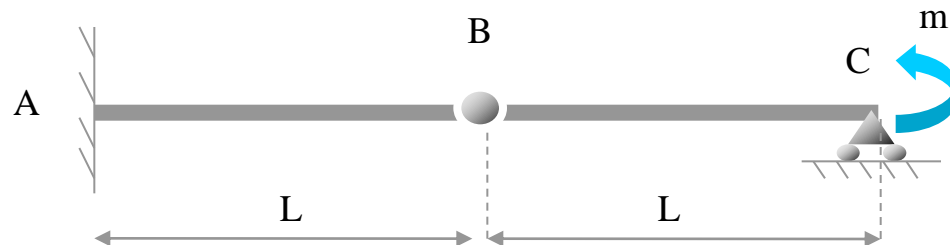
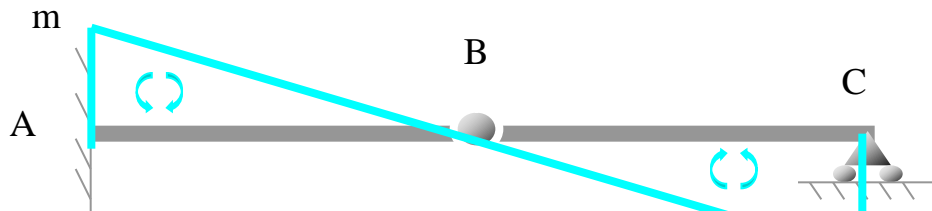
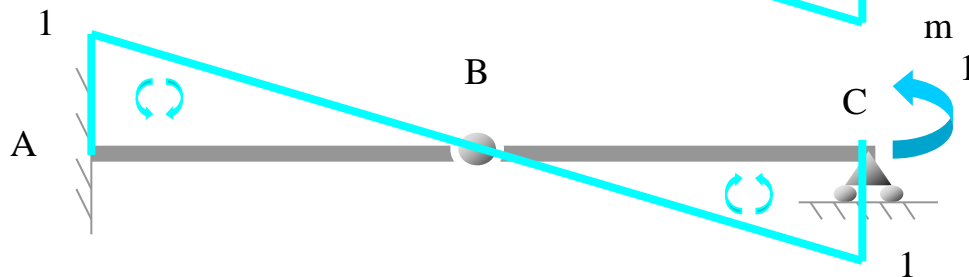


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C



Representación gráfica de θ_{1C}

$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_{1C} debido a la deformación del tramo AB



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C ←

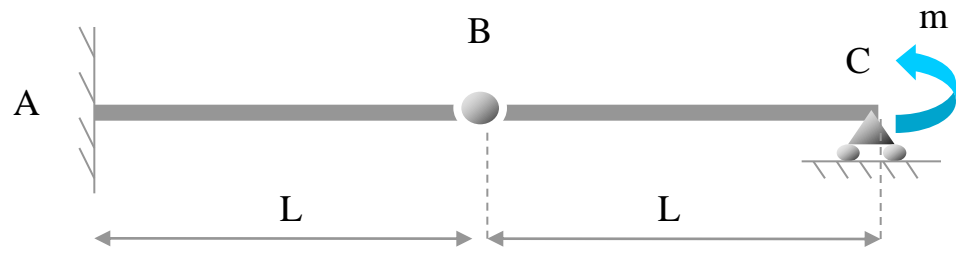
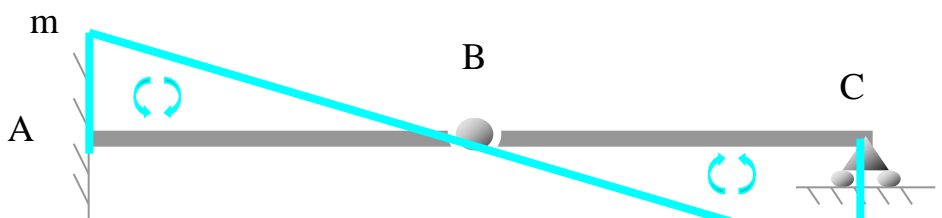
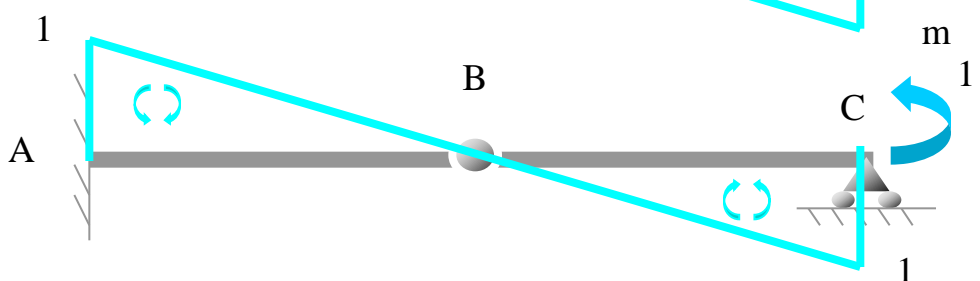


Diagrama de momentos reales



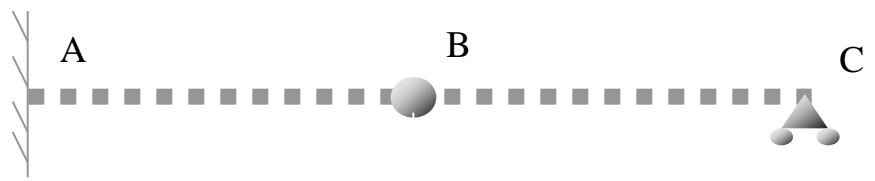
Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_{1C} debido a la deformación del tramo AB





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C ←

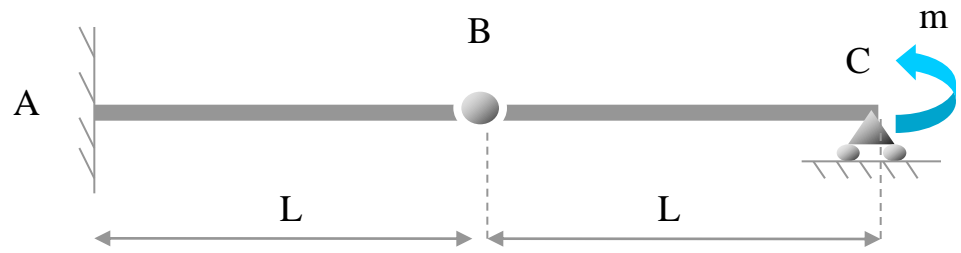
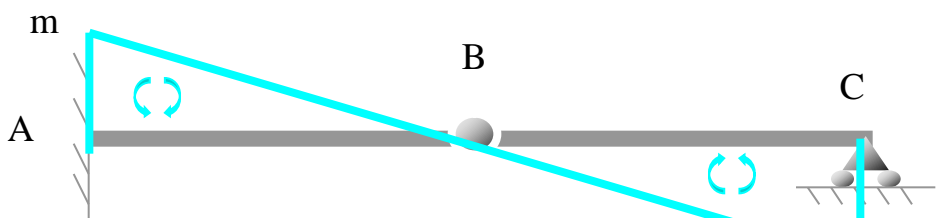
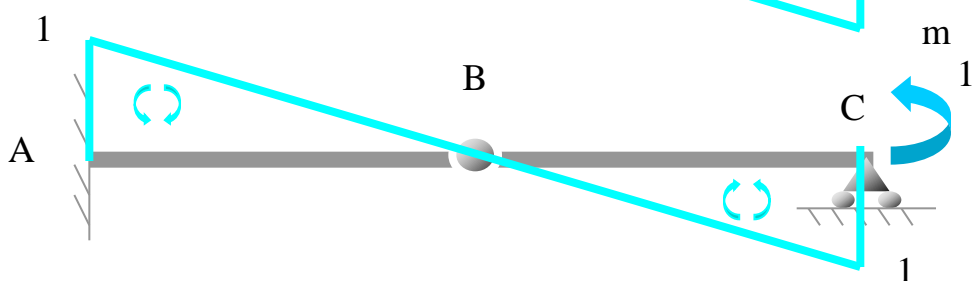


Diagrama de momentos reales



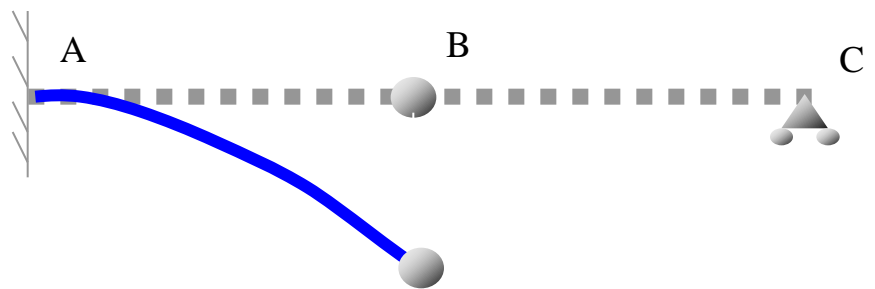
Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_{1C} debido a la deformación del tramo AB





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C ←

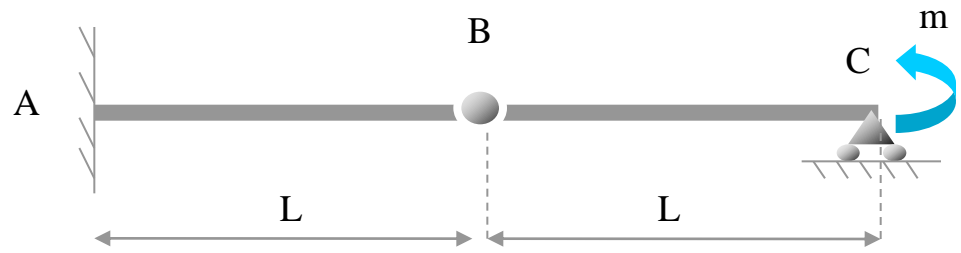
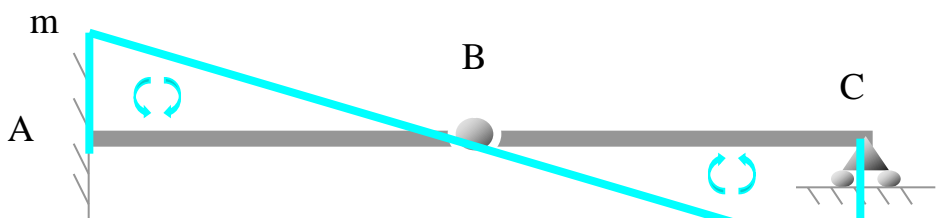
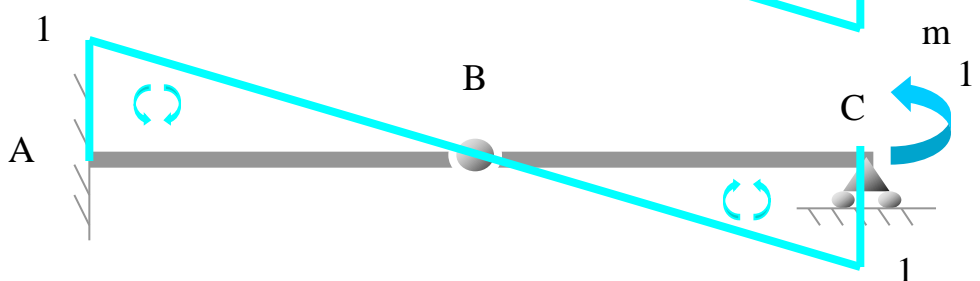


Diagrama de momentos reales



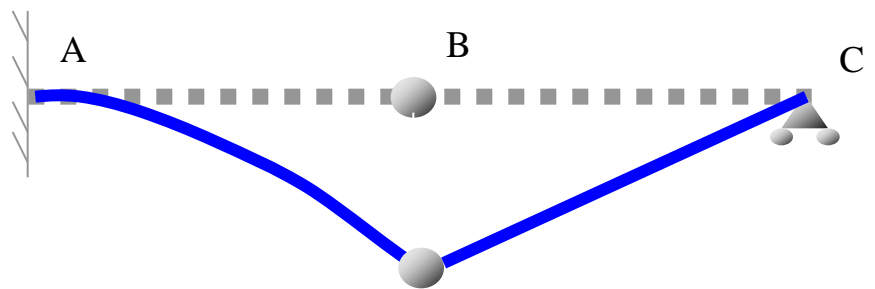
Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_{1C} debido a la deformación del tramo AB





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C ←

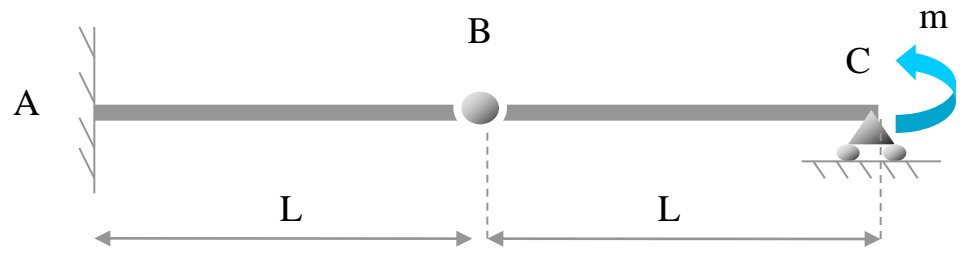
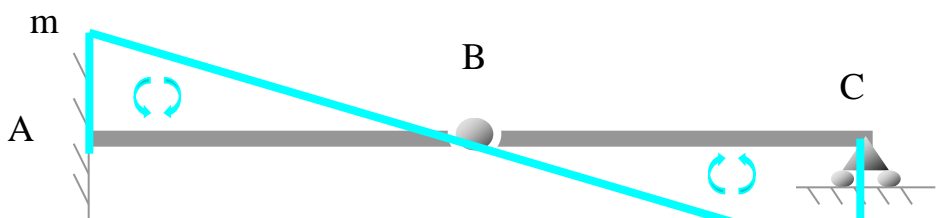
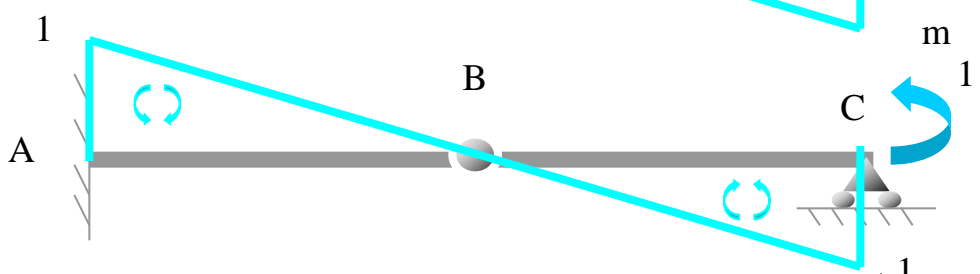


Diagrama de momentos reales



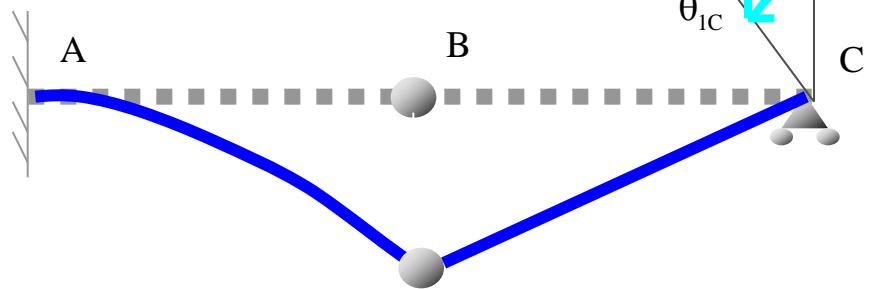
Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_{1C} debido a la deformación del tramo AB





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

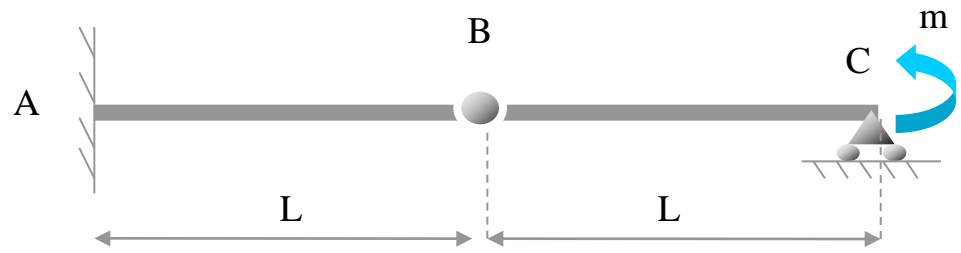
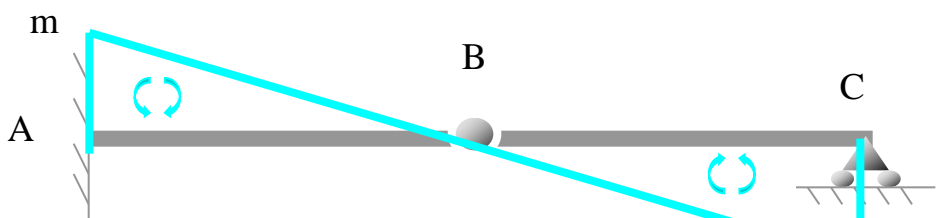
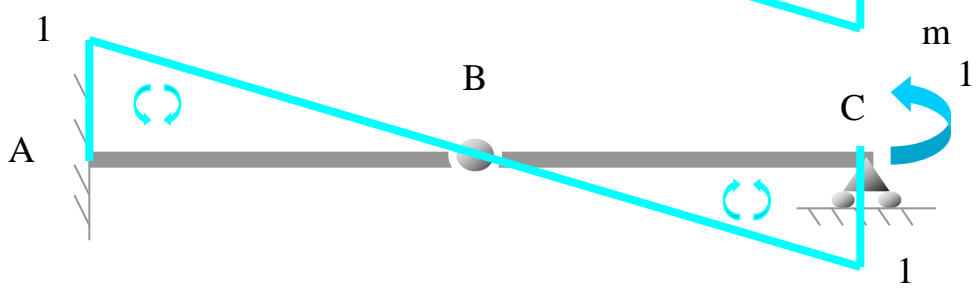


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C ←

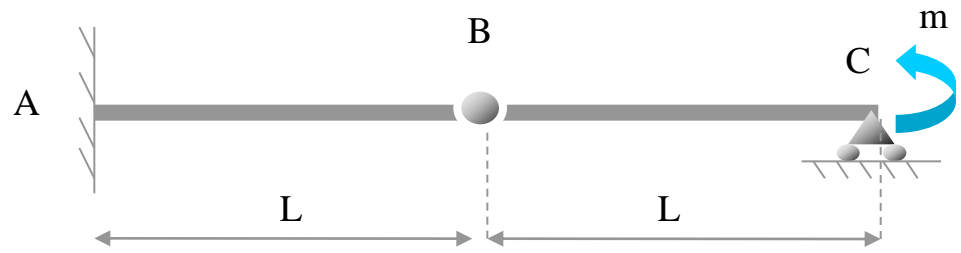
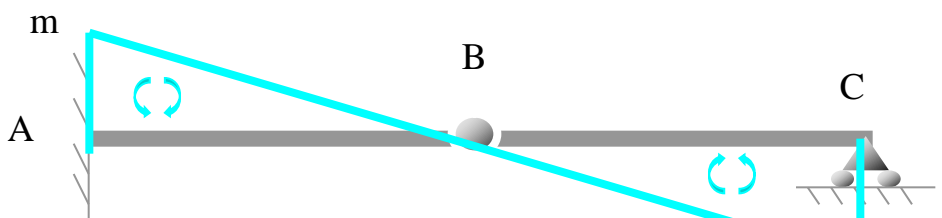
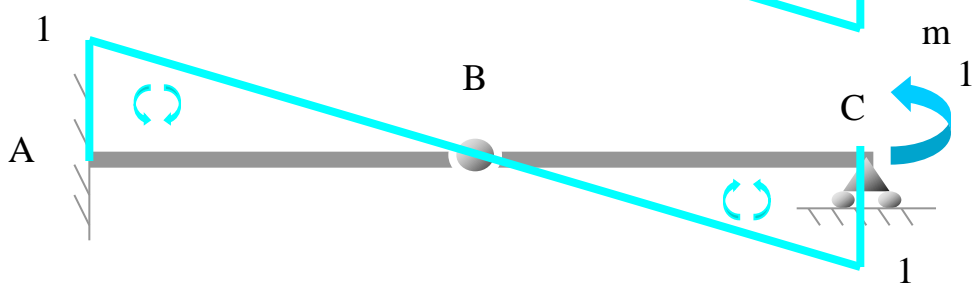


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_{2C} debido a la deformación del tramo BC



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C ←

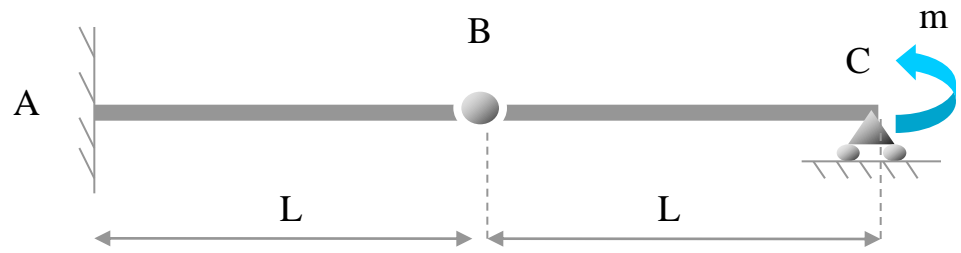
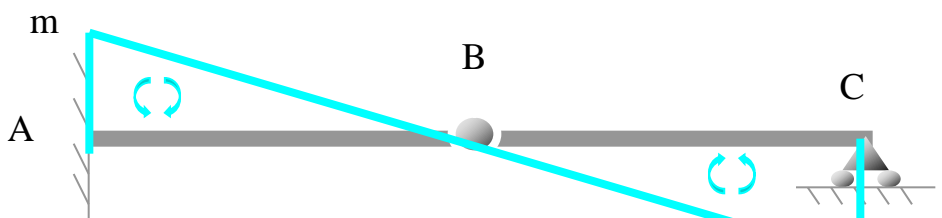
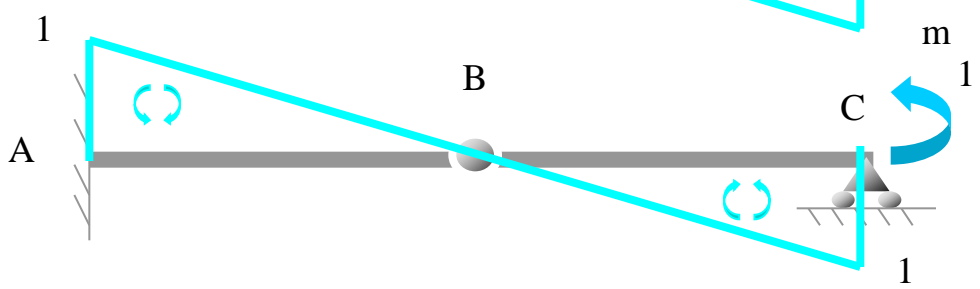


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C



Representación gráfica de θ_{2C}

$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_{2C} debido a la deformación del tramo BC



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

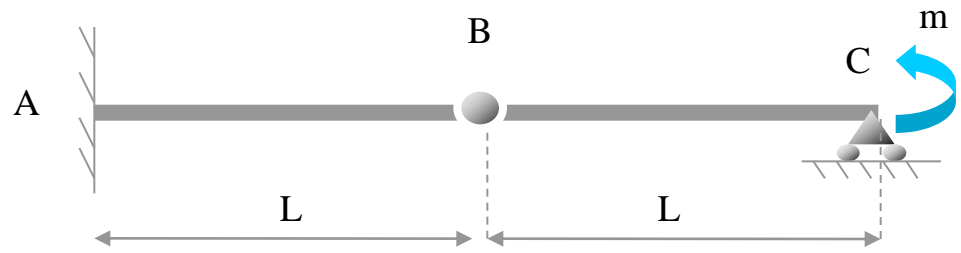
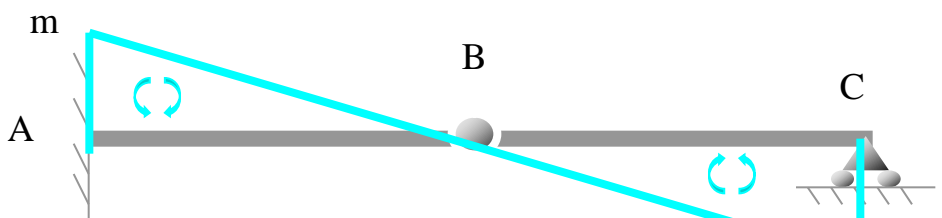
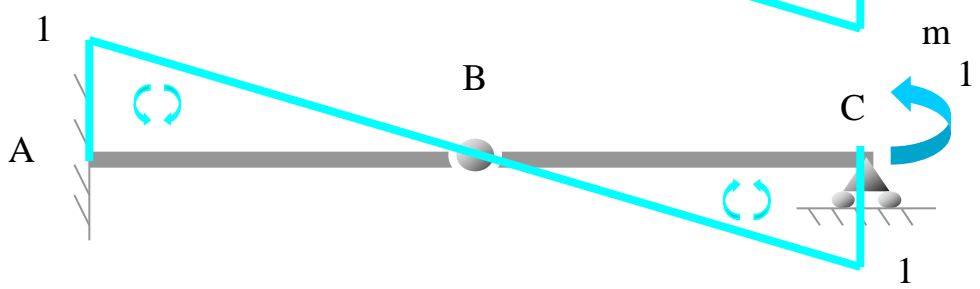


Diagrama de momentos reales

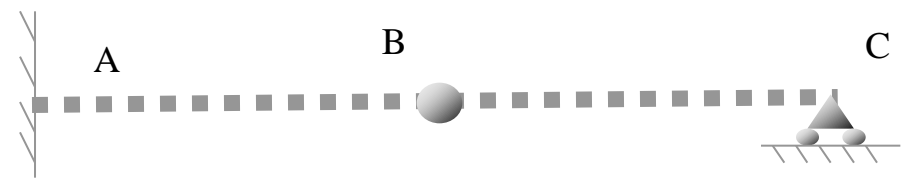


Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$



θ_{2C} debido a la deformación del tramo BC



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C

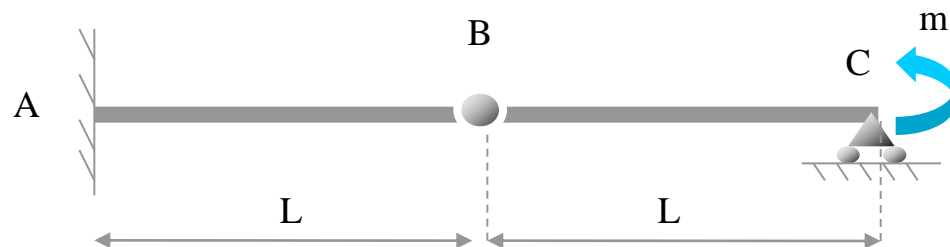
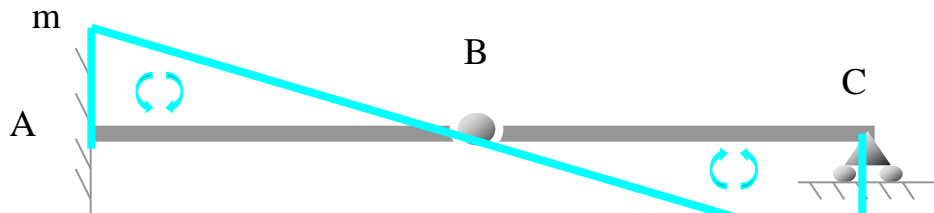
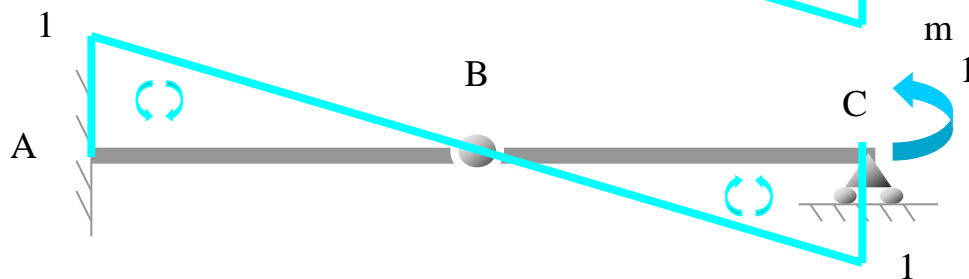


Diagrama de momentos reales



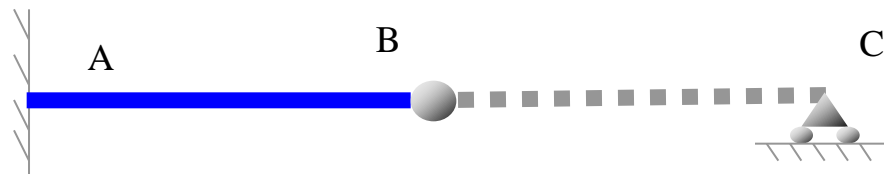
Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_{2C} debido a la deformación del tramo BC





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C ←

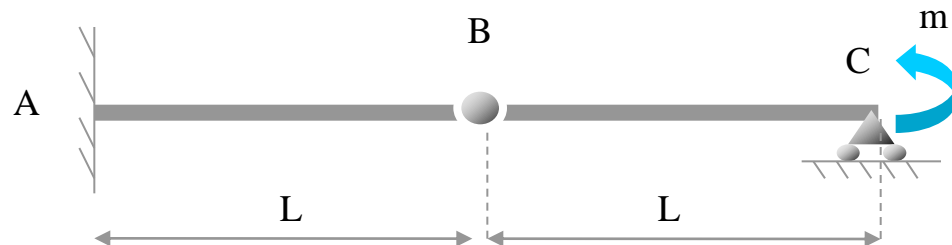
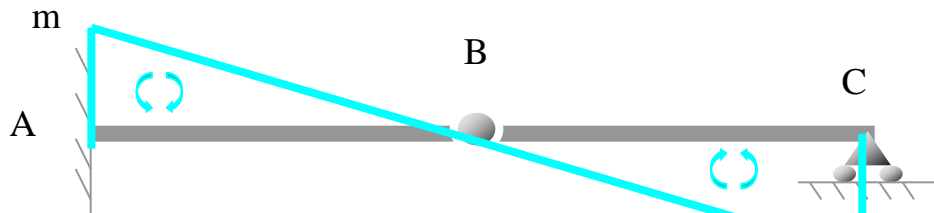
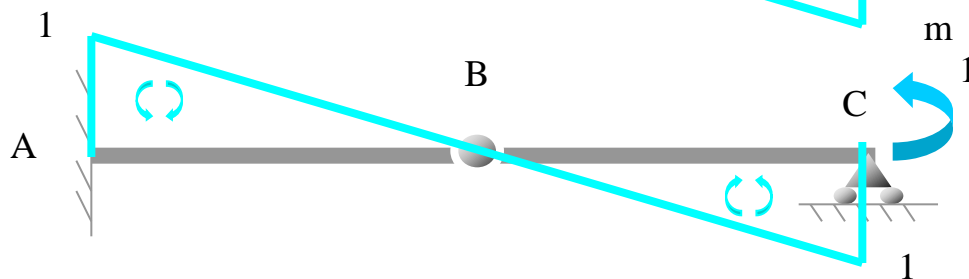


Diagrama de momentos reales

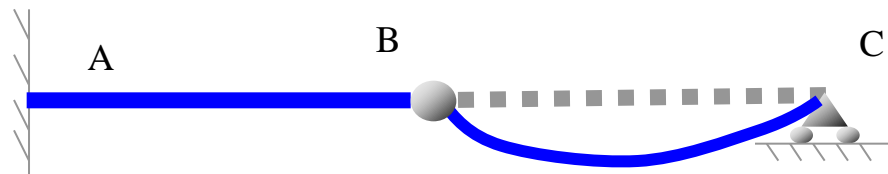


Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$



θ_{2C} debido a la deformación del tramo BC



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C ←

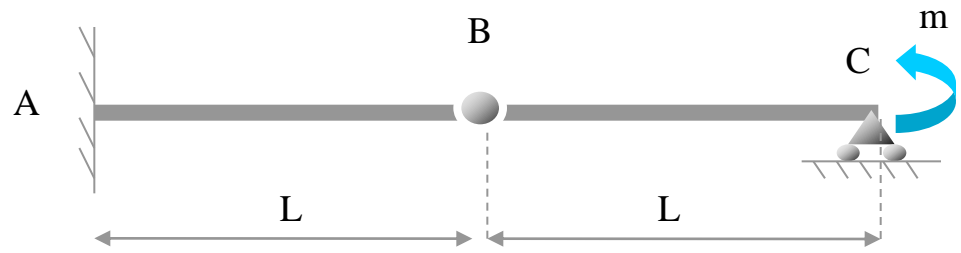
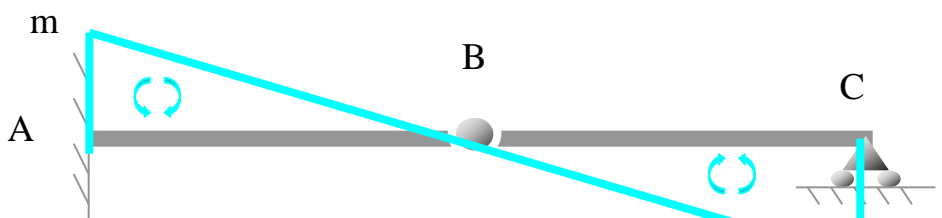
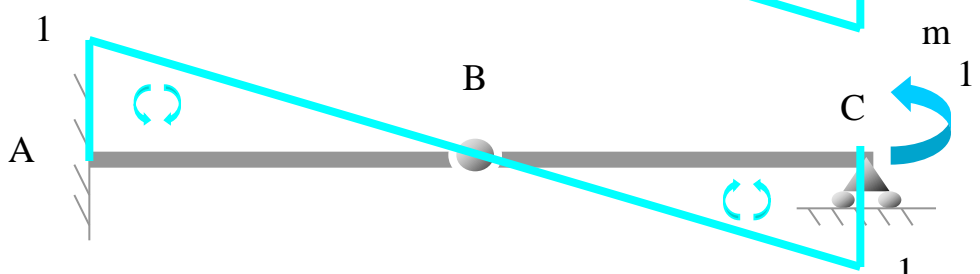


Diagrama de momentos reales



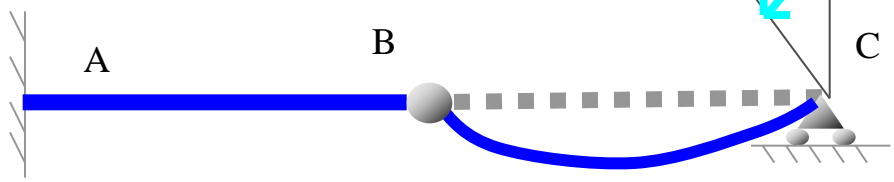
Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_{2C} debido a la deformación del tramo BC





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C ←

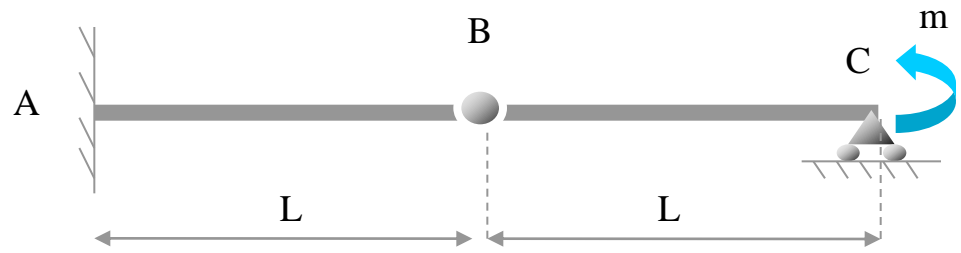
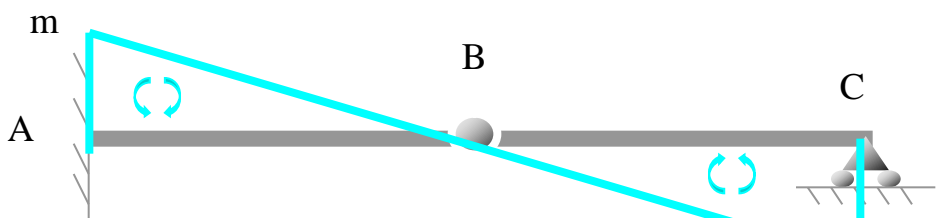
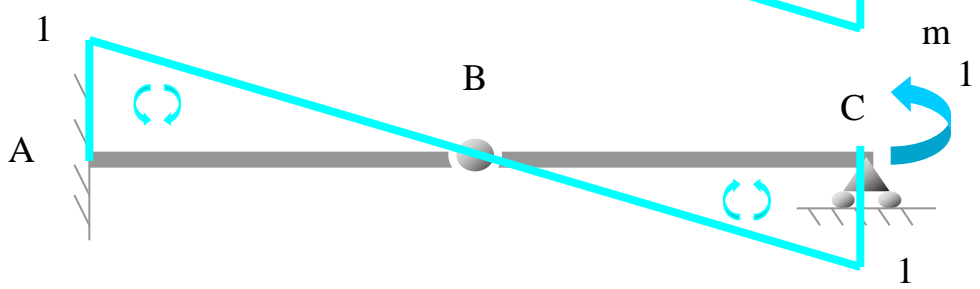


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$



Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C ←

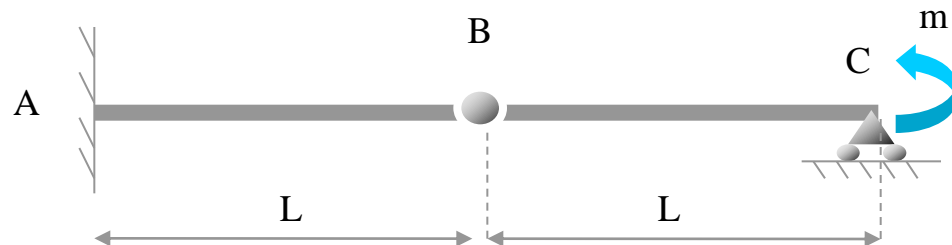
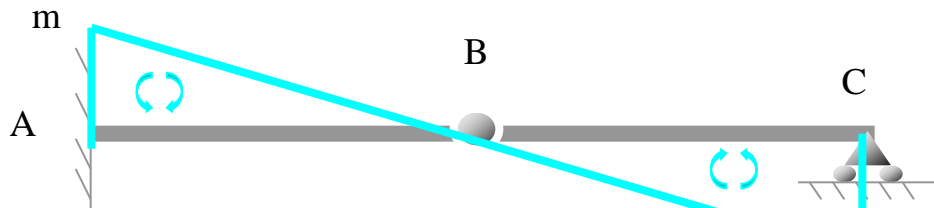
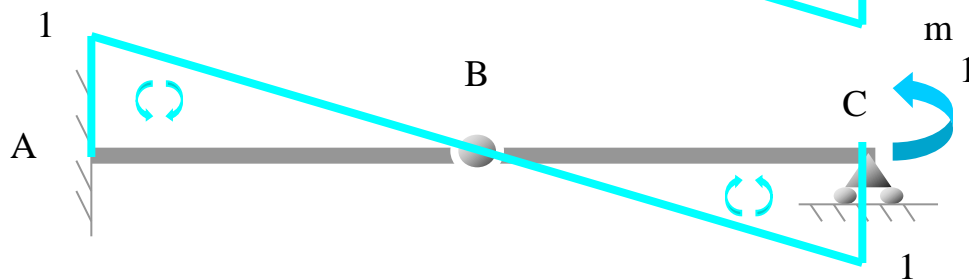


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_C debido a la deformación de los dos tramos

El sentido del giro real coincide con el del momento unitario





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C

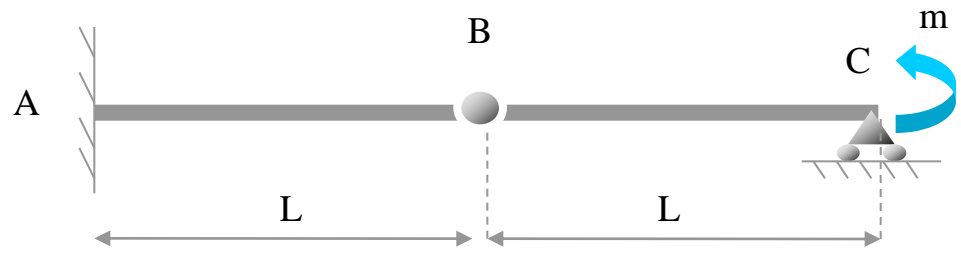
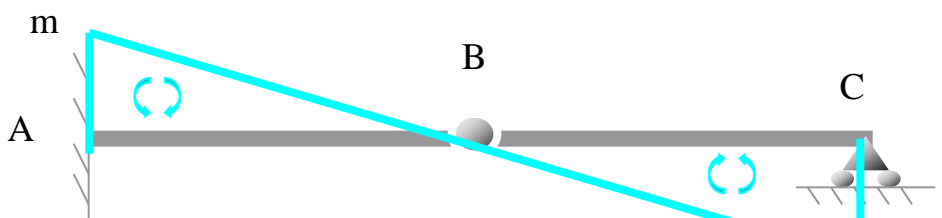
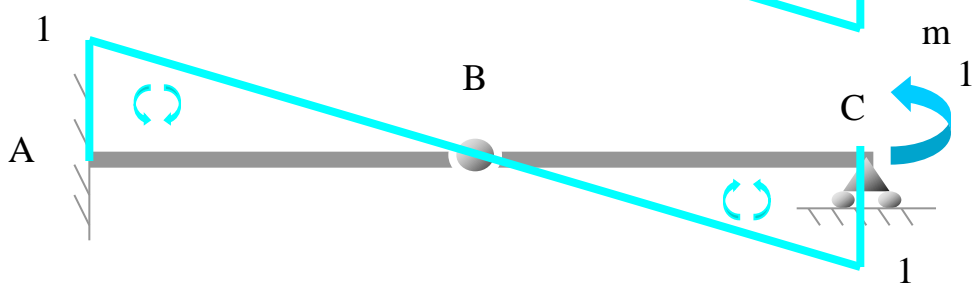


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C



Representación gráfica de θ_C

$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_C debido a la deformación de los dos tramos

El sentido del giro real coincide con el del momento unitario





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C ←

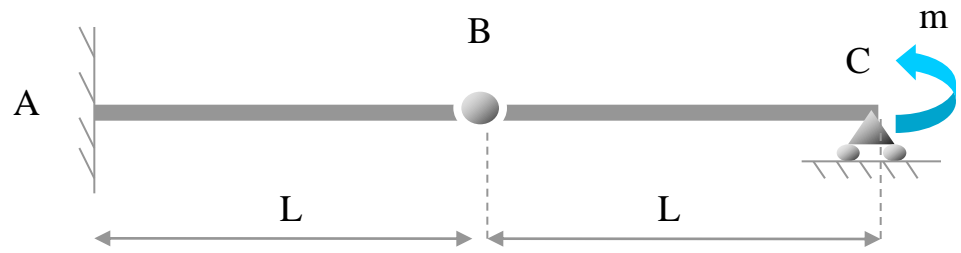
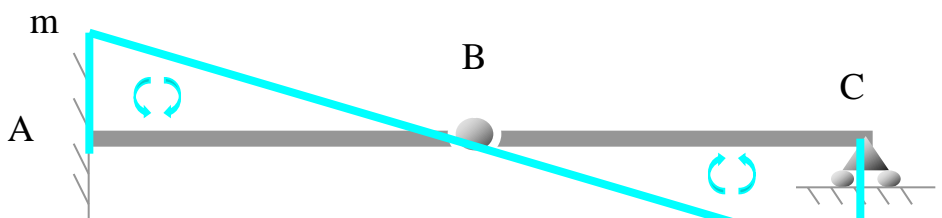
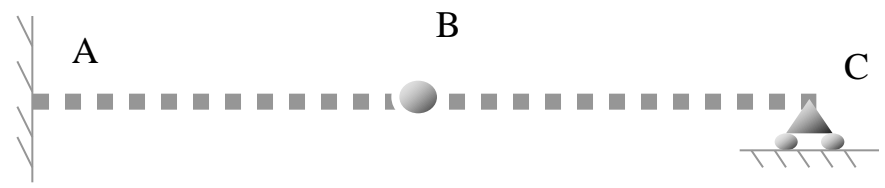
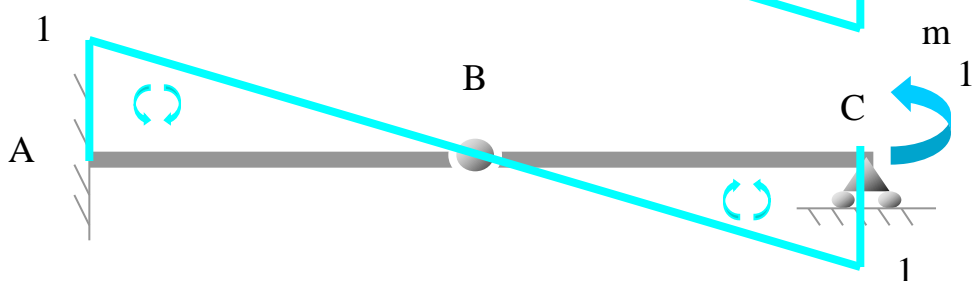


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_C debido a la deformación de los dos tramos

El sentido del giro real coincide con el del momento unitario





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C ←

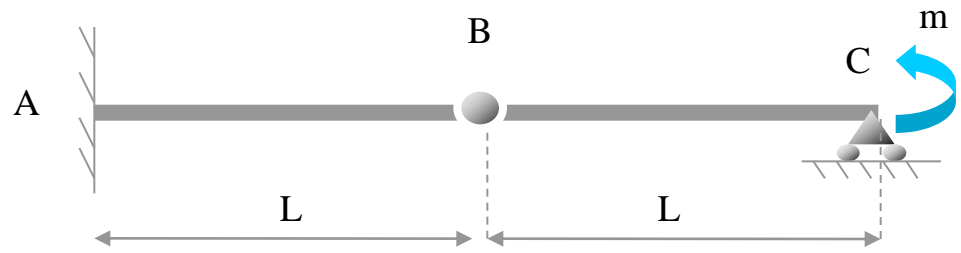
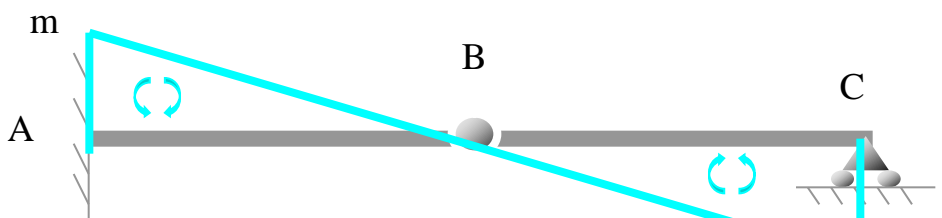
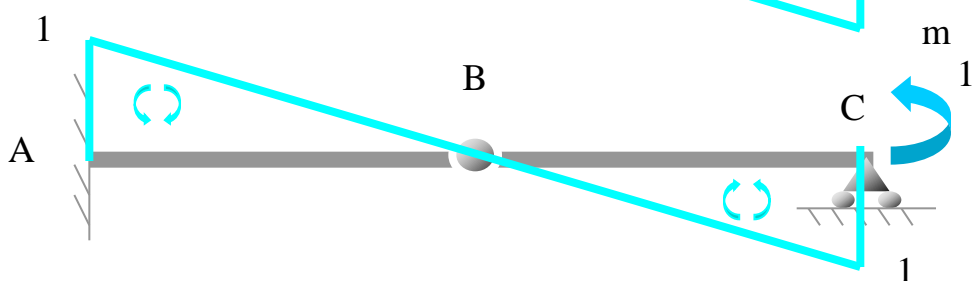


Diagrama de momentos reales



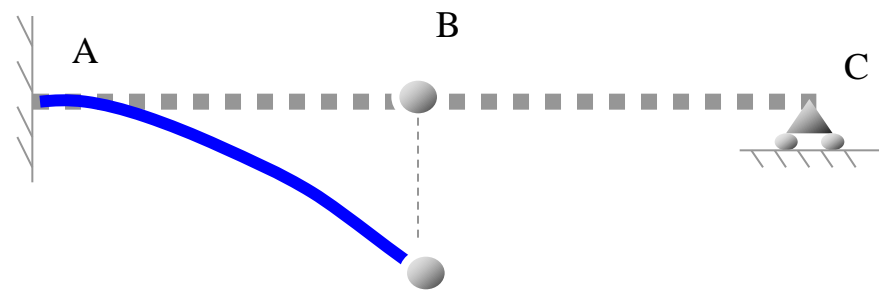
Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_C debido a la deformación de los dos tramos



El sentido del giro real coincide con el del momento unitario





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C ←

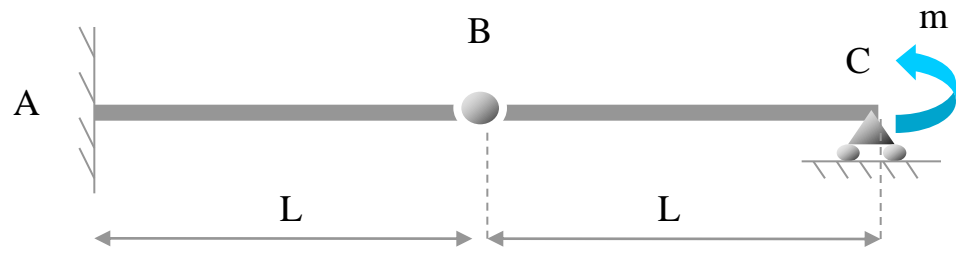
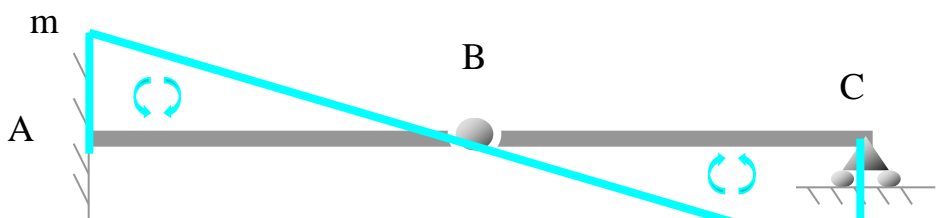
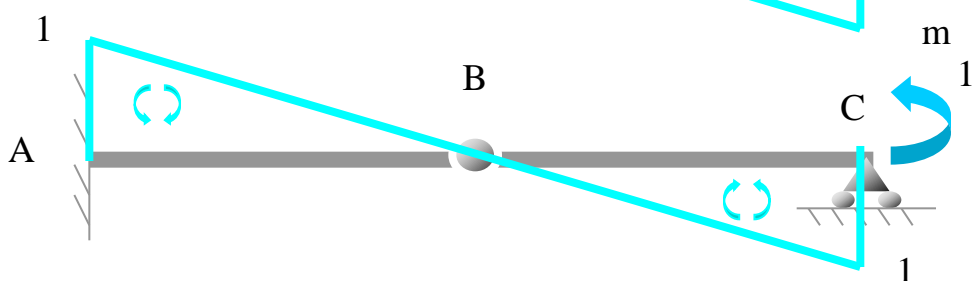


Diagrama de momentos reales



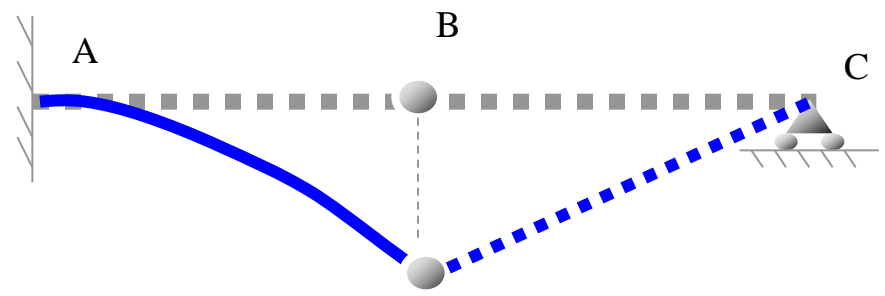
Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_C debido a la deformación de los dos tramos



El sentido del giro real coincide con el del momento unitario





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en B
- El valor de la flecha en B
- El valor del giro en C ←

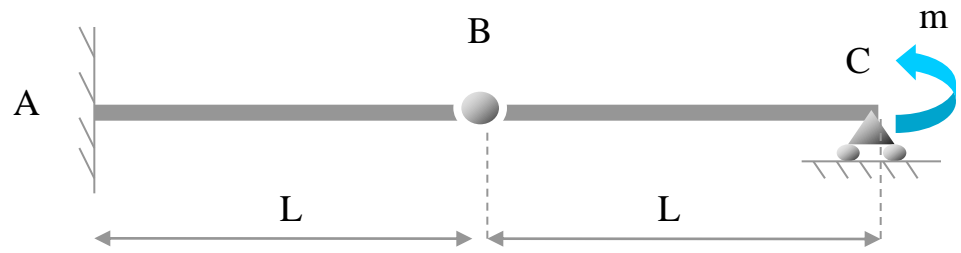
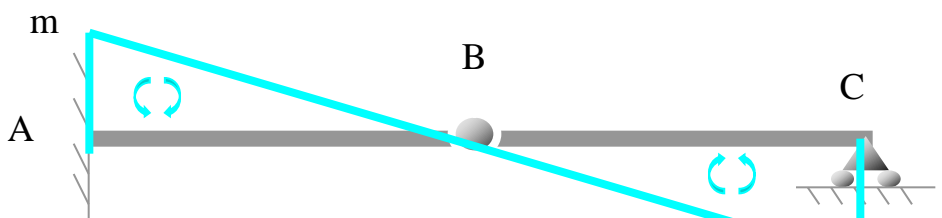
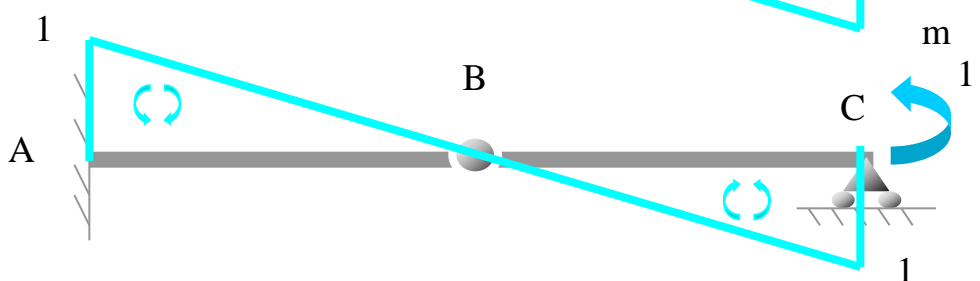


Diagrama de momentos reales



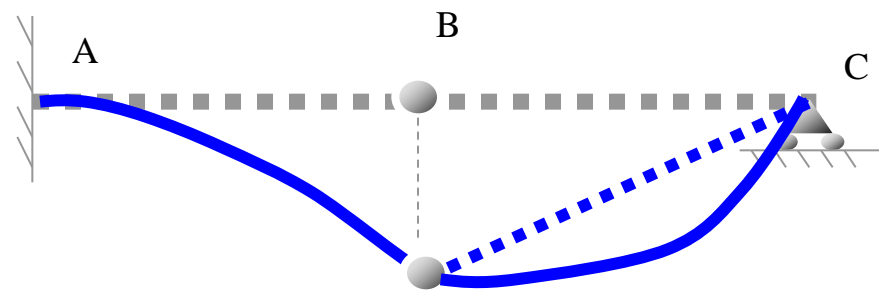
Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_C debido a la deformación de los dos tramos



El sentido del giro real coincide con el del momento unitario





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C

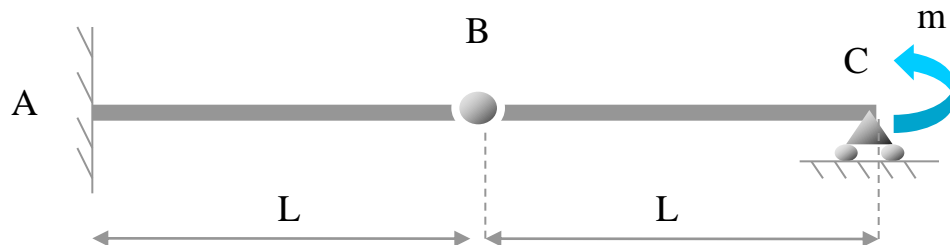
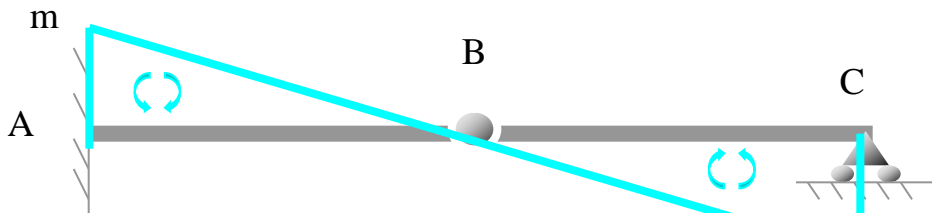
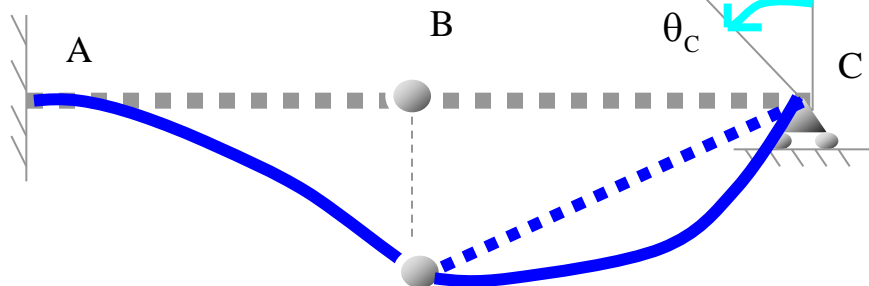
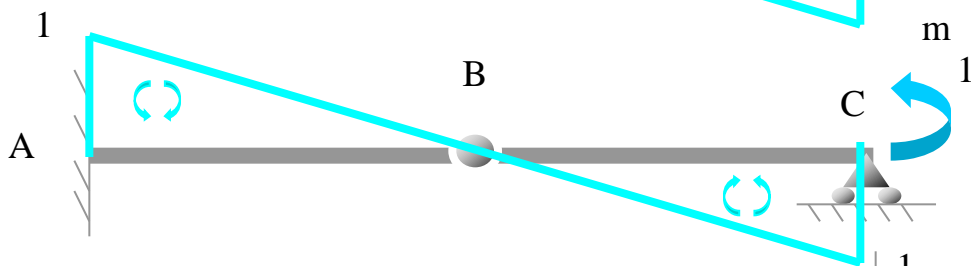


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_C debido a la deformación de los dos tramos

El sentido del giro real coincide con el del momento unitario





Ejemplo 2

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en B

El valor de la flecha en B

El valor del giro en C

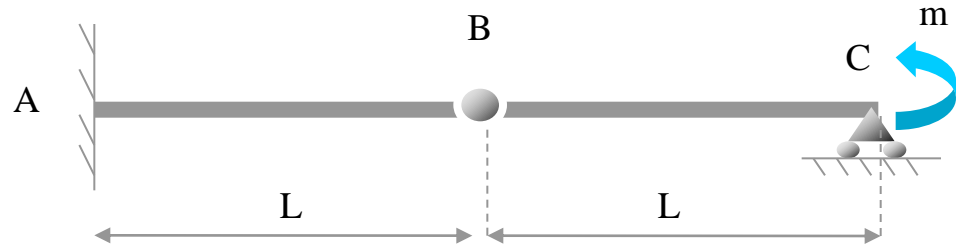
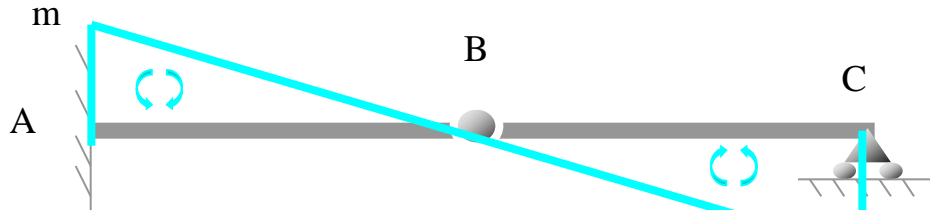
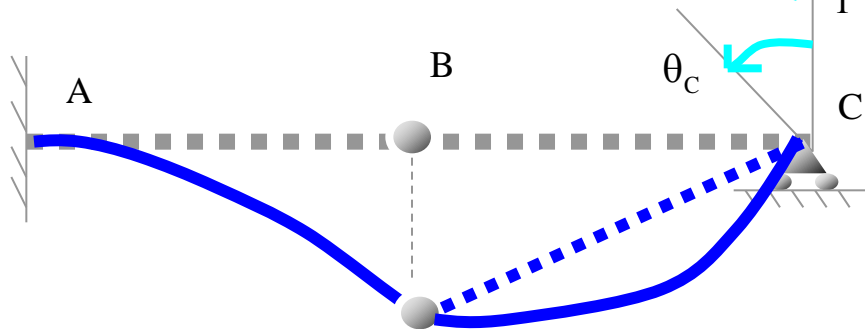
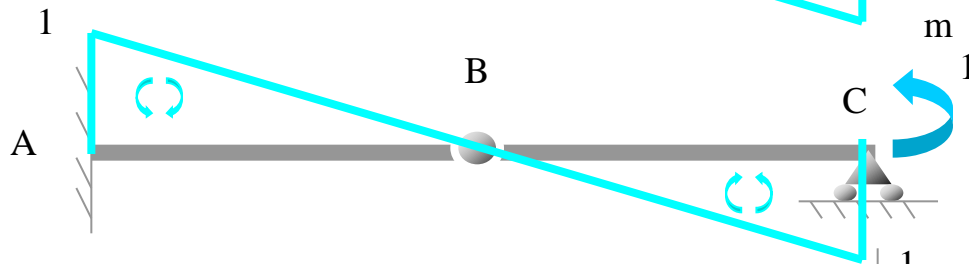


Diagrama de momentos reales



Obtención de θ_C



$$\theta_C = \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot m \cdot 1 \cdot L =$$

$$= \frac{mL}{3EI} + \frac{mL}{3EI} = \frac{2mL}{3EI}$$

θ_C debido a la deformación de los dos tramos

El sentido del giro real coincide con el del momento unitario

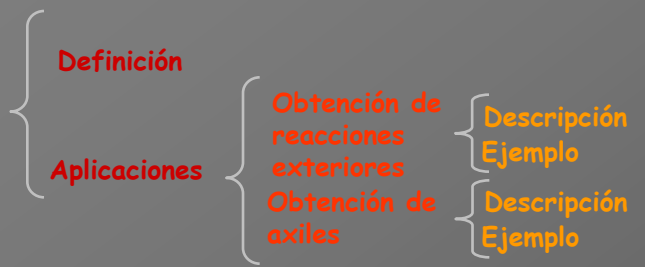




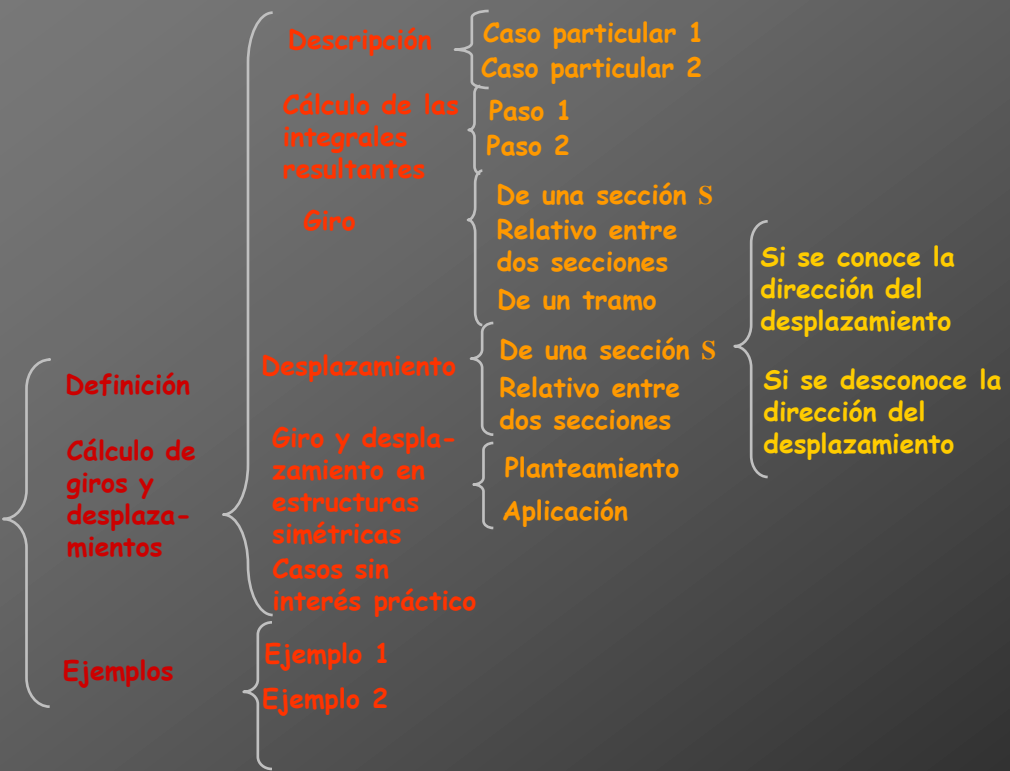
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)

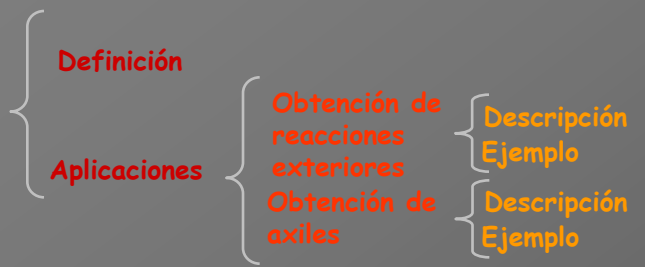




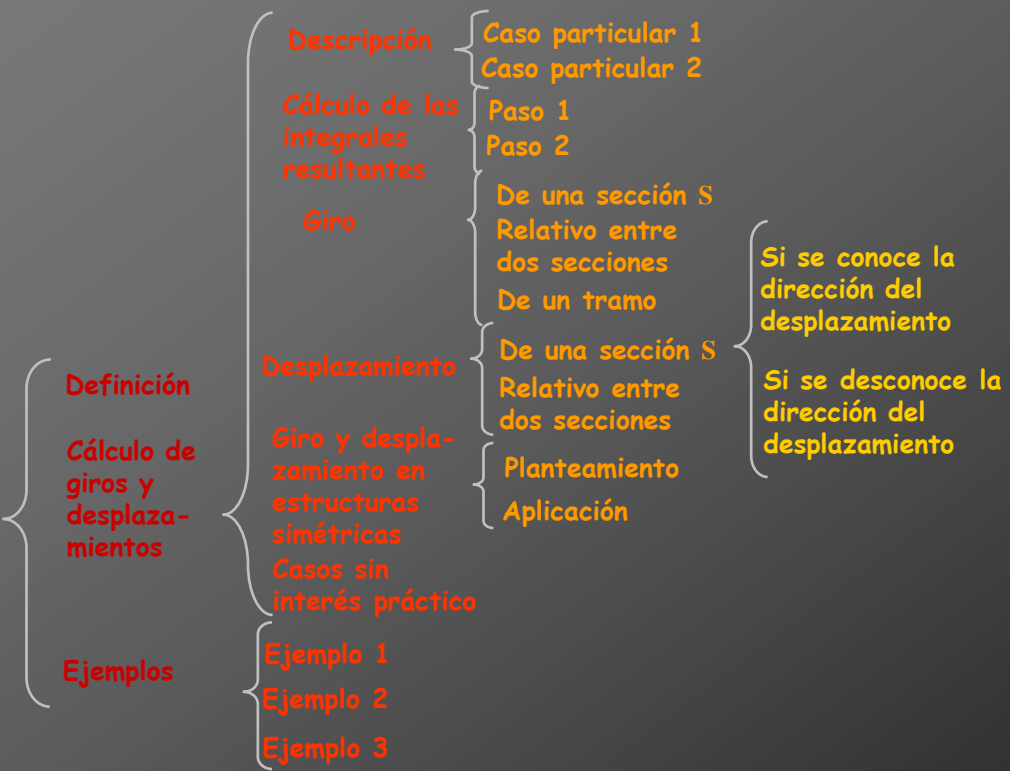
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)





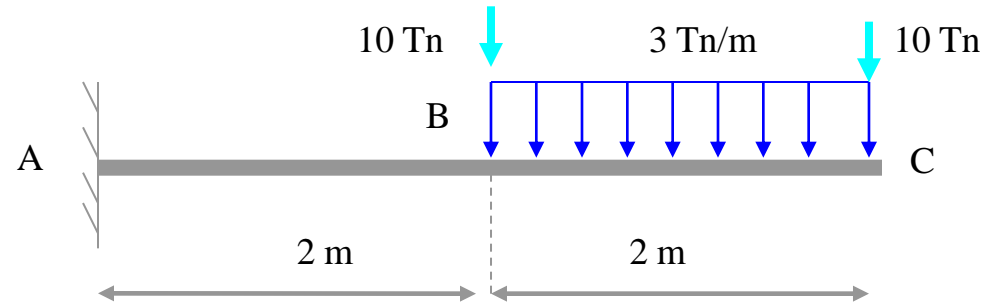
Ejemplo 3

Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en C

El valor de la flecha en C





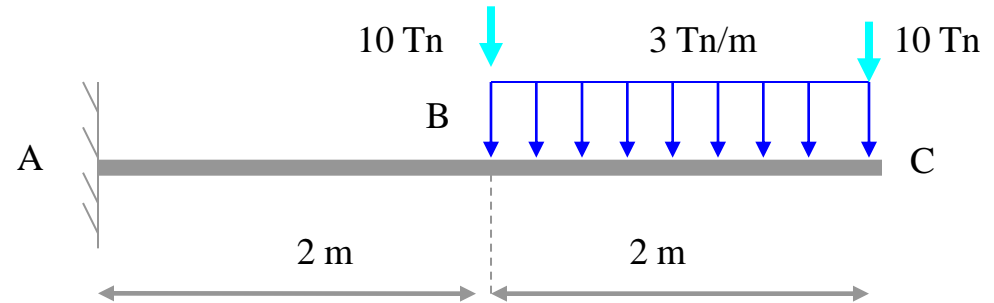
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en C

El valor de la flecha en C

Obtención de los diagramas de momentos de la estructura:





Ejemplo 3

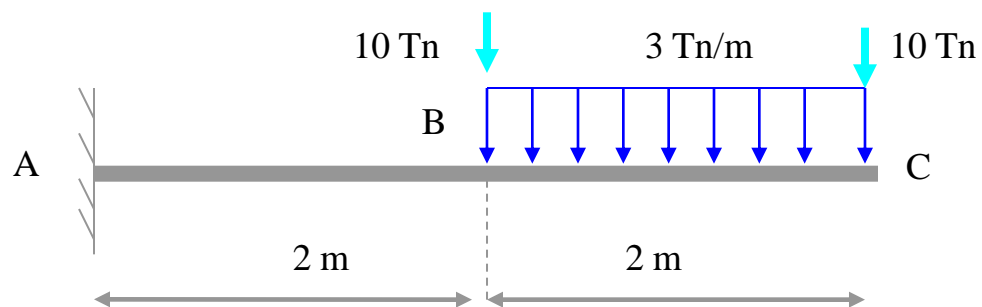
Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en C

El valor de la flecha en C

Obtención de los diagramas de momentos de la estructura:

Interpretación de la estructura: un conjunto de vigas biapoyadas y de nudos





Ejemplo 3

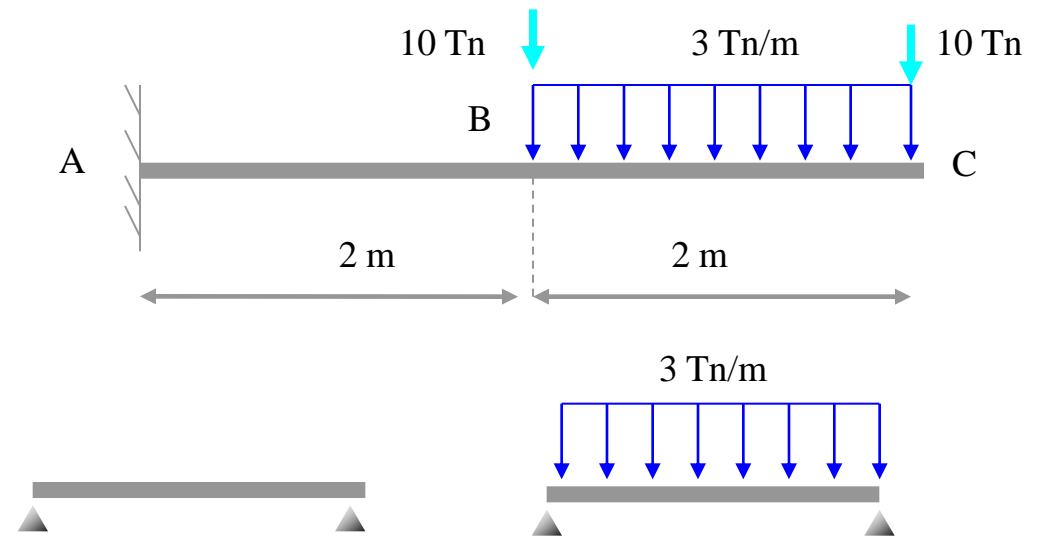
Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en C

El valor de la flecha en C

Obtención de los diagramas de momentos de la estructura:

Interpretación de la estructura: un conjunto de vigas biapoyadas y de nudos





Ejemplo 3

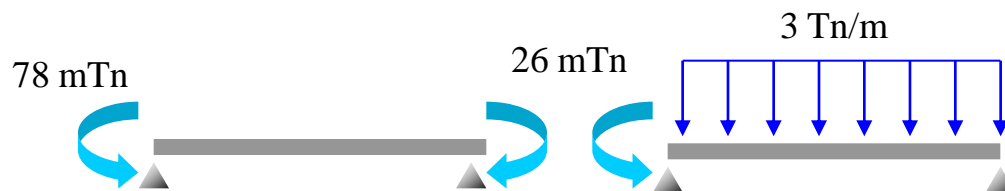
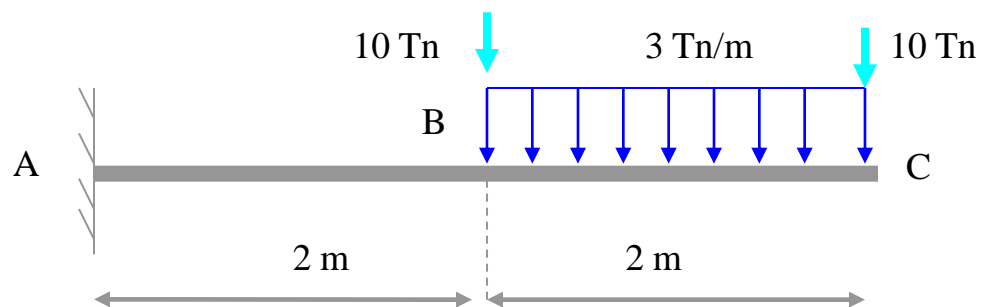
Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en C

El valor de la flecha en C

Obtención de los diagramas de momentos de la estructura:

Interpretación de la estructura: un conjunto de vigas biapoyadas y de nudos





Ejemplo 3

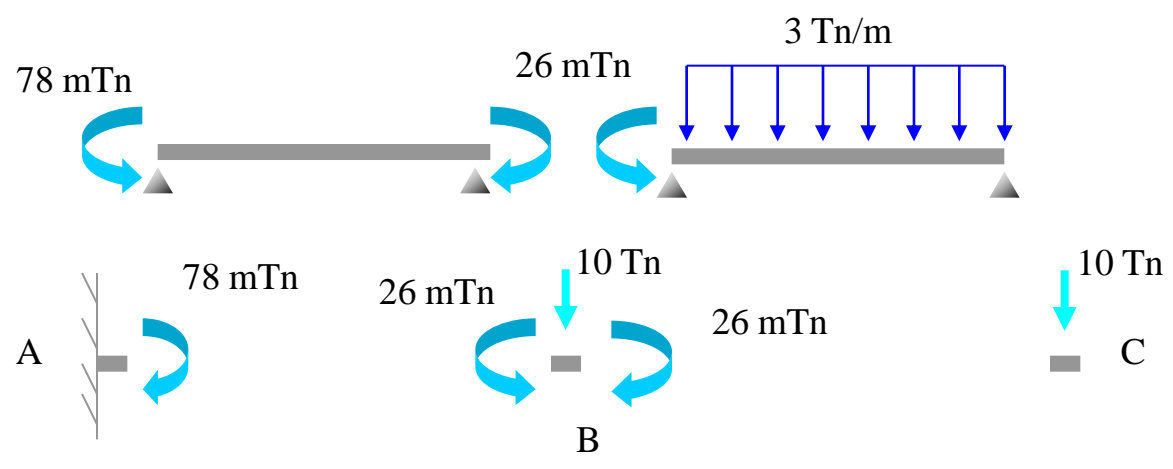
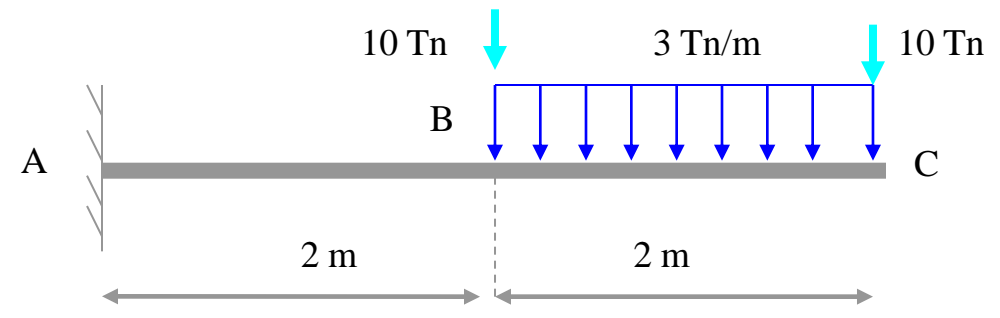
Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en C

El valor de la flecha en C

Obtención de los diagramas de momentos de la estructura:

Interpretación de la estructura: un conjunto de vigas biapoyadas y de nudos





Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

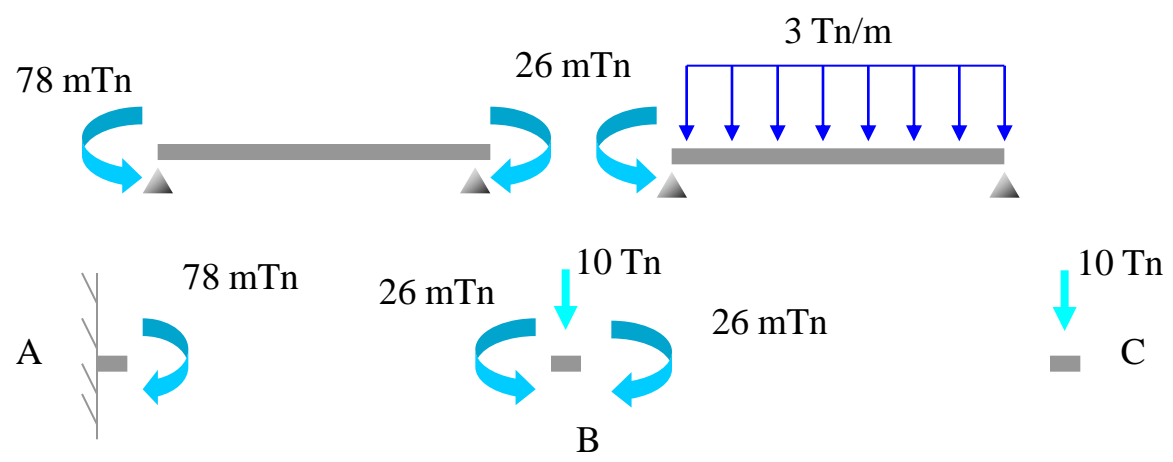
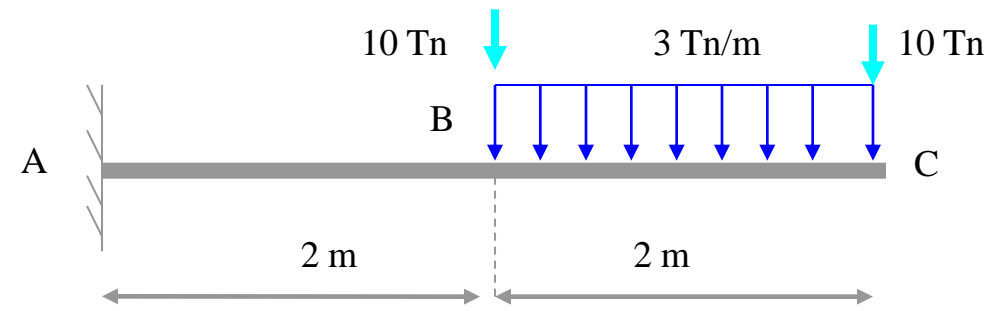
El valor del giro en C

El valor de la flecha en C

Obtención de los diagramas de momentos de la estructura:

Interpretación de la estructura: un conjunto de vigas biapoyadas y de nudos

Diagrama de momentos descompuesto:





Ejemplo 3

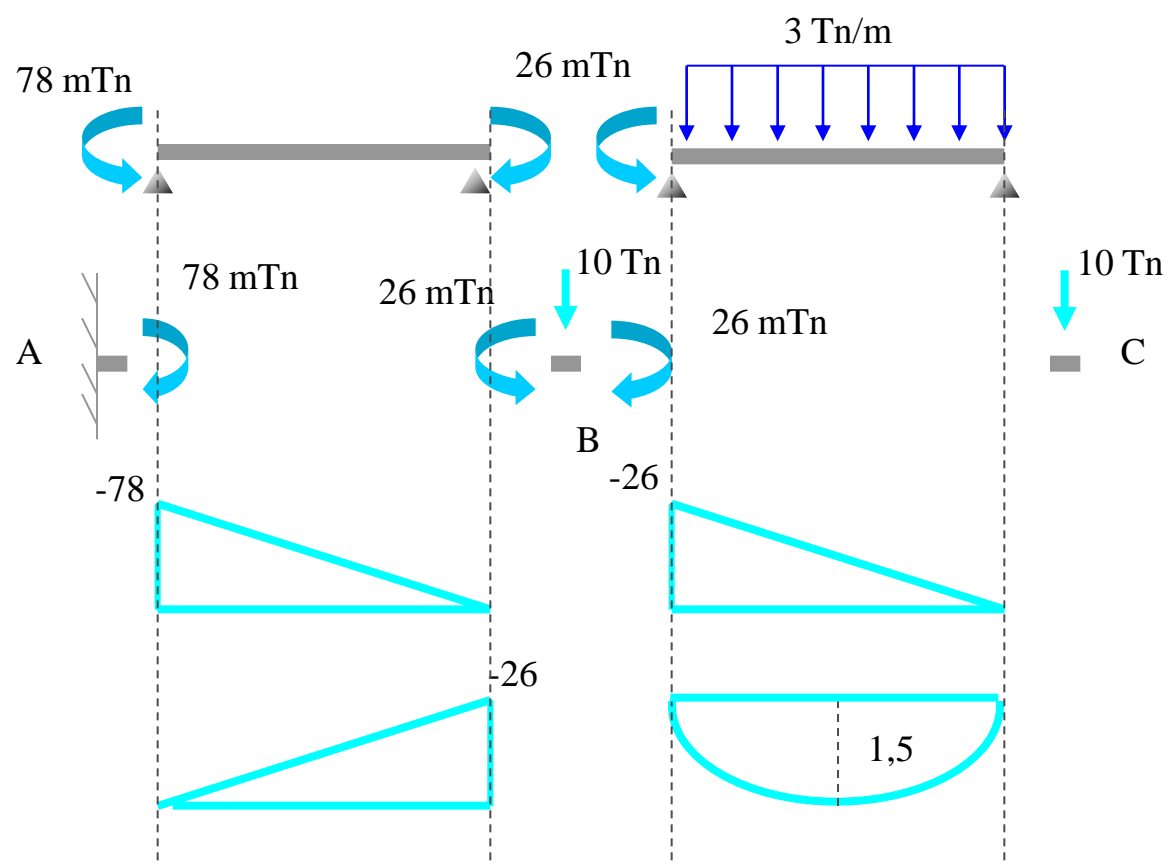
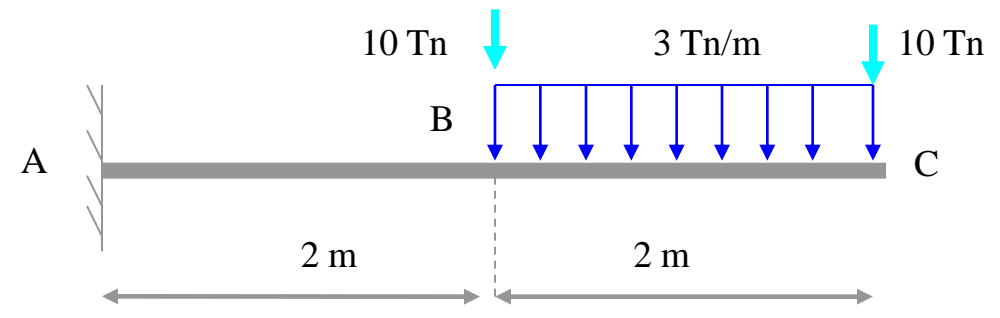
Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en C
El valor de la flecha en C

Obtención de los diagramas de momentos de la estructura:

Interpretación de la estructura: un conjunto de vigas biapoyadas y de nudos

Diagrama de momentos descompuesto:



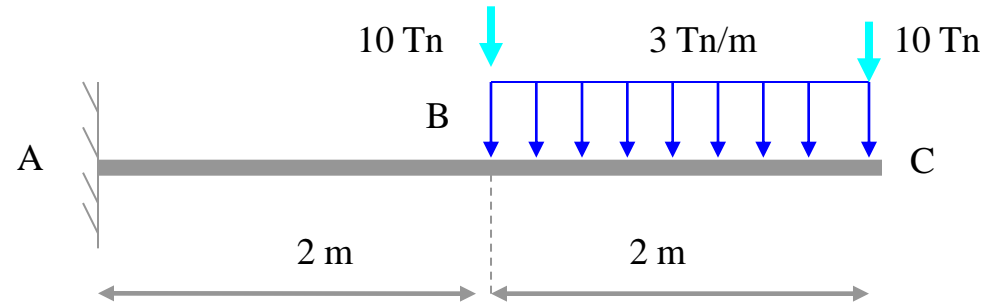


Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en C

El valor de la flecha en C





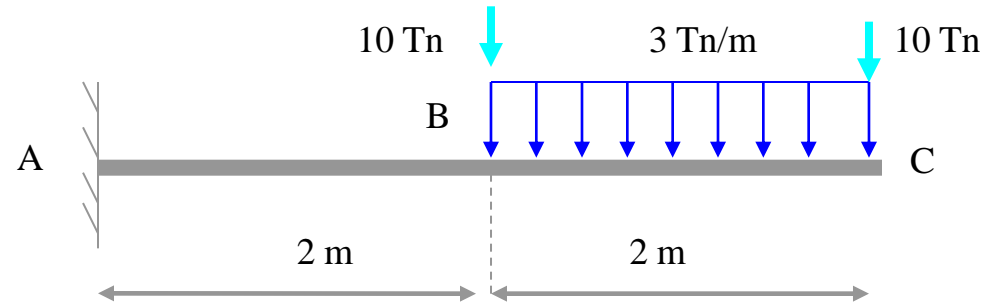
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en C

El valor de la flecha en C

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :





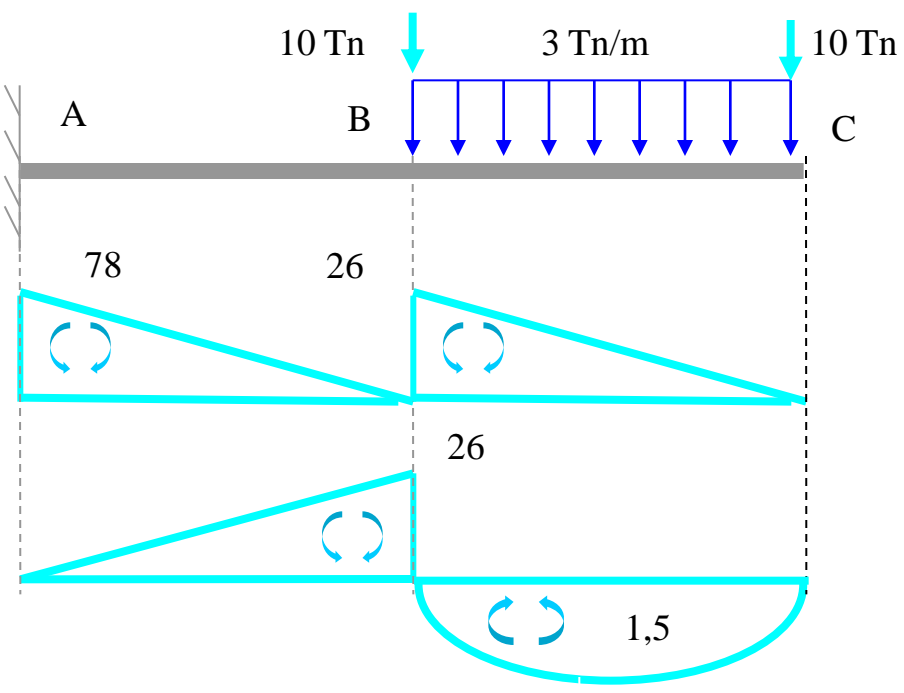
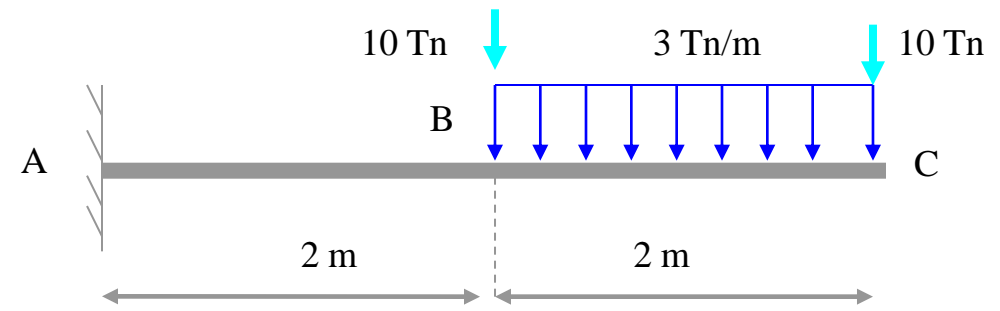
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en C

El valor de la flecha en C

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :





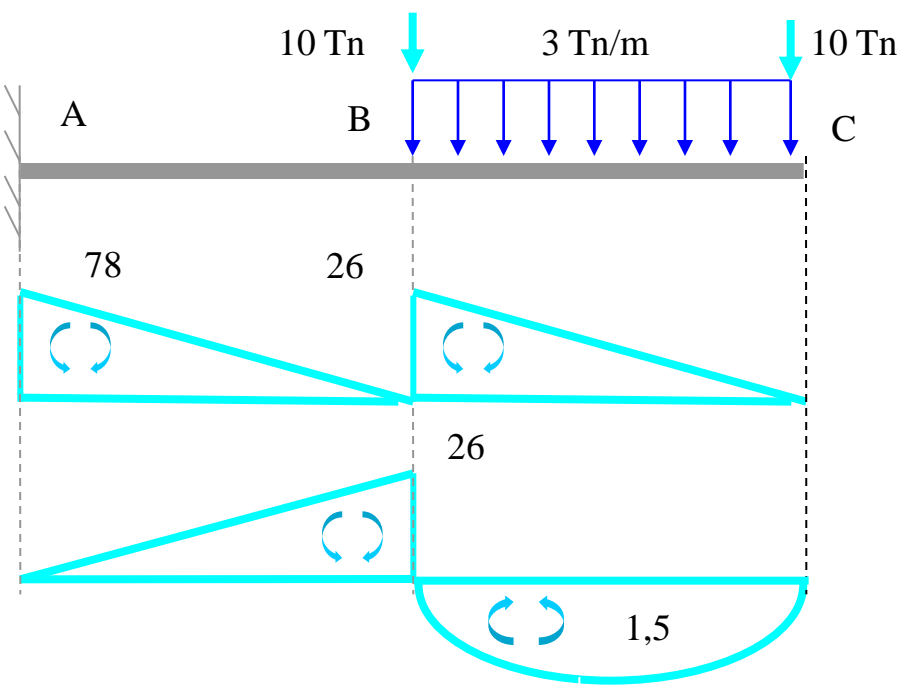
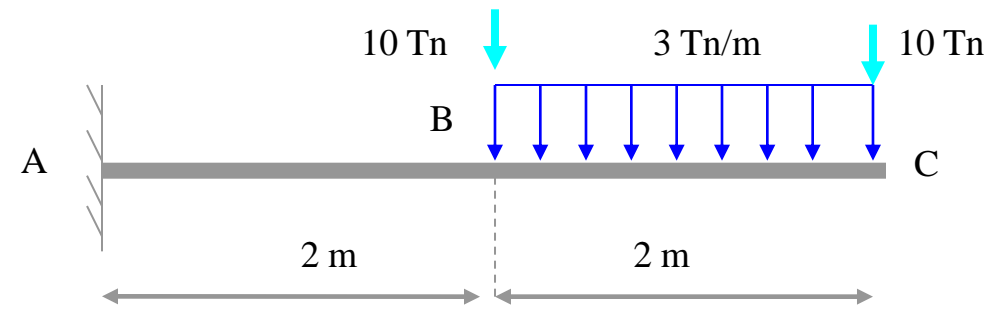
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en C ←

El valor de la flecha en C

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :





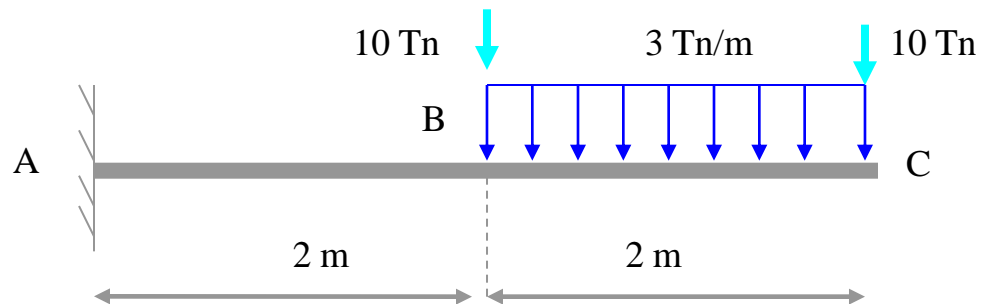
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

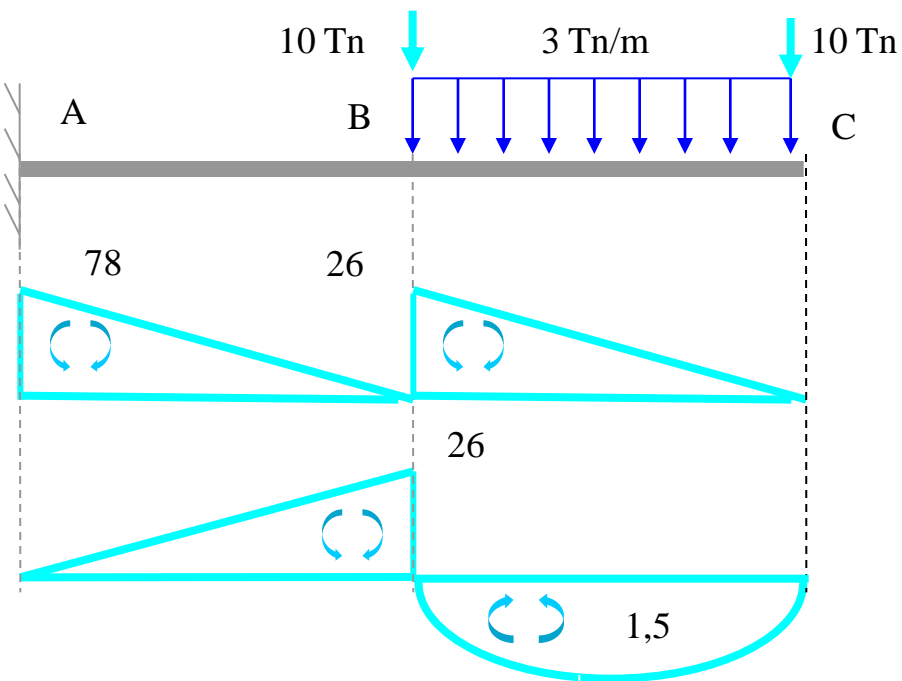
El valor del giro en C ←

El valor de la flecha en C

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



Aplicamos un momento unitario en C:





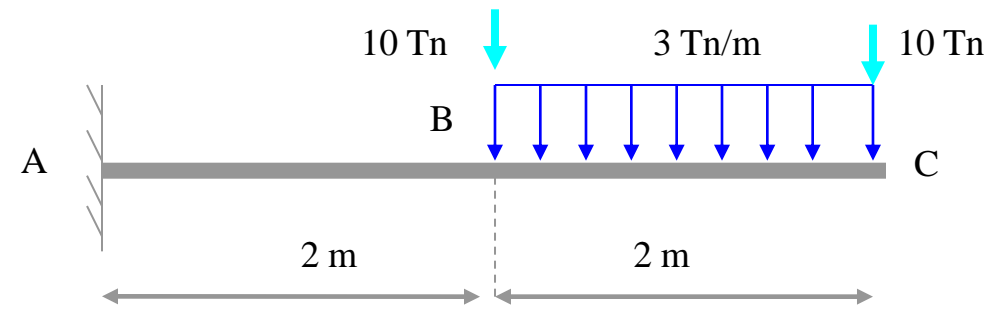
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

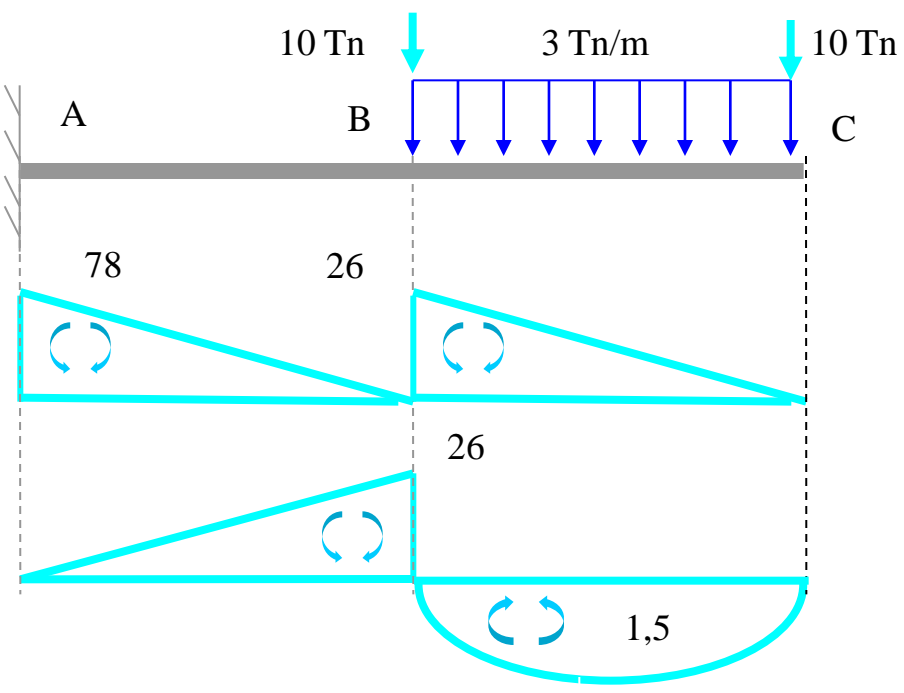
El valor del giro en C ←

El valor de la flecha en C

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



Aplicamos un momento unitario en C:





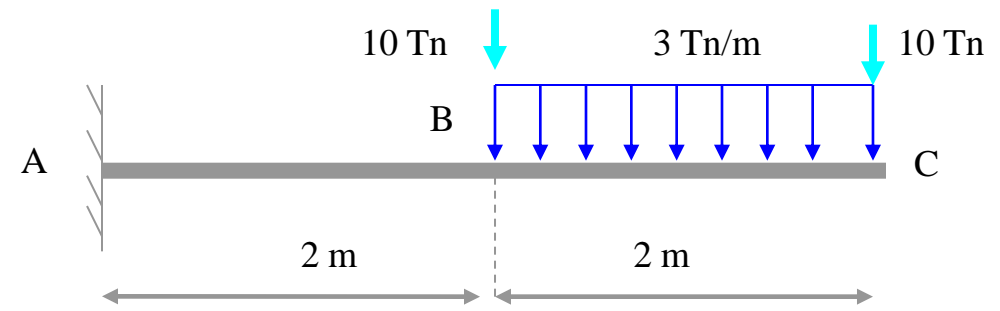
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

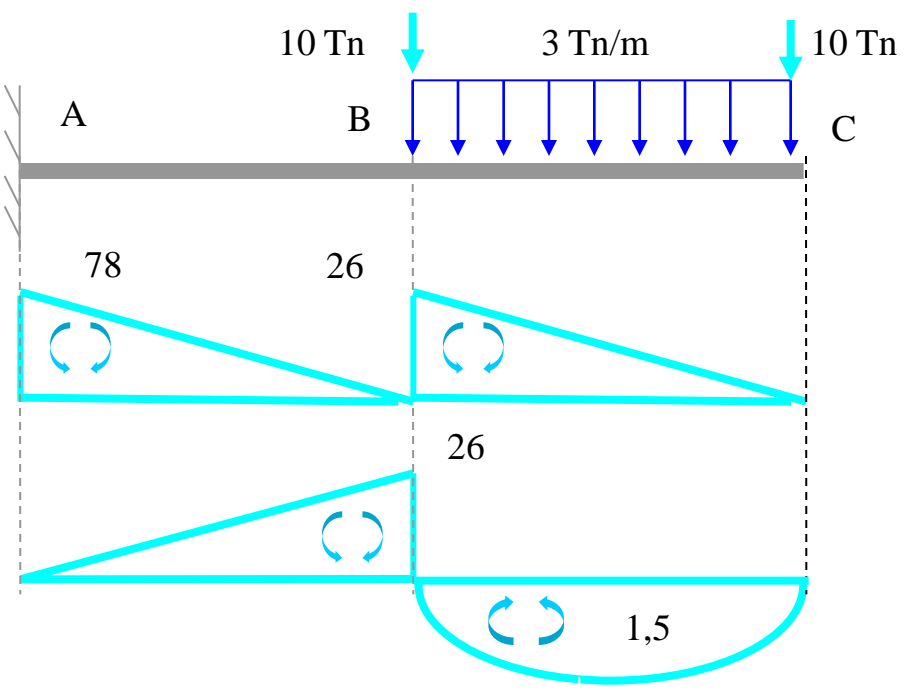
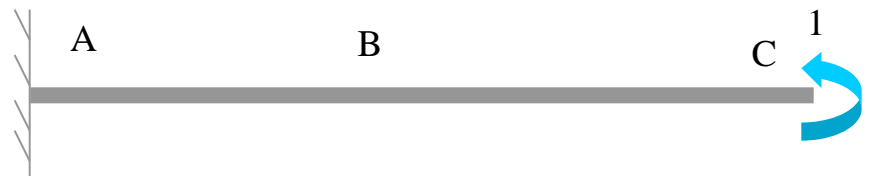
El valor del giro en C ←

El valor de la flecha en C

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



Aplicamos un momento unitario en C:





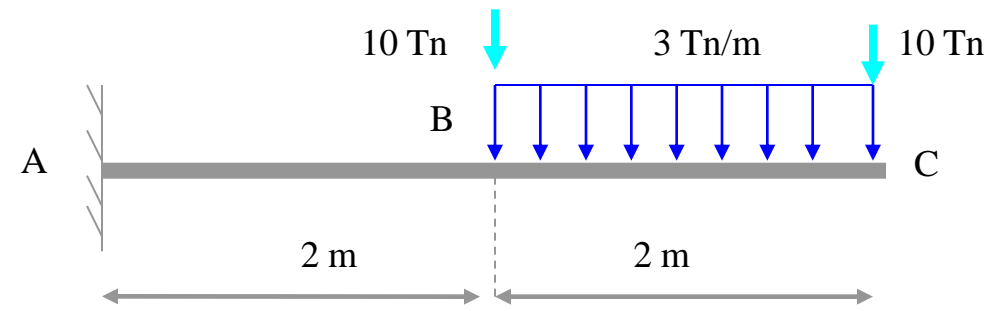
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

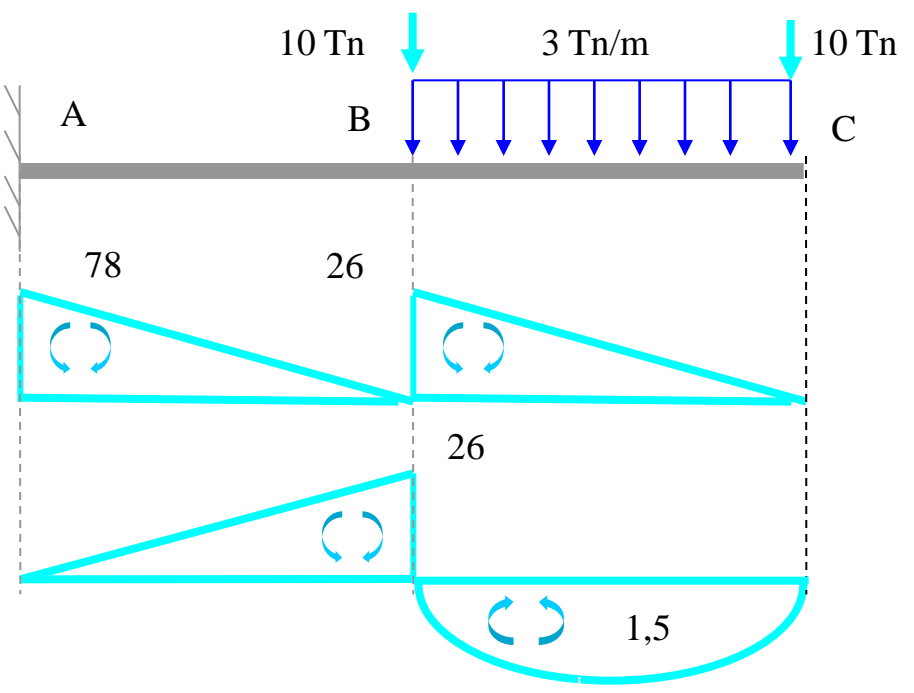
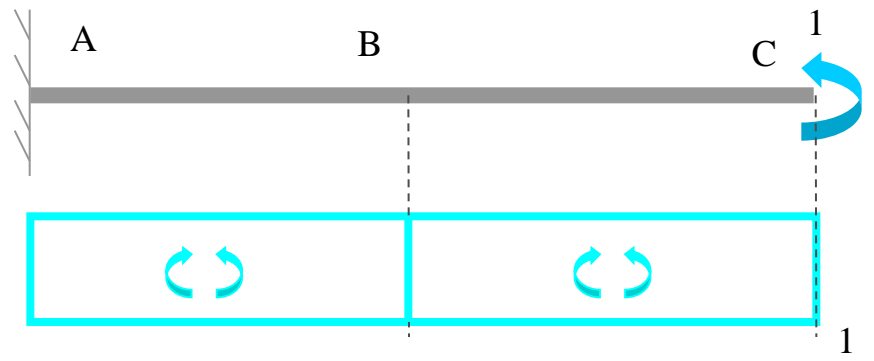
El valor del giro en C ←

El valor de la flecha en C

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



Aplicamos un momento unitario en C:





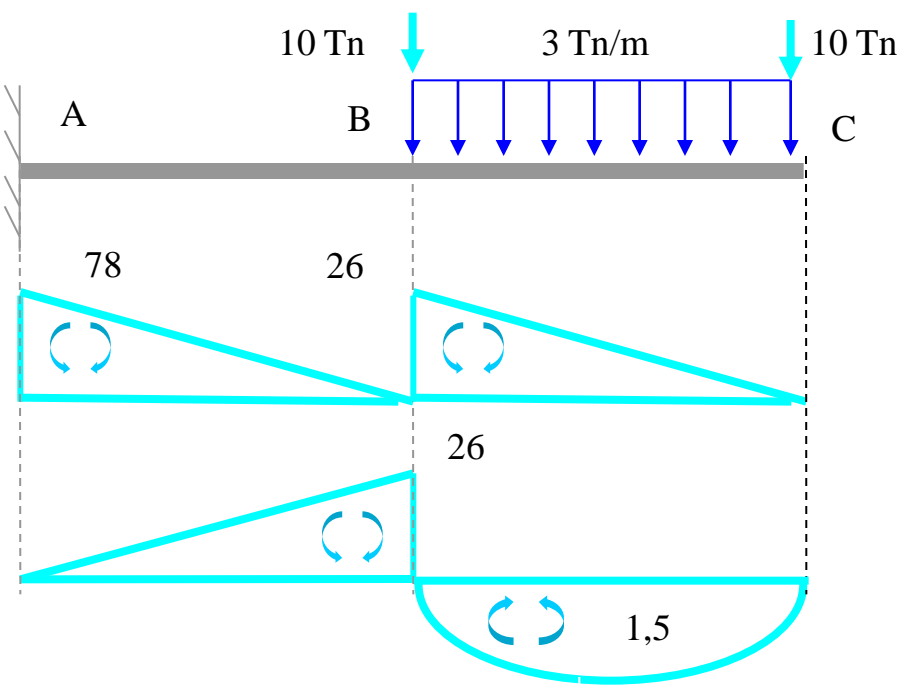
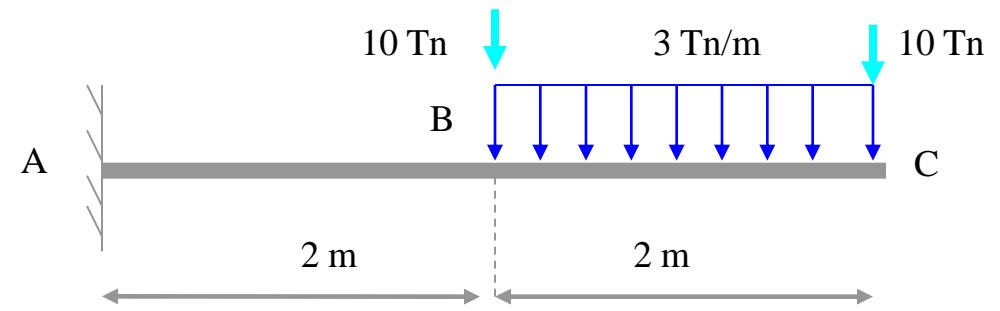
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

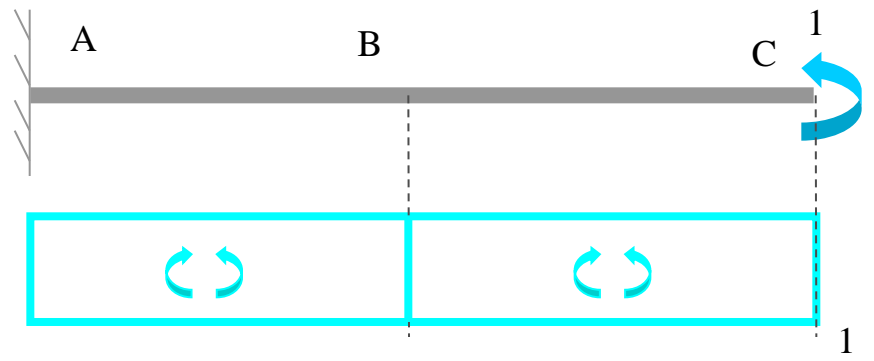
El valor del giro en C ←

El valor de la flecha en C

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



Aplicamos un momento unitario en C:



Utilizando las tablas de integrales de Mohr:



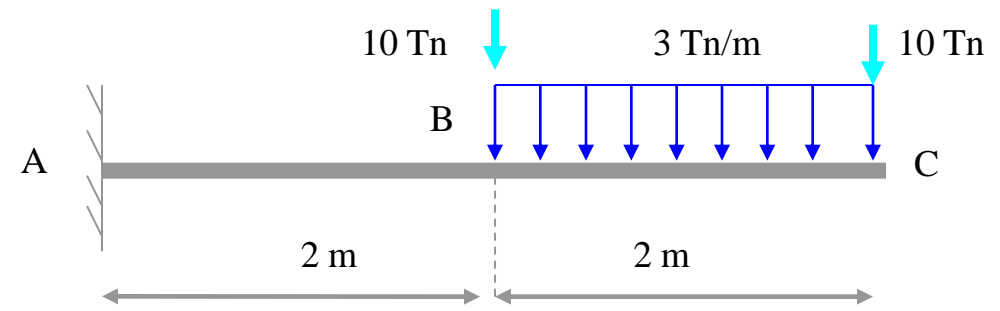
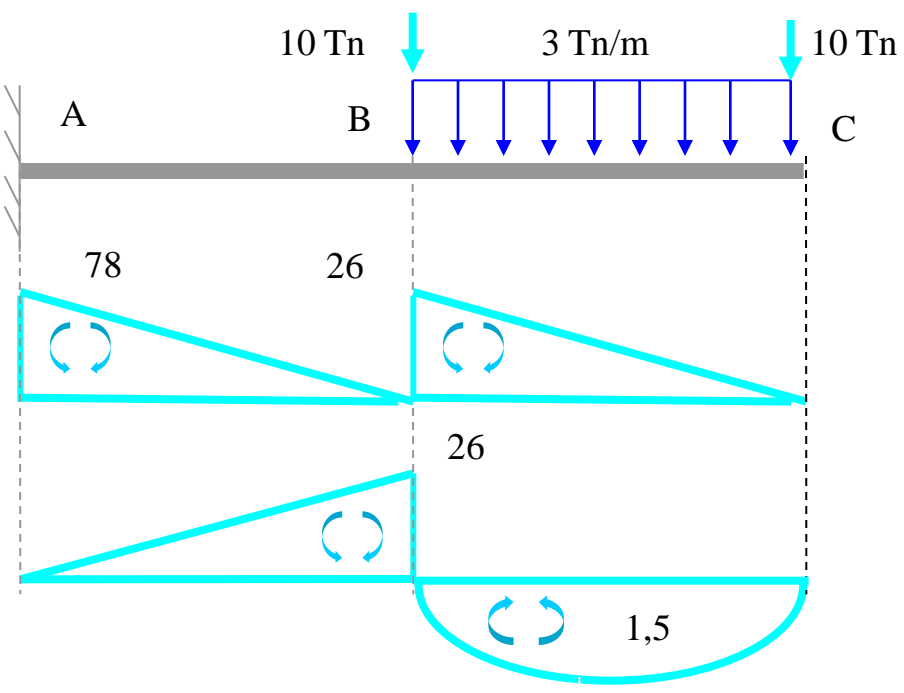
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

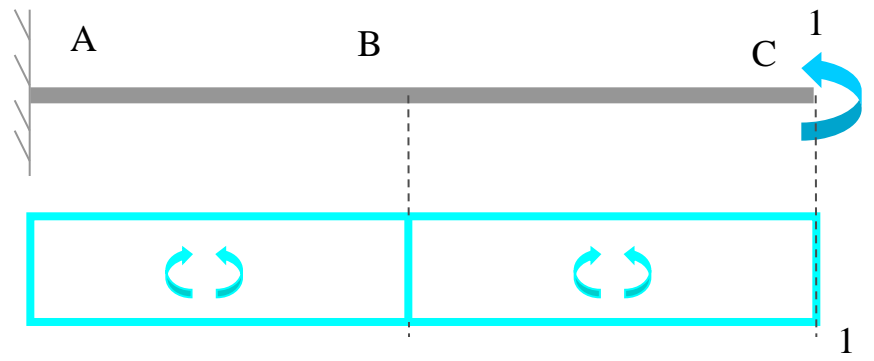
El valor del giro en C ←

El valor de la flecha en C

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



Aplicamos un momento unitario en C:



Utilizando las tablas de integrales de Mohr:

$$\theta_C = -\frac{128}{EI}$$



El sentido del giro real no coincide con el del momento unitario



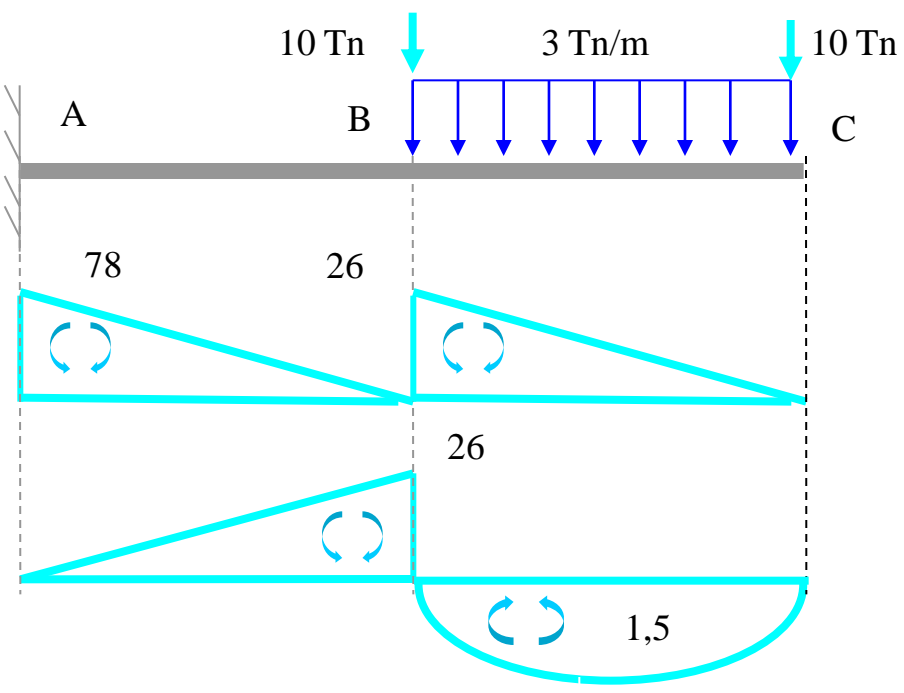
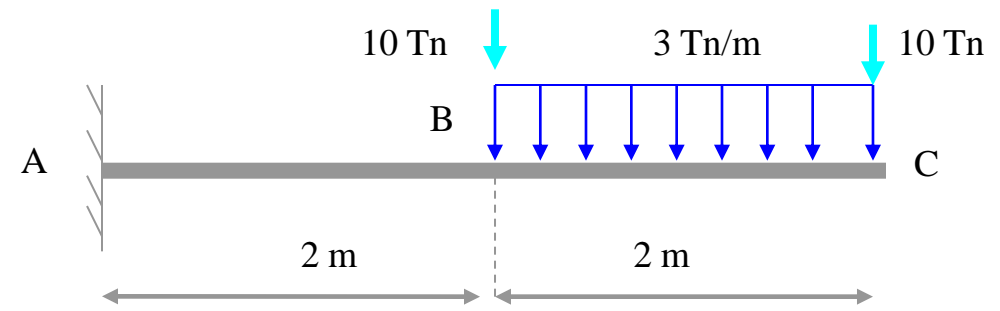
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en C

El valor de la flecha en C

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



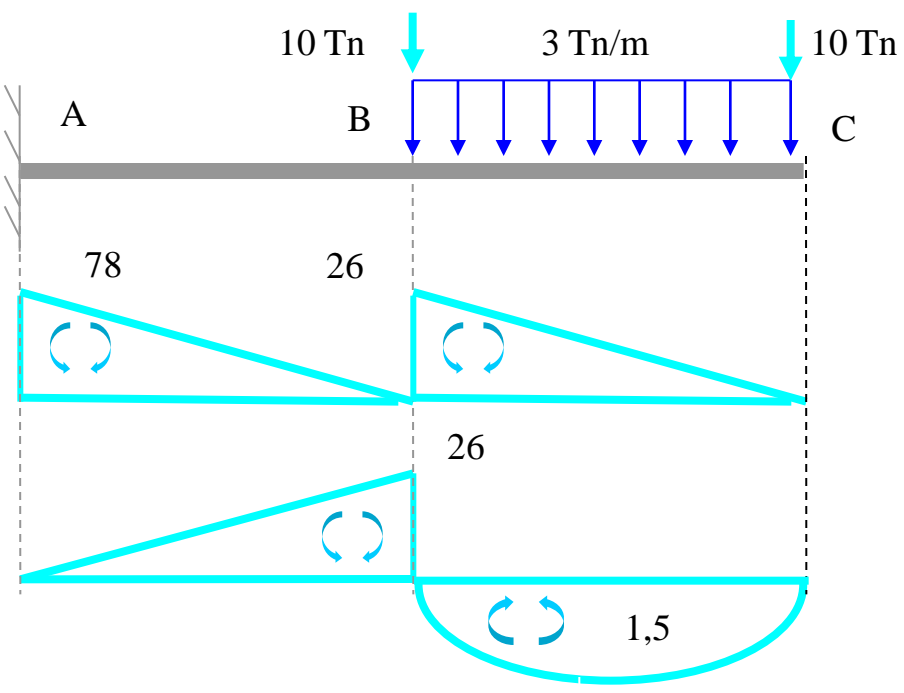
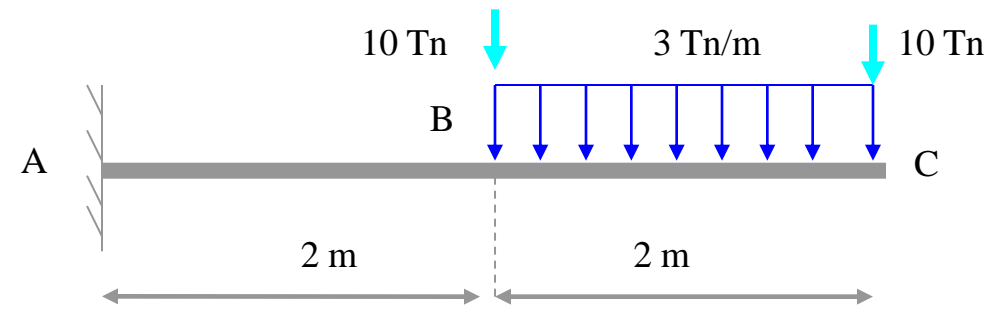
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

El valor del giro en C

El valor de la flecha en C

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



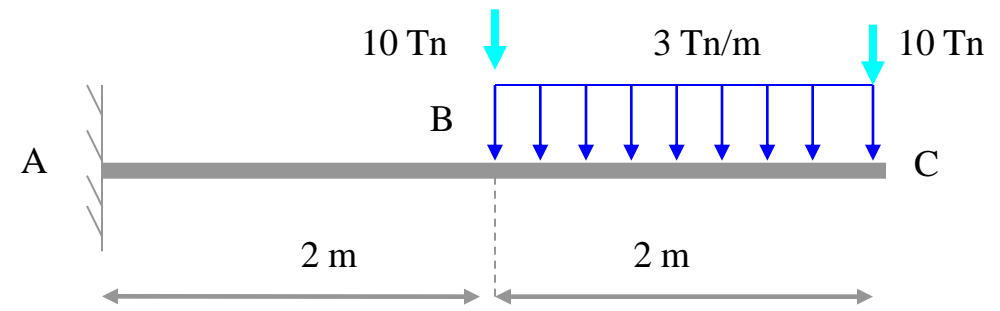
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

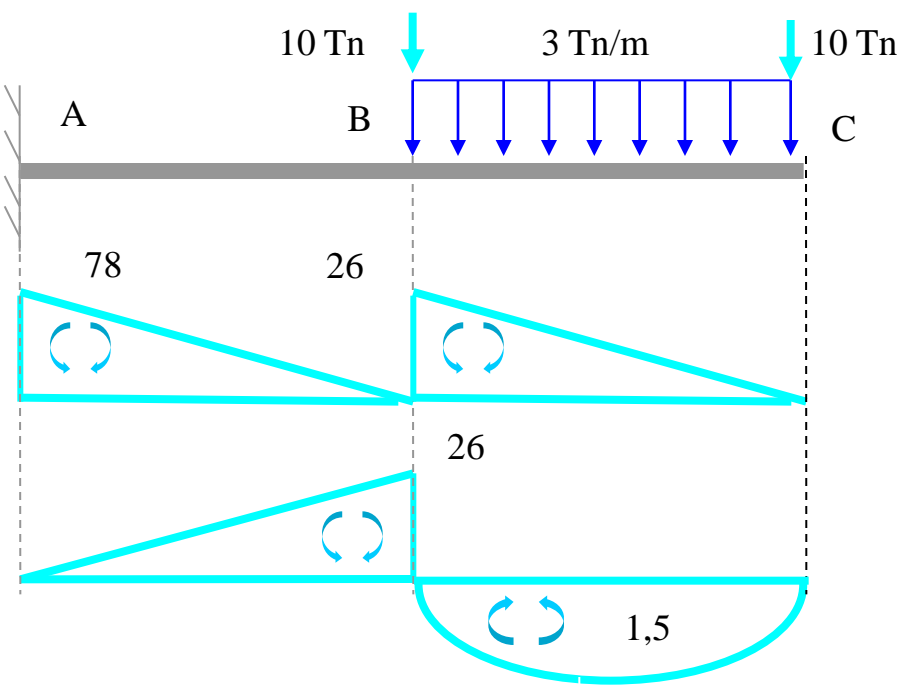
El valor del giro en C

El valor de la flecha en C ←

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



Aplicamos en C una carga unitaria vertical:





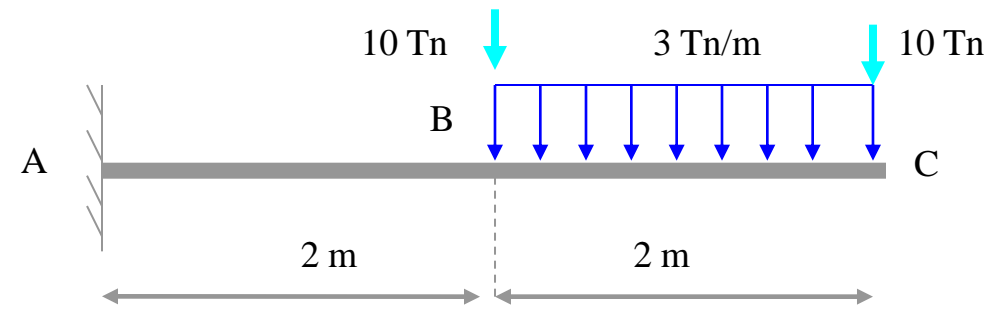
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

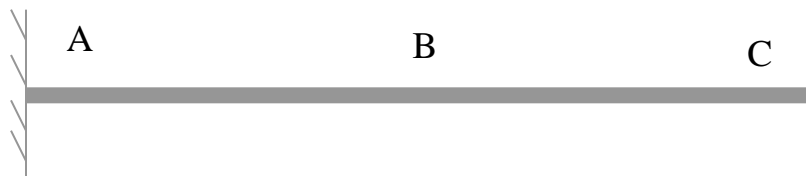
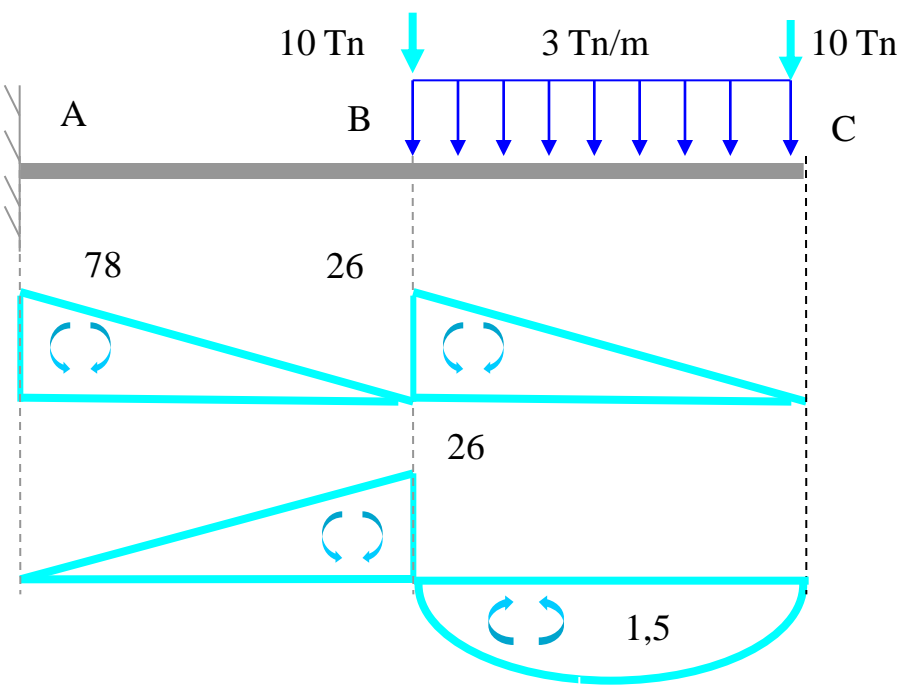
El valor del giro en C

El valor de la flecha en C ←

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



Aplicamos en C una carga unitaria vertical:





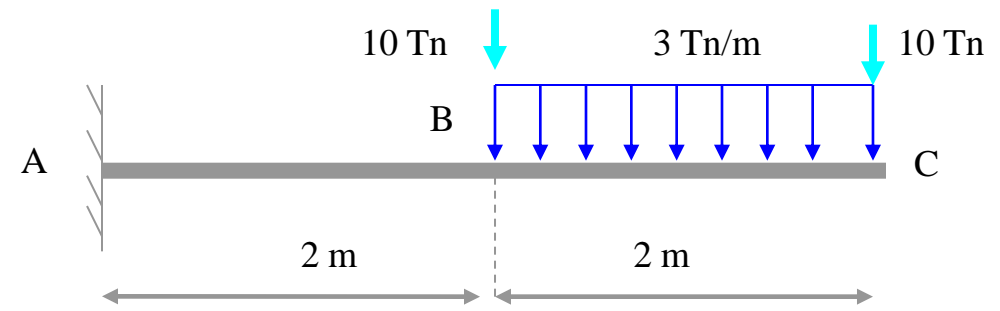
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

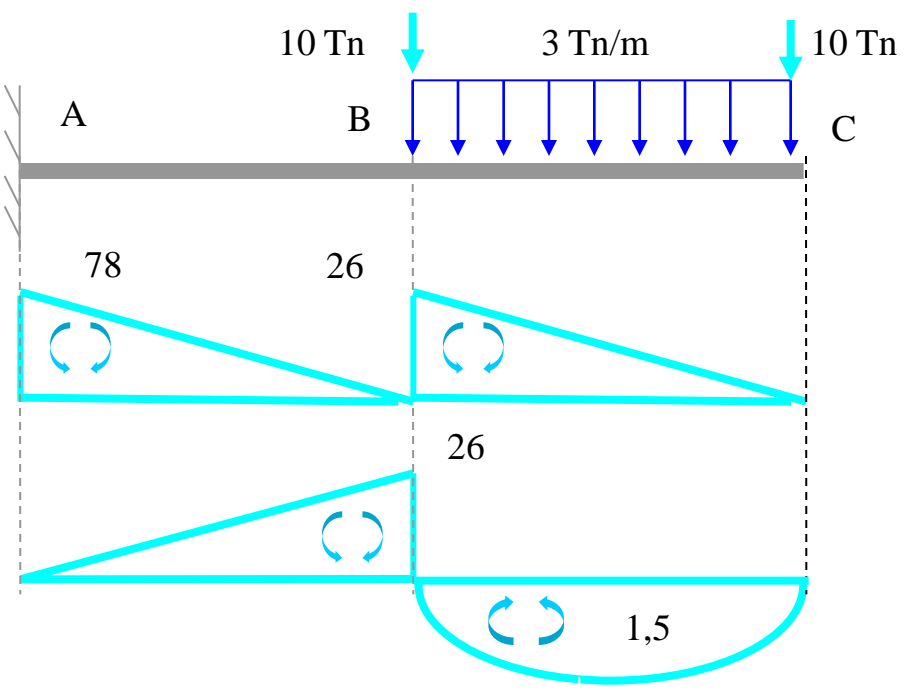
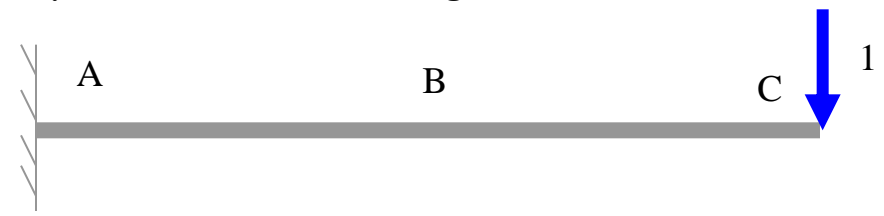
El valor del giro en C

El valor de la flecha en C ←

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



Aplicamos en C una carga unitaria vertical:





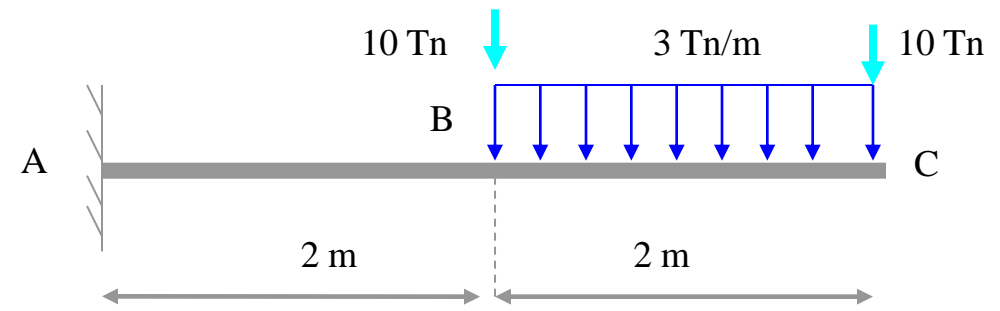
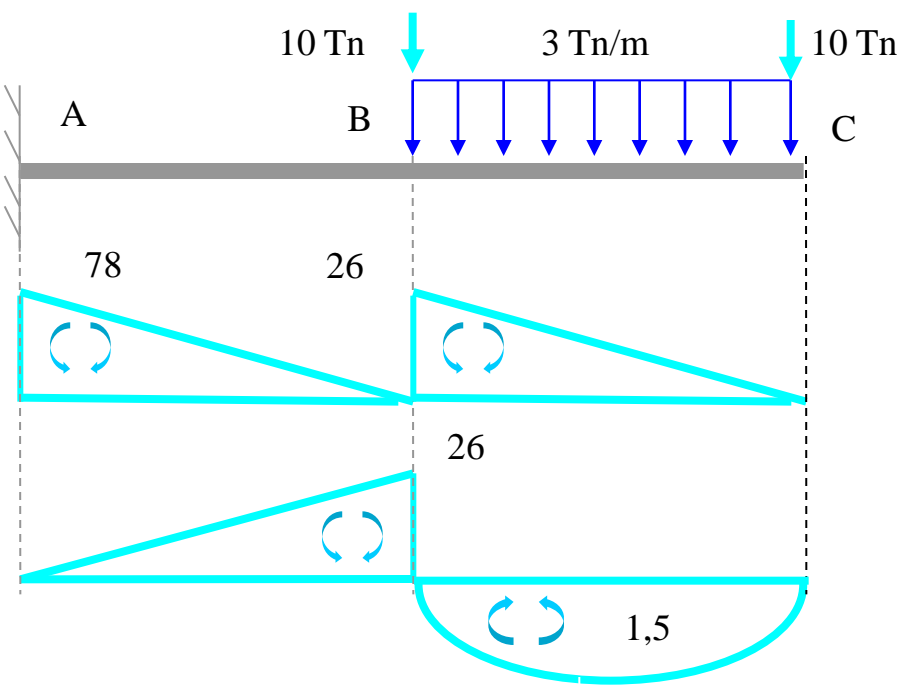
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

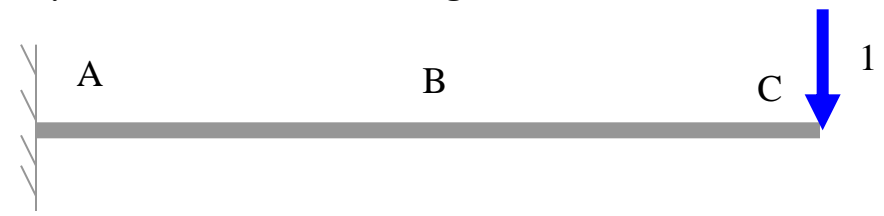
El valor del giro en C

El valor de la flecha en C ←

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



Aplicamos en C una carga unitaria vertical:



Los diagramas de momentos resultantes son los siguientes:



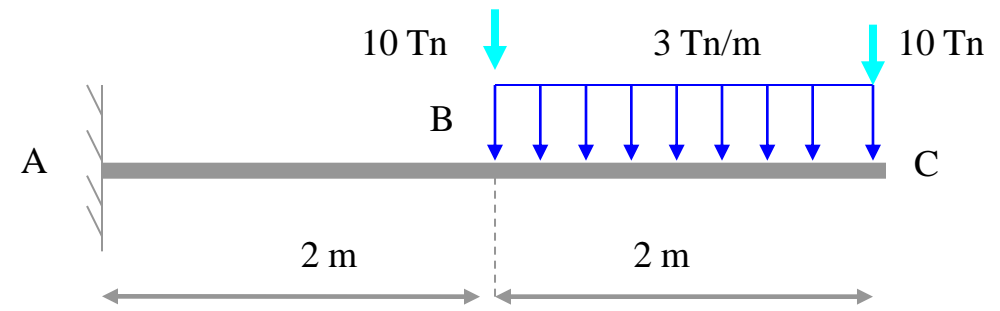
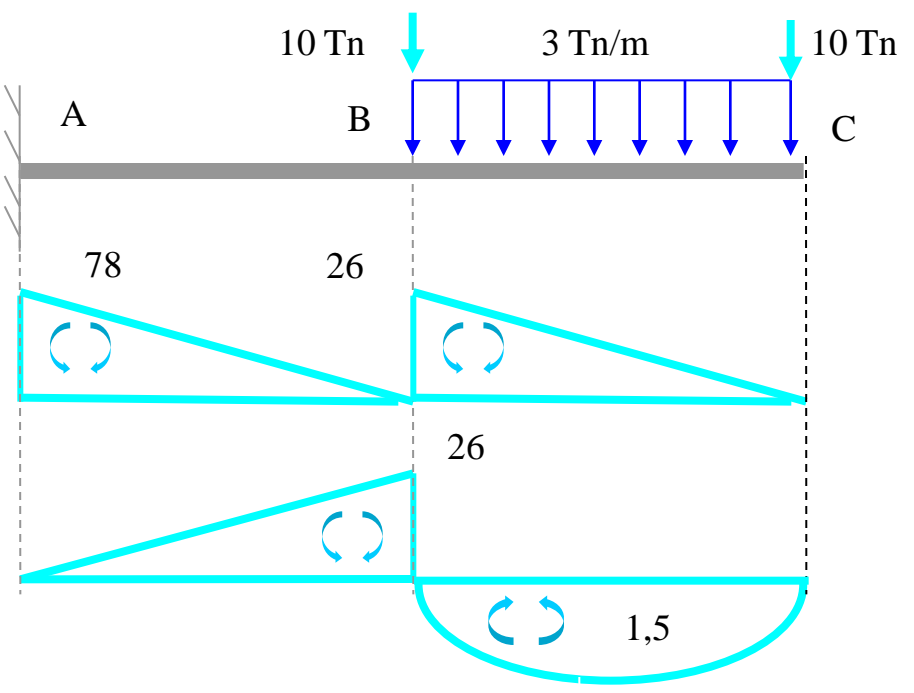
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

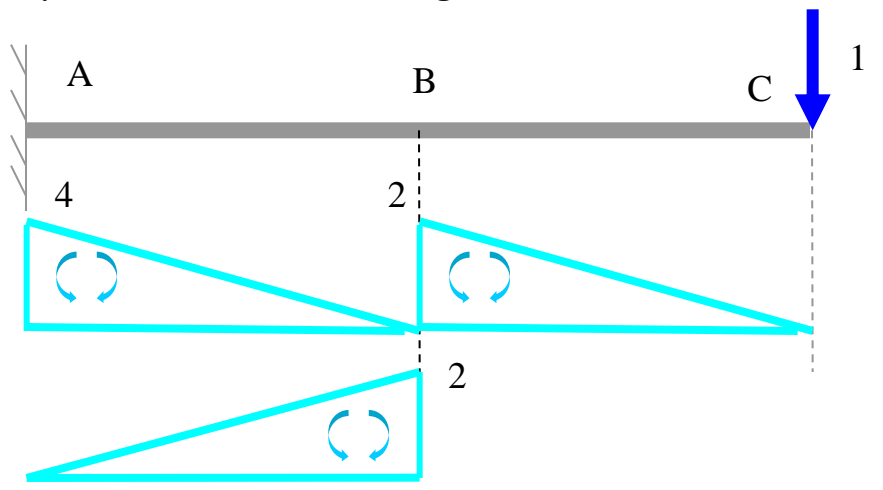
El valor del giro en C

El valor de la flecha en C ←

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



Aplicamos en C una carga unitaria vertical:





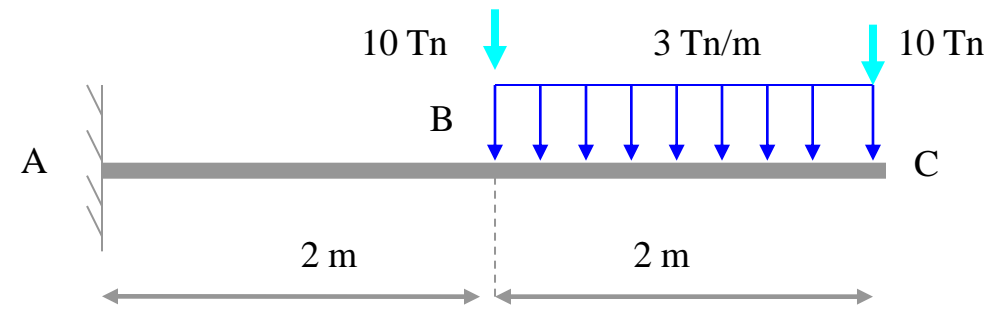
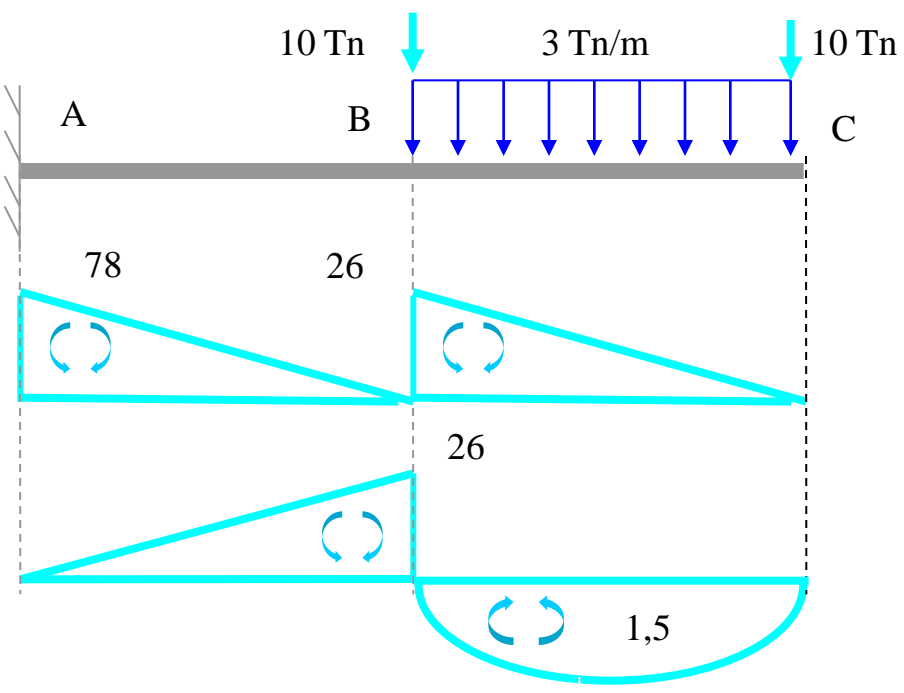
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

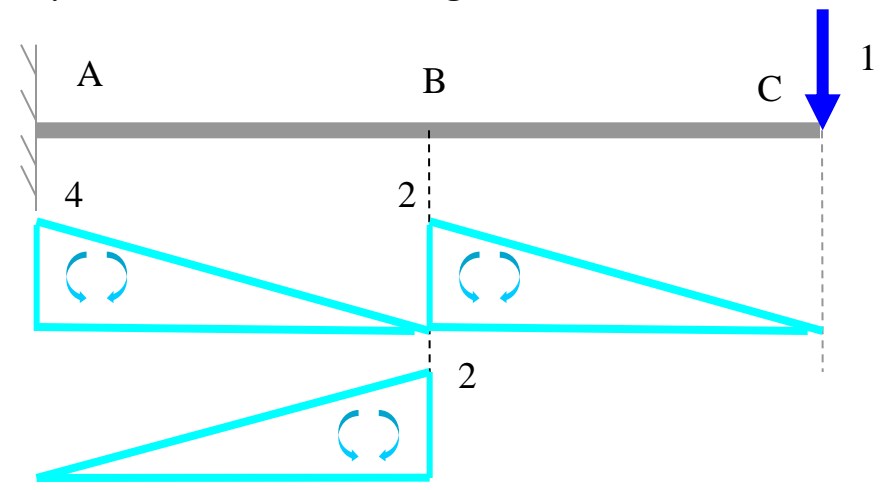
El valor del giro en C

El valor de la flecha en C ←

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



Aplicamos en C una carga unitaria vertical:



Combinando los diagramas reales con los de la carga unitaria se obtiene el valor de la flecha:



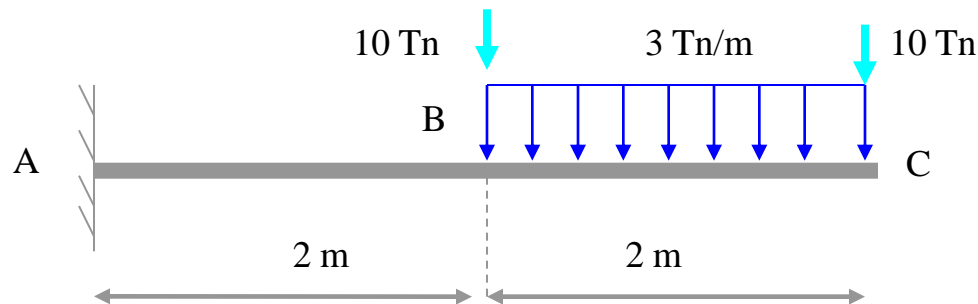
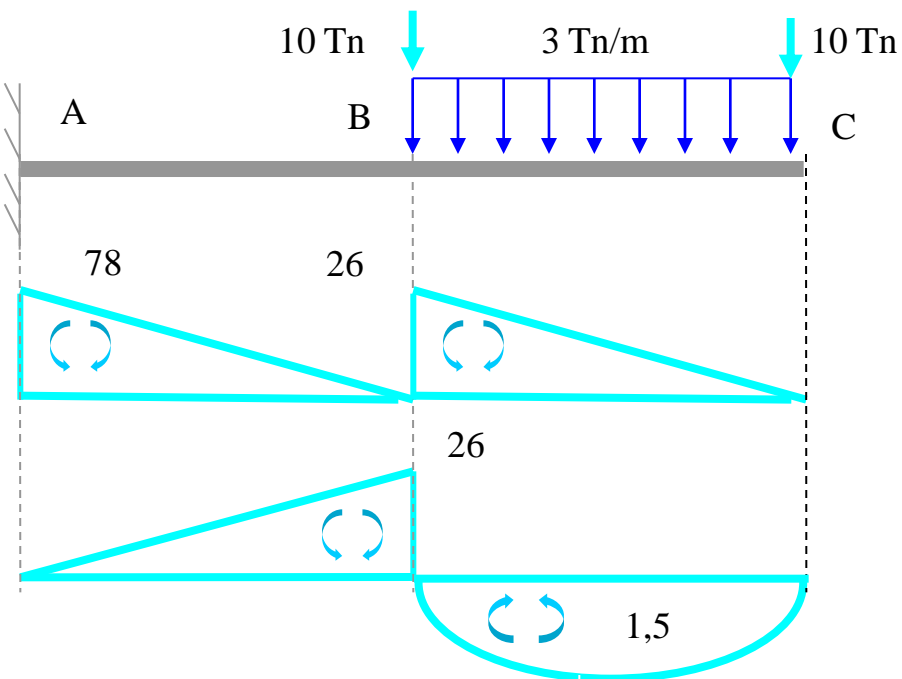
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

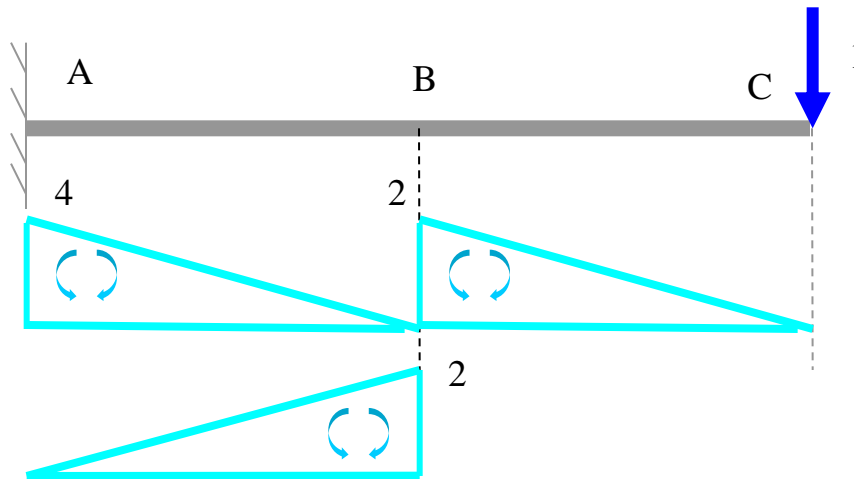
El valor del giro en C

El valor de la flecha en C ←

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



Aplicamos en C una carga unitaria vertical:



$$y_c = \frac{1}{3EI} \cdot 78 \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{6EI} \cdot 26 \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{6EI} \cdot 78 \cdot 2 \cdot 2 + \frac{1}{3EI} \cdot 26 \cdot 2 \cdot 2 +$$

$$+ \frac{1}{3EI} \cdot 26 \cdot 2 \cdot 2 - \frac{1}{3EI} \cdot 1,5 \cdot 2 \cdot 2 = \frac{362}{EI} \downarrow$$

El sentido del desplazamiento real coincide con el de la carga unitaria



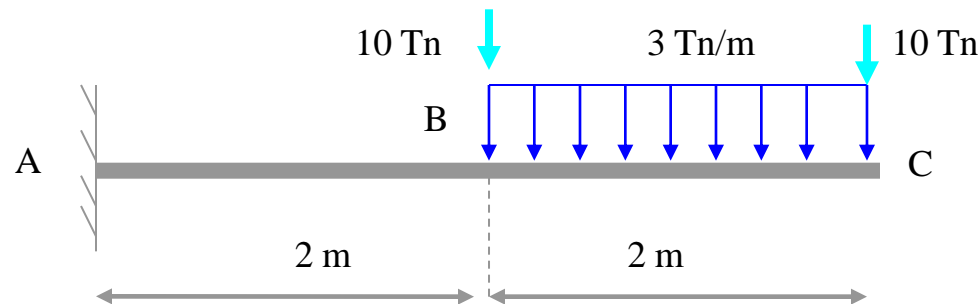
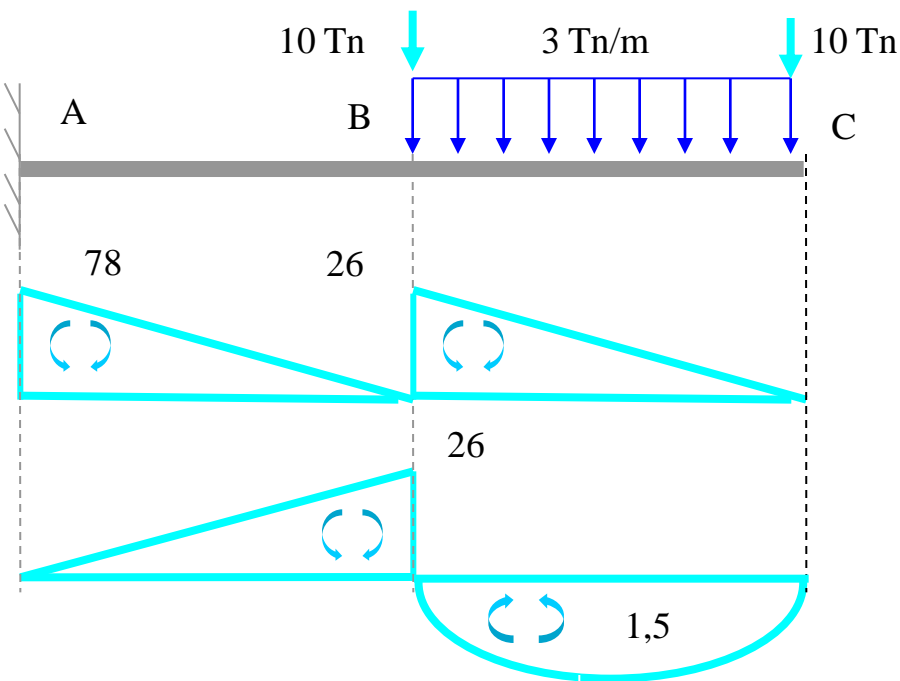
Ejemplo 3

Calcular de la siguiente estructura:

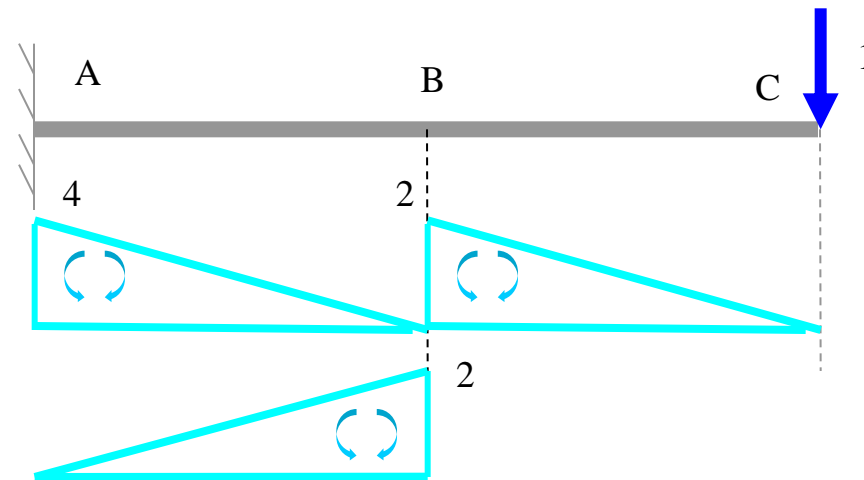
El valor del giro en C

El valor de la flecha en C ←

Estructura y diagrama de momentos reales descompuesto :



Aplicamos en C una carga unitaria vertical:



$$y_c = \frac{1}{3EI} \cdot 78 \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{6EI} \cdot 26 \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{6EI} \cdot 78 \cdot 2 \cdot 2 + \frac{1}{3EI} \cdot 26 \cdot 2 \cdot 2 +$$

$$+ \frac{1}{3EI} \cdot 26 \cdot 2 \cdot 2 - \frac{1}{3EI} \cdot 1,5 \cdot 2 \cdot 2 = \frac{362}{EI} \downarrow$$

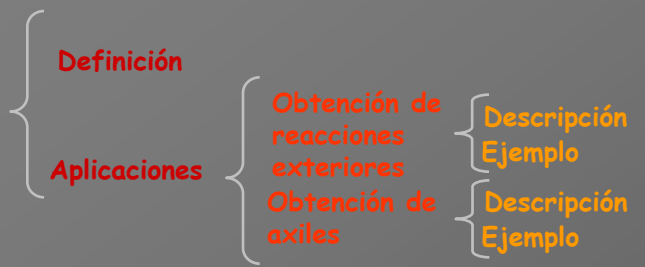
El sentido del desplazamiento real coincide con el de la carga unitaria



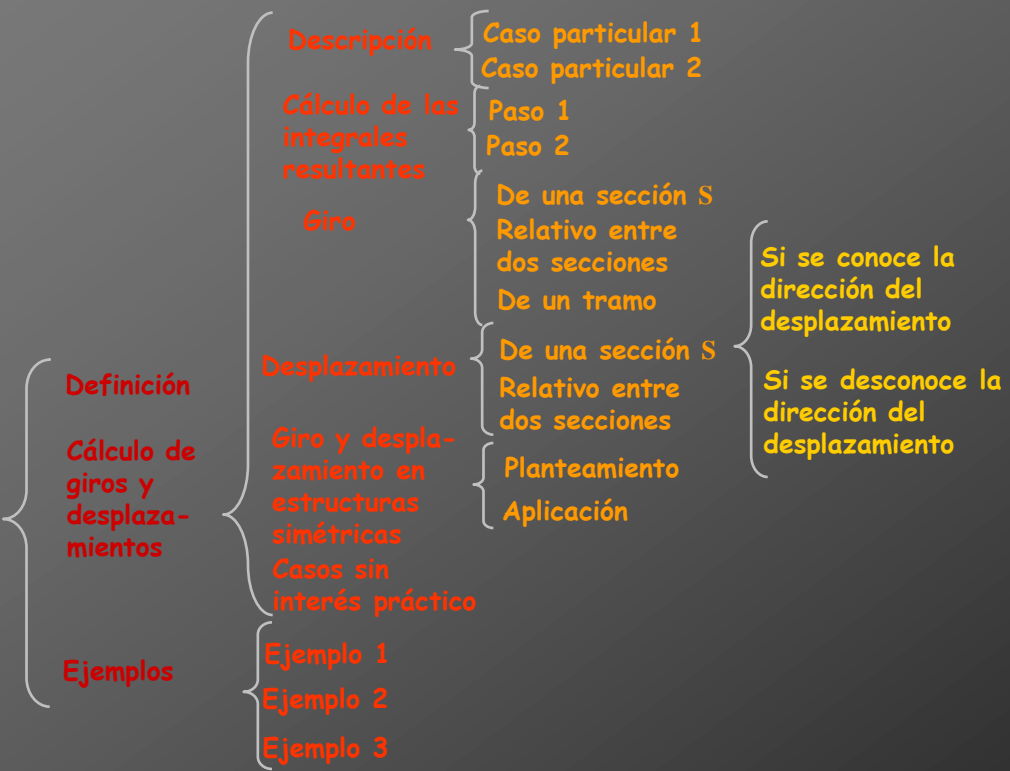
Aplicaciones del PTV

Introducción

Teorema de los desplazamientos virtuales



Teorema de las fuerzas virtuales (método de la carga unitaria)



Si se conoce la dirección del desplazamiento

Si se desconoce la dirección del desplazamiento



Aplicaciones del PTV



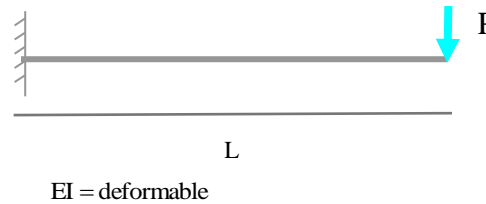
Si se conoce la dirección del desplazamiento

Si se desconoce la dirección del desplazamiento



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Se obtiene un desplazamiento de P con el método de la carga unitaria que vale:

a)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} PL.L.L$$

b)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{2EI} PL.L.L$$

c)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{6EI} 2.PL.L.L$$

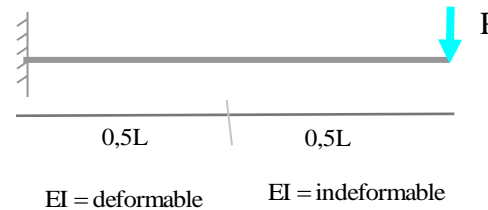
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- **Pregunta 2**
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Se obtiene un desplazamiento de P con el método de la carga unitaria que vale:

a)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot 1 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} +$$

$$- \frac{1}{6EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot P \cdot \frac{L}{2} - \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2}$$

b)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot 1 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} +$$

$$+ \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2}$$

c)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} +$$

$$+ \frac{1}{6EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot P \cdot 4 + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{4}$$

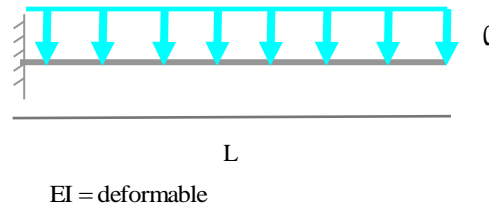
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- **Pregunta 3**
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Se obtiene un desplazamiento en el extremo del voladizo que vale:

a)

$$\delta = \frac{1}{3EI} \cdot \frac{qL^2}{2} \cdot L \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{qL^2}{8} \cdot L \cdot L$$

b)

$$\delta = \frac{1}{3EI} \cdot \frac{qL^2}{2} \cdot L \cdot L + \frac{1}{EI} \cdot \frac{qL^2}{8} \cdot L \cdot L$$

c)

$$\delta = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{qL^2}{2} \cdot L \cdot L \cdot L + \frac{1}{EI} \cdot \frac{qL^2}{8} \cdot L \cdot L$$

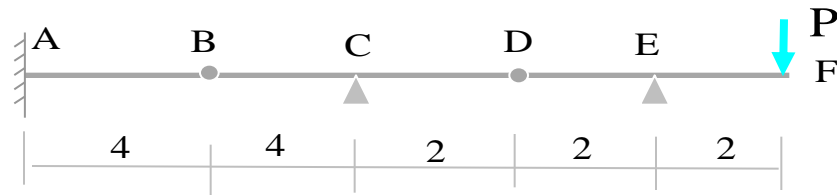
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- **Pregunta 4**
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Aplicando el TFM se obtiene el desplazamiento en B que vale:

a)

$$\uparrow \delta = \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 4 \cdot 4$$

b)

$$\downarrow \delta = \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 4$$

c)

$$\uparrow \delta = \frac{1}{3EI} \cdot 4P \cdot 4 \cdot 4$$

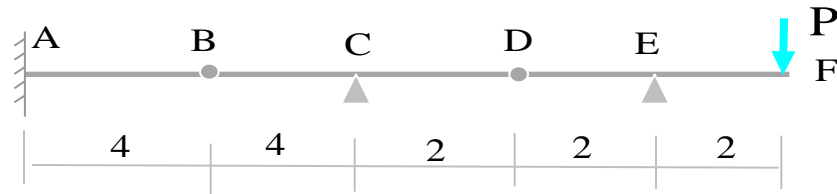
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- **Pregunta 5**
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Aplicando el TFV se obtiene el giro en B por la derecha que vale:

a)

$$\theta_B = \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 1.4 + \frac{1}{6EI} \cdot 1.2P \cdot 4$$

b)

$$\theta_B = -\frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 1.4 + \frac{1}{6EI} \cdot 1.4P \cdot 4$$

c)

$$\theta_B = -\frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 1.4 + \frac{1}{6EI} \cdot 1.2P \cdot 4$$

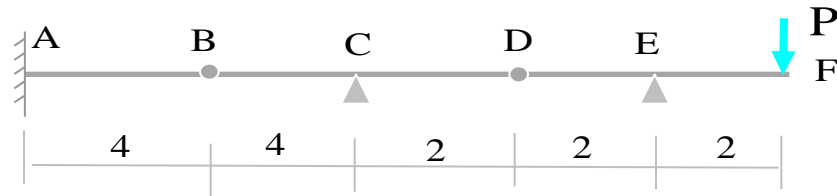
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- **Pregunta 6**
- Pregunta 7



Aplicando el TFM se obtiene el desplazamiento en D que vale:

a)

$$\downarrow \delta_D = \frac{32P}{3EI} - \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 2$$

b)

$$\downarrow \delta_D = -\frac{16P}{3EI} - \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 2$$

c)

$$\downarrow \delta_D = -\frac{32P}{3EI} - \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 2$$

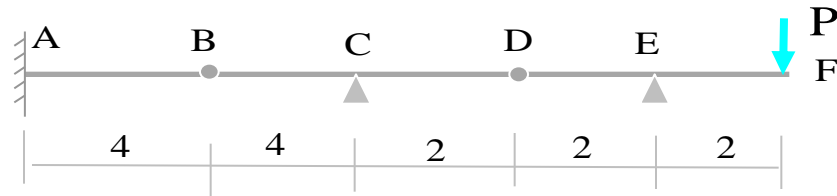
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- **Pregunta 7**



Aplicando el TFM se obtiene el giro en F que vale:

a)

$$\theta_F = \frac{7P}{EI} + \frac{1}{2EI} \cdot 2P \cdot 1 \cdot 2$$

b)

$$\theta_F = \frac{8P}{EI} + \frac{1}{2EI} \cdot 2P \cdot 1 \cdot 2$$

c)

$$\theta_F = \frac{8P}{EI} + \frac{1}{EI} \cdot 2P \cdot 1 \cdot 2$$

d)

Ninguna de las anteriores



Aplicaciones del PTV

Índice



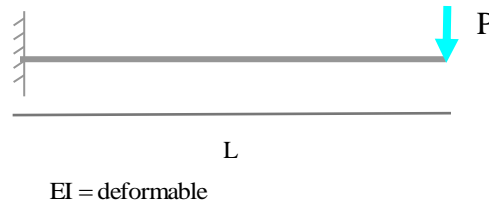


Anexos



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Se obtiene un desplazamiento de P con el método de la carga unitaria que vale:

a)

Respuesta correcta
Pulsar para volver

b)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{2EI} PL.L.L$$

c)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{6EI} 2.PL.L.L$$

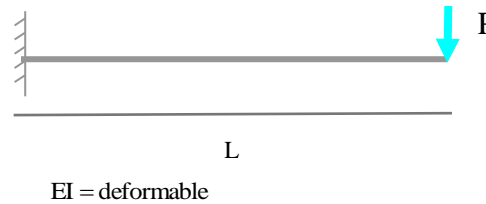
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Se obtiene un desplazamiento de P con el método de la carga unitaria que vale:

a)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} PL.L.L$$

b)

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver



c)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{6EI} 2.PL.L.L$$

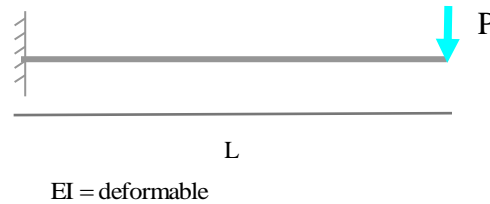
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Se obtiene un desplazamiento de P con el método de la carga unitaria que vale:

a)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} PL.L.L$$

b)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{2EI} PL.L.L$$

c)

Respuesta incorrecta

Pulsar para volver

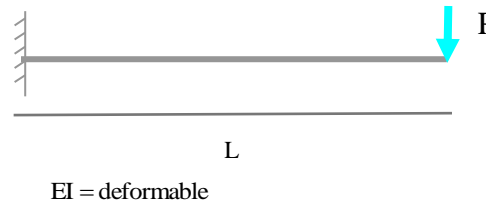
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Se obtiene un desplazamiento de P con el método de la carga unitaria que vale:

a)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} PL.L.L$$

b)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{2EI} PL.L.L$$

c)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{6EI} 2.PL.L.L$$

d)

Nir

Respuesta incorrecta

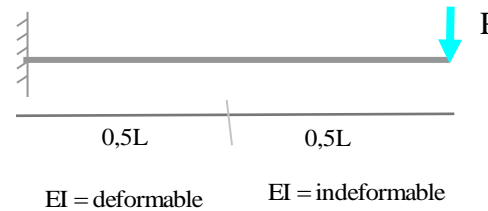
Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- **Pregunta 2**
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Se obtiene un desplazamiento de P con el método de la carga unitaria que vale:

a)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot 1 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot P \cdot \frac{L}{2}$$

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

b)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot 1 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2}$$

c)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot P \cdot 4 + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{4}$$

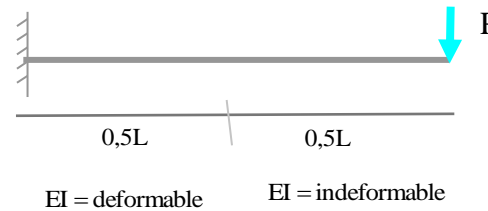
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- **Pregunta 2**
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Se obtiene un desplazamiento de P con el método de la carga unitaria que vale:

a)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot 1 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} +$$

$$- \frac{1}{6EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot P \cdot \frac{L}{2} - \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2}$$

b)

$$\downarrow \delta_P =$$

$$+ \frac{1}{3EI}$$

Respuesta correcta

Pulsar para volver

$$\frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} +$$

$$\frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2}$$

c)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} +$$

$$+ \frac{1}{6EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot P \cdot 4 + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{4}$$

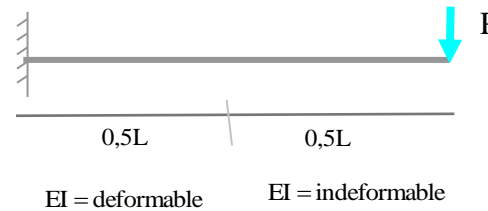
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- **Pregunta 2**
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Se obtiene un desplazamiento de P con el método de la carga unitaria que vale:

a)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot 1 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot P \cdot \frac{L}{2} - \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2}$$

b)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot 1 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2}$$

c)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3} \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2}$$

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

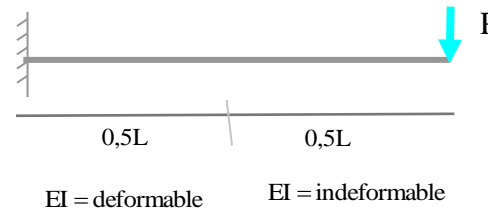
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- **Pregunta 2**
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Se obtiene un desplazamiento de P con el método de la carga unitaria que vale:

a)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot 1 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} +$$

$$- \frac{1}{6EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot P \cdot \frac{L}{2} - \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2}$$

b)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot 1 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} +$$

$$+ \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{6EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2}$$

c)

$$\downarrow \delta_P = \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot P \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{3EI} \cdot 1 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} +$$

$$+ \frac{1}{6EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot P \cdot 4 + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{4}$$

d)

Nir s

Respuesta incorrecta

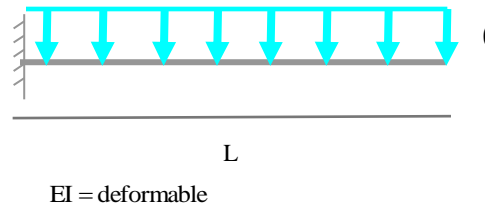
Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- **Pregunta 3**
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Se obtiene un desplazamiento en el extremo del voladizo que vale:

a)

$$\delta = \frac{1}{3EI}$$

Respuesta correcta
Pulsar para volver

b)

$$\delta = \frac{1}{3EI} \cdot \frac{qL^2}{2} \cdot L.L + \frac{1}{EI} \cdot \frac{qL^2}{8} \cdot L.L$$

c)

$$\delta = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{qL^2}{2} \cdot L.L.L + \frac{1}{EI} \cdot \frac{qL^2}{8} \cdot L.L$$

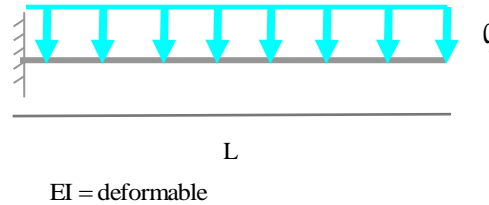
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- **Pregunta 3**
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Se obtiene un desplazamiento en el extremo del voladizo que vale:

a)

$$\delta = \frac{1}{3EI} \cdot \frac{qL^2}{2} \cdot L \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{qL^2}{8} \cdot L \cdot L$$

b)

$$\delta = \frac{1}{3EI} \cdot \frac{qL^2}{2} \cdot L \cdot L$$

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

c)

$$\delta = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{qL^2}{2} \cdot L \cdot L \cdot L + \frac{1}{EI} \cdot \frac{qL^2}{8} \cdot L \cdot L$$

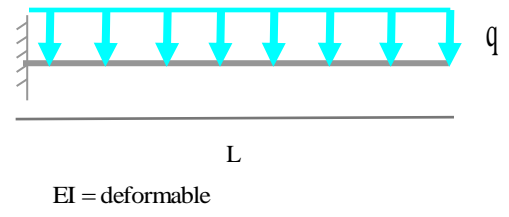
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- **Pregunta 3**
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Se obtiene un desplazamiento en el extremo del voladizo que vale:

a)

$$\delta = \frac{1}{3EI} \cdot \frac{qL^2}{2} \cdot L \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{qL^2}{8} \cdot L \cdot L$$

b)

$$\delta = \frac{1}{3EI} \cdot \frac{qL^2}{2} \cdot L \cdot L + \frac{1}{EI} \cdot \frac{qL^2}{8} \cdot L \cdot L$$

c)

$$\delta = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{qL^2}{8} \cdot L \cdot L$$

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

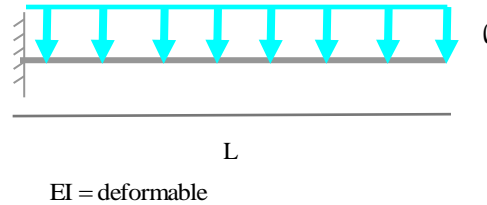
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- **Pregunta 3**
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Se obtiene un desplazamiento en el extremo del voladizo que vale:

a)

$$\delta = \frac{1}{3EI} \cdot \frac{qL^2}{2} \cdot L \cdot L + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{qL^2}{8} \cdot L \cdot L$$

b)

$$\delta = \frac{1}{3EI} \cdot \frac{qL^2}{2} \cdot L \cdot L + \frac{1}{EI} \cdot \frac{qL^2}{8} \cdot L \cdot L$$

c)

$$\delta = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{qL^2}{2} \cdot L \cdot L \cdot L + \frac{1}{EI} \cdot \frac{qL^2}{8} \cdot L \cdot L$$

d)

Ni... s

Respuesta incorrecta

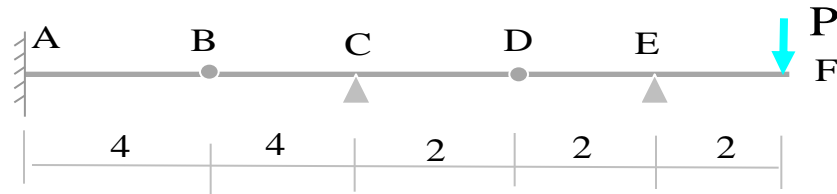
Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- **Pregunta 4**
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Aplicando el TFV se obtiene el desplazamiento en B que vale:

a)

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

b)

$$\downarrow \delta = \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 4$$

c)

$$\uparrow \delta = \frac{1}{3EI} \cdot 4P \cdot 4 \cdot 4$$

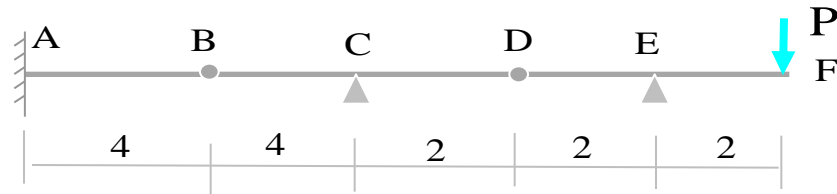
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- **Pregunta 4**
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Aplicando el TFV se obtiene el desplazamiento en B que vale:

a)

$$\uparrow \delta = \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 4 \cdot 4$$

b)

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver



c)

$$\uparrow \delta = \frac{1}{3EI} \cdot 4P \cdot 4 \cdot 4$$

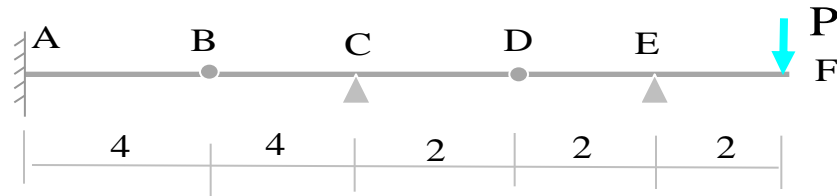
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- **Pregunta 4**
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Aplicando el TFV se obtiene el desplazamiento en B que vale:

a)

$$\uparrow \delta = \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 4 \cdot 4$$

b)

$$\downarrow \delta = \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 4$$

c)

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

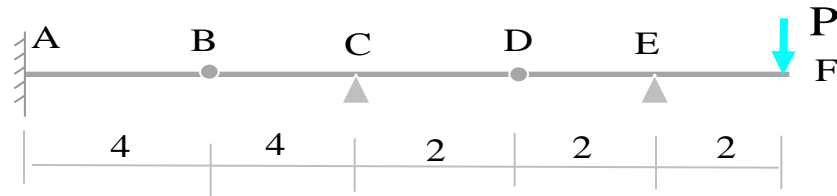
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- **Pregunta 4**
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Aplicando el TFM se obtiene el desplazamiento en B que vale:

a)

$$\uparrow \delta = \frac{1}{3EI} \cdot .2P \cdot 4 \cdot 4$$

b)

$$\downarrow \delta = \frac{1}{3EI} \cdot .2P \cdot 2 \cdot 4$$

c)

$$\uparrow \delta = \frac{1}{3EI} \cdot .4P \cdot 4 \cdot 4$$

d)

Nin

**Respuesta
correcta**

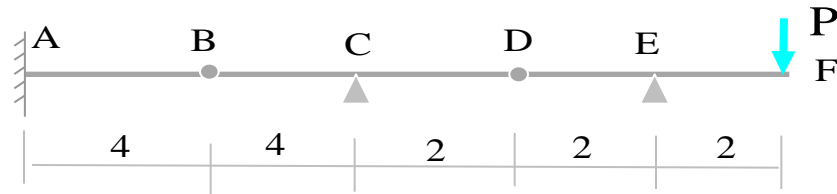
Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- **Pregunta 5**
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Aplicando el TFV se obtiene el giro en B por la derecha que vale:

a)

$$\theta_B = \frac{1}{3} \cdot 2P \cdot 4$$

Respuesta incorrecta
 Pulsar para volver

b)

$$\theta_B = -\frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 1.4 + \frac{1}{6EI} \cdot 1.4P \cdot 4$$

c)

$$\theta_B = -\frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 1.4 + \frac{1}{6EI} \cdot 1.2P \cdot 4$$

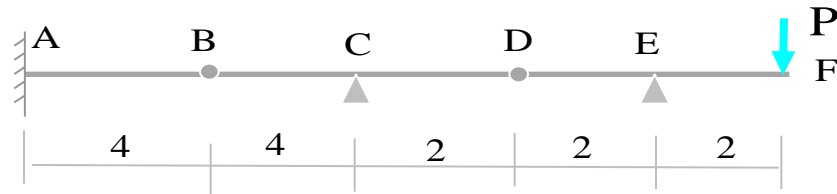
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- **Pregunta 5**
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Aplicando el TFV se obtiene el giro en B por la derecha que vale:

a)

$$\theta_B = \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 1.4 + \frac{1}{6EI} \cdot 1.2P \cdot 4$$

b)

$$\theta_B = \dots 1.4P \cdot 4$$

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

c)

$$\theta_B = -\frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 1.4 + \frac{1}{6EI} \cdot 1.2P \cdot 4$$

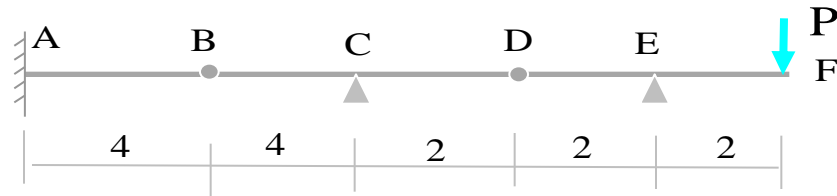
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- **Pregunta 5**
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Aplicando el TFV se obtiene el giro en B por la derecha que vale:

a)

$$\theta_B = \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 1.4 + \frac{1}{6EI} \cdot 1.2P \cdot 4$$

b)

$$\theta_B = -\frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 1.4 + \frac{1}{6EI} \cdot 1.4P \cdot 4$$

c)

$$\theta_B = - \dots \cdot 2P \cdot 4$$

Respuesta correcta
Pulsar para volver

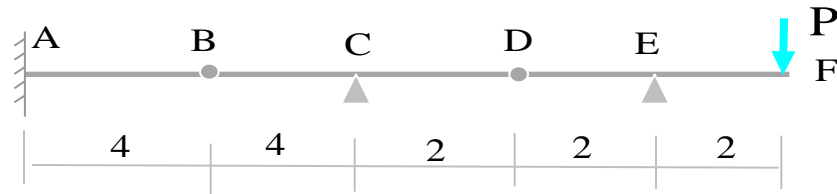
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- **Pregunta 5**
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Aplicando el TFV se obtiene el giro en B por la derecha que vale:

a)

$$\theta_B = \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 1.4 + \frac{1}{6EI} \cdot 1.2P \cdot 4$$

b)

$$\theta_B = -\frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 1.4 + \frac{1}{6EI} \cdot 1.4P \cdot 4$$

c)

$$\theta_B = -\frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 1.4 + \frac{1}{6EI} \cdot 1.2P \cdot 4$$

d)

Ni es

Respuesta incorrecta

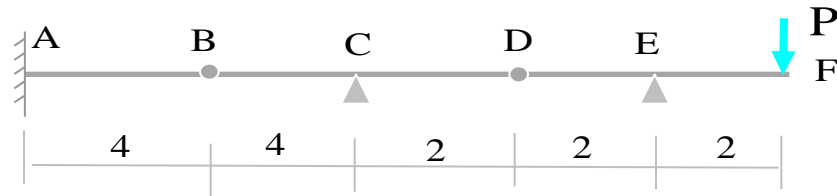
Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- **Pregunta 6**
- Pregunta 7



Aplicando el TFV se obtiene el desplazamiento en D que vale:

a)

δ_D

Respuesta incorrecta

Pulsar para volver

b)

$$\delta_D = -\frac{16P}{3EI} - \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 2$$

c)

$$\delta_D = -\frac{32P}{3EI} - \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 2$$

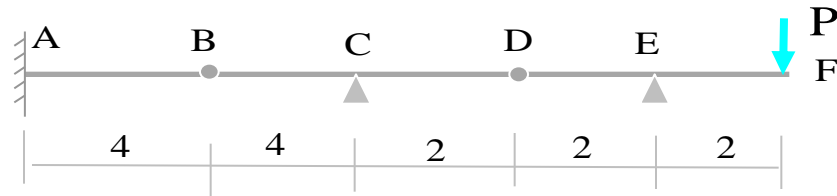
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- **Pregunta 6**
- Pregunta 7



Aplicando el TFV se obtiene el desplazamiento en D que vale:

a)

$$\downarrow \delta_D = \frac{32P}{3EI} - \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 2$$

b)

$\downarrow \delta$

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

2.2



c)

$$\downarrow \delta_D = -\frac{32P}{3EI} - \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 2$$

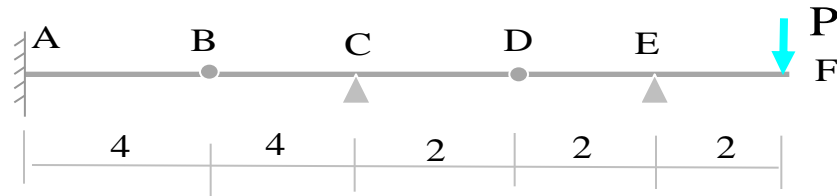
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- **Pregunta 6**
- Pregunta 7



Aplicando el TFV se obtiene el desplazamiento en D que vale:

a)

$$\downarrow \delta_D = \frac{32P}{3EI} - \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 2$$

b)

$$\downarrow \delta_D = -\frac{16P}{3EI} - \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 2$$

c)

$$\downarrow \delta_D = \frac{32P}{3EI} + \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 2$$

Respuesta correcta
Pulsar para volver

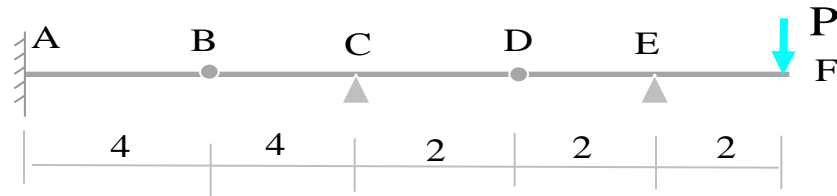
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- **Pregunta 6**
- Pregunta 7



Aplicando el TFM se obtiene el desplazamiento en D que vale:

a)

$$\downarrow \delta_D = \frac{32P}{3EI} - \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 2$$

b)

$$\downarrow \delta_D = -\frac{16P}{3EI} - \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 2$$

c)

$$\downarrow \delta_D = -\frac{32P}{3EI} - \frac{1}{3EI} \cdot 2P \cdot 2 \cdot 2$$

d)

Nivel

Respuesta incorrecta

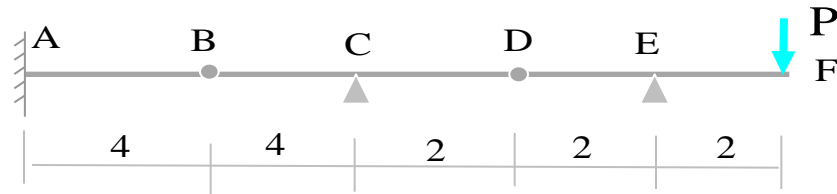
Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- **Pregunta 7**



Aplicando el TFV se obtiene el giro en F que vale:

a)



Respuesta incorrecta
 Pulsar para volver

b)

$$\theta_F = \frac{8P}{EI} + \frac{1}{2EI} \cdot 2P \cdot 1 \cdot 2$$

c)

$$\theta_F = \frac{8P}{EI} + \frac{1}{EI} \cdot 2P \cdot 1 \cdot 2$$

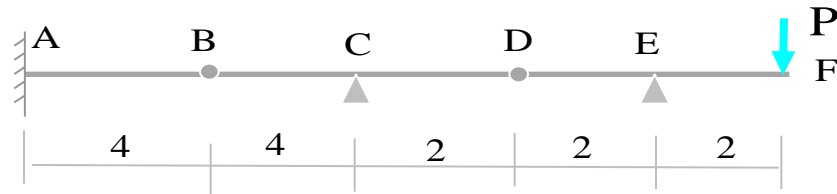
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- **Pregunta 7**



Aplicando el TFM se obtiene el giro en F que vale:

a)

$$\theta_F = \frac{7P}{EI} + \frac{1}{2EI} \cdot 2P \cdot 1 \cdot 2$$

b)

Respuesta
correcta

Pulsar para volver



c)

$$\theta_F = \frac{8P}{EI} + \frac{1}{EI} \cdot 2P \cdot 1 \cdot 2$$

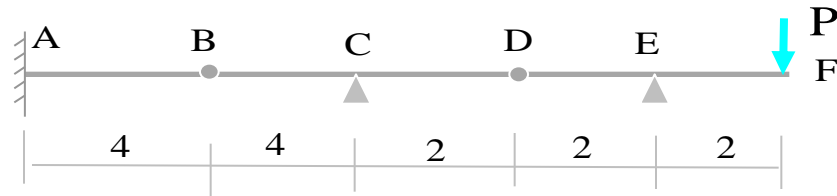
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- **Pregunta 7**



Aplicando el TFCV se obtiene el giro en F que vale:

a)

$$\theta_F = \frac{7P}{EI} + \frac{1}{2EI} \cdot 2P \cdot 1 \cdot 2$$

b)

$$\theta_F = \frac{8P}{EI} + \frac{1}{2EI} \cdot 2P \cdot 1 \cdot 2$$

c)

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

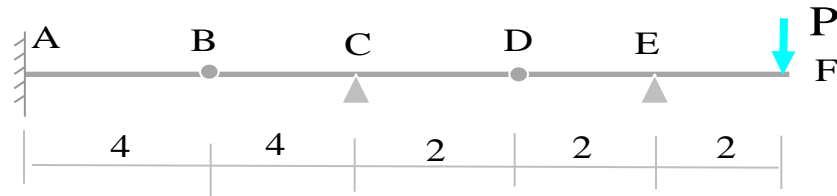
d)

Ninguna de las anteriores



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- **Pregunta 7**



Aplicando el TFM se obtiene el giro en F que vale:

a)

$$\theta_F = \frac{7P}{EI} + \frac{1}{2EI} \cdot 2P \cdot 1.2$$

b)

$$\theta_F = \frac{8P}{EI} + \frac{1}{2EI} \cdot 2P \cdot 1.2$$

c)

$$\theta_F = \frac{8P}{EI} + \frac{1}{EI} \cdot 2P \cdot 1.2$$

d)

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

