



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos

Métodos de
representación de una
elástica

Exactos (m.
matemáticos)

Método
de Área
de
momentos



Método de área de momentos



Método de área de momentos

Es un método basado en dos teoremas que establecen la relación entre las flechas y los giros de dos secciones A y B separadas una distancia L



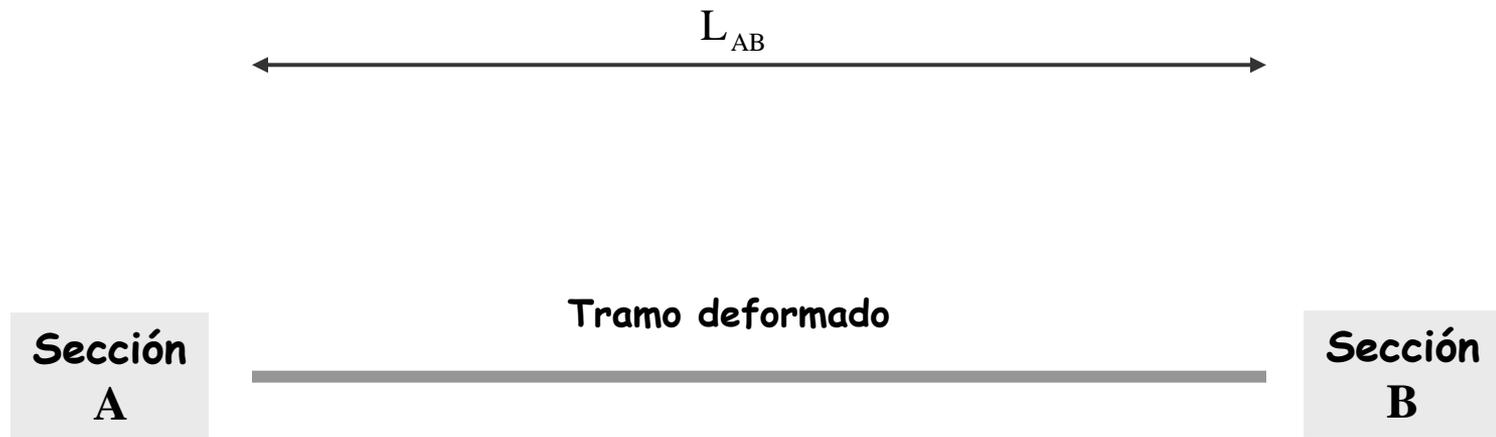
Método de área de momentos

Es un método basado en dos teoremas que establecen la relación entre las flechas y los giros de dos secciones A y B separadas una distancia L



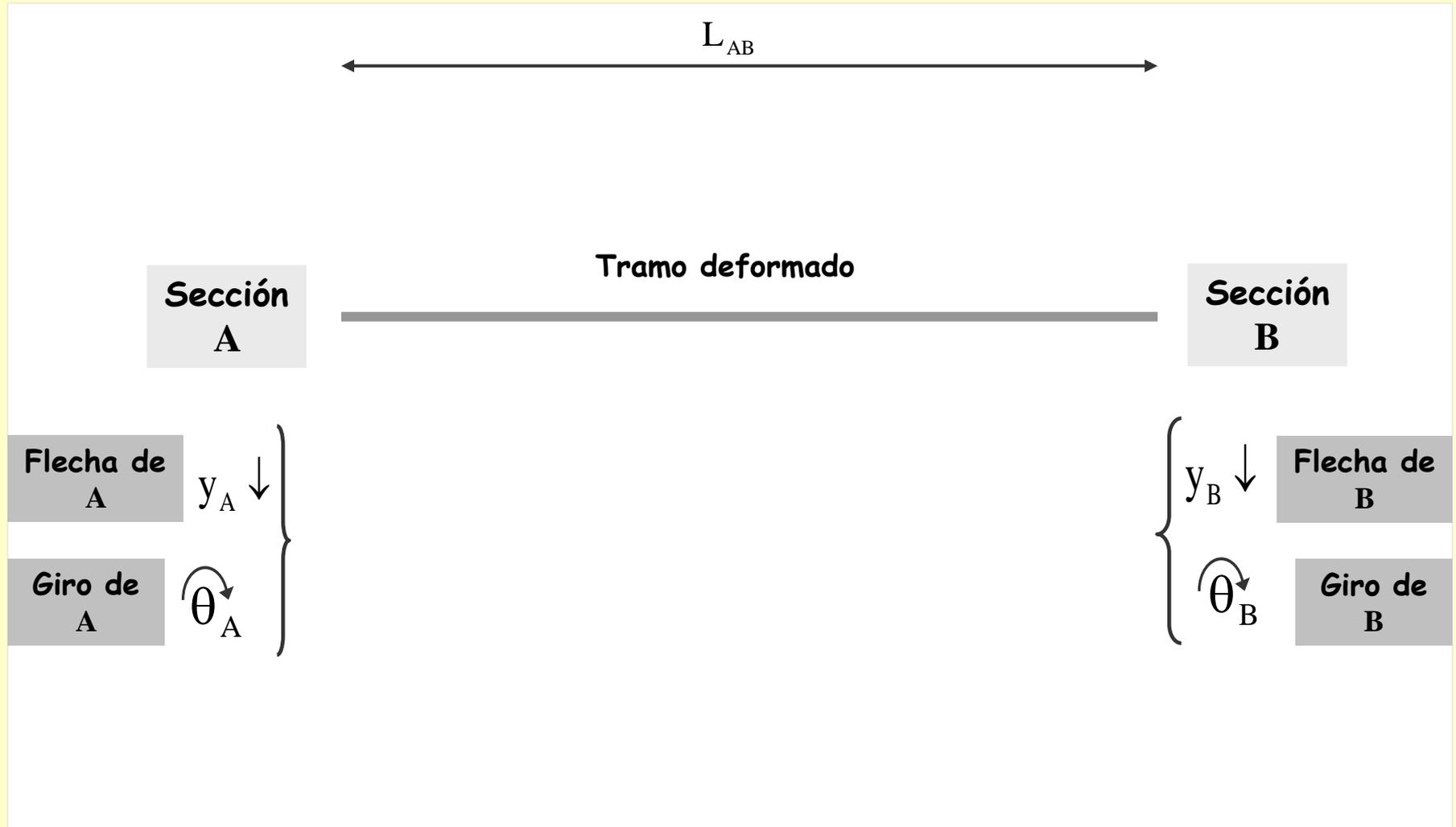
Método de área de momentos

Es un método basado en dos teoremas que establecen la relación entre las flechas y los giros de dos secciones A y B separadas una distancia L



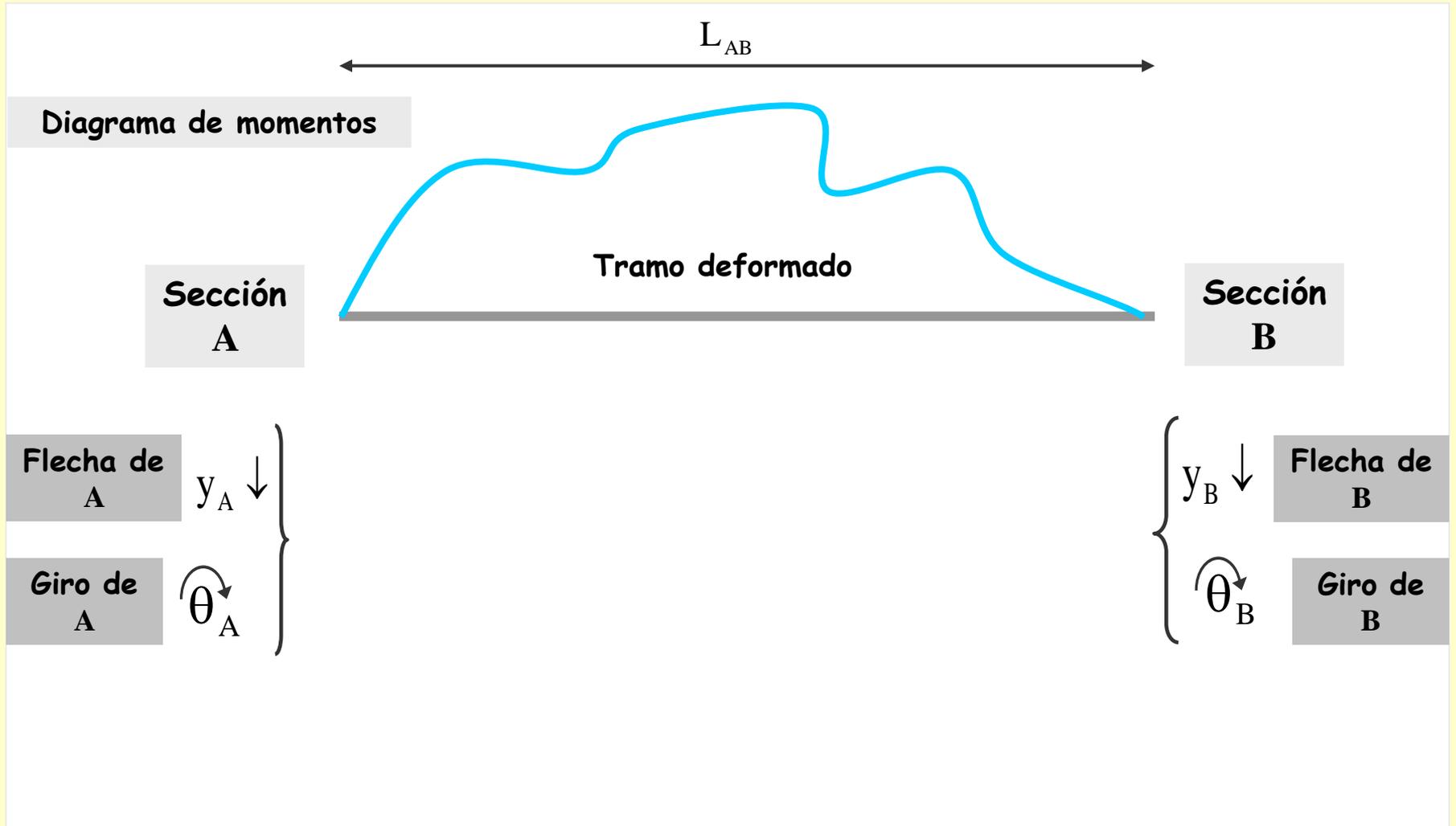
Método de área de momentos

Es un método basado en dos teoremas que establecen la relación entre las flechas y los giros de dos secciones A y B separadas una distancia L



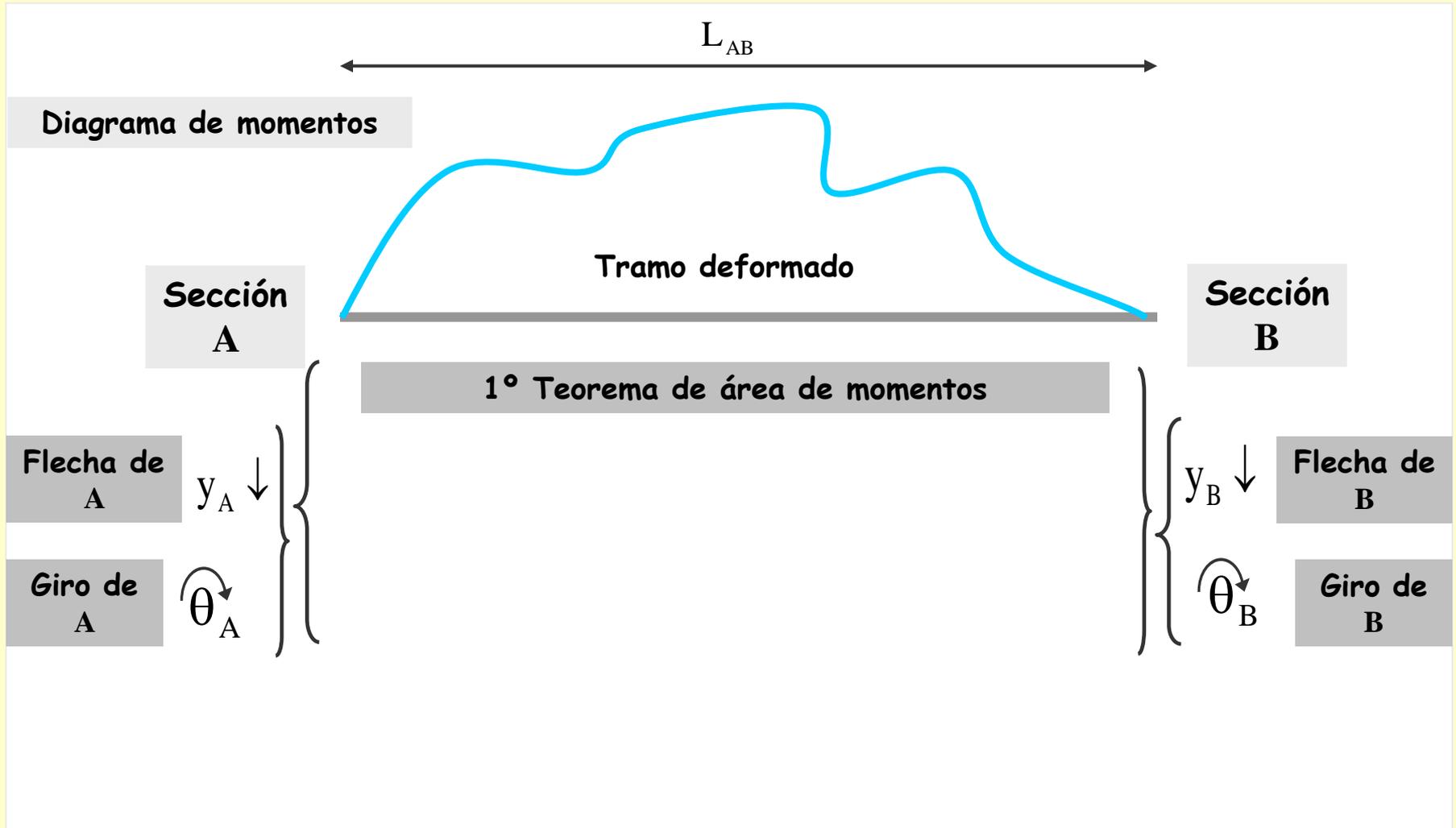
Método de área de momentos

Es un método basado en dos teoremas que establecen la relación entre las flechas y los giros de dos secciones A y B separadas una distancia L



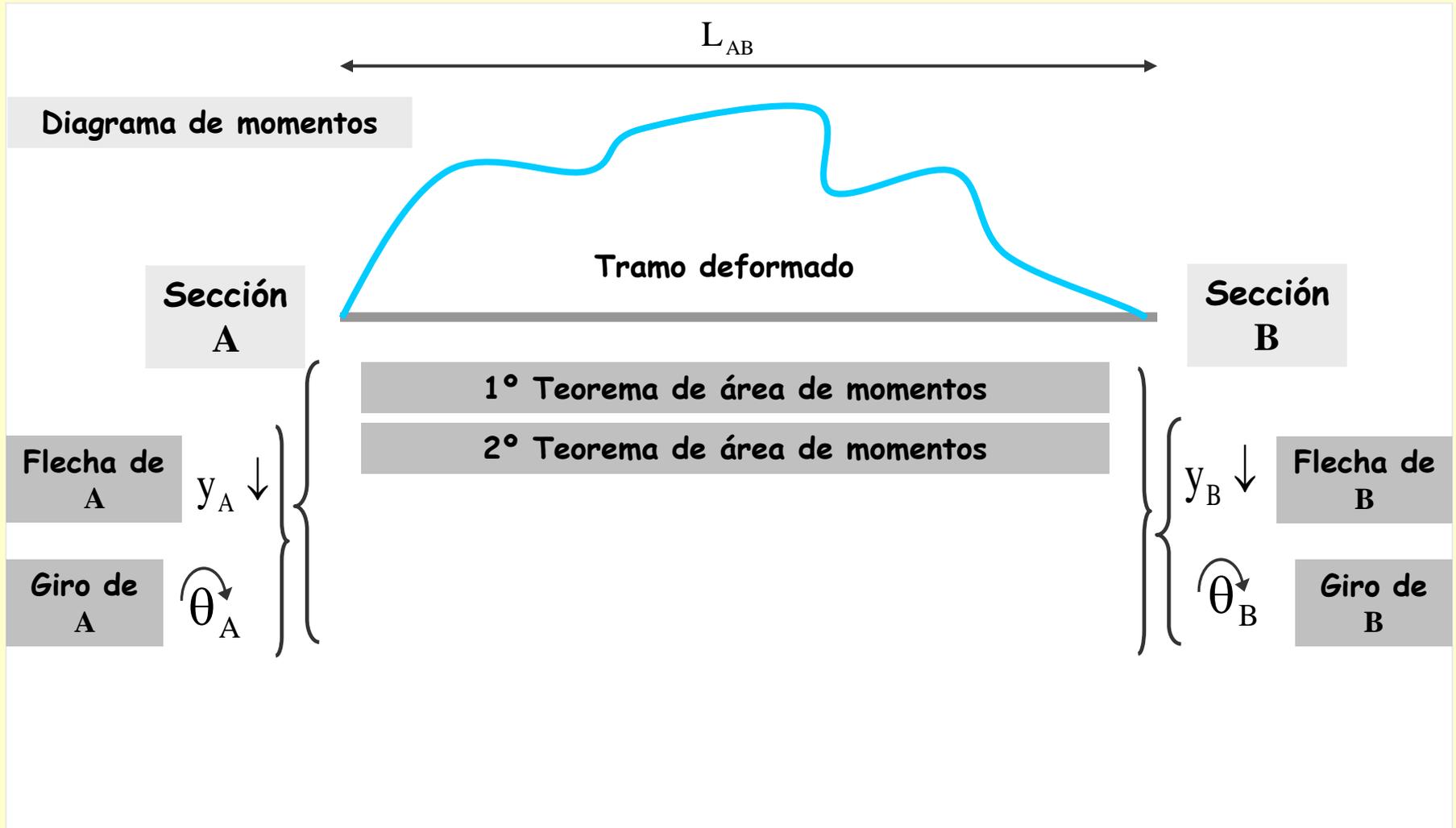
Método de área de momentos

Es un método basado en dos teoremas que establecen la relación entre las flechas y los giros de dos secciones A y B separadas una distancia L



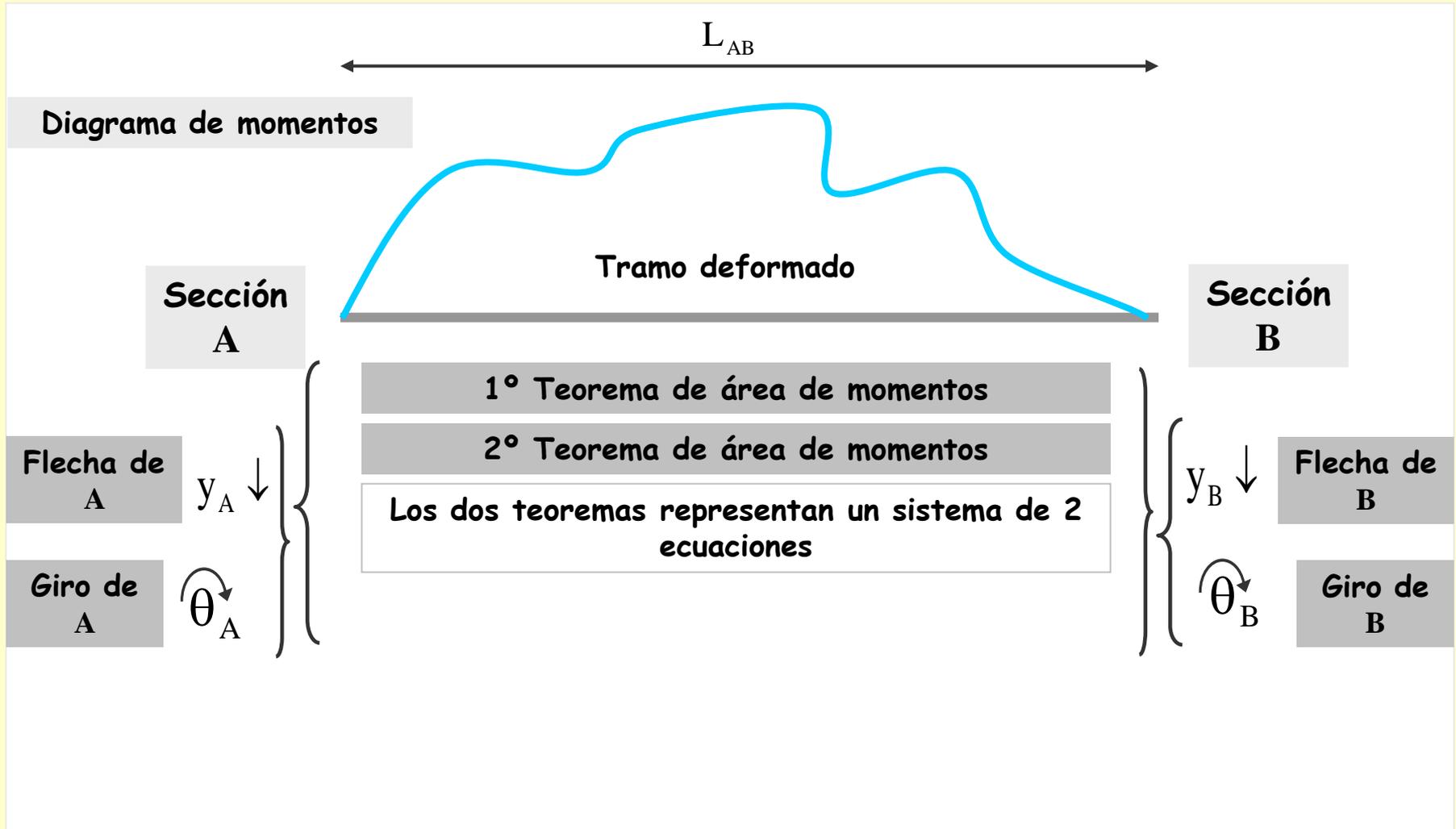
Método de área de momentos

Es un método basado en dos teoremas que establecen la relación entre las flechas y los giros de dos secciones A y B separadas una distancia L



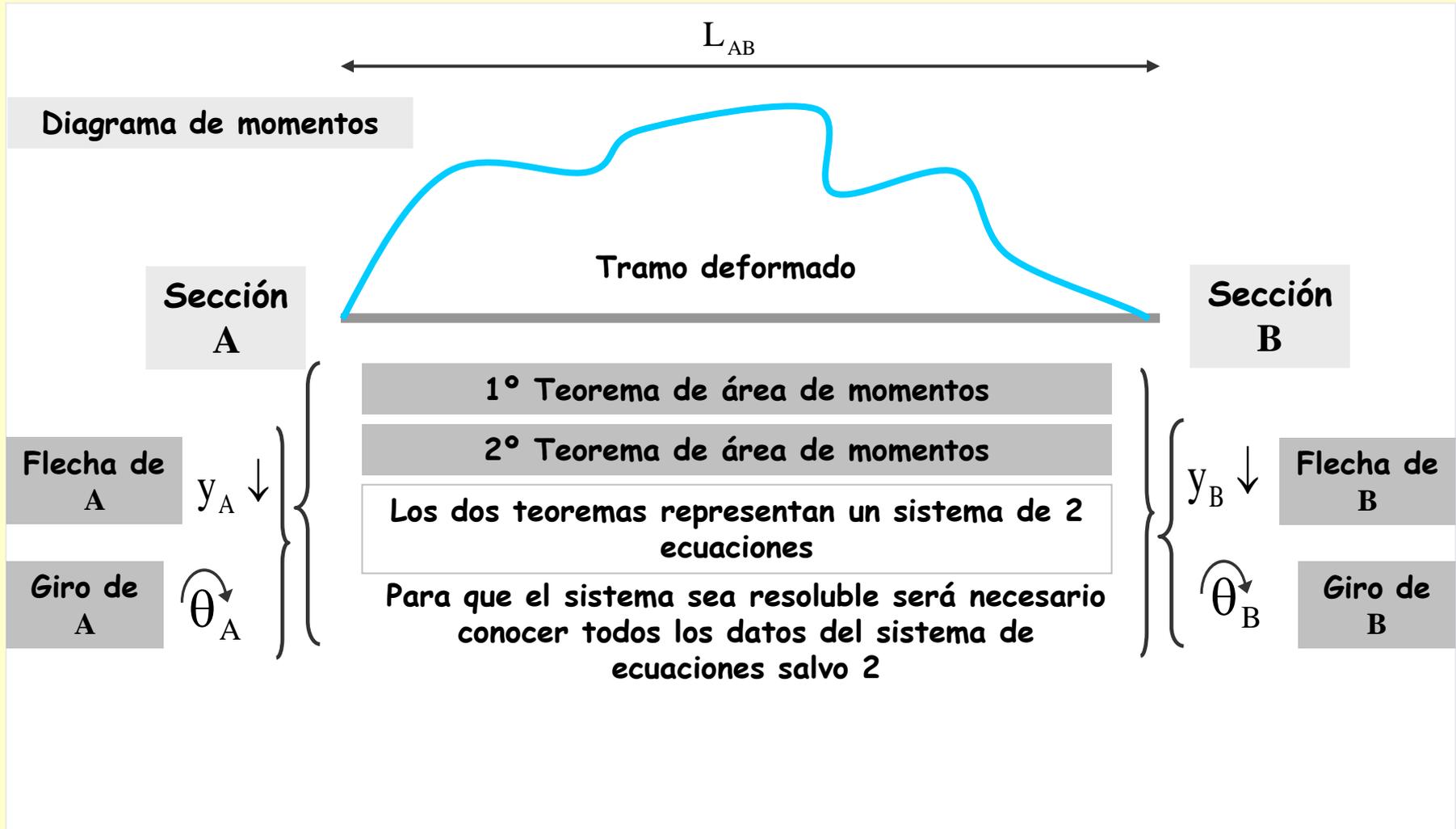
Método de área de momentos

Es un método basado en dos teoremas que establecen la relación entre las flechas y los giros de dos secciones A y B separadas una distancia L



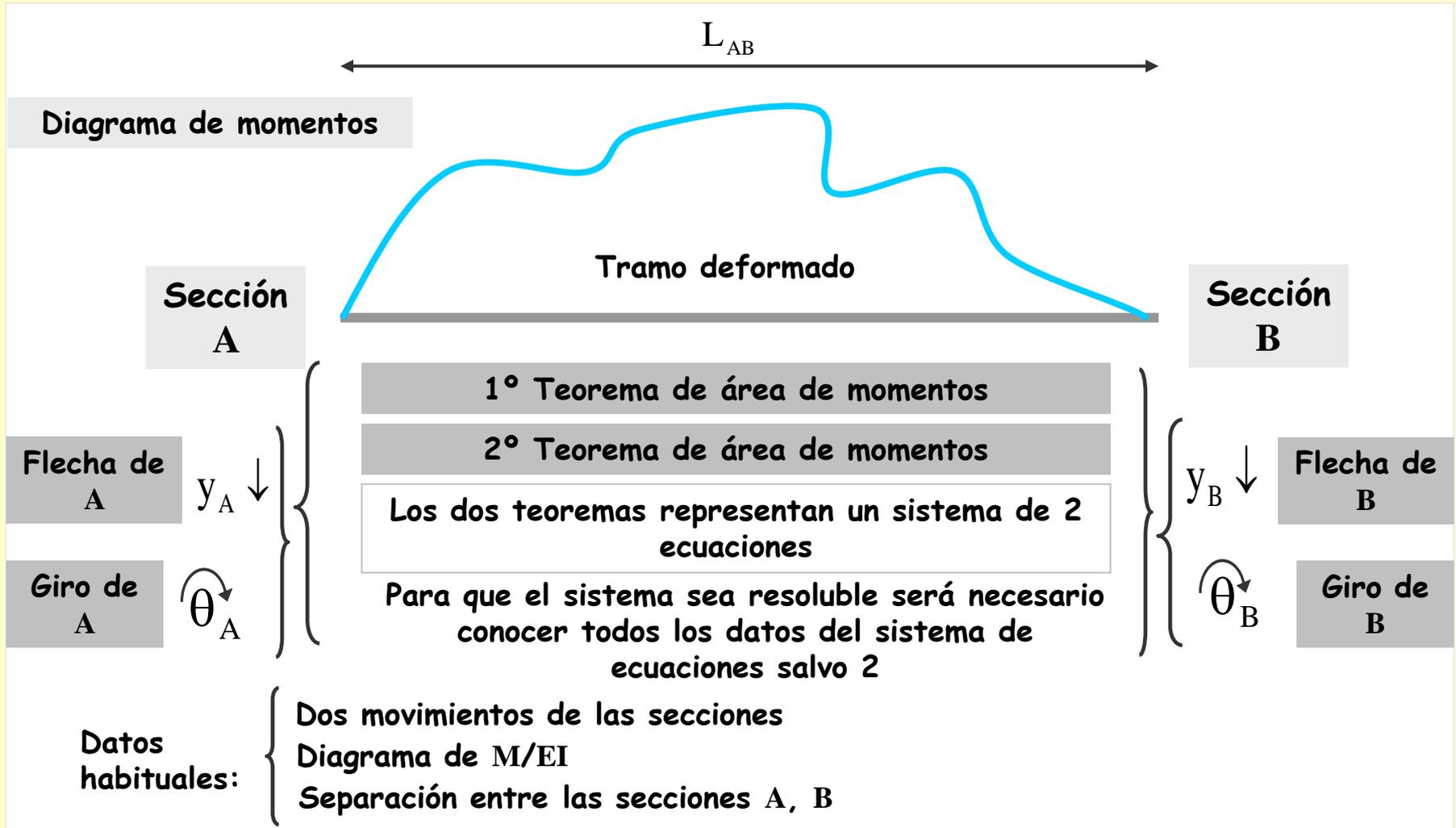
Método de área de momentos

Es un método basado en dos teoremas que establecen la relación entre las flechas y los giros de dos secciones A y B separadas una distancia L



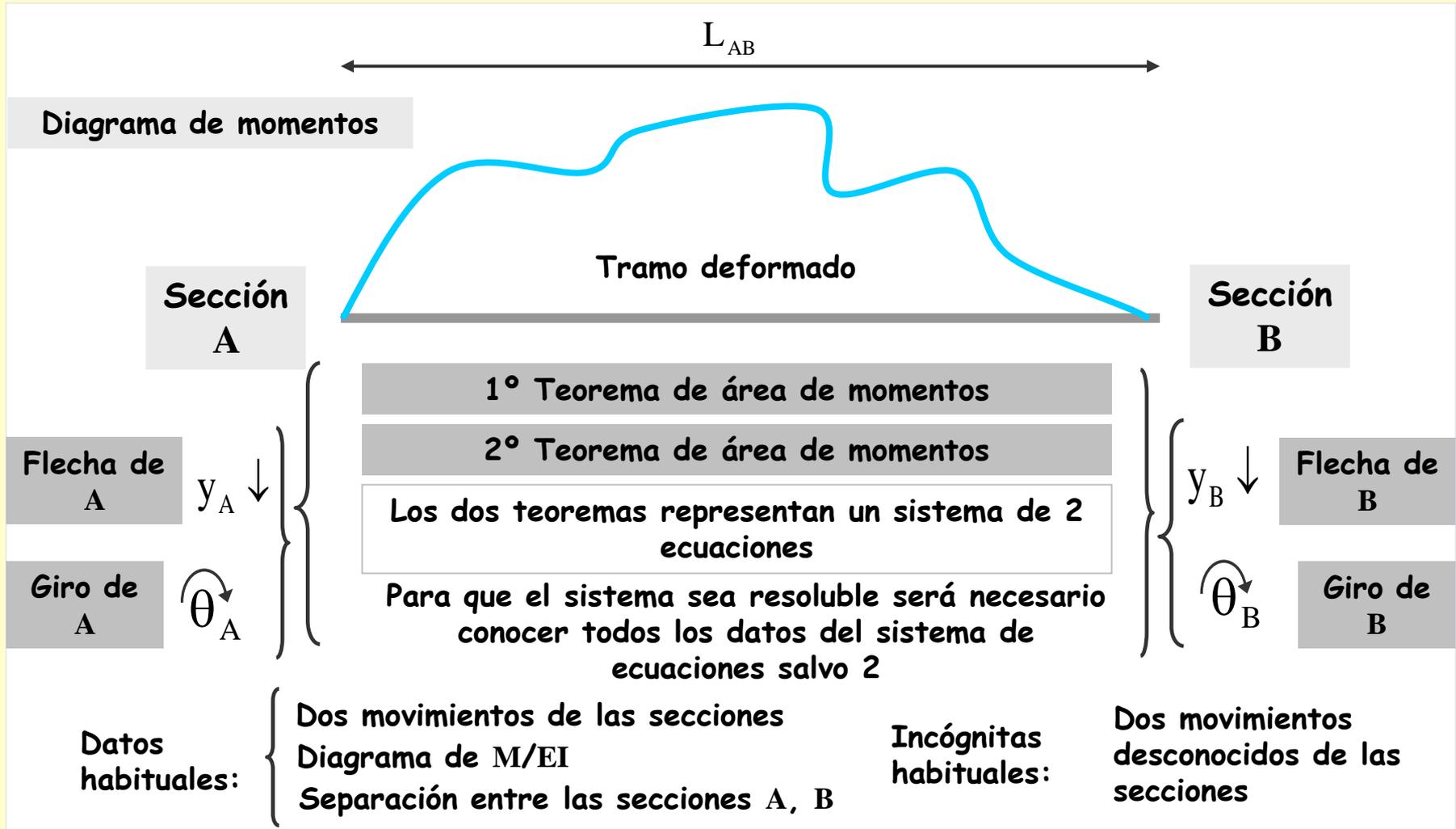
Método de área de momentos

Es un método basado en dos teoremas que establecen la relación entre las flechas y los giros de dos secciones A y B separadas una distancia L



Método de área de momentos

Es un método basado en dos teoremas que establecen la relación entre las flechas y los giros de dos secciones A y B separadas una distancia L



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos

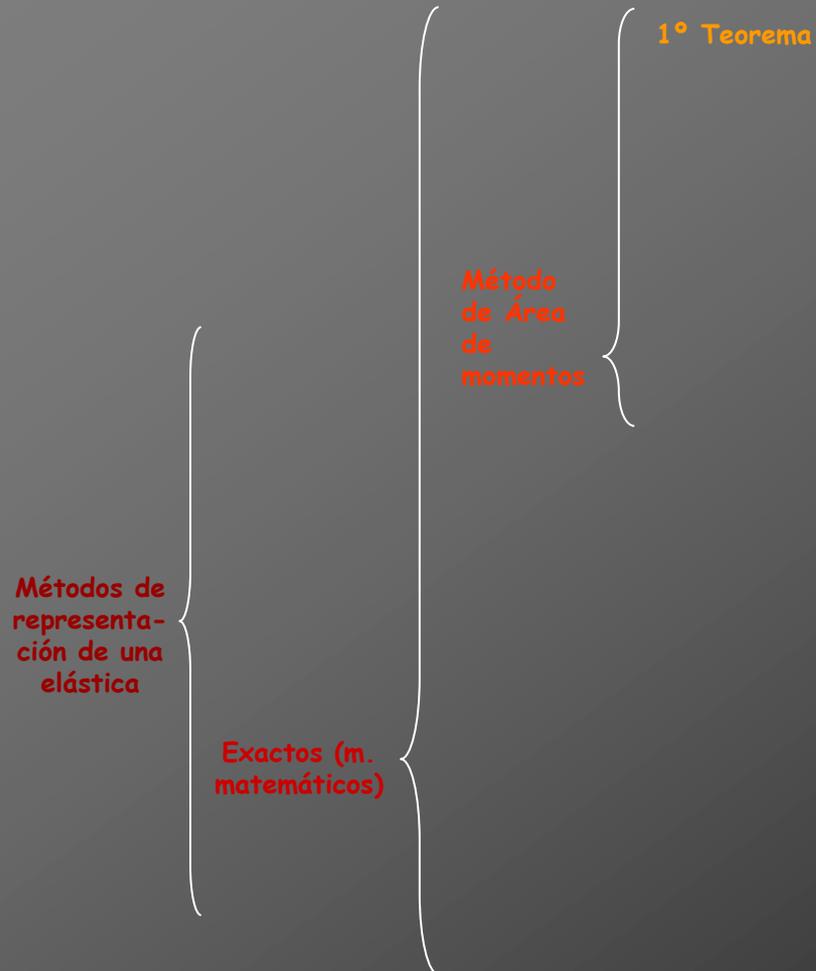
Métodos de
representación de una
elástica

Exactos (m.
matemáticos)

Método
de Área
de
momentos

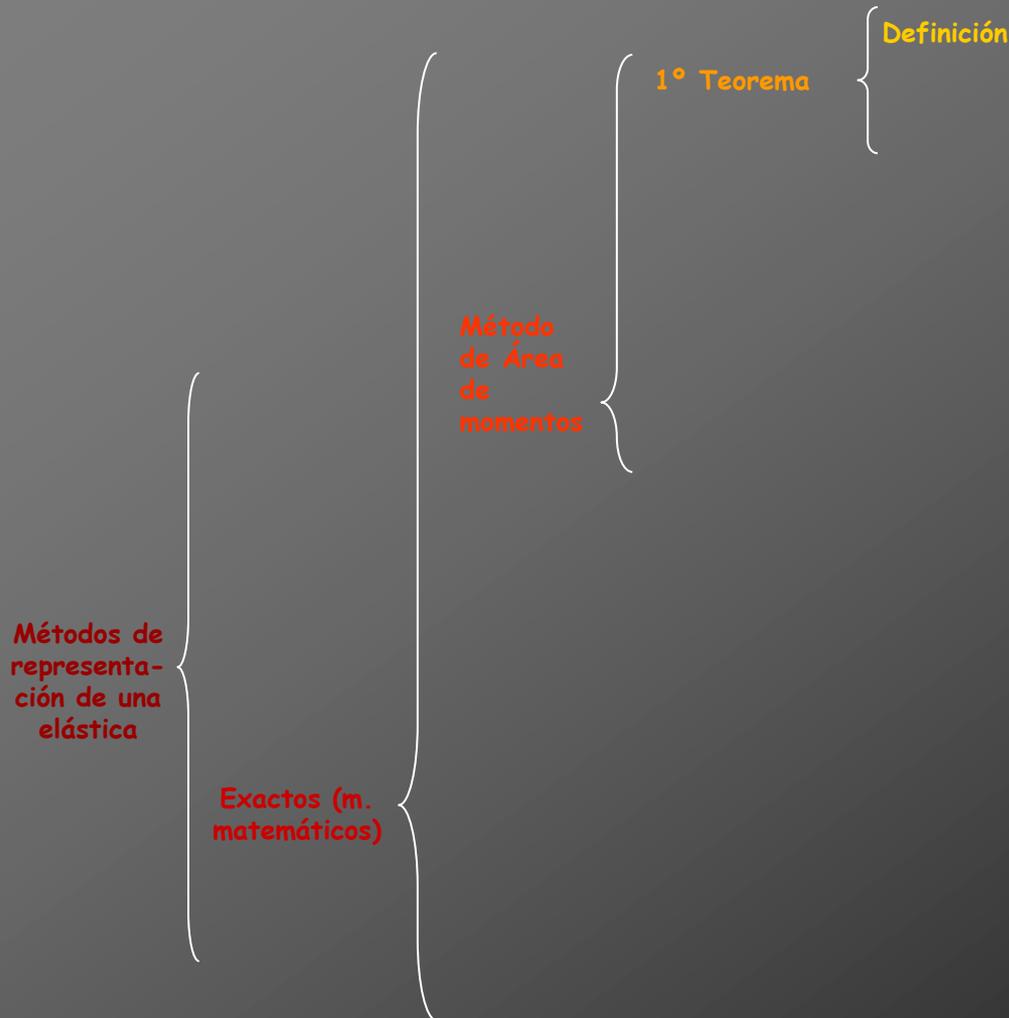


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Definición

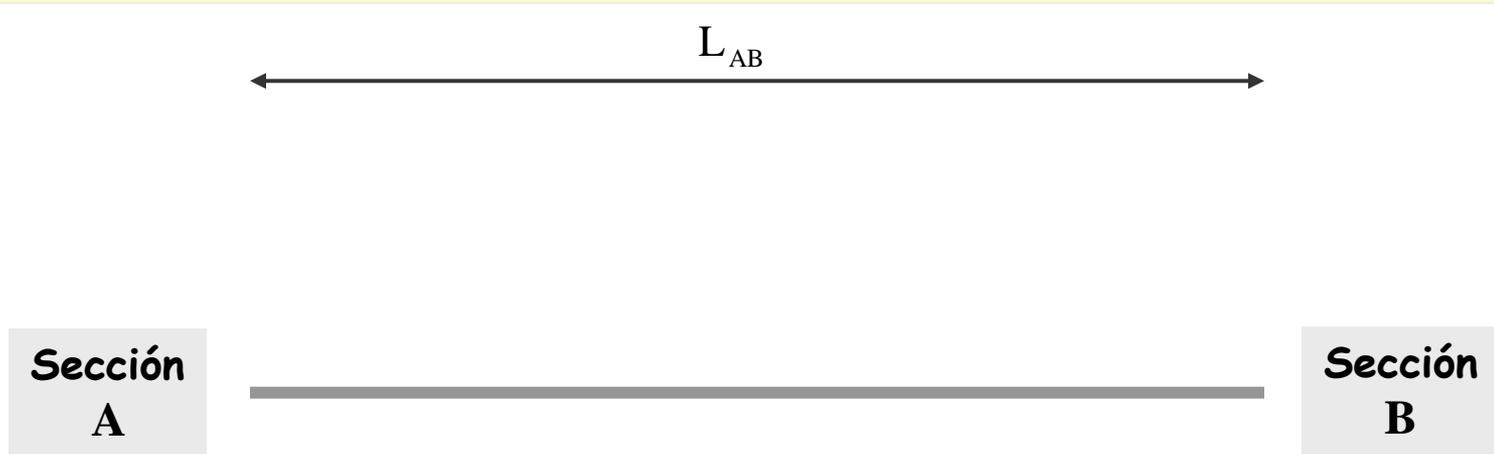


Definición

“El giro de la sección B es igual al giro de la sección A menos el área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, dividido por EI”. Este Teorema expresa el giro en B en función del de A y del diagrama de M/EI comprendido entre A y B

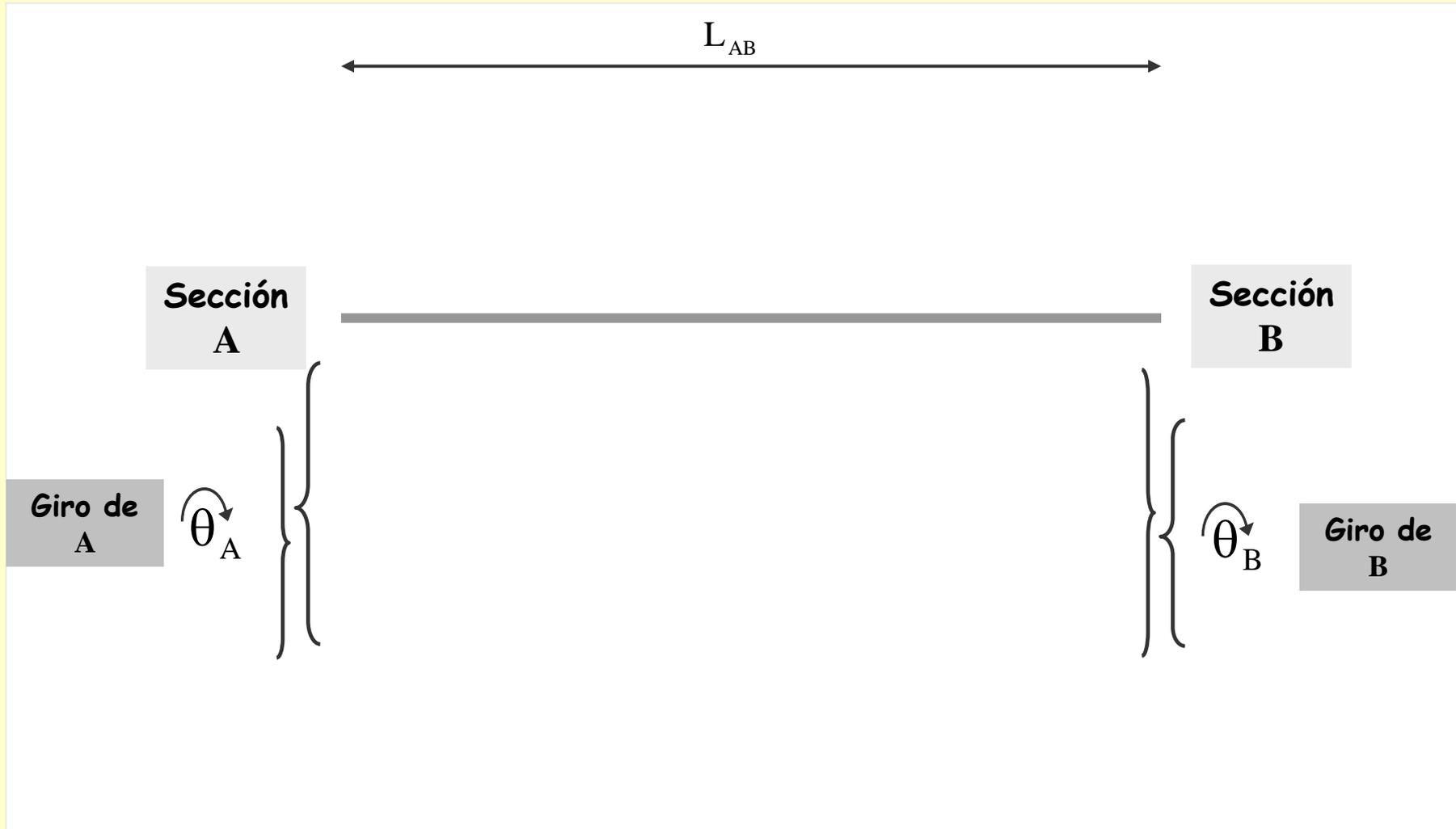
Definición

“El giro de la sección B es igual al giro de la sección A menos el área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, dividido por EI”. Este Teorema expresa el giro en B en función del de A y del diagrama de M/EI comprendido entre A y B



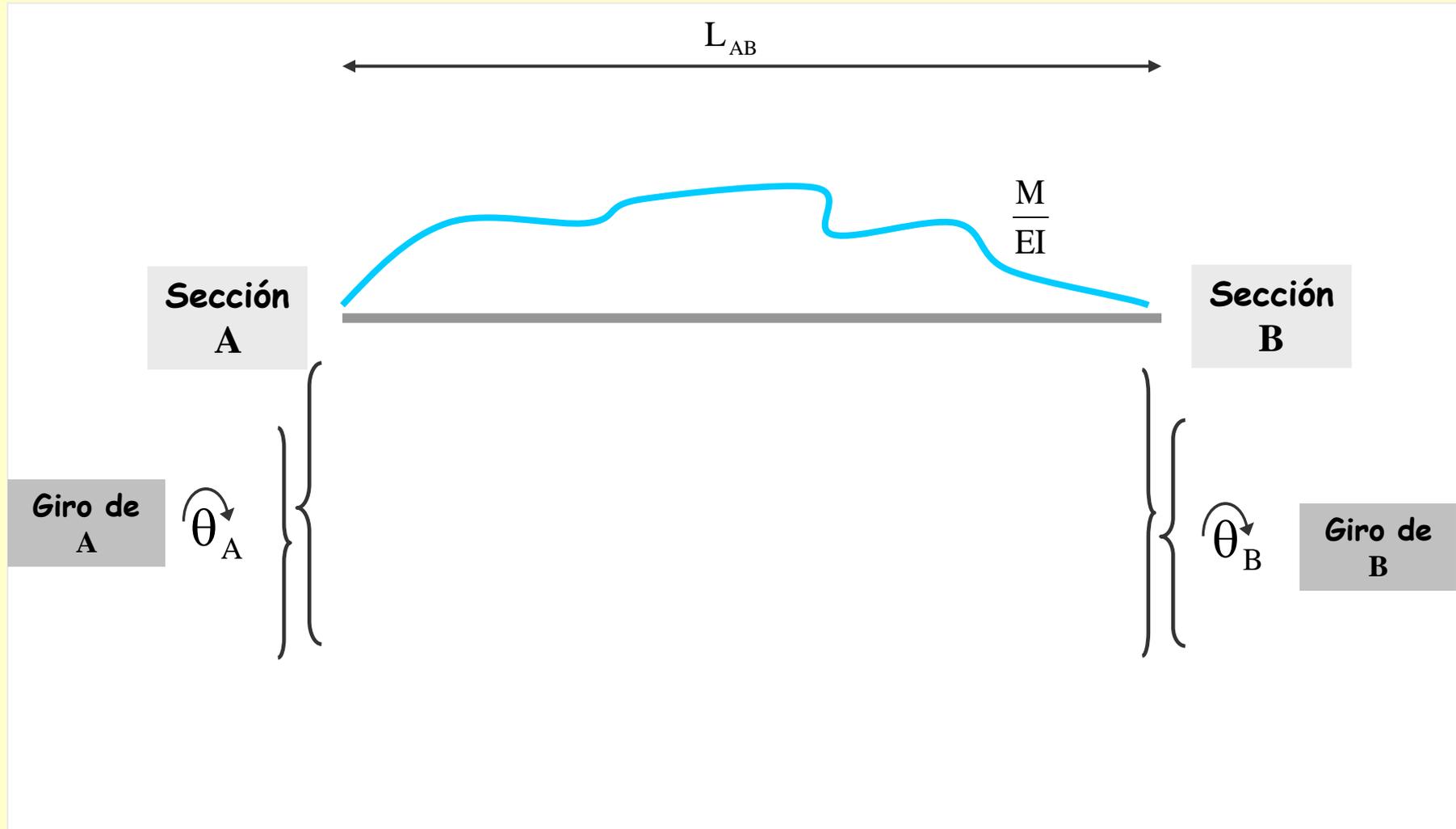
Definición

“El giro de la sección B es igual al giro de la sección A menos el área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, dividido por EI”. Este Teorema expresa el giro en B en función del de A y del diagrama de M/EI comprendido entre A y B



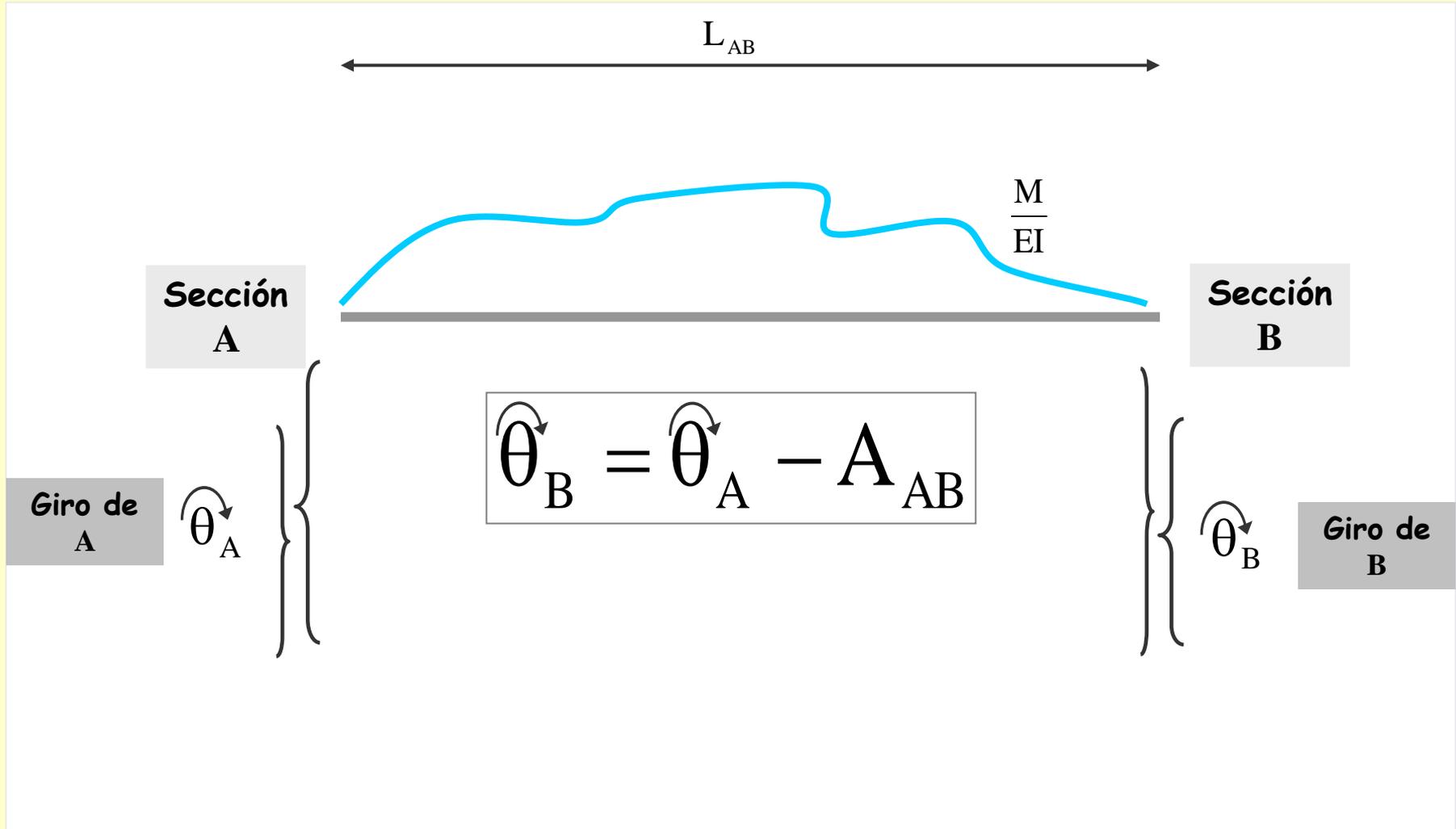
Definición

“El giro de la sección B es igual al giro de la sección A menos el área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, dividido por EI”. Este Teorema expresa el giro en B en función del de A y del diagrama de M/EI comprendido entre A y B



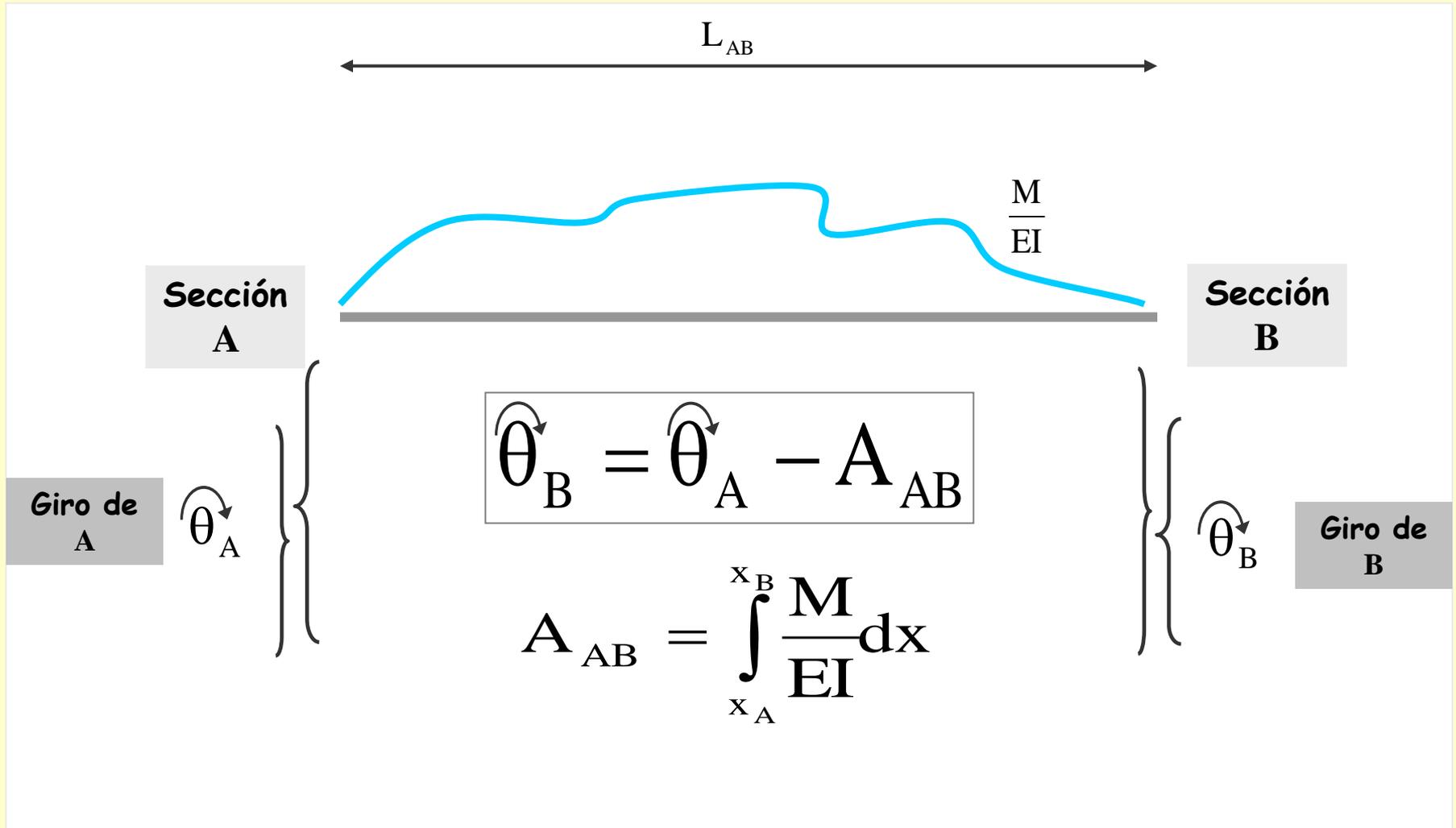
Definición

“El giro de la sección B es igual al giro de la sección A menos el área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, dividido por EI”. Este Teorema expresa el giro en B en función del de A y del diagrama de M/EI comprendido entre A y B



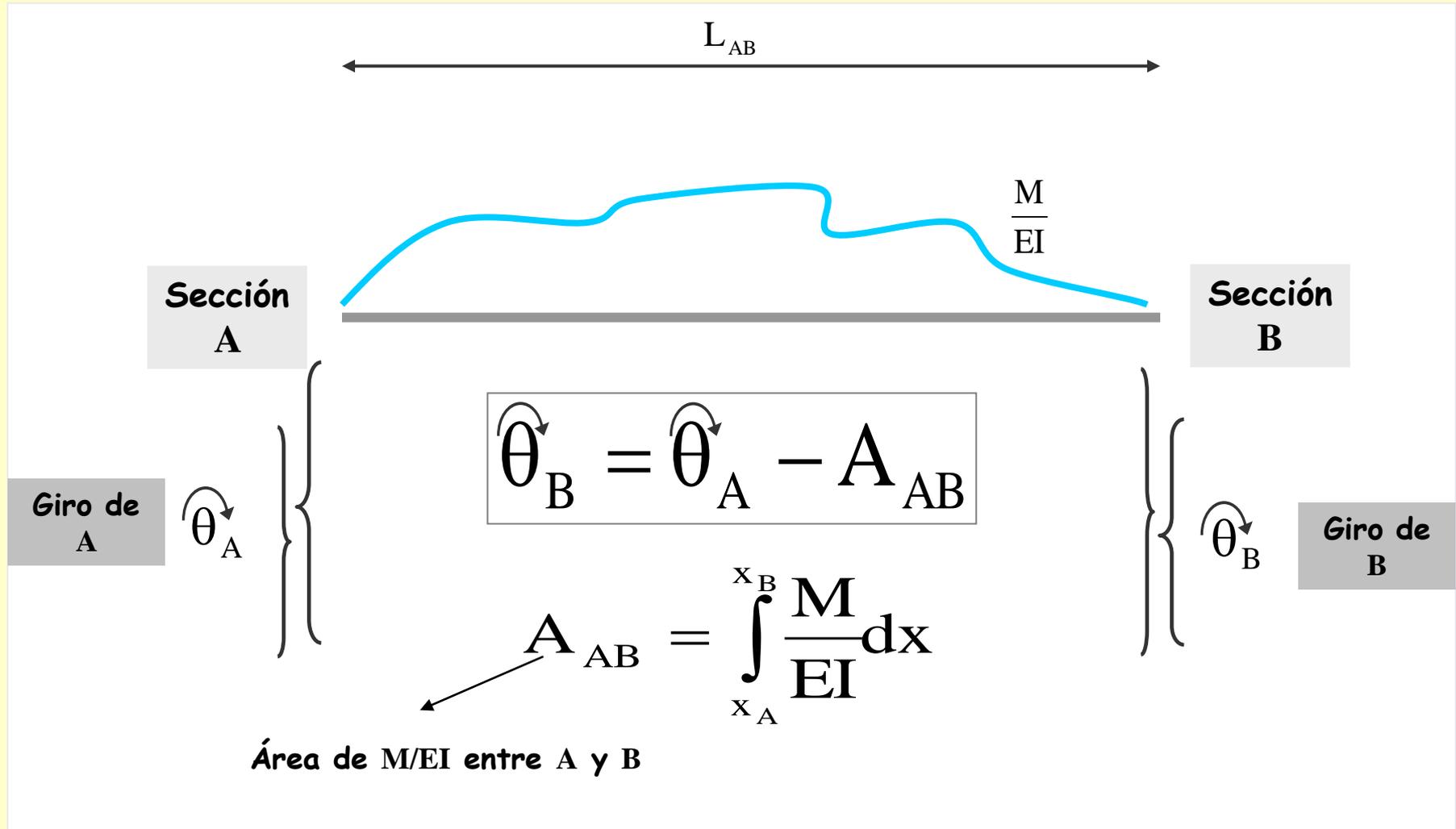
Definición

“El giro de la sección B es igual al giro de la sección A menos el área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, dividido por EI”. Este Teorema expresa el giro en B en función del de A y del diagrama de M/EI comprendido entre A y B



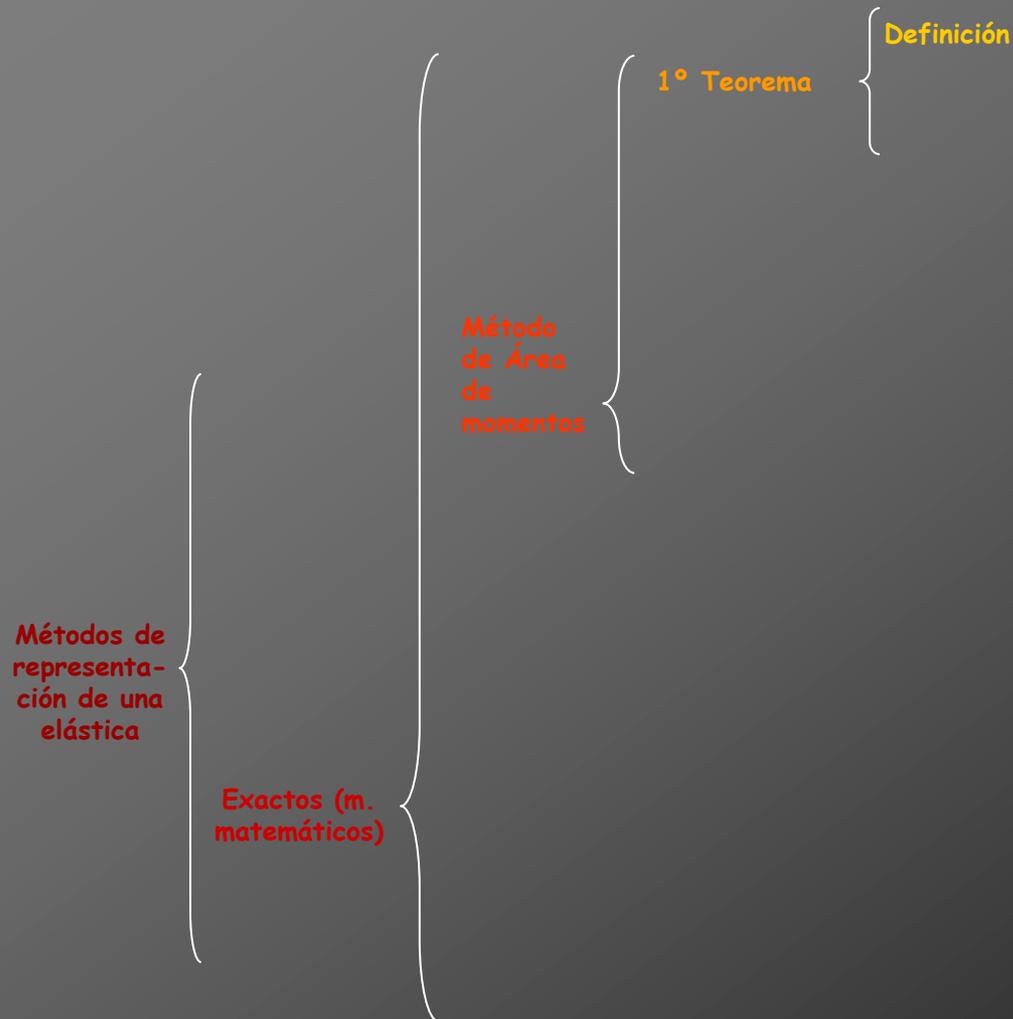
Definición

“El giro de la sección B es igual al giro de la sección A menos el área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, dividido por EI”. Este Teorema expresa el giro en B en función del de A y del diagrama de M/EI comprendido entre A y B



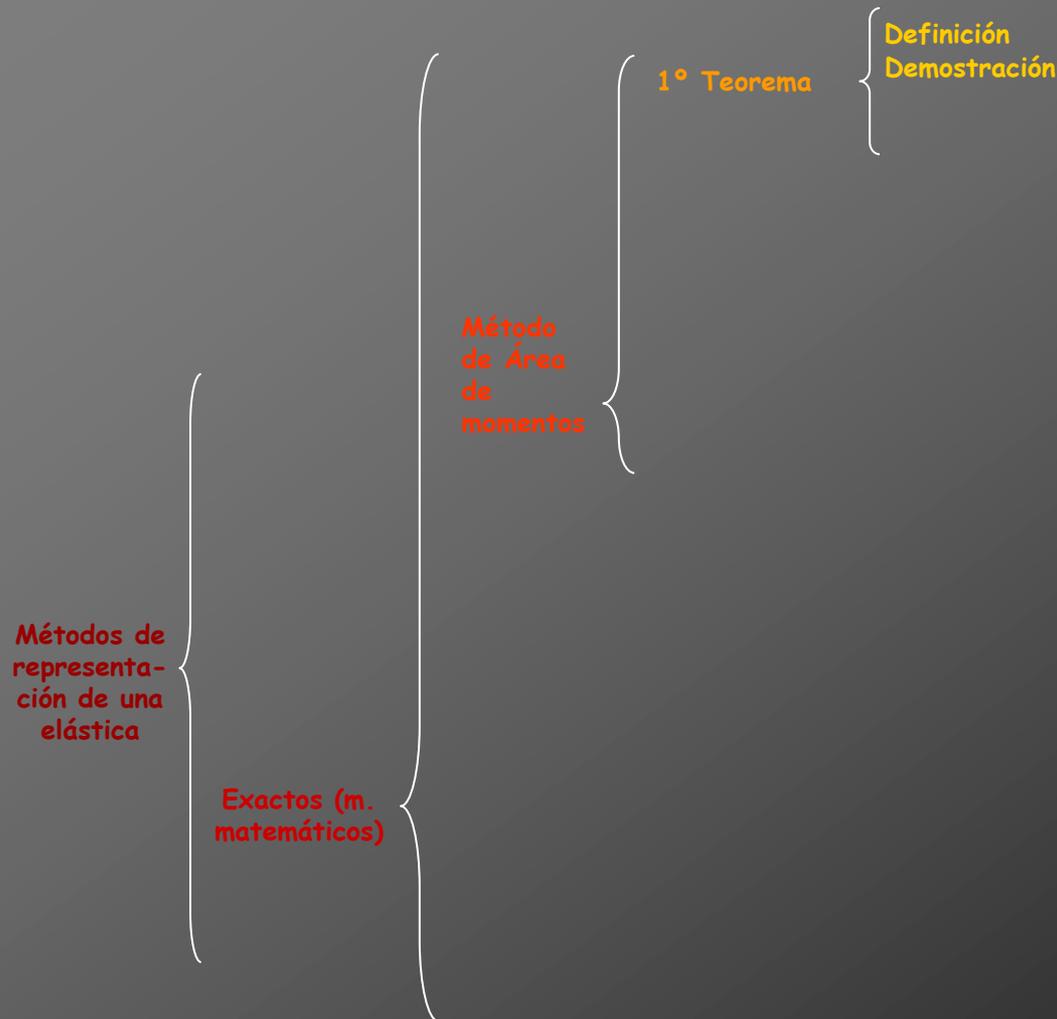


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Demostración

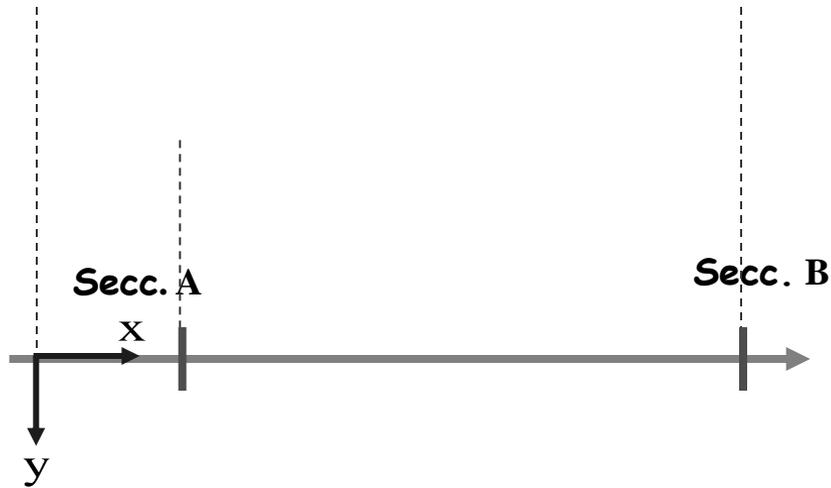


Demostración

El primer Teorema se demuestra geoméricamente mediante el siguiente esquema:

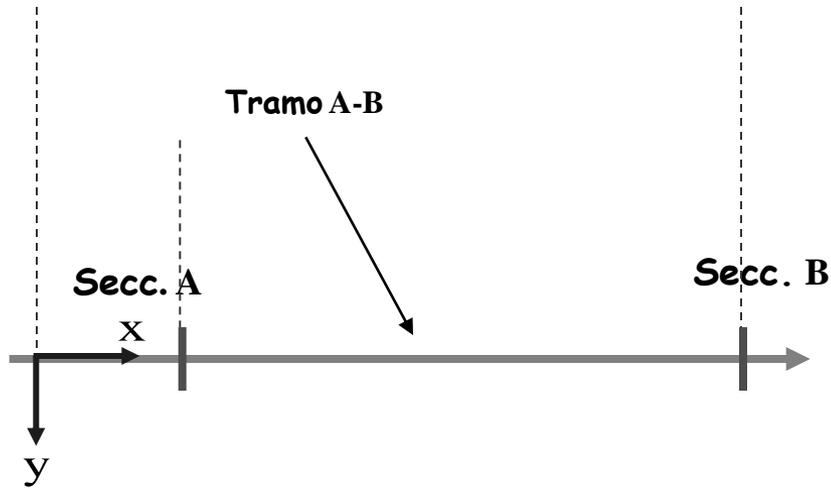
Demostración

El primer Teorema se demuestra geoméricamente mediante el siguiente esquema:



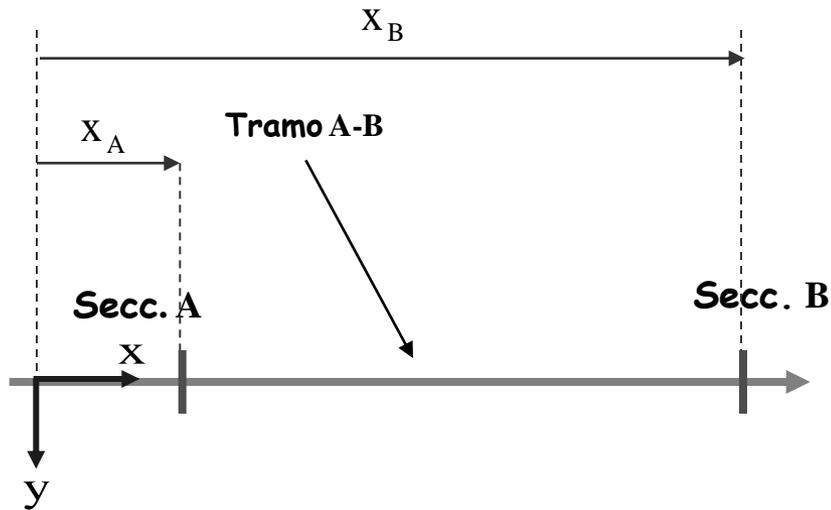
Demostración

El primer Teorema se demuestra geoméricamente mediante el siguiente esquema:



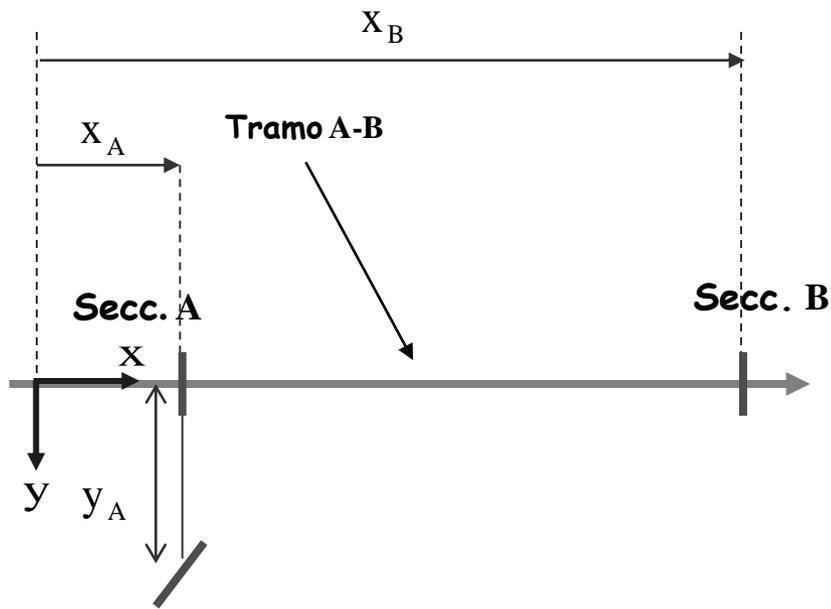
Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



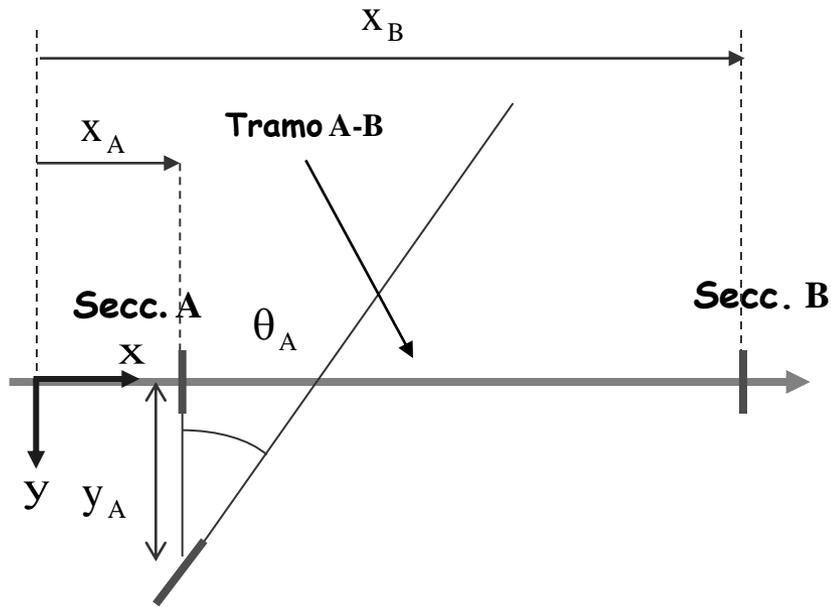
Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



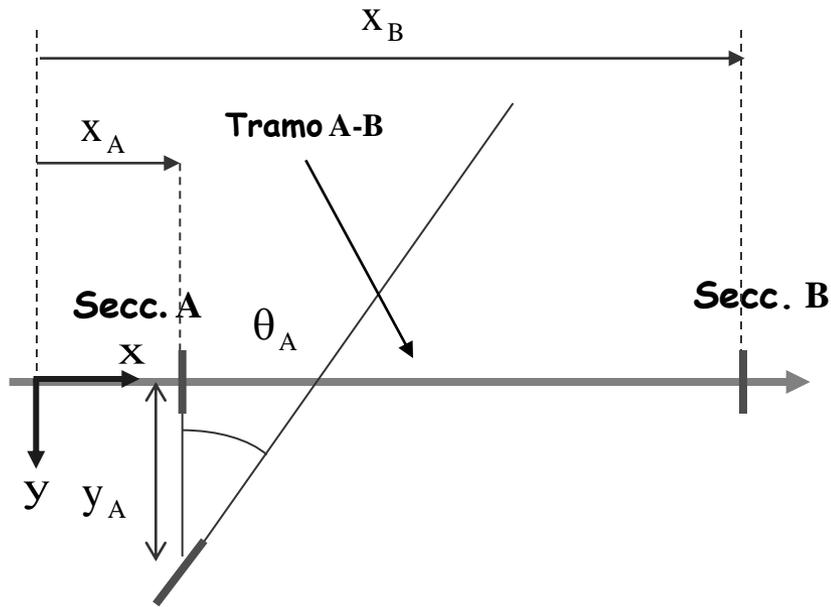
Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



Demostración

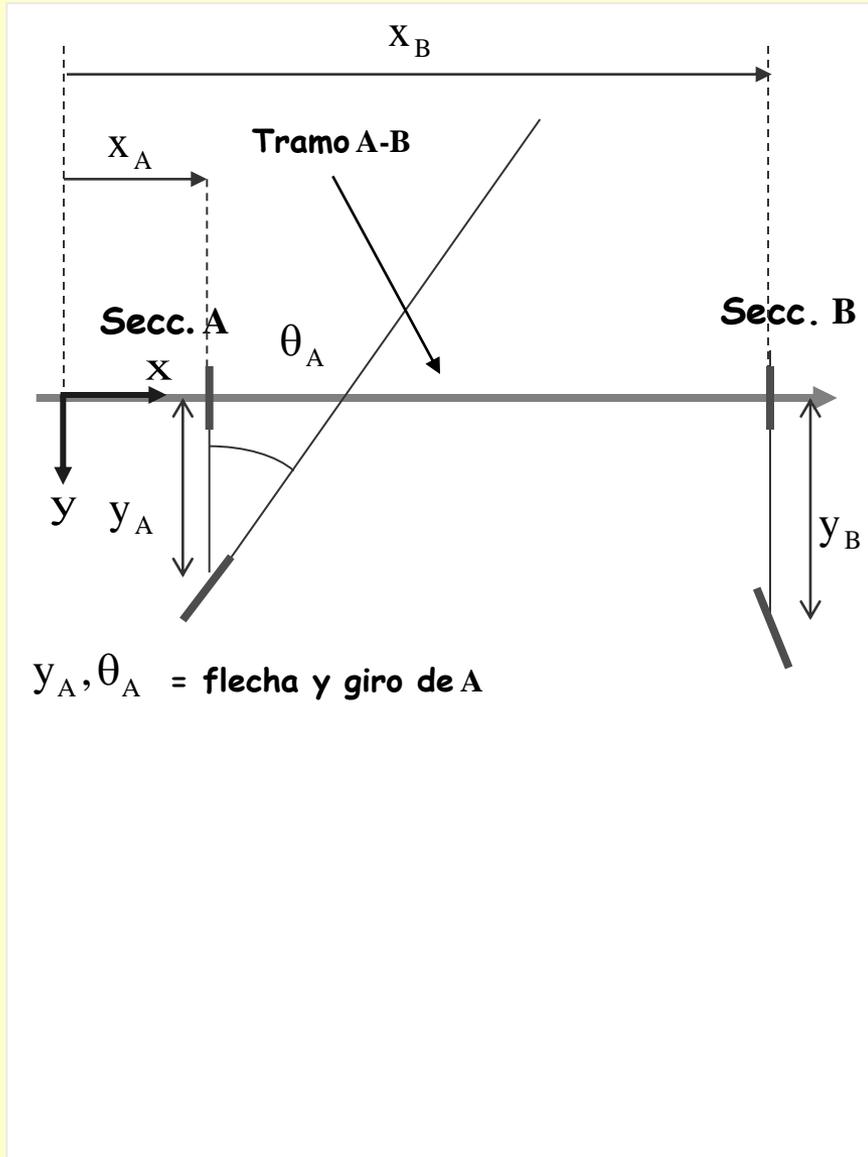
El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



$y_A, \theta_A =$ flecha y giro de A

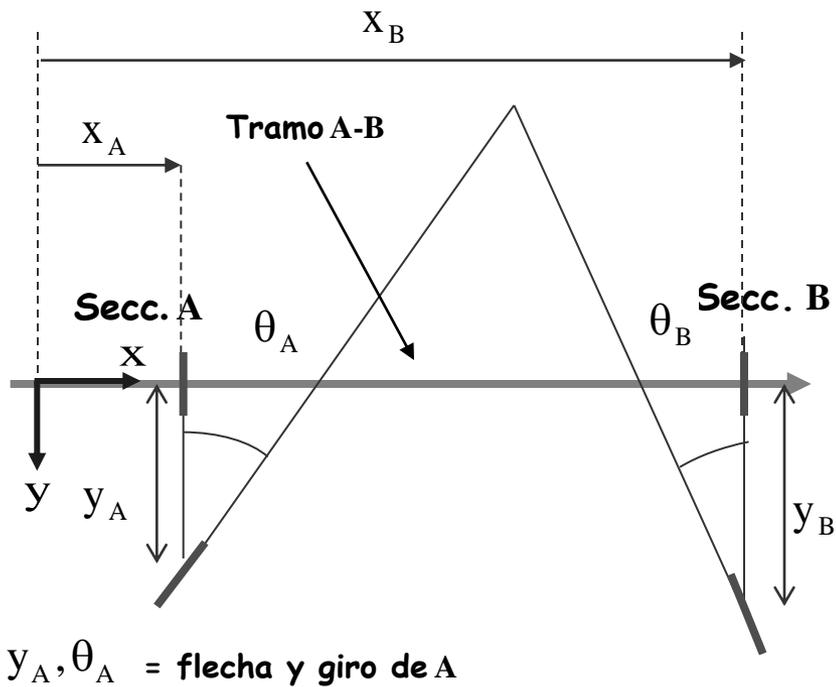
Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



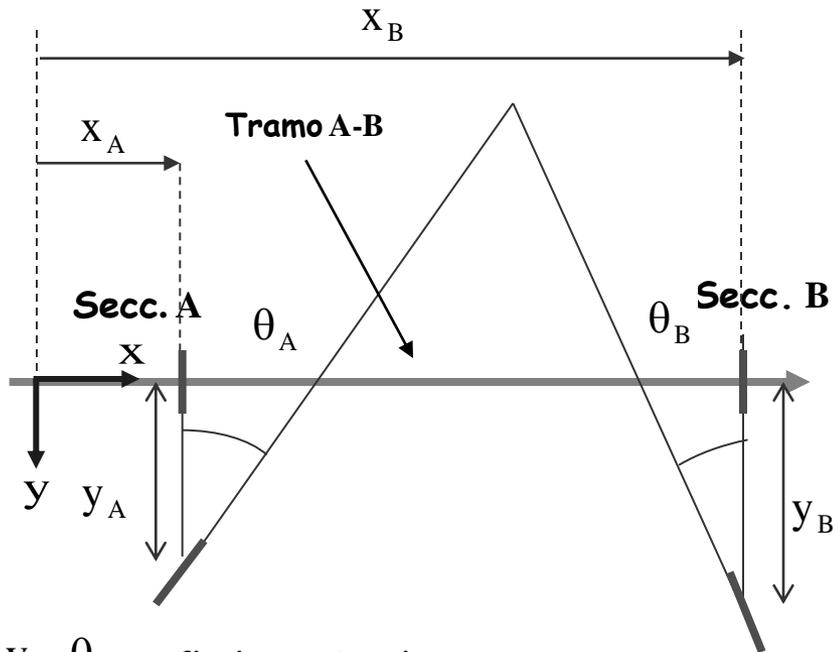
Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:

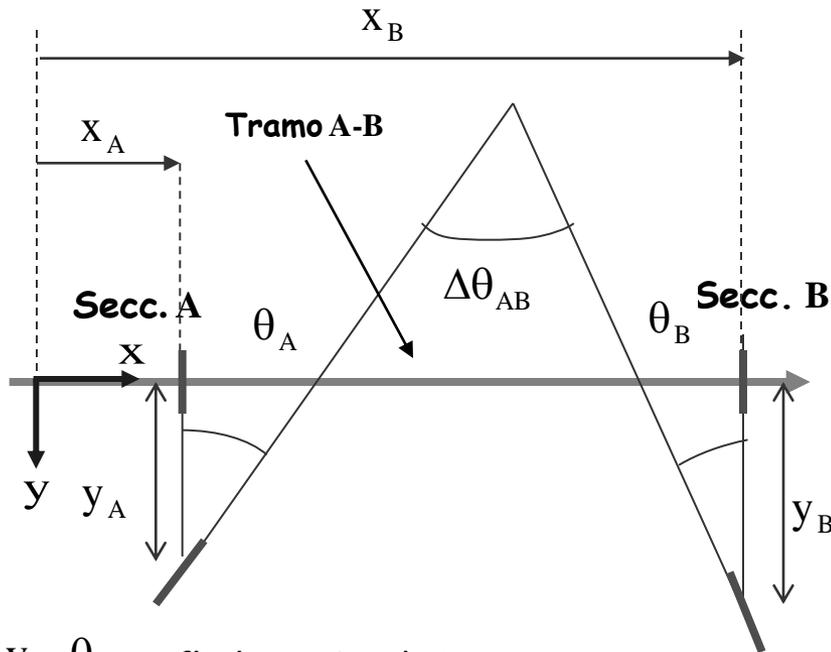


$y_A, \theta_A =$ flecha y giro de A

$y_B, \theta_B =$ flecha y giro de B

Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:

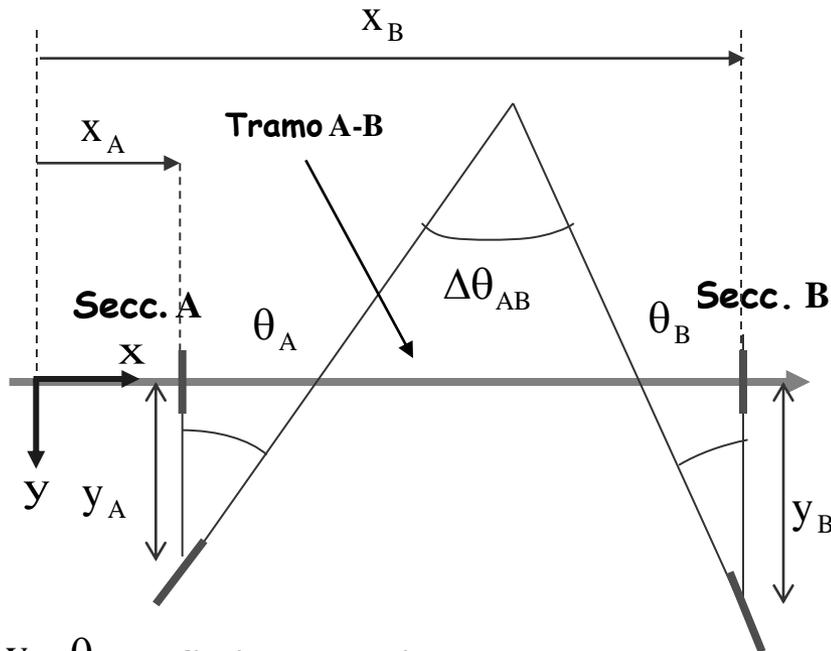


$y_A, \theta_A =$ flecha y giro de A

$y_B, \theta_B =$ flecha y giro de B

Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



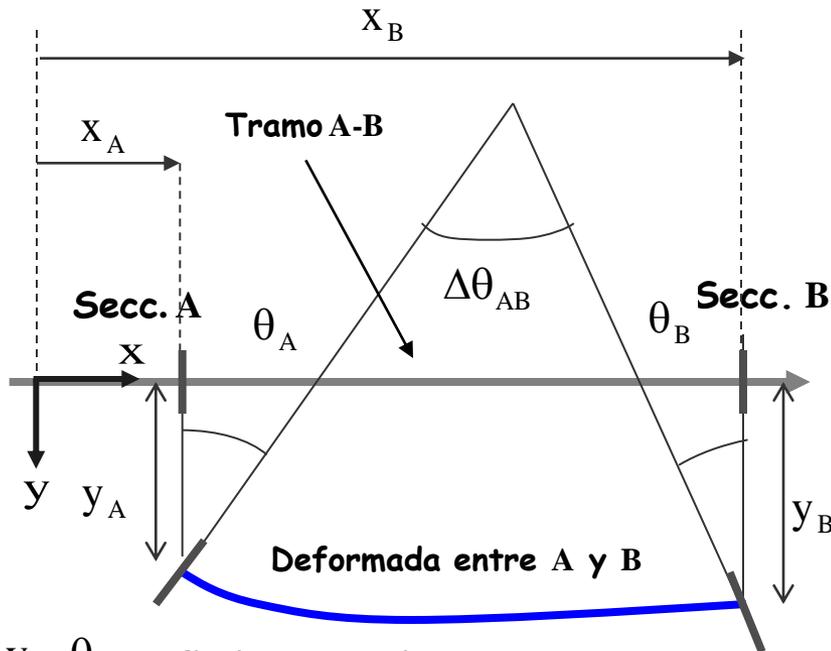
$y_A, \theta_A =$ flecha y giro de A

$y_B, \theta_B =$ flecha y giro de B

$\Delta\theta_{AB} =$ diferencia de giros entre A y B

Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



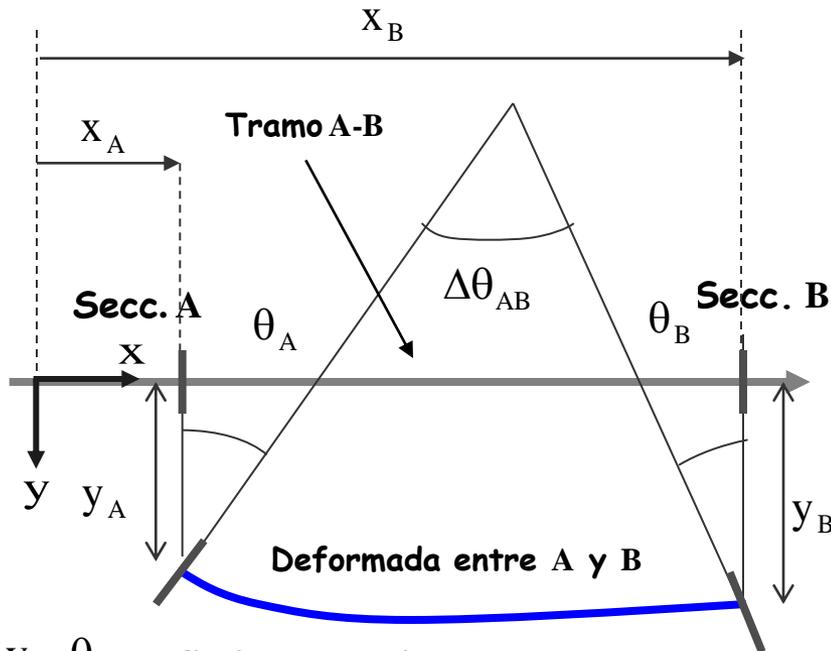
y_A, θ_A = flecha y giro de A

y_B, θ_B = flecha y giro de B

$\Delta\theta_{AB}$ = diferencia de giros entre A y B

Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



Objetivo: $\theta_B = f(\theta_A)$

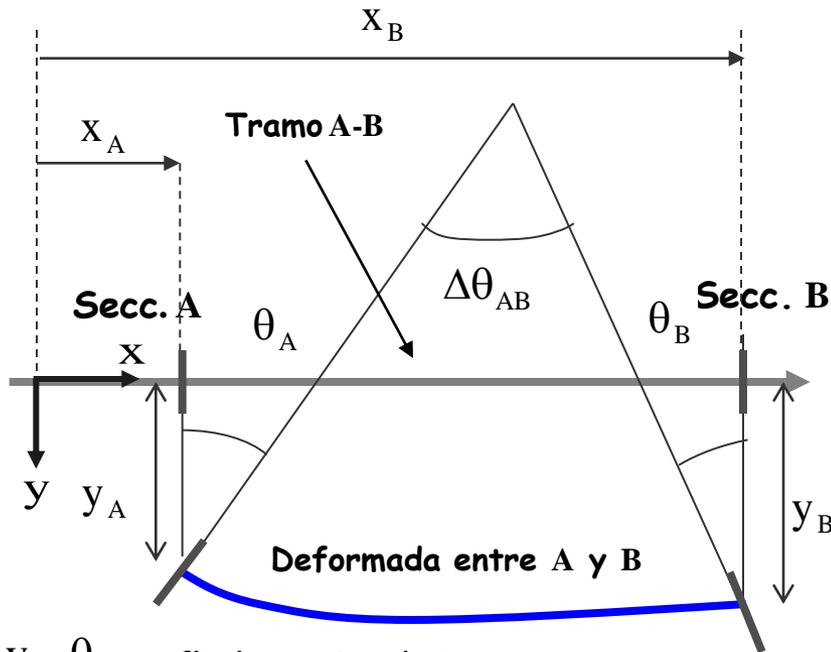
y_A, θ_A = flecha y giro de A

y_B, θ_B = flecha y giro de B

$\Delta\theta_{AB}$ = diferencia de giros entre A y B

Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



$y_A, \theta_A =$ flecha y giro de A

$y_B, \theta_B =$ flecha y giro de B

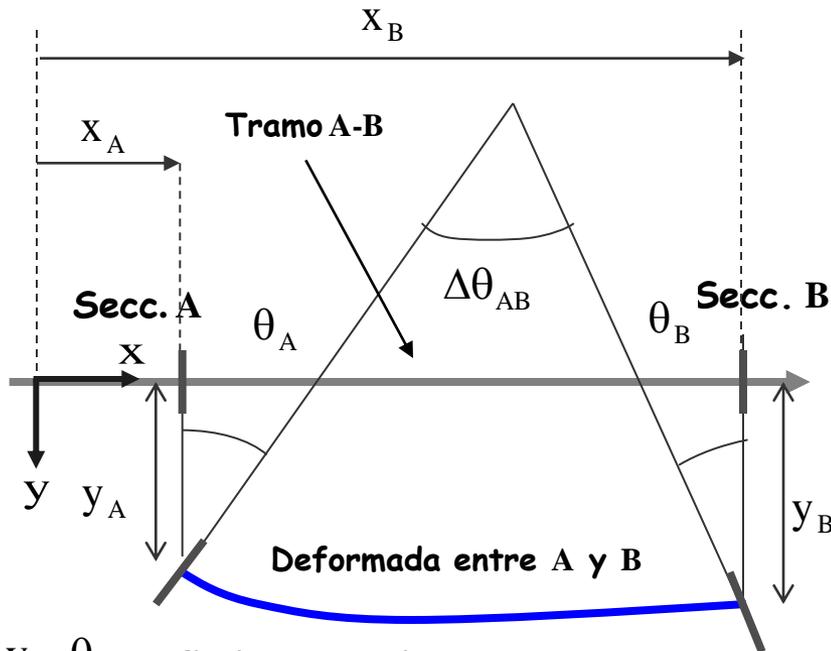
$\Delta\theta_{AB} =$ diferencia de giros entre A y B

Objetivo: $\theta_B = f(\theta_A)$

$$\Delta\theta_{AB} = \theta_B - \theta_A = \int_A^B d\theta$$

Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



$y_A, \theta_A =$ flecha y giro de A

$y_B, \theta_B =$ flecha y giro de B

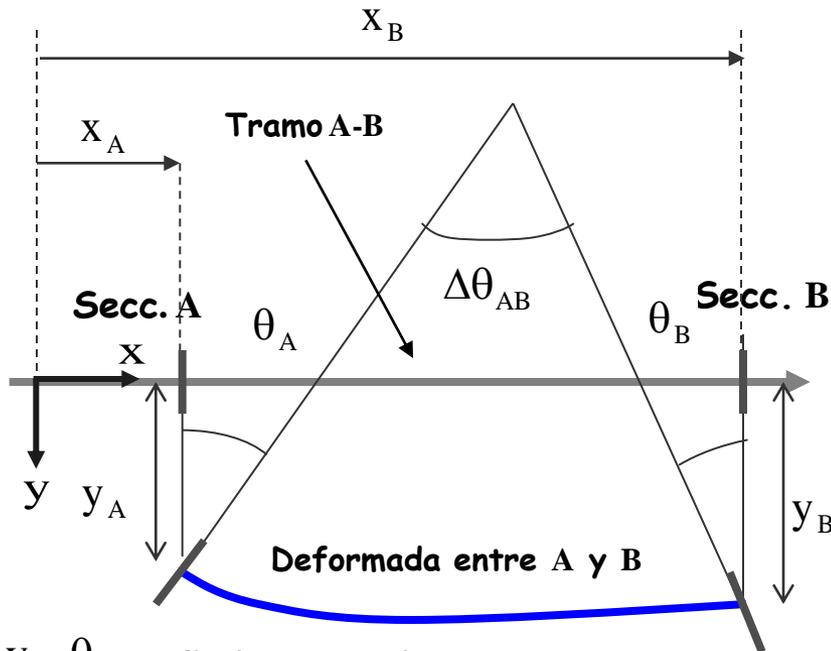
$\Delta\theta_{AB} =$ diferencia de giros entre A y B

Objetivo: $\theta_B = f(\theta_A)$

$$\Delta\theta_{AB} = \theta_B - \theta_A = \int_A^B d\theta \longrightarrow \theta_B = \theta_A + \int_A^B d\theta$$

Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



y_A, θ_A = flecha y giro de A

y_B, θ_B = flecha y giro de B

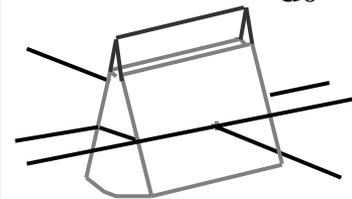
$\Delta\theta_{AB}$ = diferencia de giros entre A y B

Objetivo: $\theta_B = f(\theta_A)$

$$\Delta\theta_{AB} = \theta_B - \theta_A = \int_A^B d\theta \longrightarrow \theta_B = \theta_A + \int_A^B d\theta$$

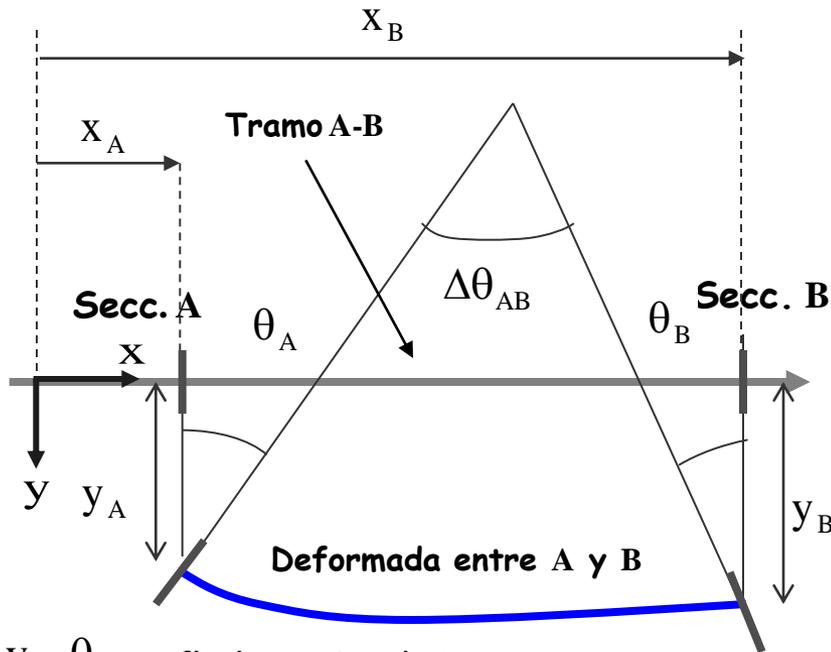
Ley de Hooke con el signo rectificad (para respetar el criterio de signos)

$$d\theta = -\frac{M}{EI} dx$$



Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



$y_A, \theta_A =$ flecha y giro de A

$y_B, \theta_B =$ flecha y giro de B

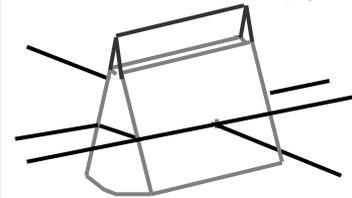
$\Delta\theta_{AB} =$ diferencia de giros entre A y B

Objetivo: $\theta_B = f(\theta_A)$

$$\Delta\theta_{AB} = \theta_B - \theta_A = \int_A^B d\theta \longrightarrow \theta_B = \theta_A + \int_A^B d\theta$$

Ley de Hooke con el signo rectificad (para respetar el criterio de signos)

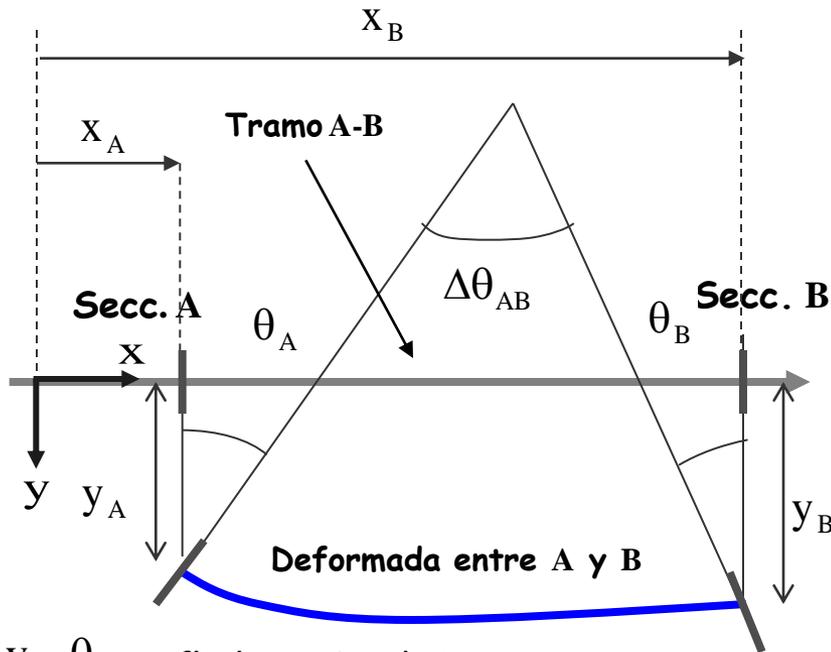
$$d\theta = -\frac{M}{EI} dx$$



$$\int_A^B d\theta = -\int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



$y_A, \theta_A =$ flecha y giro de A

$y_B, \theta_B =$ flecha y giro de B

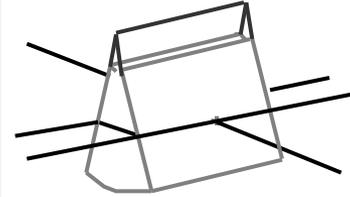
$\Delta\theta_{AB} =$ diferencia de giros entre A y B

Objetivo: $\theta_B = f(\theta_A)$

$$\Delta\theta_{AB} = \theta_B - \theta_A = \int_A^B d\theta \longrightarrow \theta_B = \theta_A + \int_A^B d\theta$$

Ley de Hooke con el signo rectificad (para respetar el criterio de signos)

$$d\theta = -\frac{M}{EI} dx$$

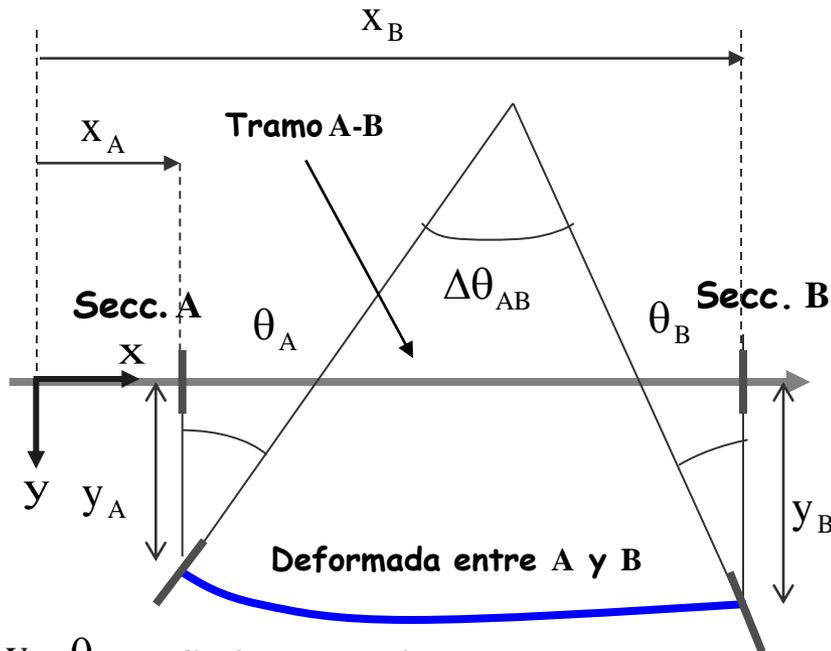


$$\int_A^B d\theta = -\int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$\theta_B = \theta_A - \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:

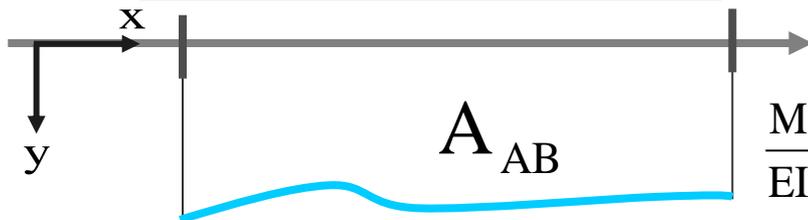


y_A, θ_A = flecha y giro de A

y_B, θ_B = flecha y giro de B

$\Delta\theta_{AB}$ = diferencia de giros entre A y B

Diagrama de momentos /EI

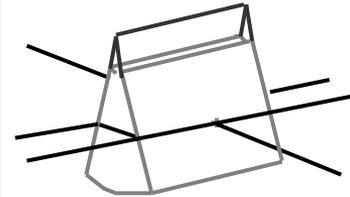


Objetivo: $\theta_B = f(\theta_A)$

$$\Delta\theta_{AB} = \theta_B - \theta_A = \int_A^B d\theta \longrightarrow \theta_B = \theta_A + \int_A^B d\theta$$

Ley de Hooke con el signo rectificad (para respetar el criterio de signos)

$$d\theta = -\frac{M}{EI} dx$$

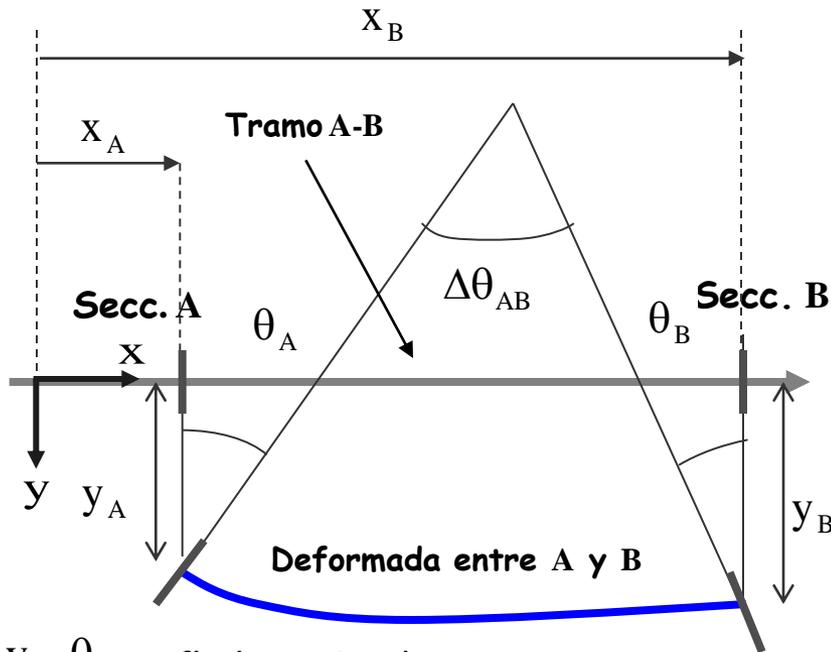


$$\int_A^B d\theta = -\int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$\theta_B = \theta_A - \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



$y_A, \theta_A =$ flecha y giro de A

$y_B, \theta_B =$ flecha y giro de B

$\Delta\theta_{AB} =$ diferencia de giros entre A y B

Diagrama de momentos /EI

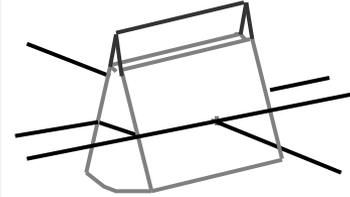


Objetivo: $\theta_B = f(\theta_A)$

$$\Delta\theta_{AB} = \theta_B - \theta_A = \int_A^B d\theta \longrightarrow \theta_B = \theta_A + \int_A^B d\theta$$

Ley de Hooke con el signo rectificad (para respetar el criterio de signos)

$$d\theta = -\frac{M}{EI} dx$$



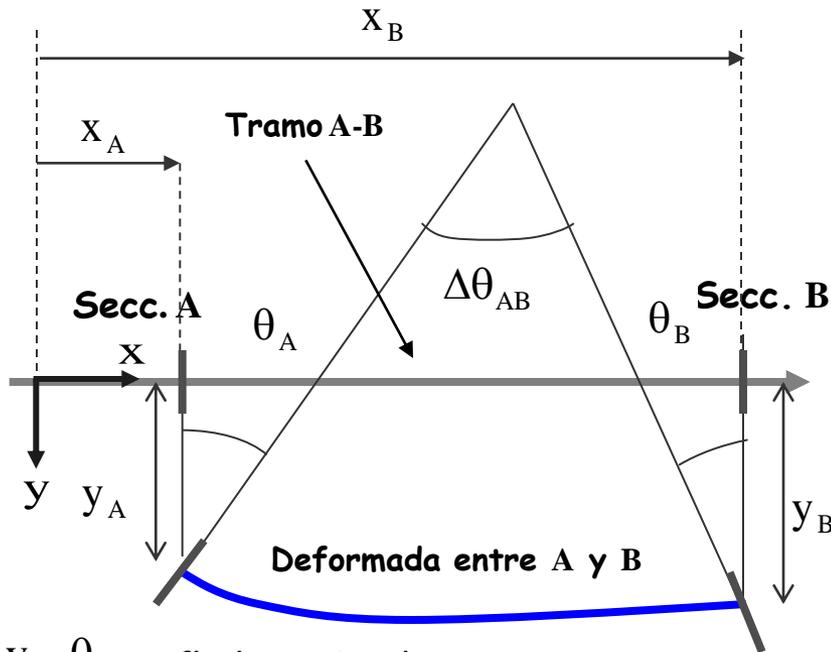
$$\int_A^B d\theta = -\int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$\theta_B = \theta_A - \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$\int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx = A_{AB}$$

Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



y_A, θ_A = flecha y giro de A

y_B, θ_B = flecha y giro de B

$\Delta\theta_{AB}$ = diferencia de giros entre A y B

Diagrama de momentos /EI

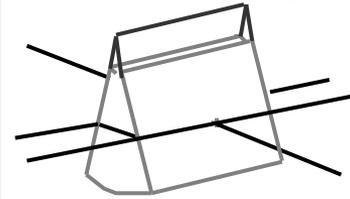


Objetivo: $\theta_B = f(\theta_A)$

$$\Delta\theta_{AB} = \theta_B - \theta_A = \int_A^B d\theta \longrightarrow \theta_B = \theta_A + \int_A^B d\theta$$

Ley de Hooke con el signo rectificad (para respetar el criterio de signos)

$$d\theta = -\frac{M}{EI} dx$$



$$\int_A^B d\theta = -\int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

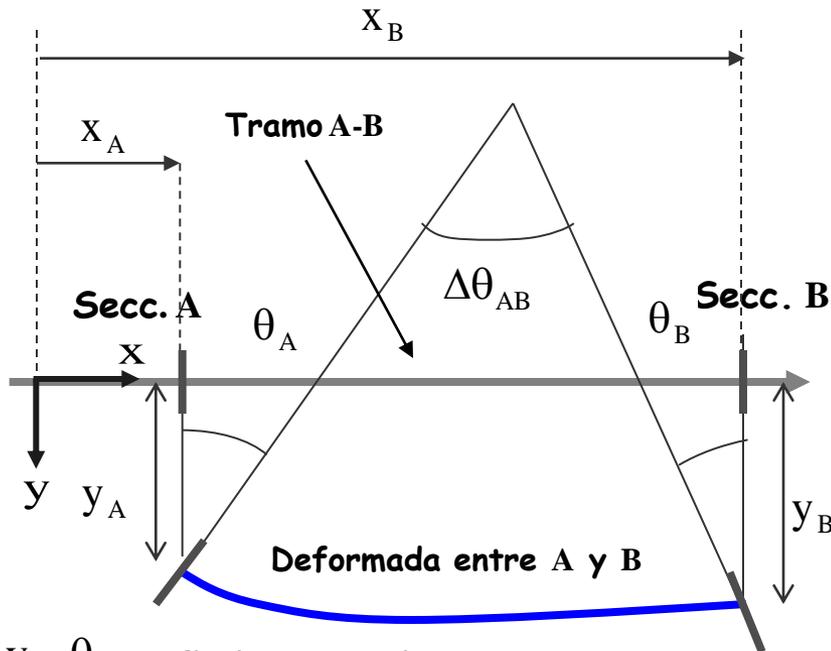
$$\theta_B = \theta_A - \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$\int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx = A_{AB}$$

$$\theta_B = \theta_A - A_{AB}$$

Demostración

El primer Teorema se demuestra geométricamente mediante el siguiente esquema:



y_A, θ_A = flecha y giro de A

y_B, θ_B = flecha y giro de B

$\Delta\theta_{AB}$ = diferencia de giros entre A y B

Diagrama de momentos /EI

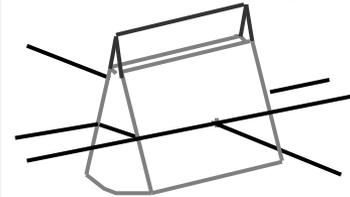


Objetivo: $\theta_B = f(\theta_A)$

$$\Delta\theta_{AB} = \theta_B - \theta_A = \int_A^B d\theta \longrightarrow \theta_B = \theta_A + \int_A^B d\theta$$

Ley de Hooke con el signo rectificado (para respetar el criterio de signos)

$$d\theta = -\frac{M}{EI} dx$$



$$\int_A^B d\theta = -\int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$\theta_B = \theta_A - \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

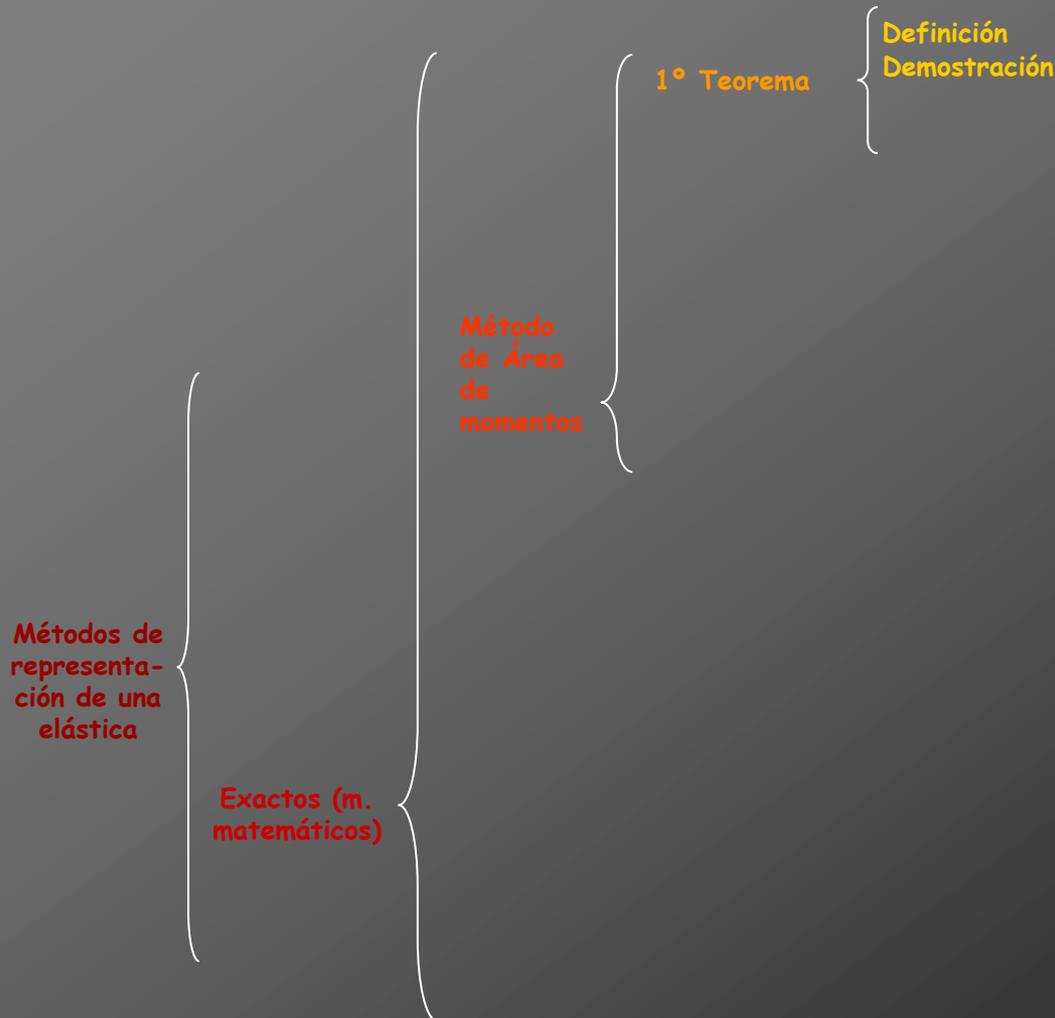
$$\int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx = A_{AB}$$

$$\theta_B = \theta_A - A_{AB}$$

1º Teorema de área de momentos

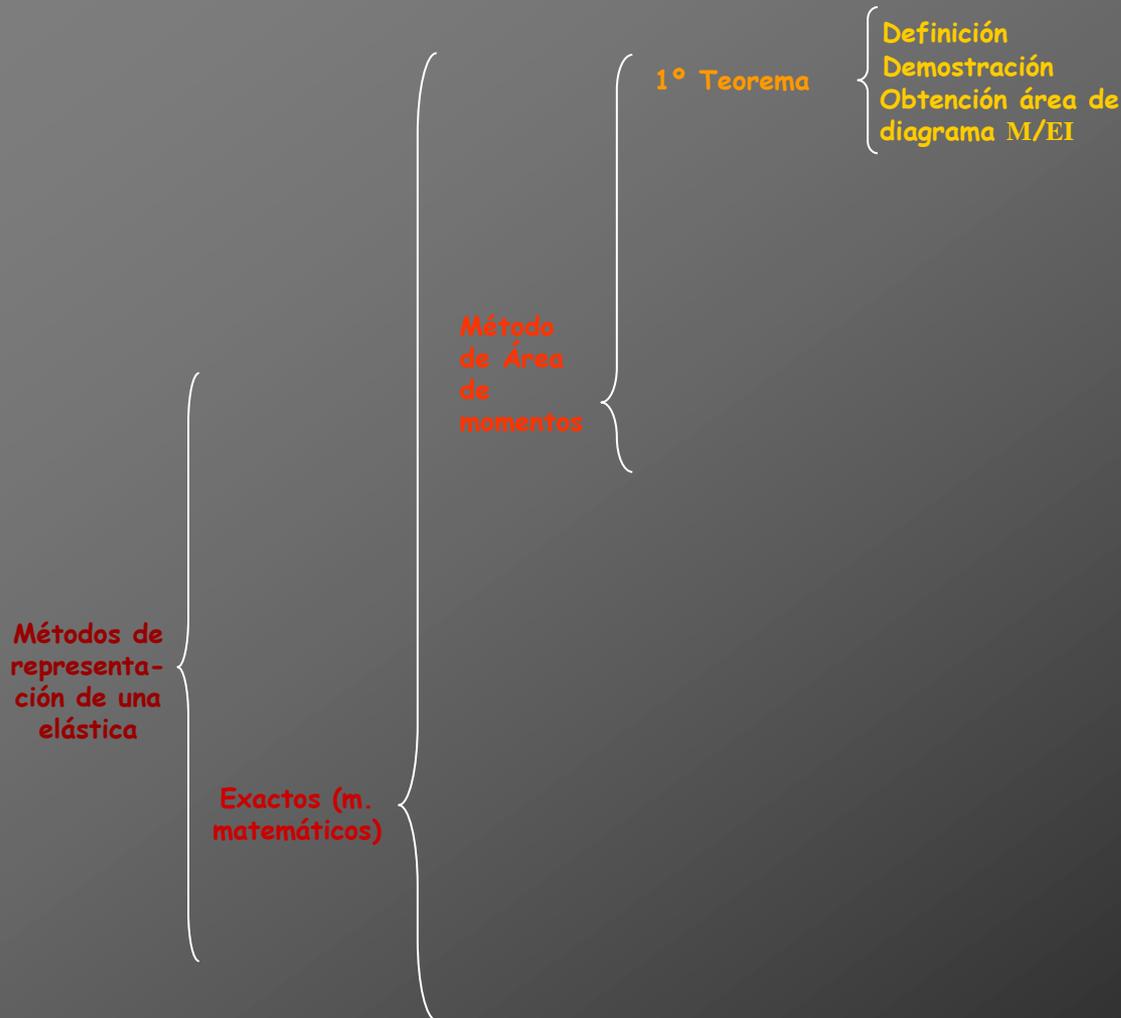


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

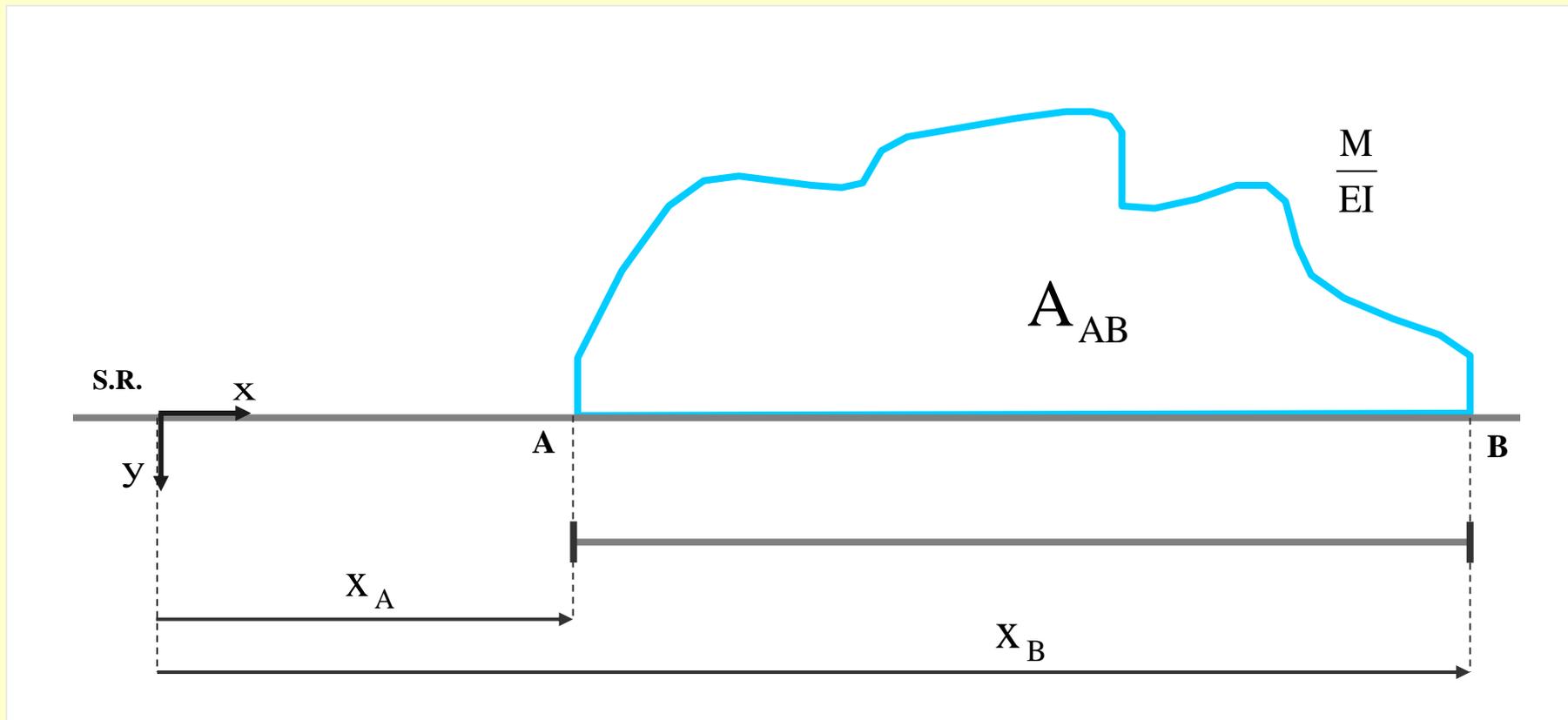


Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

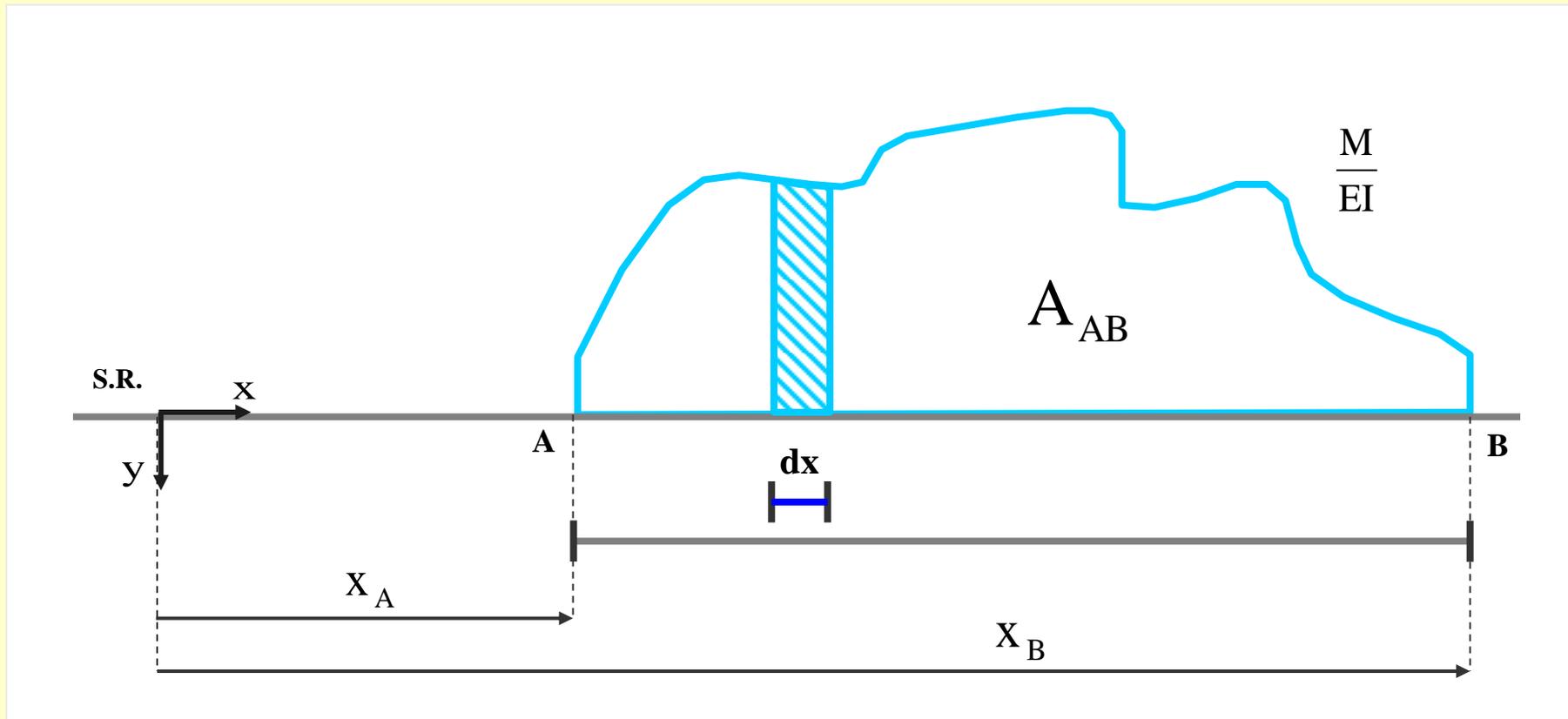
Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:



Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

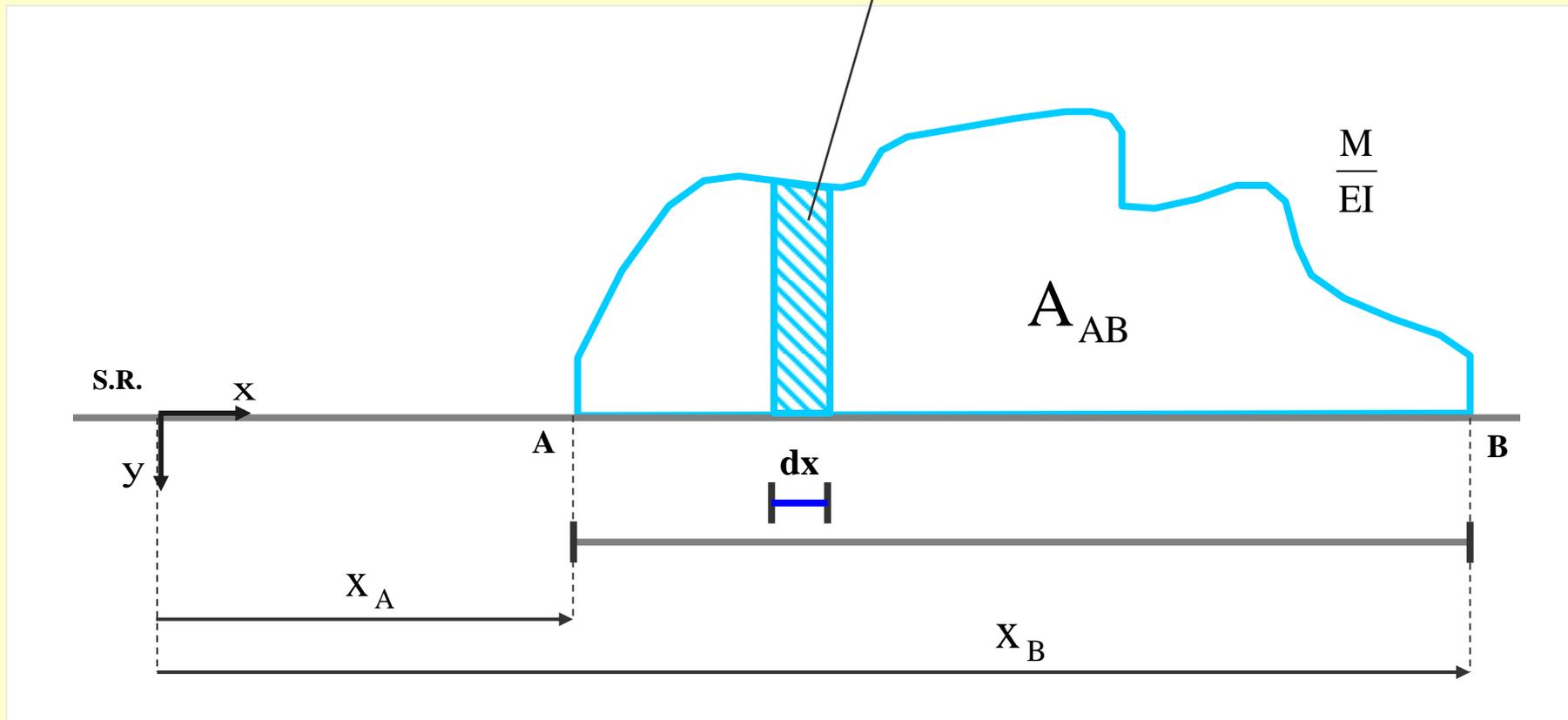
En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:



Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$dA = \frac{M}{EI} dx$$

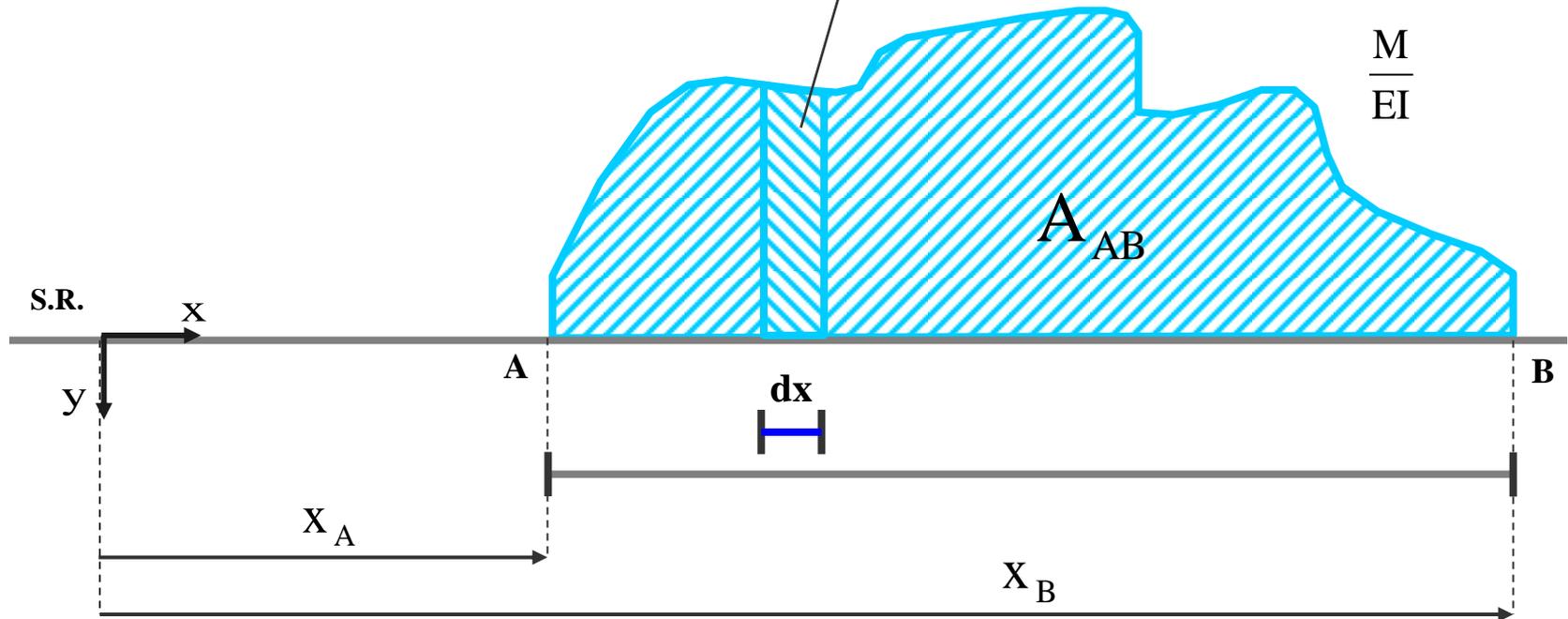


Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$dA = \frac{M}{EI} dx$$



Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

Parábola de 2º grado

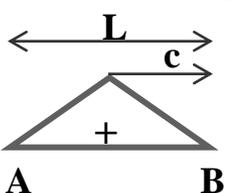
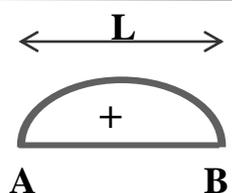
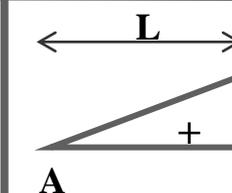
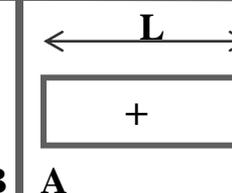
				
A_{AB}	$\frac{L \cdot h}{2}$	$\frac{2 \cdot L \cdot h}{3}$	$\frac{L \cdot h}{2}$	$L \cdot h$
x_{GA}	$\frac{2L - c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{2L}{3}$	$\frac{L}{2}$
x_{GB}	$\frac{L + c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$	$\frac{L}{2}$

Tabla de áreas de diagramas básicos

Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Parábola de 2º grado

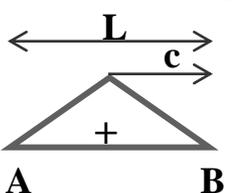
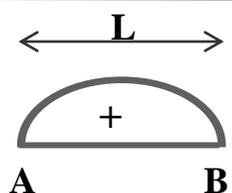
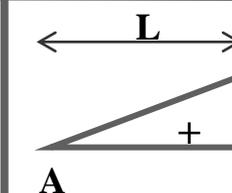
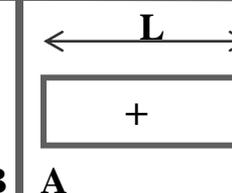
				
A_{AB}	$\frac{L \cdot h}{2}$	$\frac{2 \cdot L \cdot h}{3}$	$\frac{L \cdot h}{2}$	$L \cdot h$
x_{GA}	$\frac{2L - c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{2L}{3}$	$\frac{L}{2}$
x_{GB}	$\frac{L + c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$	$\frac{L}{2}$

Tabla de áreas de diagramas básicos



Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$\begin{array}{c} M_{\text{total}} \\ || \end{array}$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Descomposición de M en estados de carga

M_{total}
||



Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

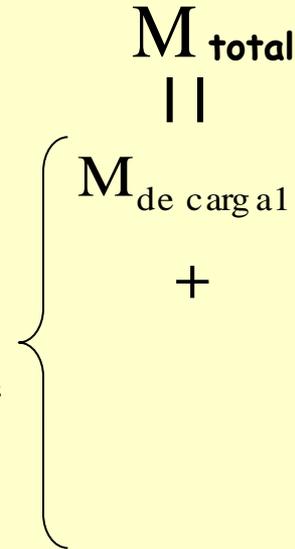
$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Descomposición de M en estados de carga





Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Descomposición de M en estados de carga

$$\left. \begin{array}{c} M_{\text{total}} \\ || \\ M_{\text{de carga 1}} \\ + \\ M_{\text{de carga 2}} \\ + \end{array} \right\}$$

Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Descomposición de M en estados de carga

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{\text{total}} \\ || \\ M_{\text{de carga 1}} \\ + \\ M_{\text{de carga 2}} \\ + \\ M_{\text{de carga 3}} \end{array} \right.$$

Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Descomposición de M en estados de carga

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{\text{total}} \\ || \\ M_{\text{de carga 1}} \\ + \\ M_{\text{de carga 2}} \\ + \\ M_{\text{de carga 3}} \\ || \\ \int_{x_A}^{x_B} M dx \end{array} \right.$$

Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Descomposición de M en estados de carga

$$\begin{array}{c}
 M_{\text{total}} \\
 || \\
 \left\{ \begin{array}{l} M_{\text{de carga 1}} \\ + \\ M_{\text{de carga 2}} \\ + \\ M_{\text{de carga 3}} \end{array} \right. \\
 || \\
 \int_{x_A}^{x_B} M dx \\
 \downarrow \\
 \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx
 \end{array}$$

Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Descomposición de M en estados de carga

$$\begin{array}{c}
 M_{\text{total}} \\
 || \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 M_{\text{de carga 1}} \rightarrow A_{AB1} \\
 + \\
 M_{\text{de carga 2}} \\
 + \\
 M_{\text{de carga 3}}
 \end{array} \right. \\
 || \\
 \int_{x_A}^{x_B} M dx \\
 \downarrow \\
 \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx
 \end{array}$$

Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

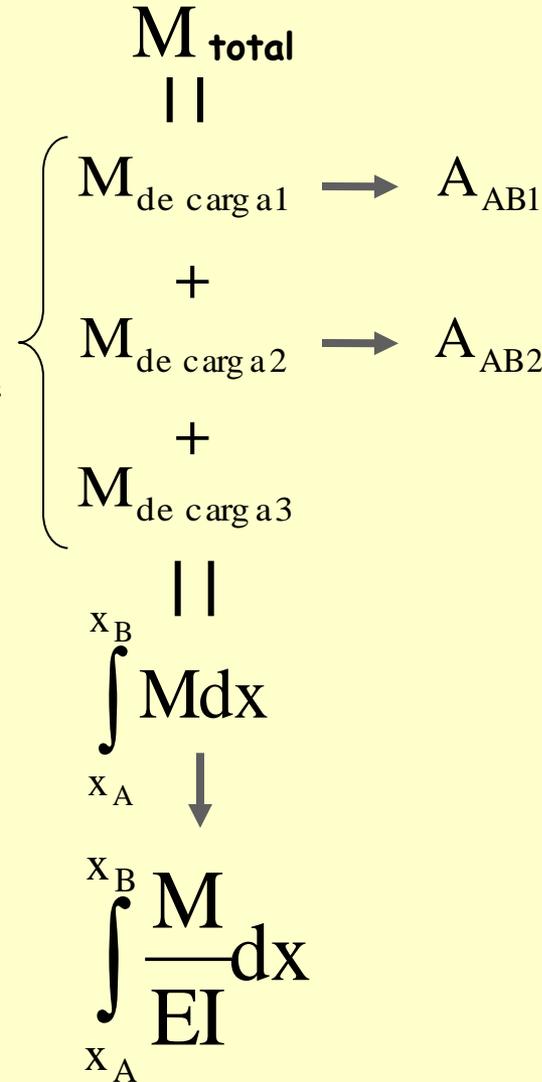
$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Descomposición de M en estados de carga



Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Descomposición de M en estados de carga

$$\begin{array}{c}
 M_{\text{total}} \\
 || \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 M_{\text{de carga 1}} \rightarrow A_{AB1} \\
 + \\
 M_{\text{de carga 2}} \rightarrow A_{AB2} \\
 + \\
 M_{\text{de carga 3}} \rightarrow A_{AB3}
 \end{array} \right. \\
 || \\
 \int_{x_A}^{x_B} M dx \\
 \downarrow \\
 \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx
 \end{array}$$

Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

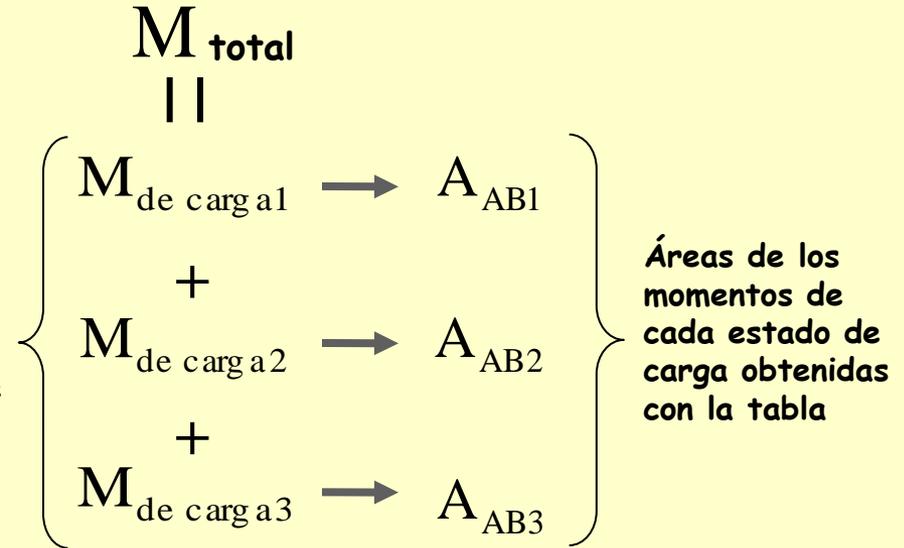
$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Descomposición de M en estados de carga



$$\int_{x_A}^{x_B} M dx \quad \downarrow$$

$$\int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

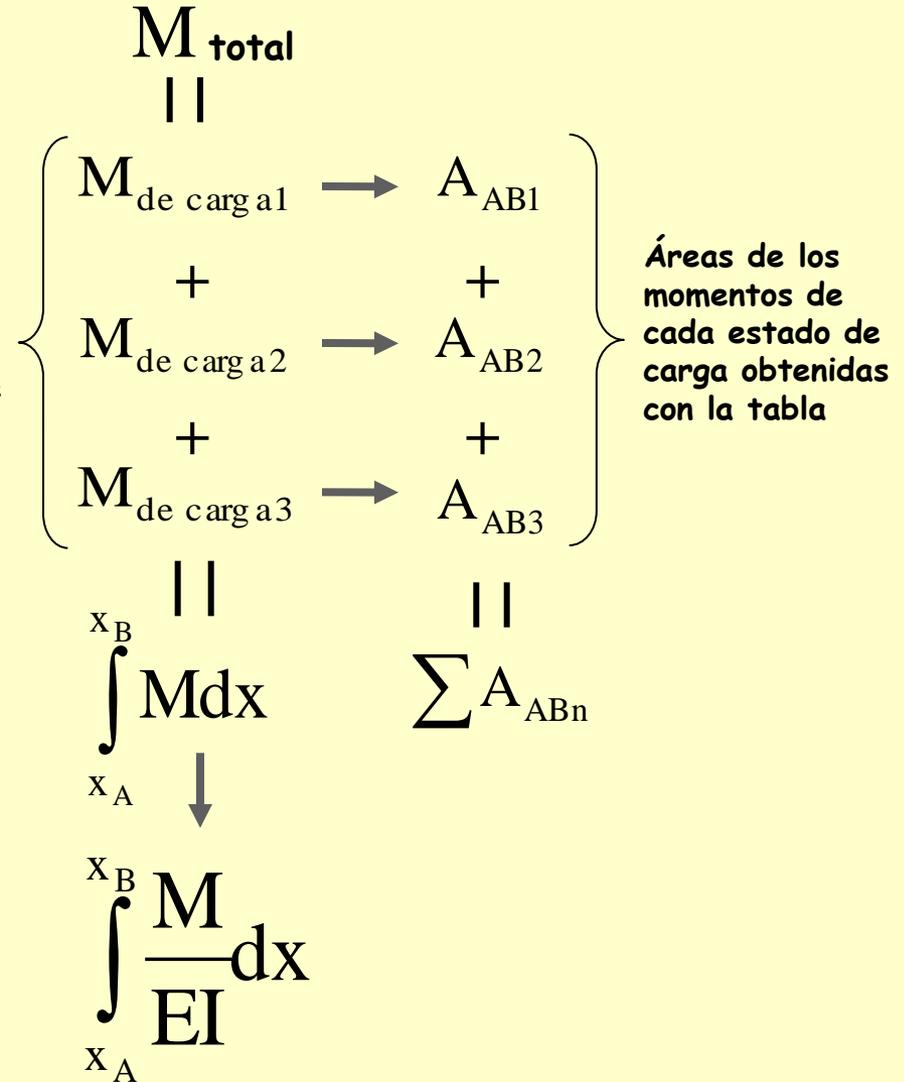
$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Descomposición de M en estados de carga



Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

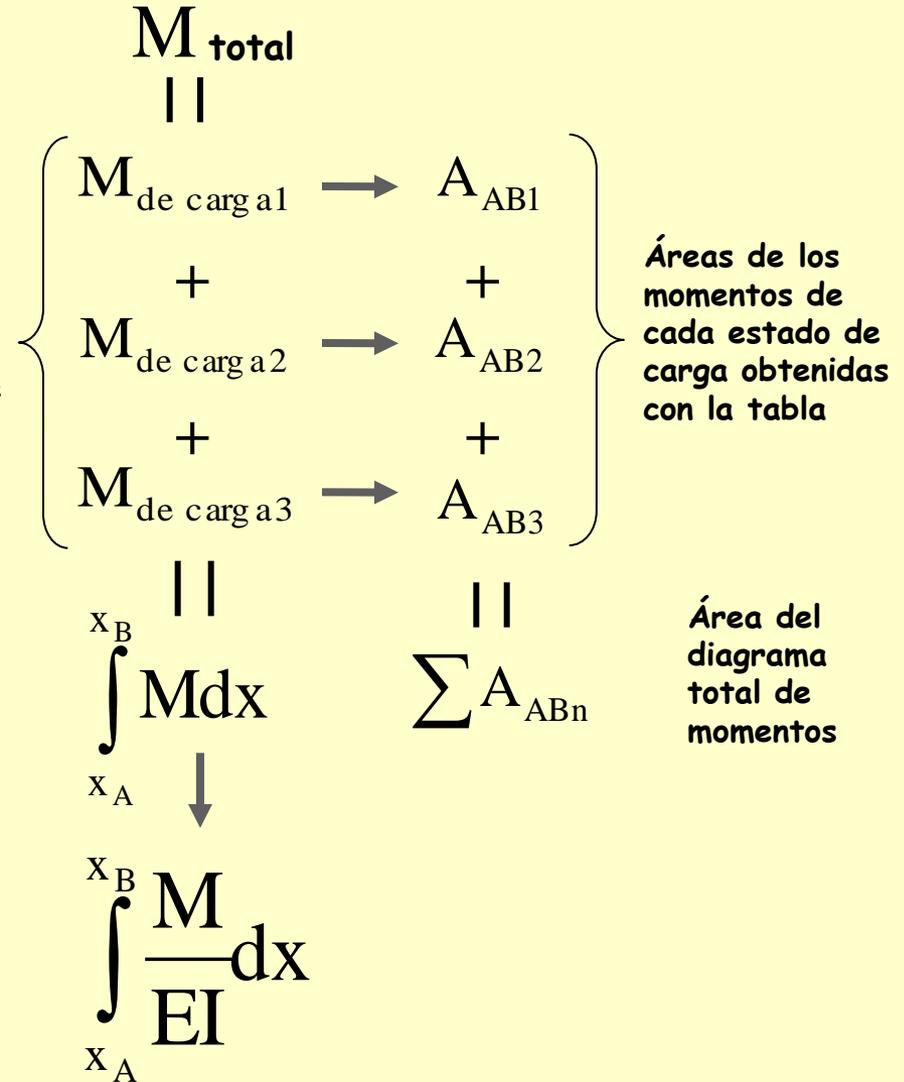
$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Descomposición de M en estados de carga



Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

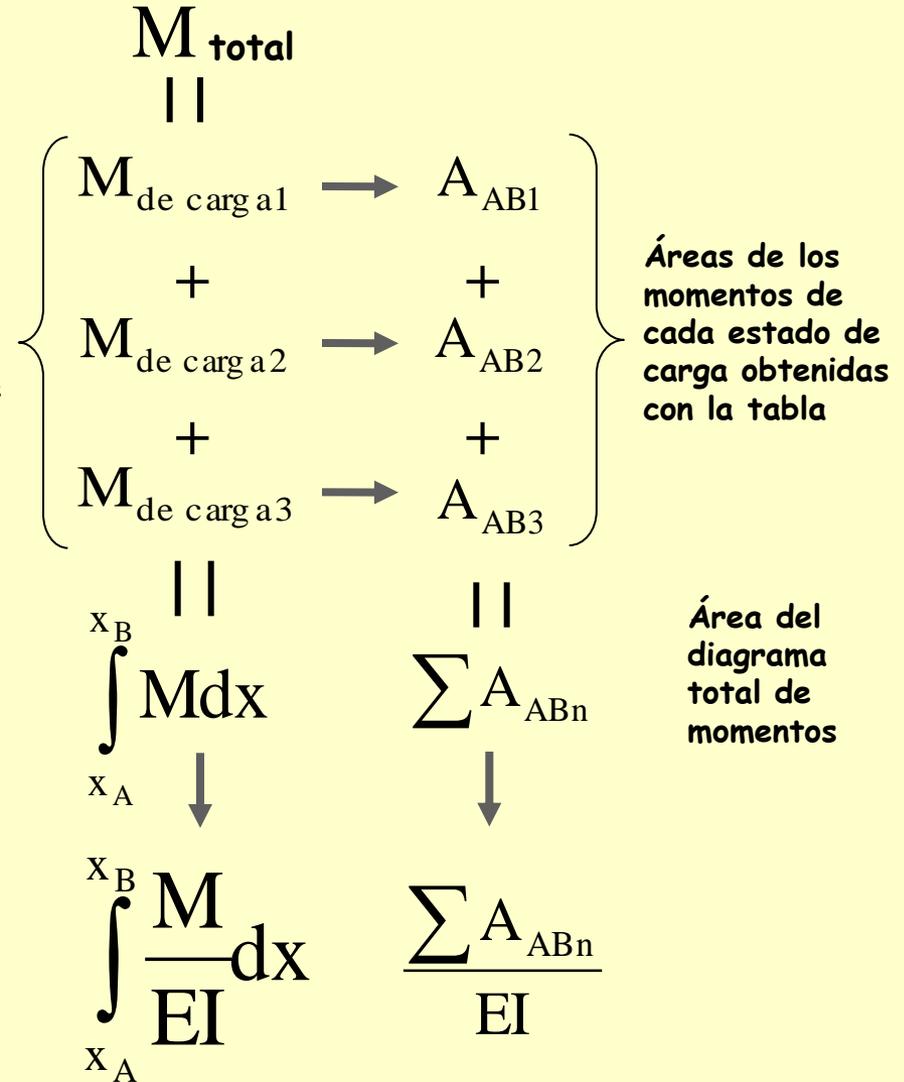
$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Descomposición de M en estados de carga



Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

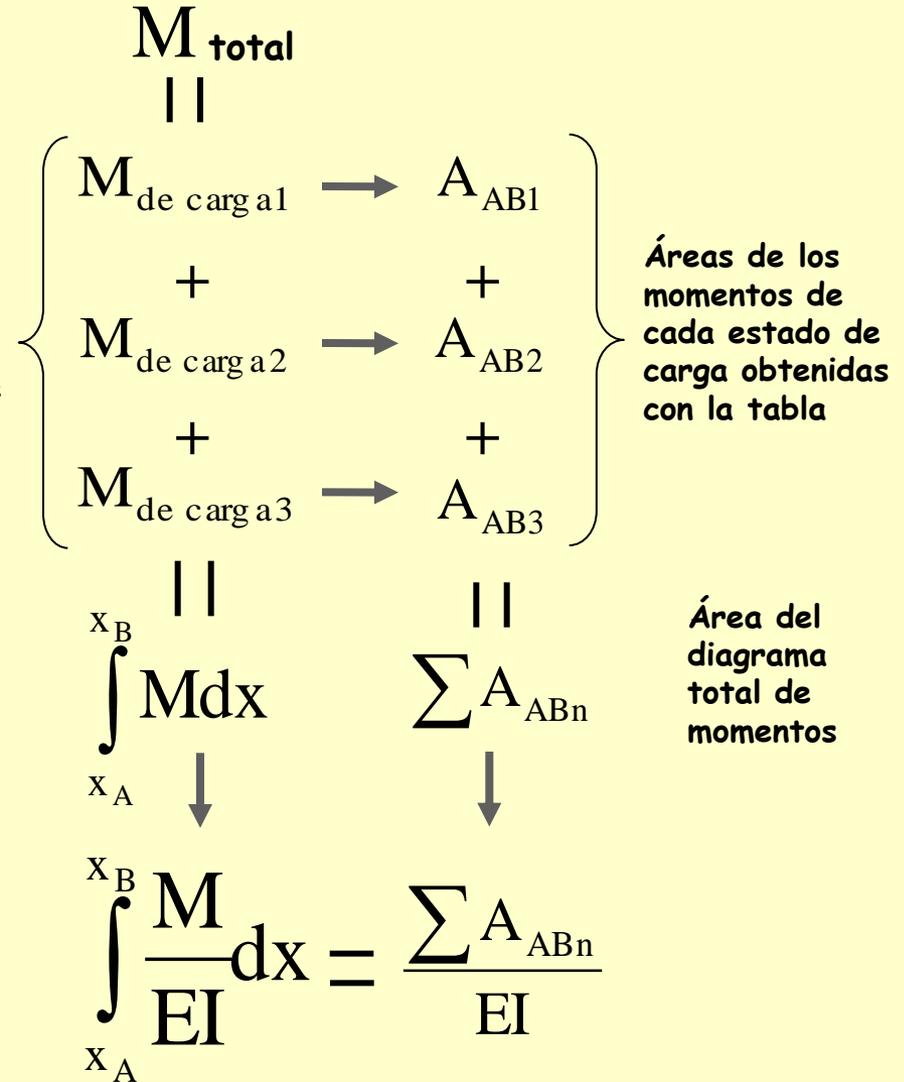
$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Descomposición de M en estados de carga



Obtención del área del diagrama M/EI comprendido entre las secciones A y B

En general el área del diagrama podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

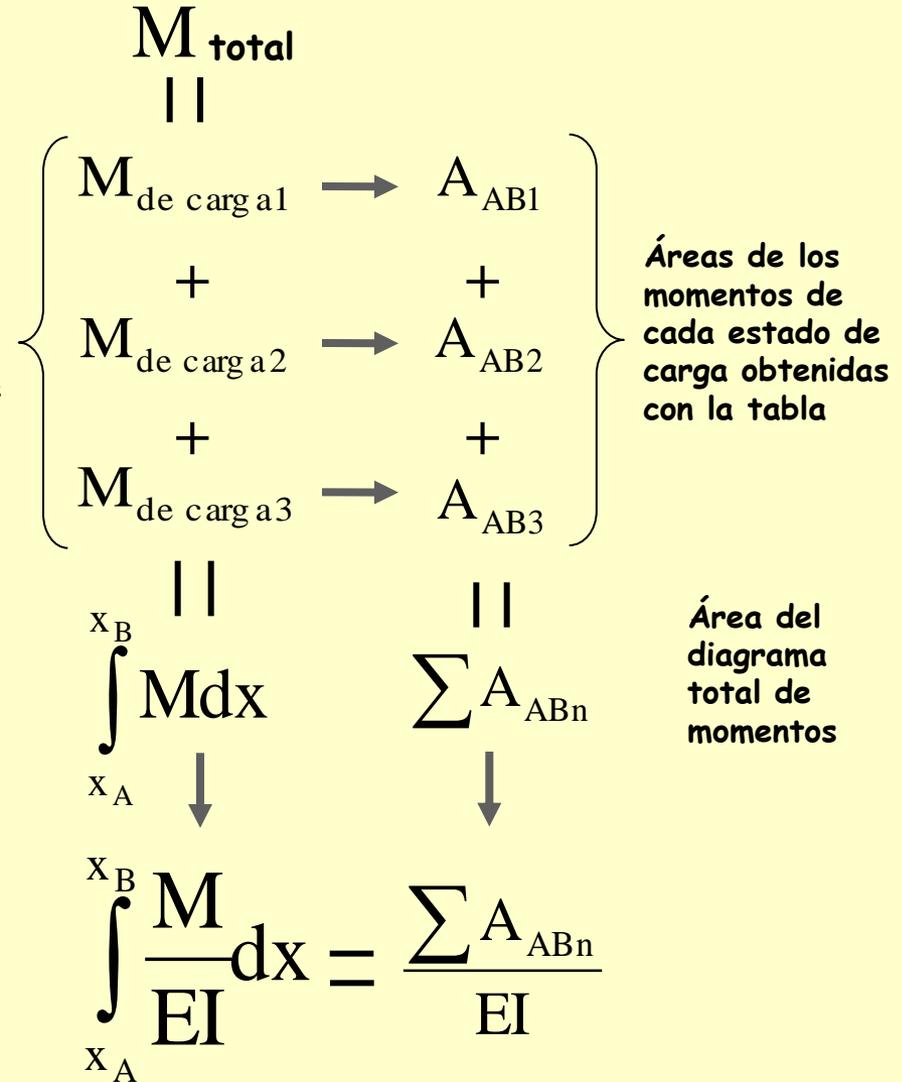
$$A_{AB} = \sum dA = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos producidos por todas las acciones

Para evitar calcularla, se propone descomponer M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla de áreas de diagramas básicos

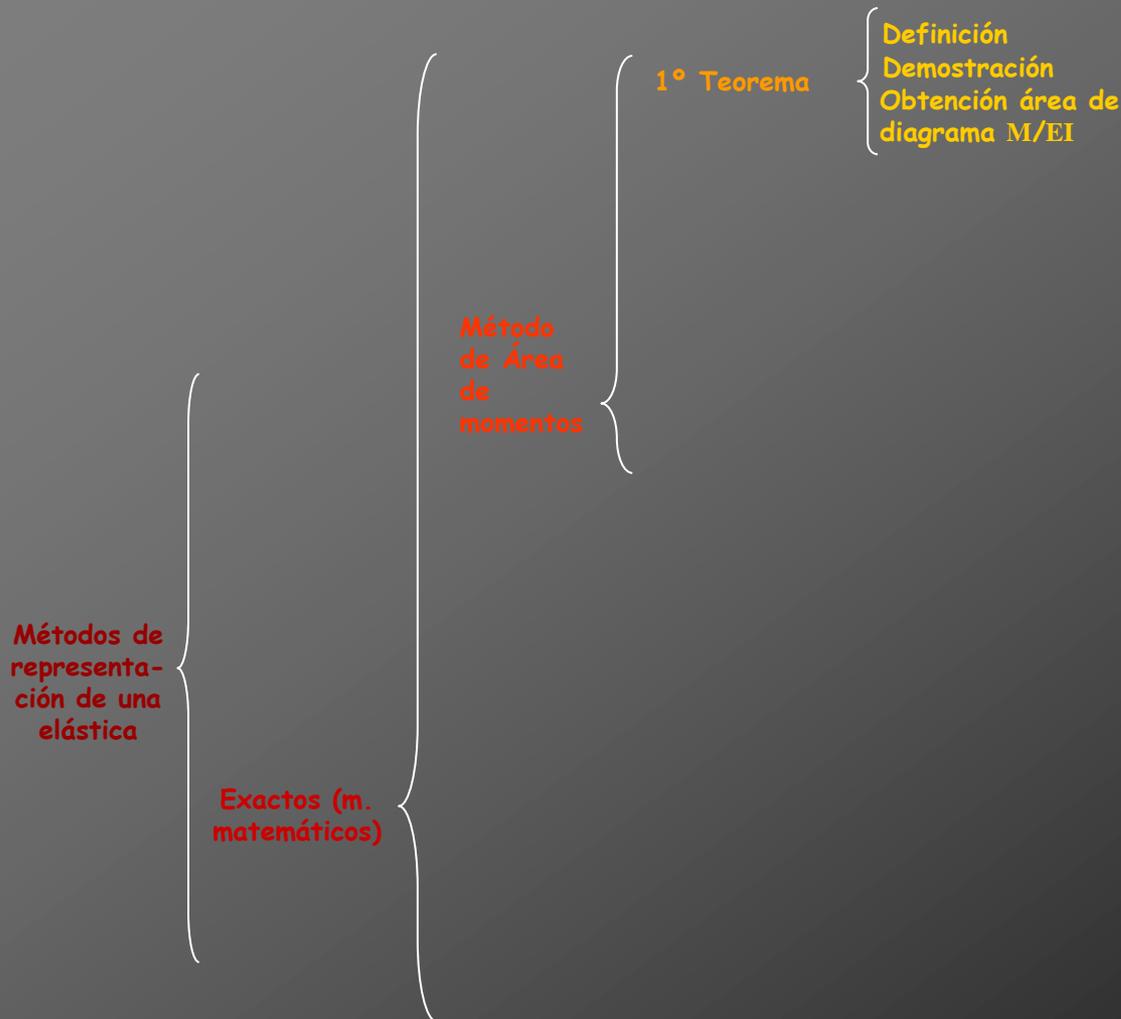
De esta manera, A_{AB} puede obtenerse como suma de áreas de diagramas recogidos en la tabla

Descomposición de M en estados de carga



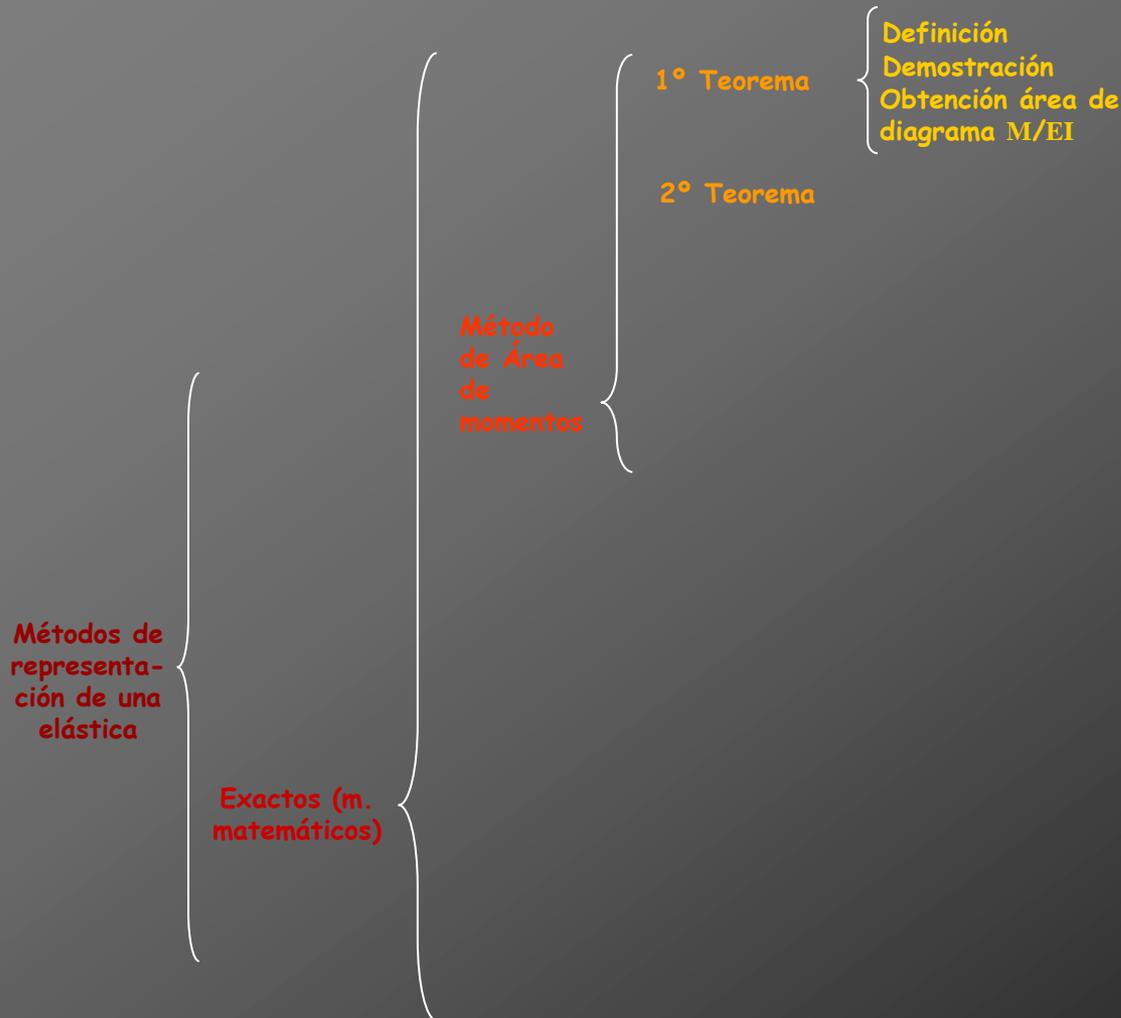


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



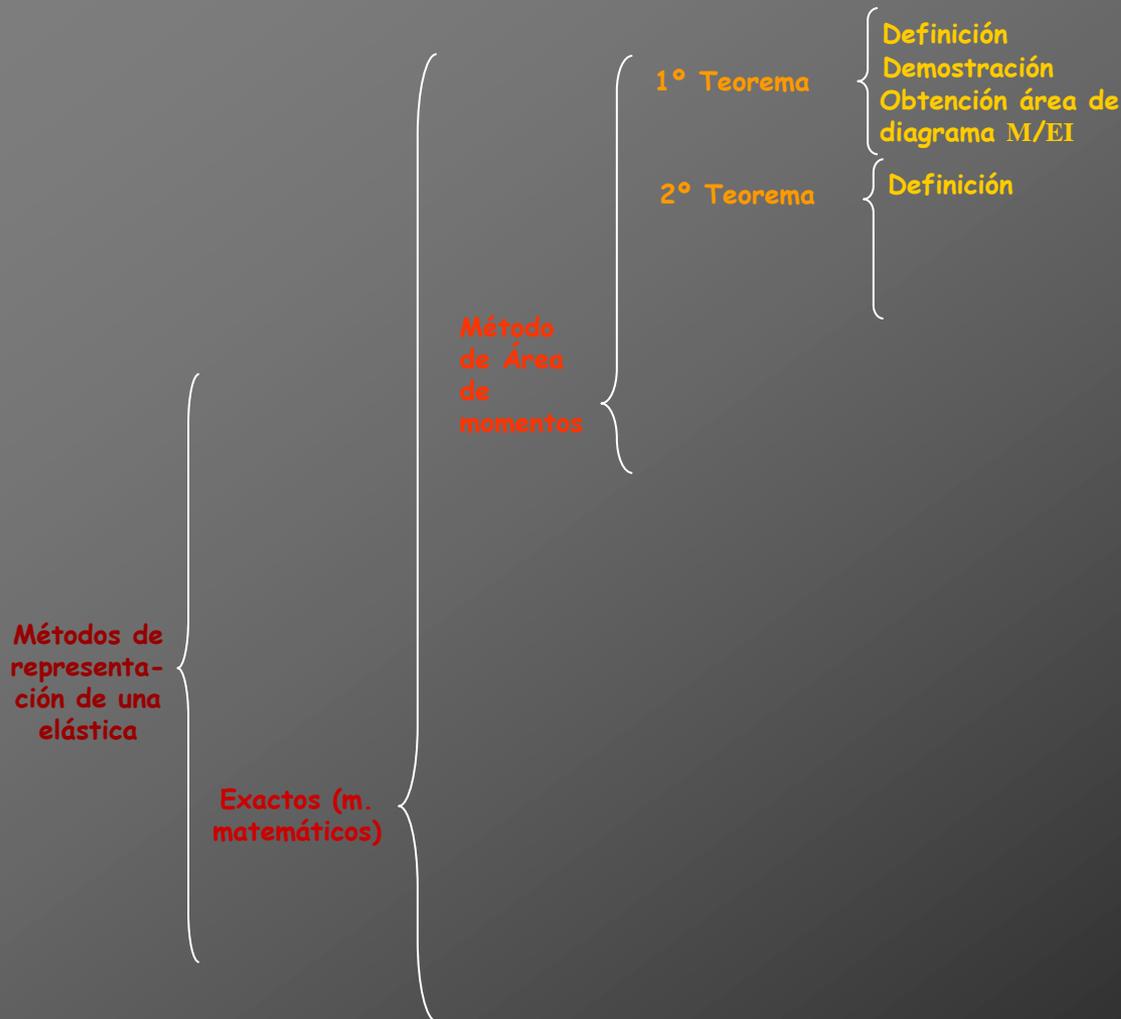


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Definición

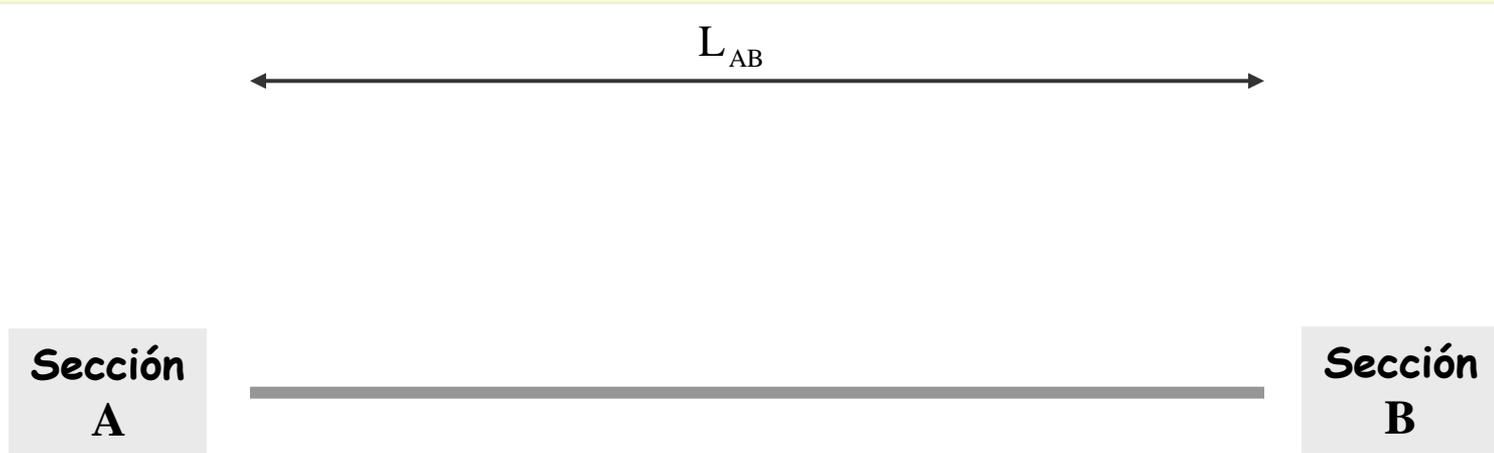


Definición

“La flecha de la sección B es igual al giro de la sección A multiplicado por la distancia entre A y B, más la flecha en A y menos el momento estático del área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, respecto de la sección B y dividido por EI”. Este Teorema expresa la flecha en B en función de la flecha y el giro en A y del diagrama de M entre A y B

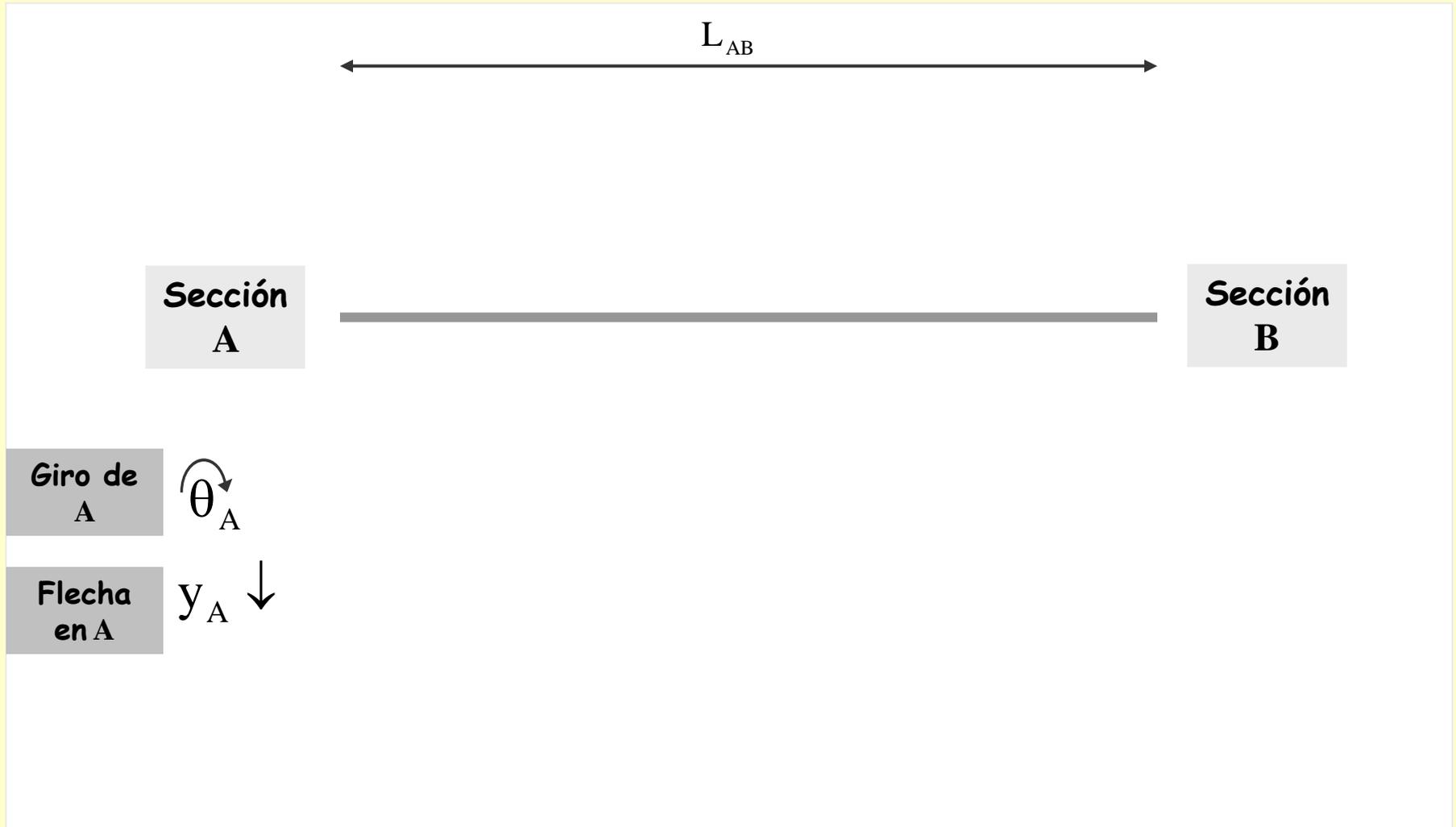
Definición

“La flecha de la sección B es igual al giro de la sección A multiplicado por la distancia entre A y B, más la flecha en A y menos el momento estático del área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, respecto de la sección B y dividido por EI”. Este Teorema expresa la flecha en B en función de la flecha y el giro en A y del diagrama de M entre A y B



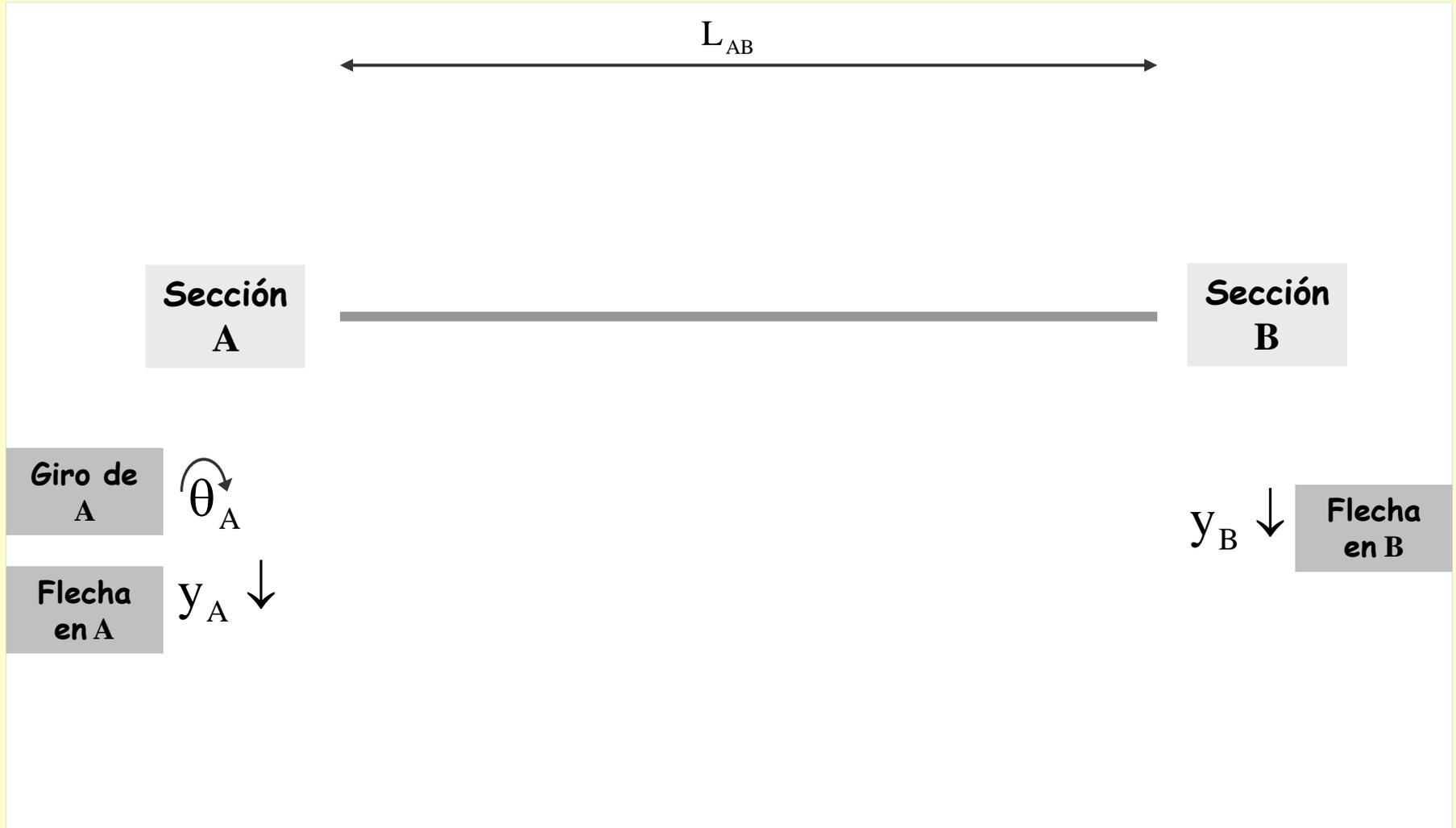
Definición

“La flecha de la sección B es igual al giro de la sección A multiplicado por la distancia entre A y B, más la flecha en A y menos el momento estático del área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, respecto de la sección B y dividido por EI”. Este Teorema expresa la flecha en B en función de la flecha y el giro en A y del diagrama de M entre A y B



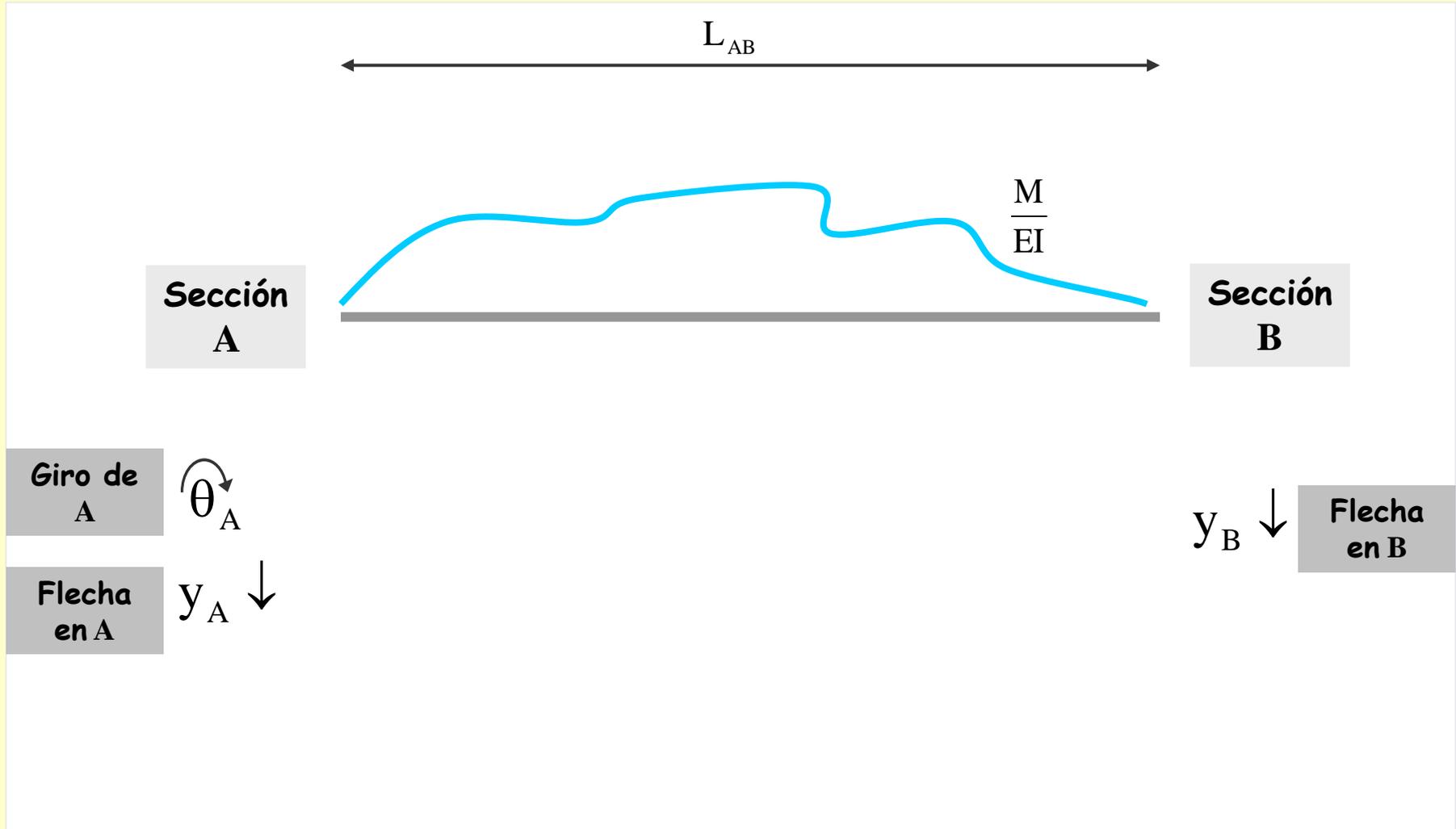
Definición

“La flecha de la sección B es igual al giro de la sección A multiplicado por la distancia entre A y B, más la flecha en A y menos el momento estático del área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, respecto de la sección B y dividido por EI”. Este Teorema expresa la flecha en B en función de la flecha y el giro en A y del diagrama de M entre A y B



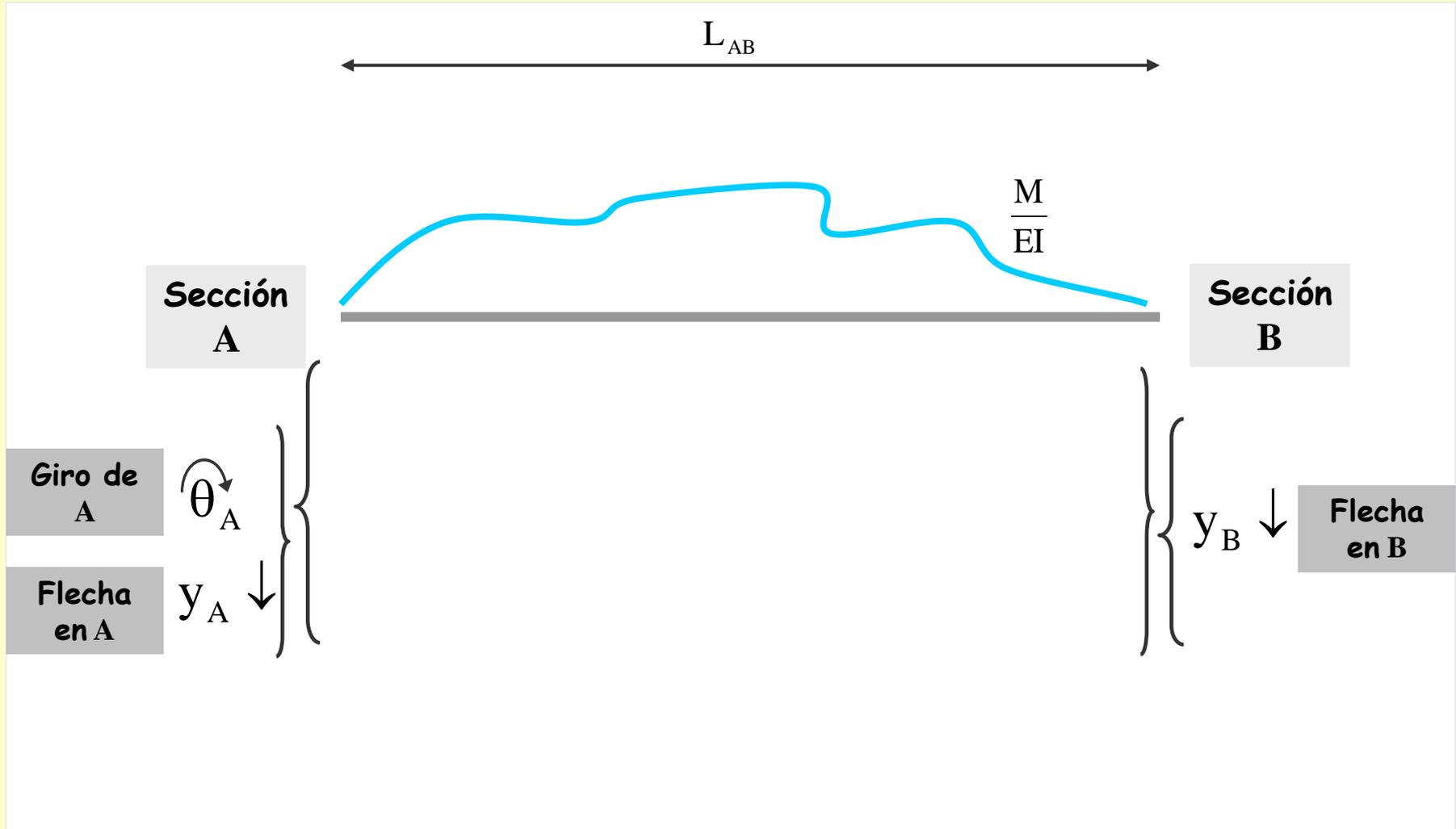
Definición

“La flecha de la sección B es igual al giro de la sección A multiplicado por la distancia entre A y B, más la flecha en A y menos el momento estático del área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, respecto de la sección B y dividido por EI”. Este Teorema expresa la flecha en B en función de la flecha y el giro en A y del diagrama de M entre A y B



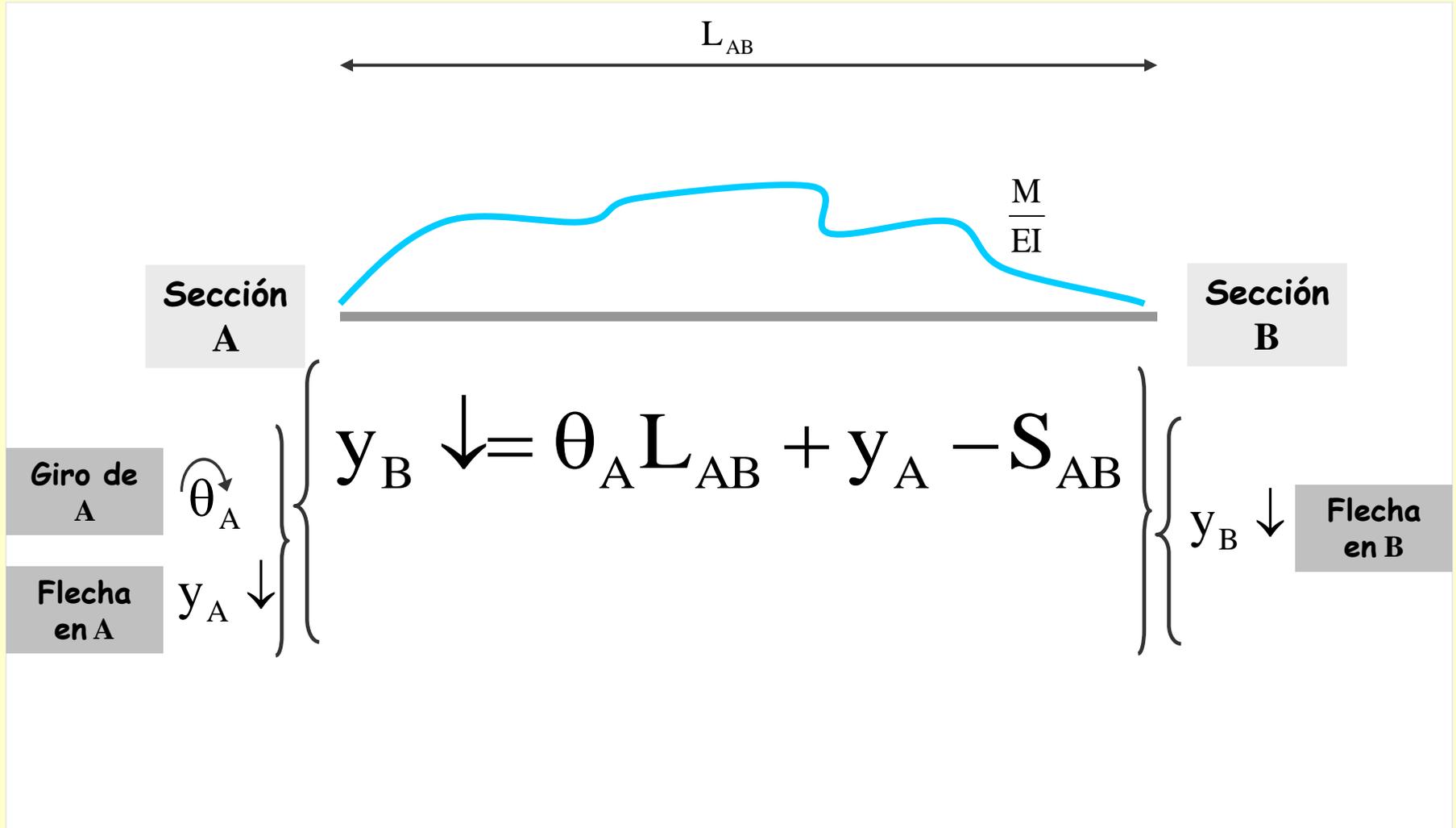
Definición

“La flecha de la sección B es igual al giro de la sección A multiplicado por la distancia entre A y B, más la flecha en A y menos el momento estático del área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, respecto de la sección B y dividido por EI”. Este Teorema expresa la flecha en B en función de la flecha y el giro en A y del diagrama de M entre A y B



Definición

“La flecha de la sección B es igual al giro de la sección A multiplicado por la distancia entre A y B, más la flecha en A y menos el momento estático del área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, respecto de la sección B y dividido por EI”. Este Teorema expresa la flecha en B en función de la flecha y el giro en A y del diagrama de M entre A y B



Definición

“La flecha de la sección B es igual al giro de la sección A multiplicado por la distancia entre A y B, más la flecha en A y menos el momento estático del área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, respecto de la sección B y dividido por EI”. Este Teorema expresa la flecha en B en función de la flecha y el giro en A y del diagrama de M entre A y B

Sección A

L_{AB}

Sección B

Giro de A

}

$y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB}$

}

Flecha en B

Flecha en A

}

$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$

}

Definición

“La flecha de la sección B es igual al giro de la sección A multiplicado por la distancia entre A y B, más la flecha en A y menos el momento estático del área del diagrama de momentos comprendido entre ambas secciones, respecto de la sección B y dividido por EI”. Este Teorema expresa la flecha en B en función de la flecha y el giro en A y del diagrama de M entre A y B

Diagram illustrating the theorem of moments. The beam length between sections A and B is L_{AB} . The moment diagram is $\frac{M}{EI}$. The deflection at B is y_B , the deflection at A is y_A , and the rotation at A is θ_A . The static moment of the moment diagram area relative to B is S_{AB} .

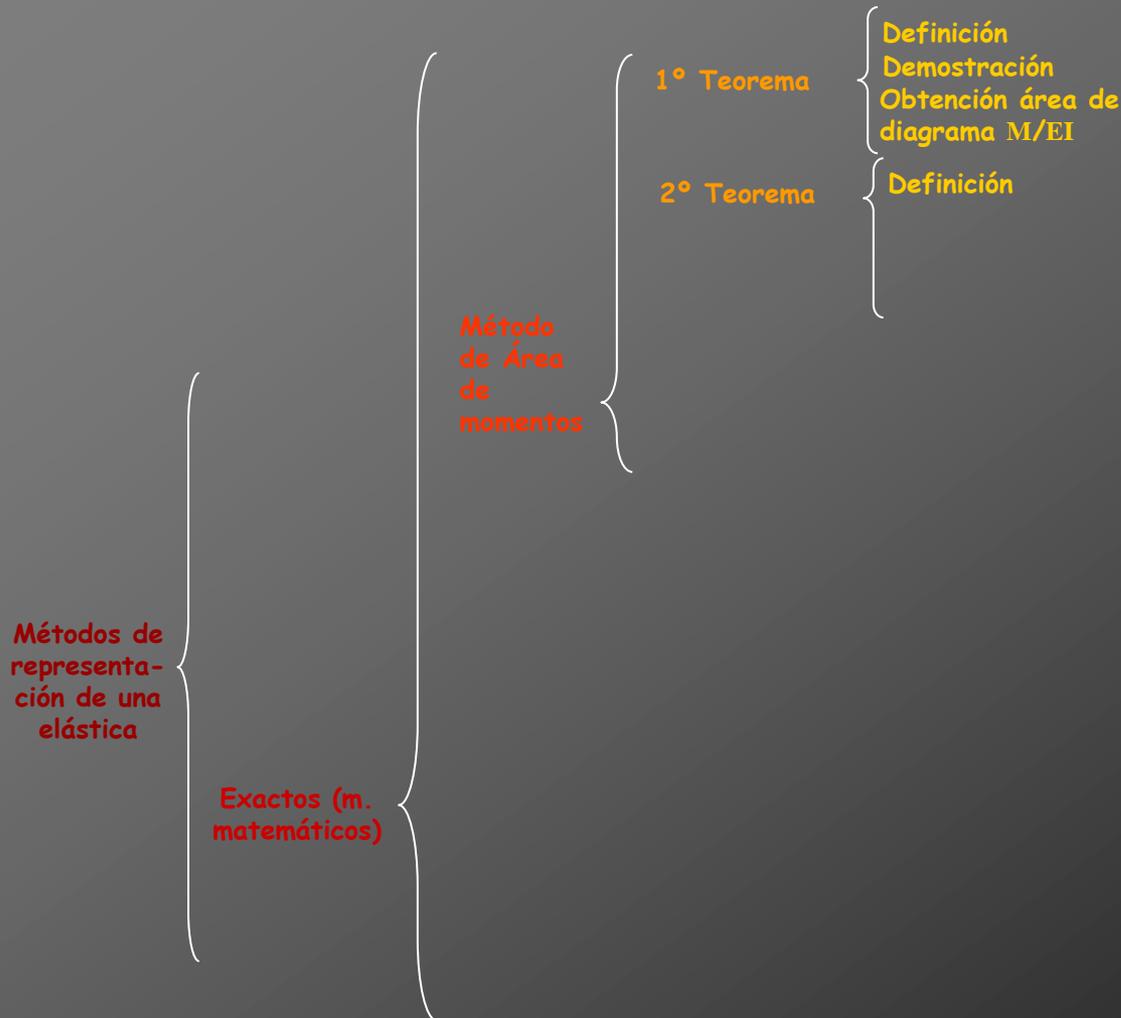
$$y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB}$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

Momento estático de M/EI entre A y B respecto de B

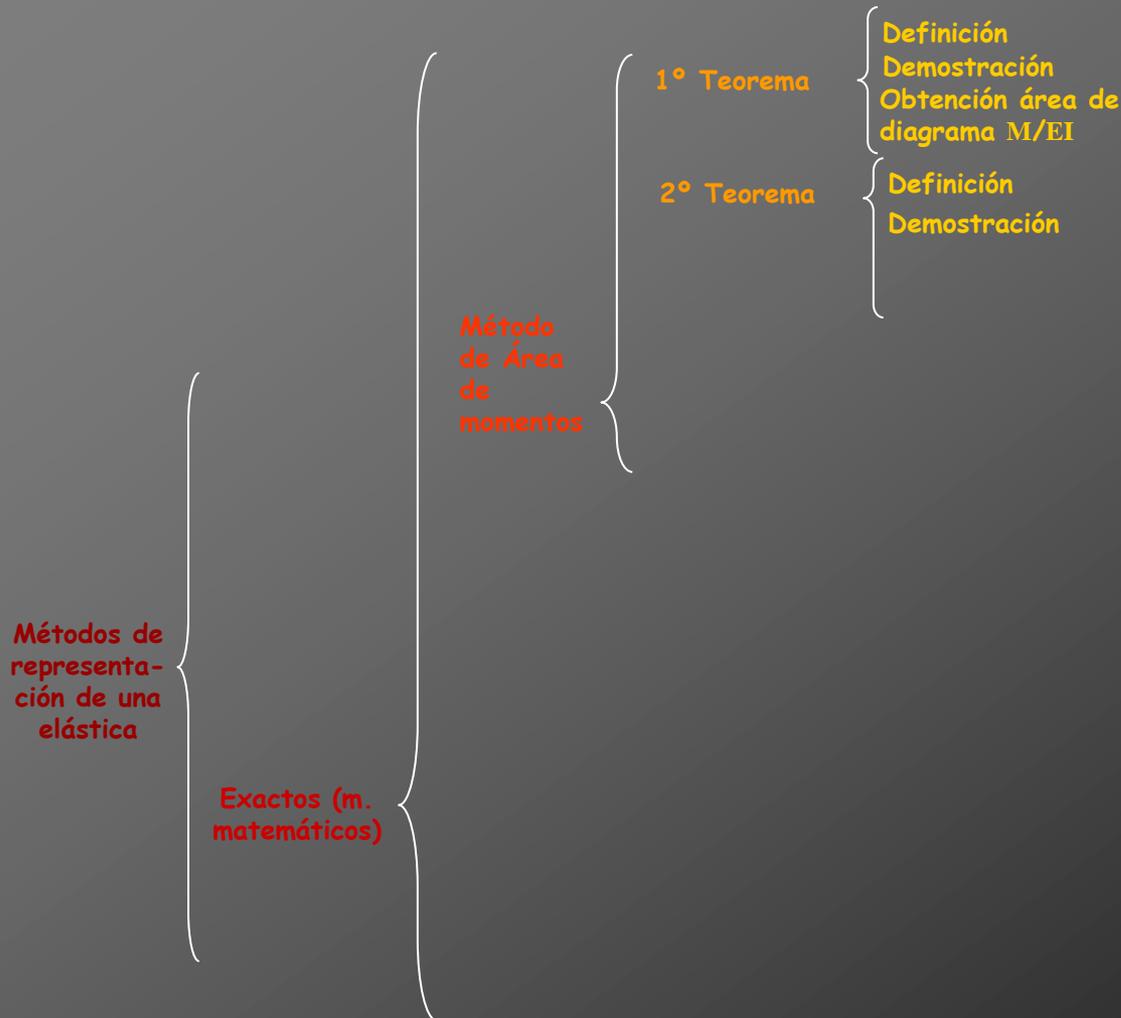


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Demostración



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geoméricamente mediante la siguiente secuencia:

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geoméricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geoméricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geoméricamente mediante la siguiente secuencia:



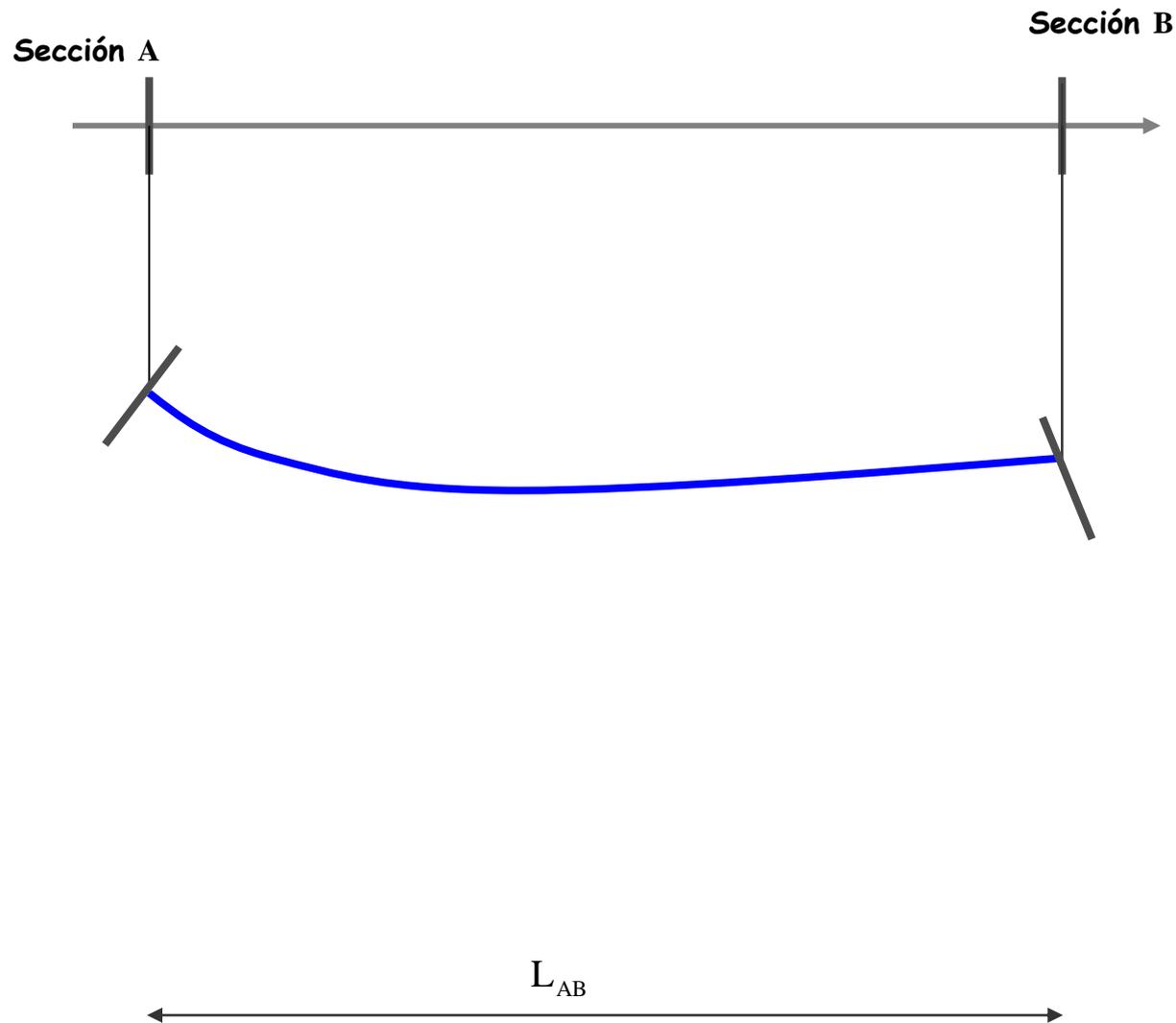
Demostración

El 2º Teorema se demuestra geoméricamente mediante la siguiente secuencia:



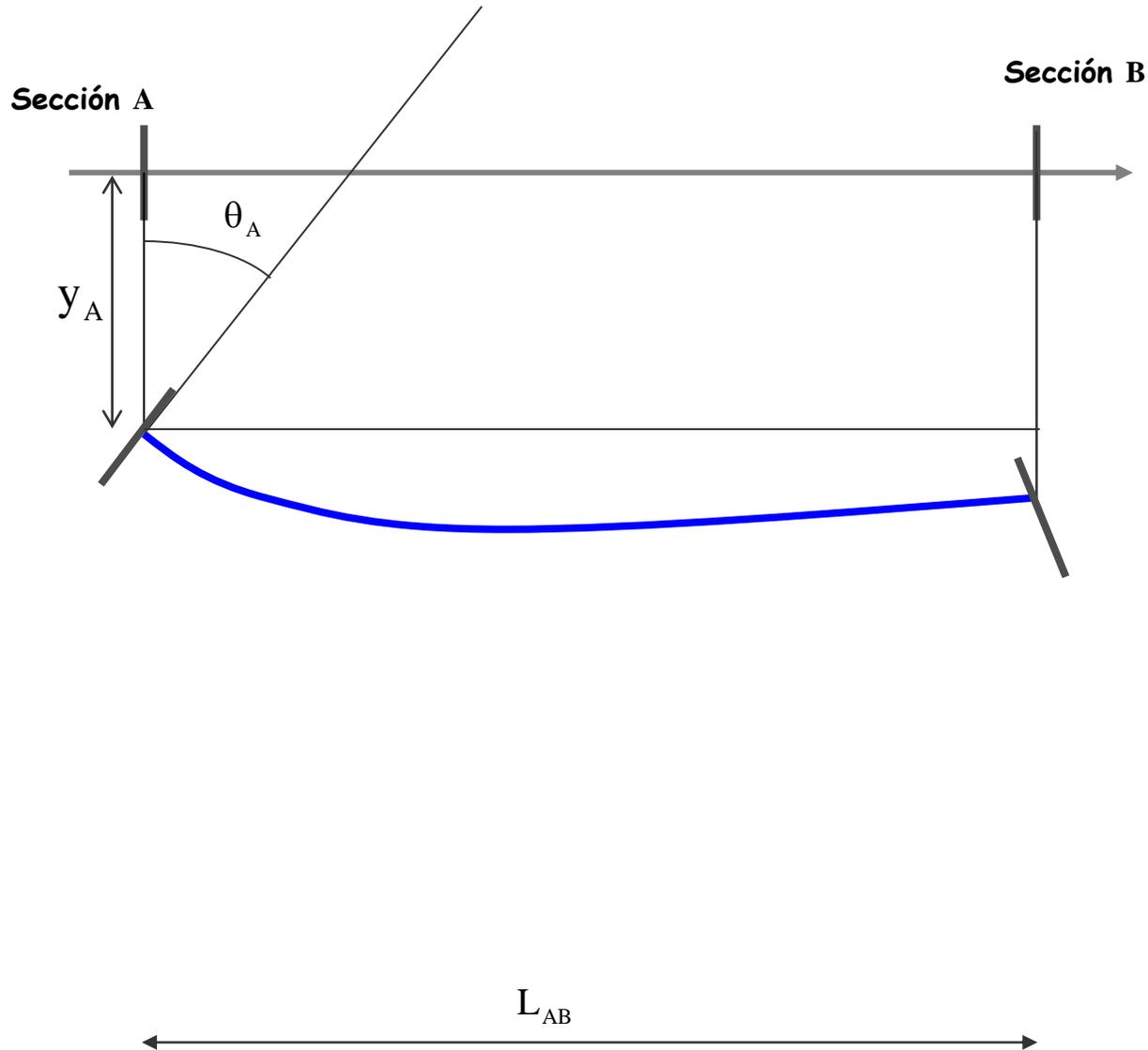
Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



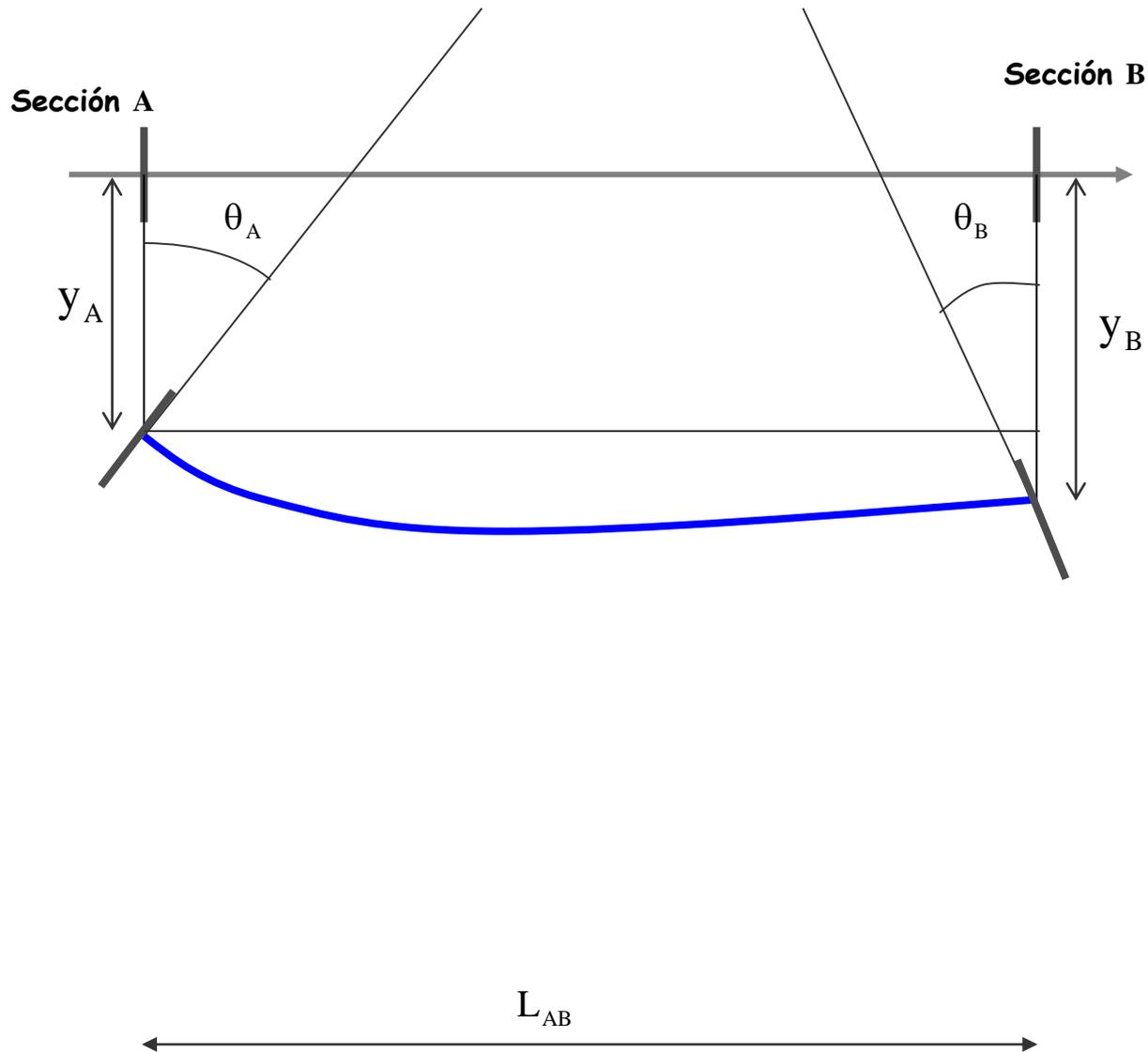
Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



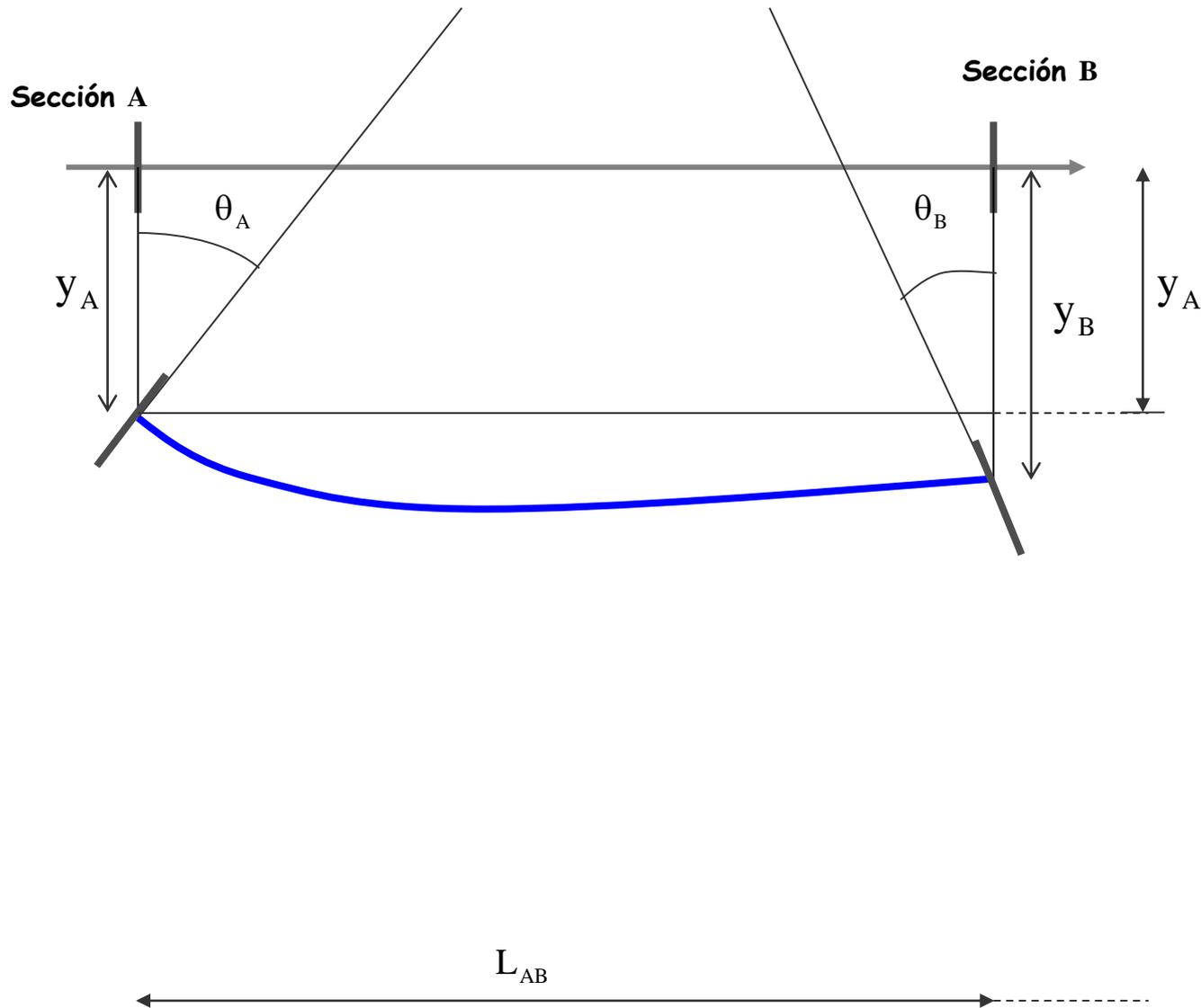
Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



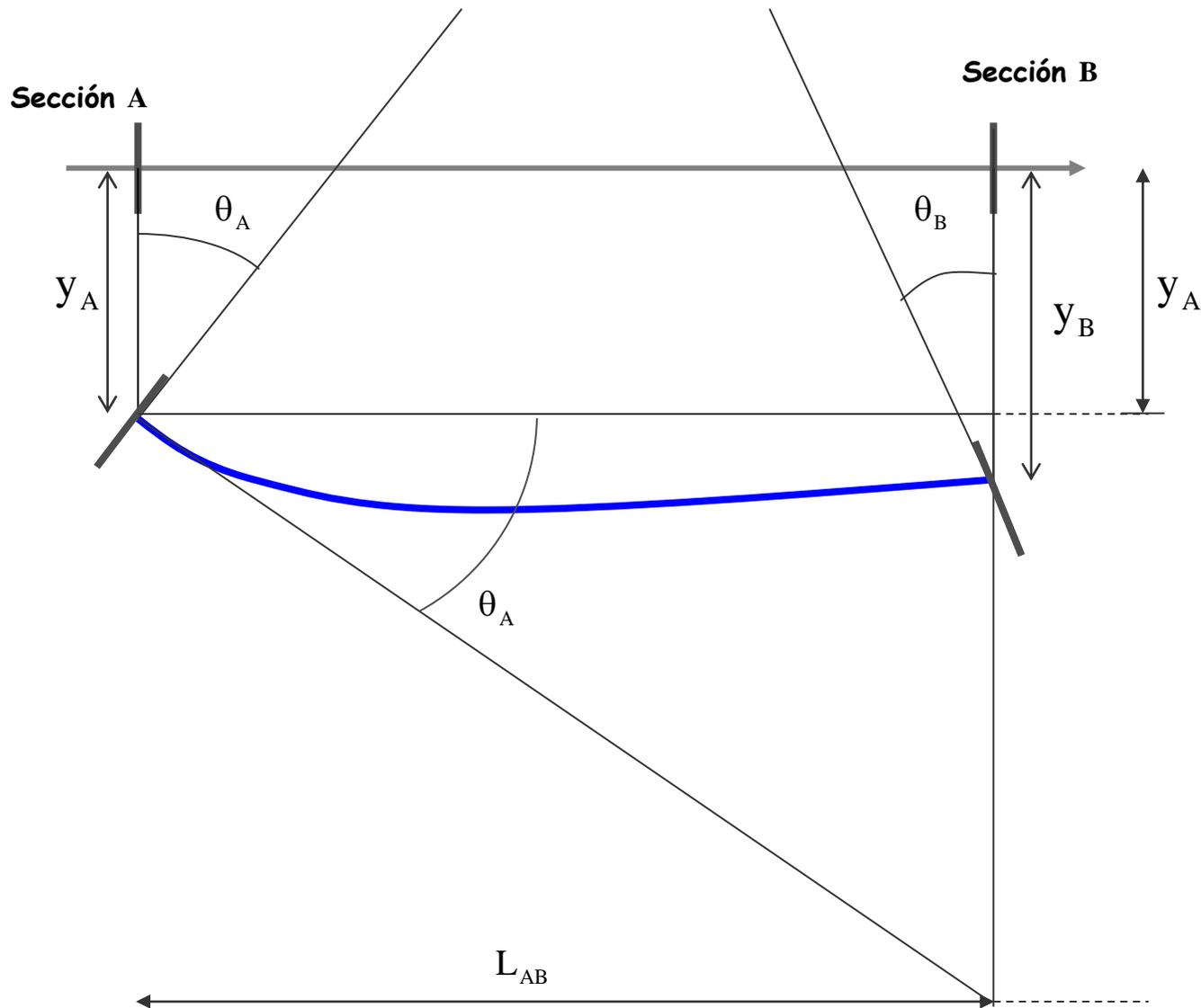
Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



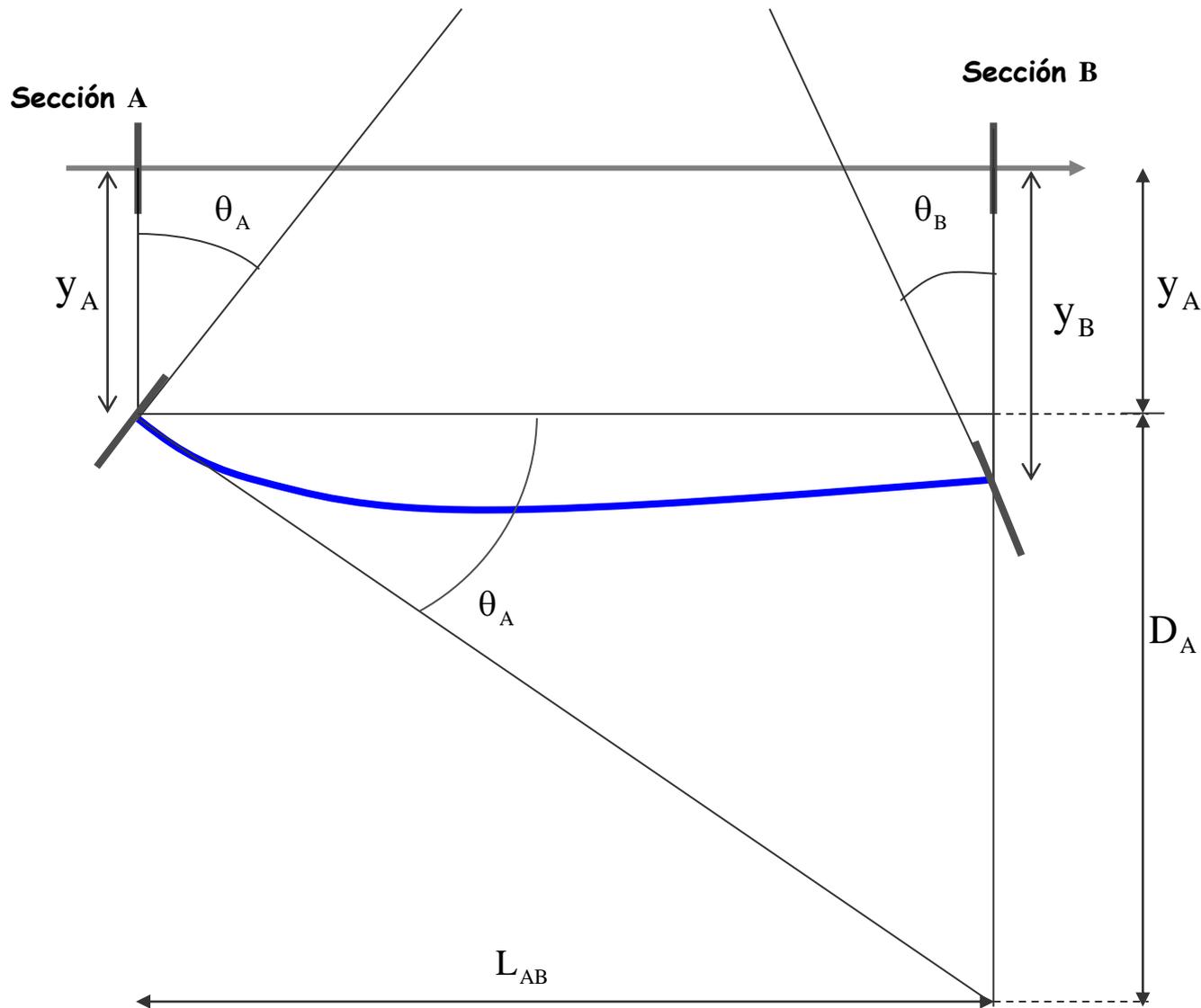
Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



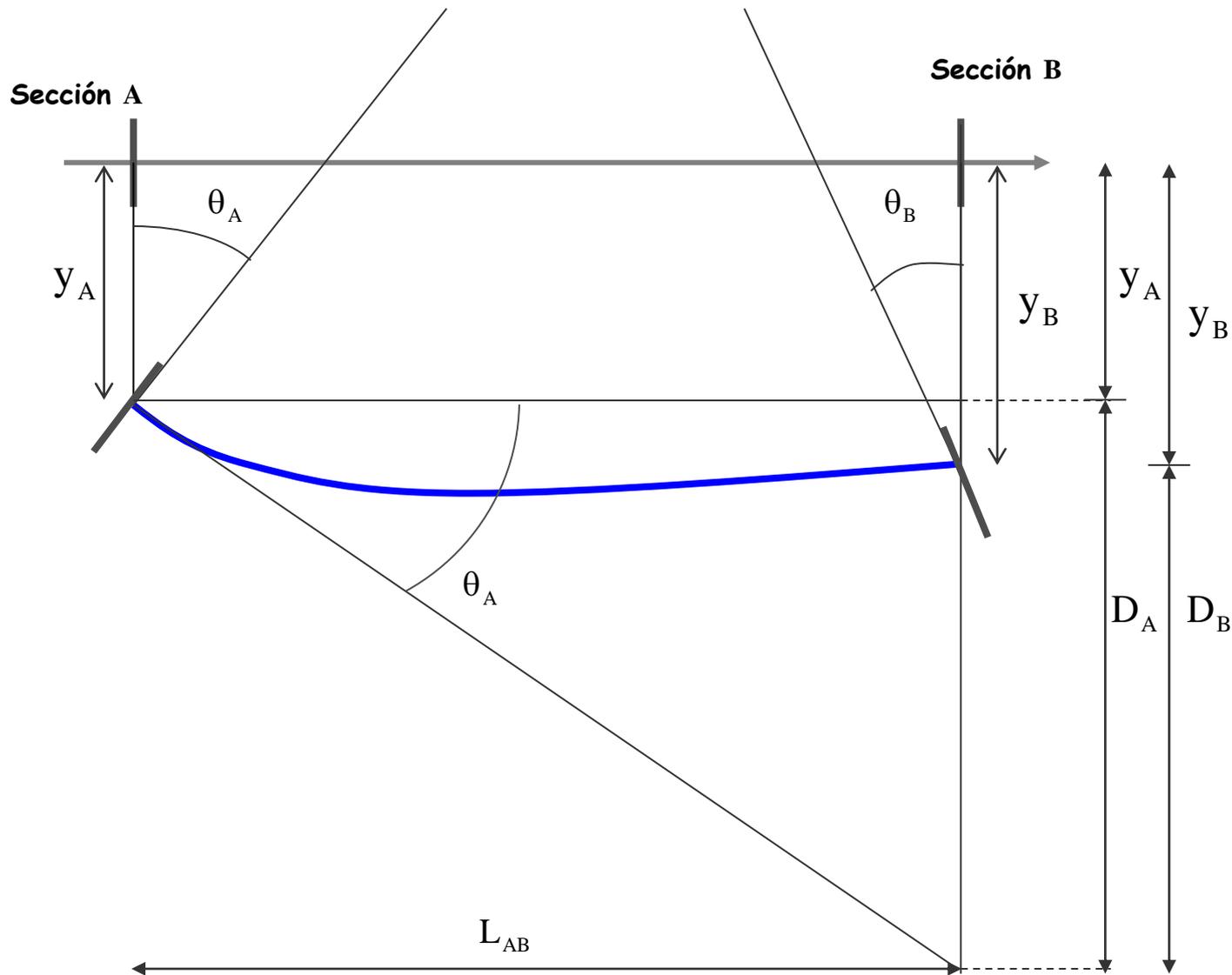
Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



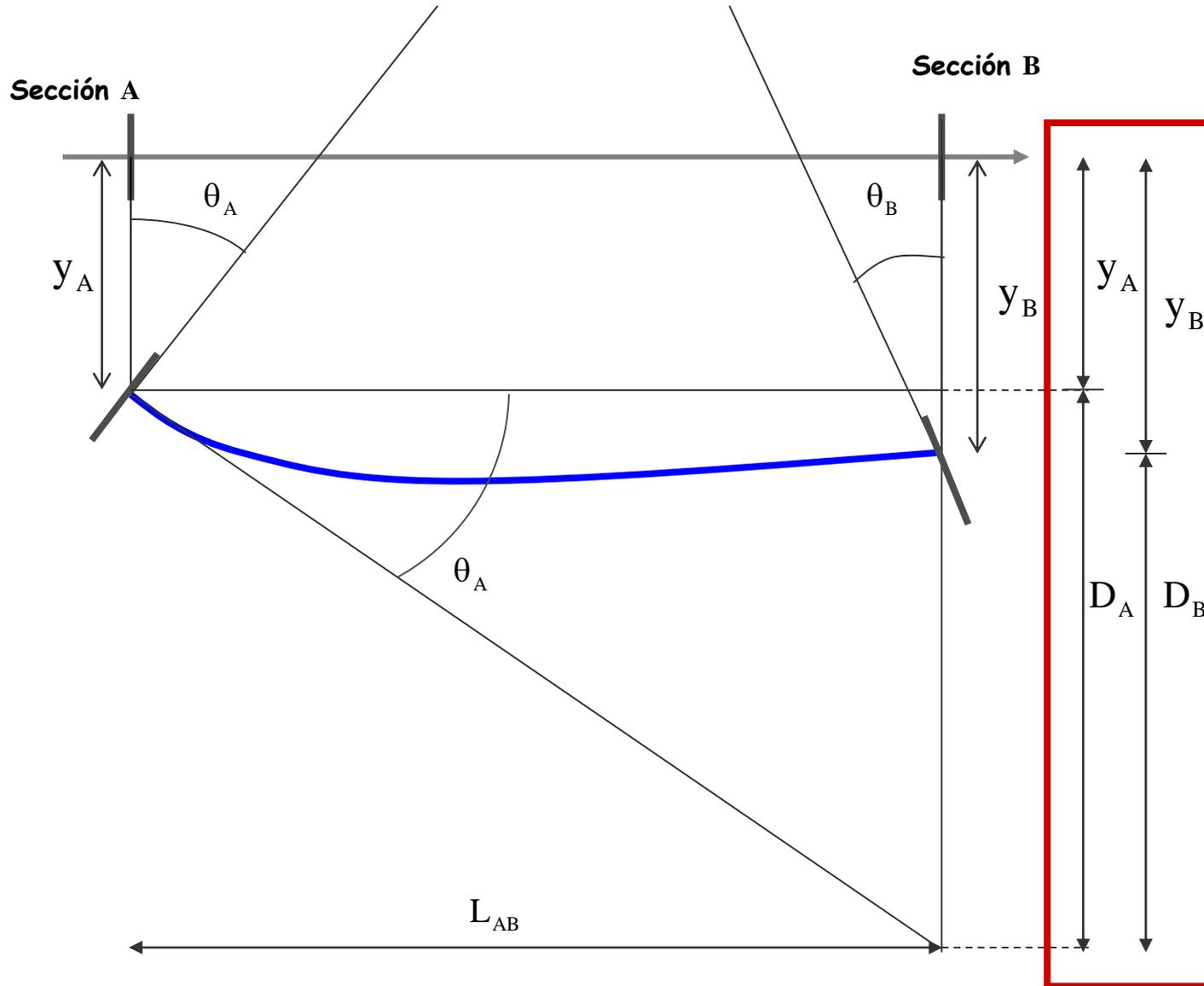
Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



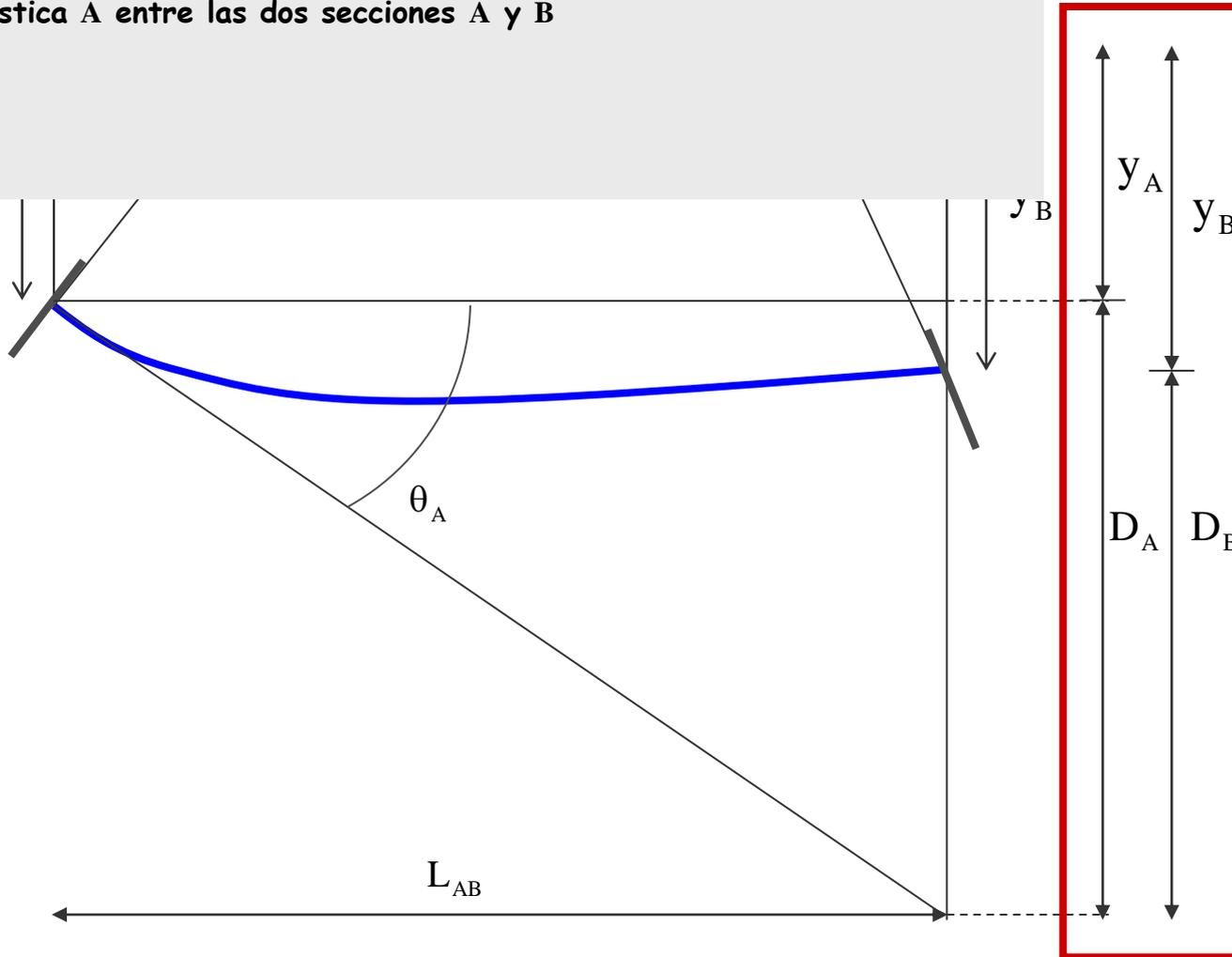
Del dibujo se establece la relación entre las flechas de las secciones A y B

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B



Del dibujo se establece la relación entre las flechas de las secciones A y B



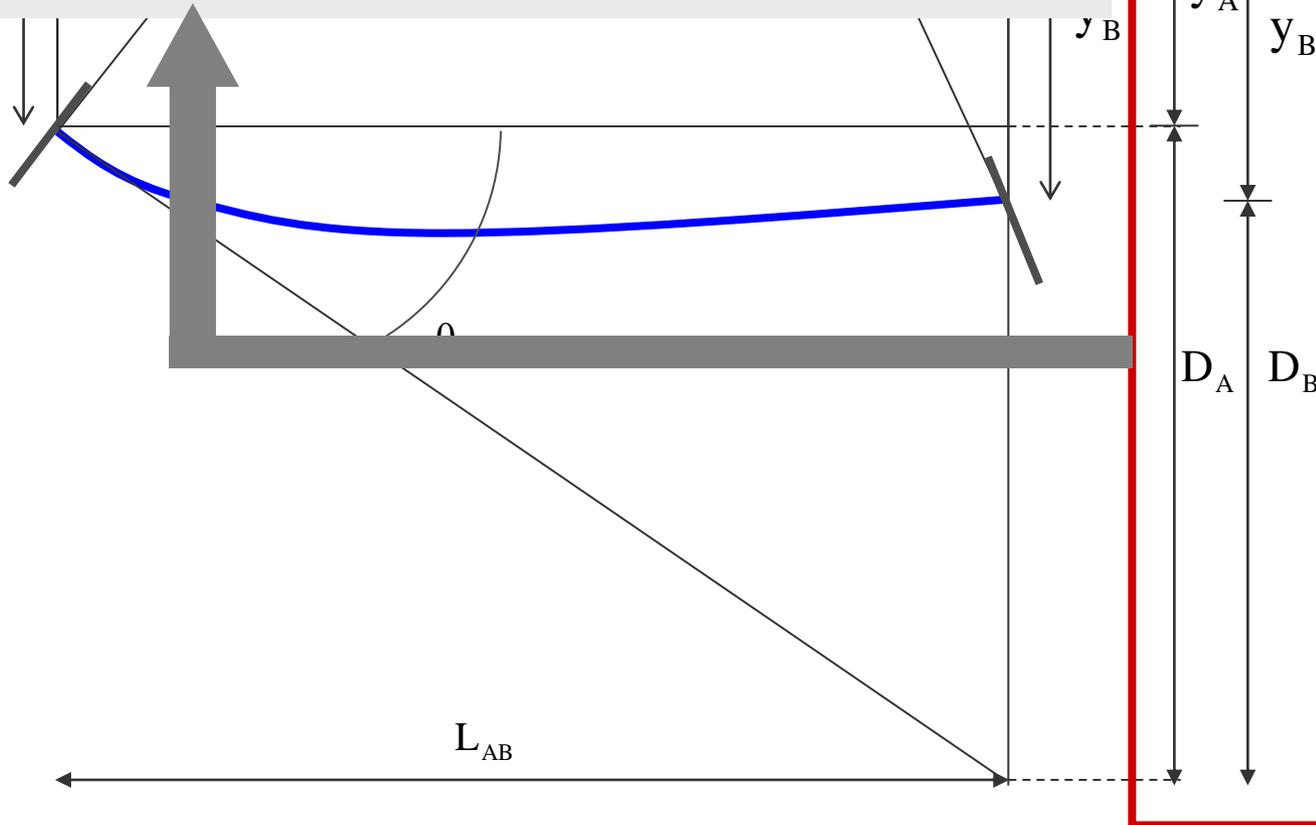
Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B$$



Del dibujo se establece la relación entre las flechas de las secciones A y B

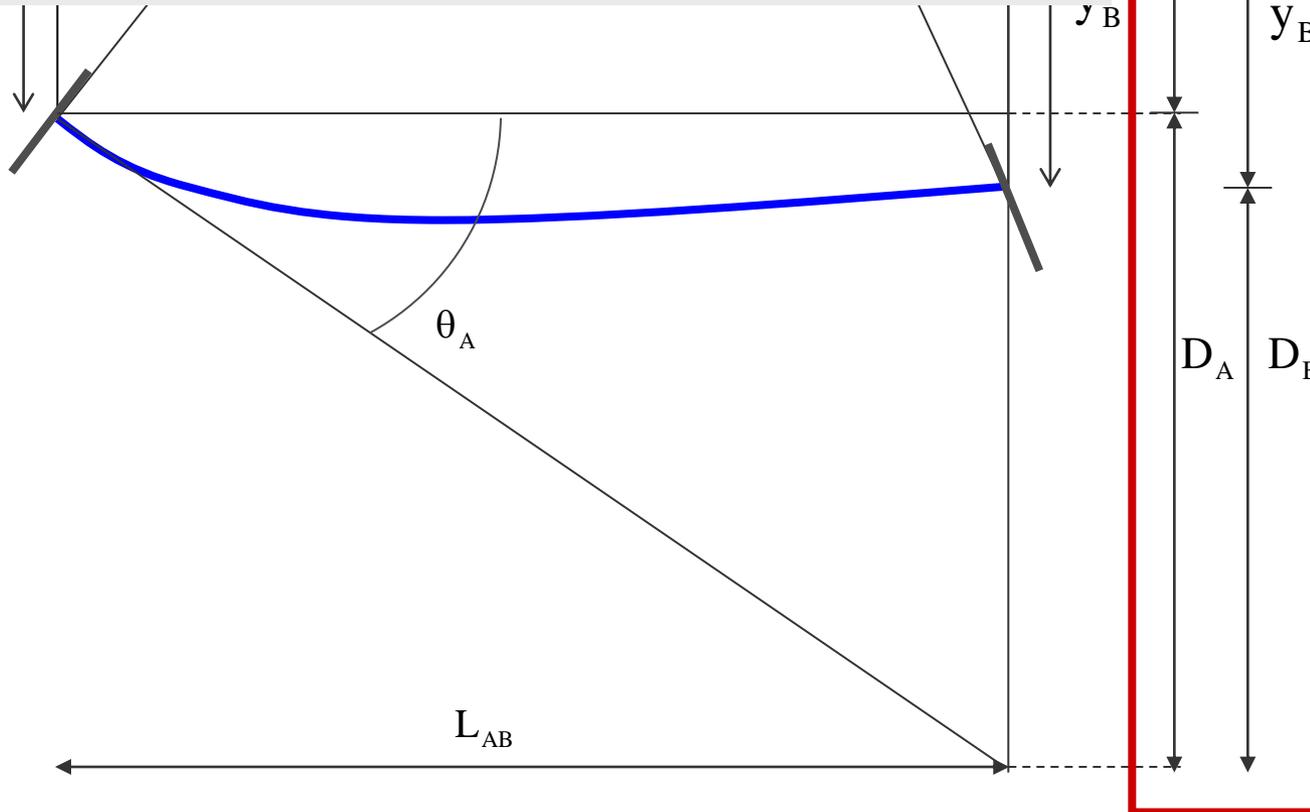
Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B$$



Del dibujo se establece la relación entre las flechas de las secciones A y B

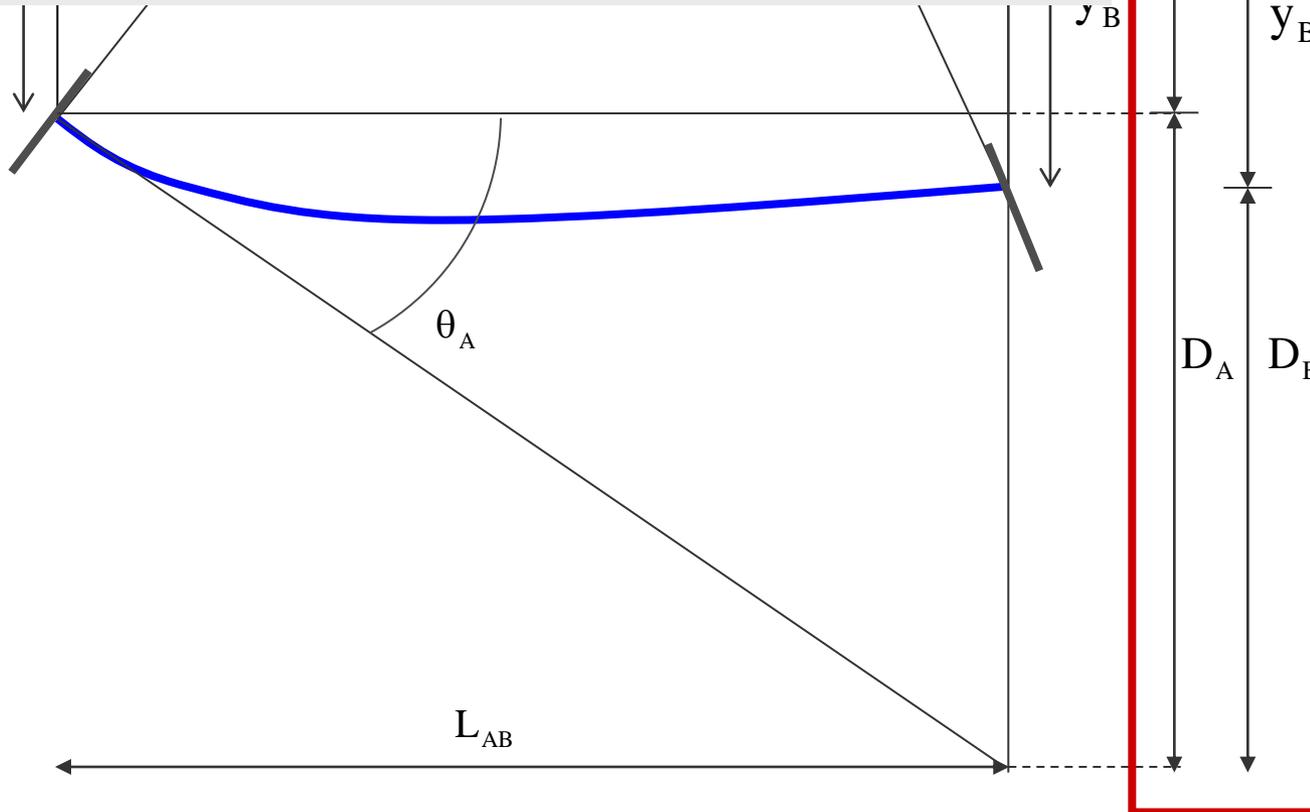
Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$



Del dibujo se establece la relación entre las flechas de las secciones A y B



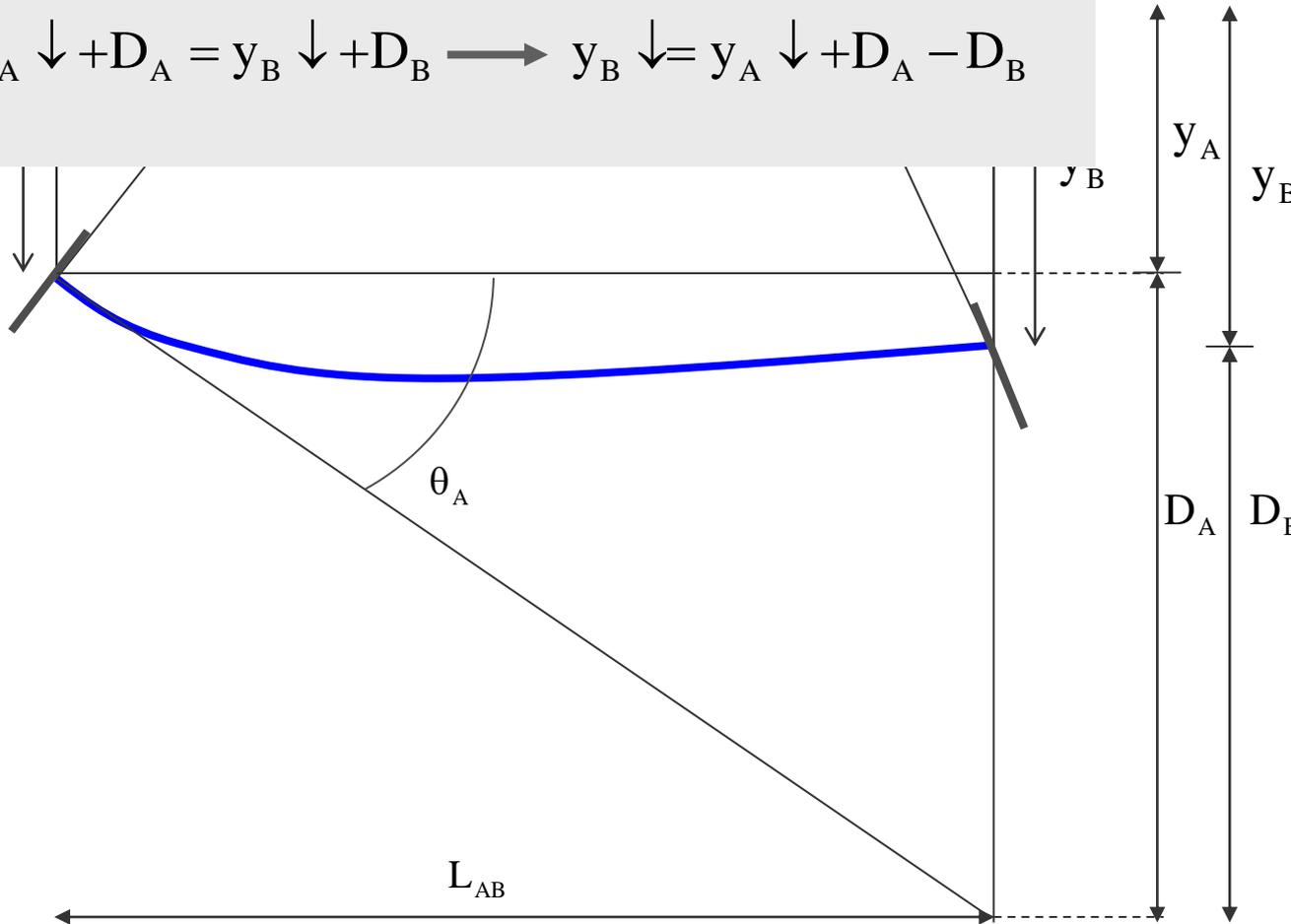
Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$





Demostración

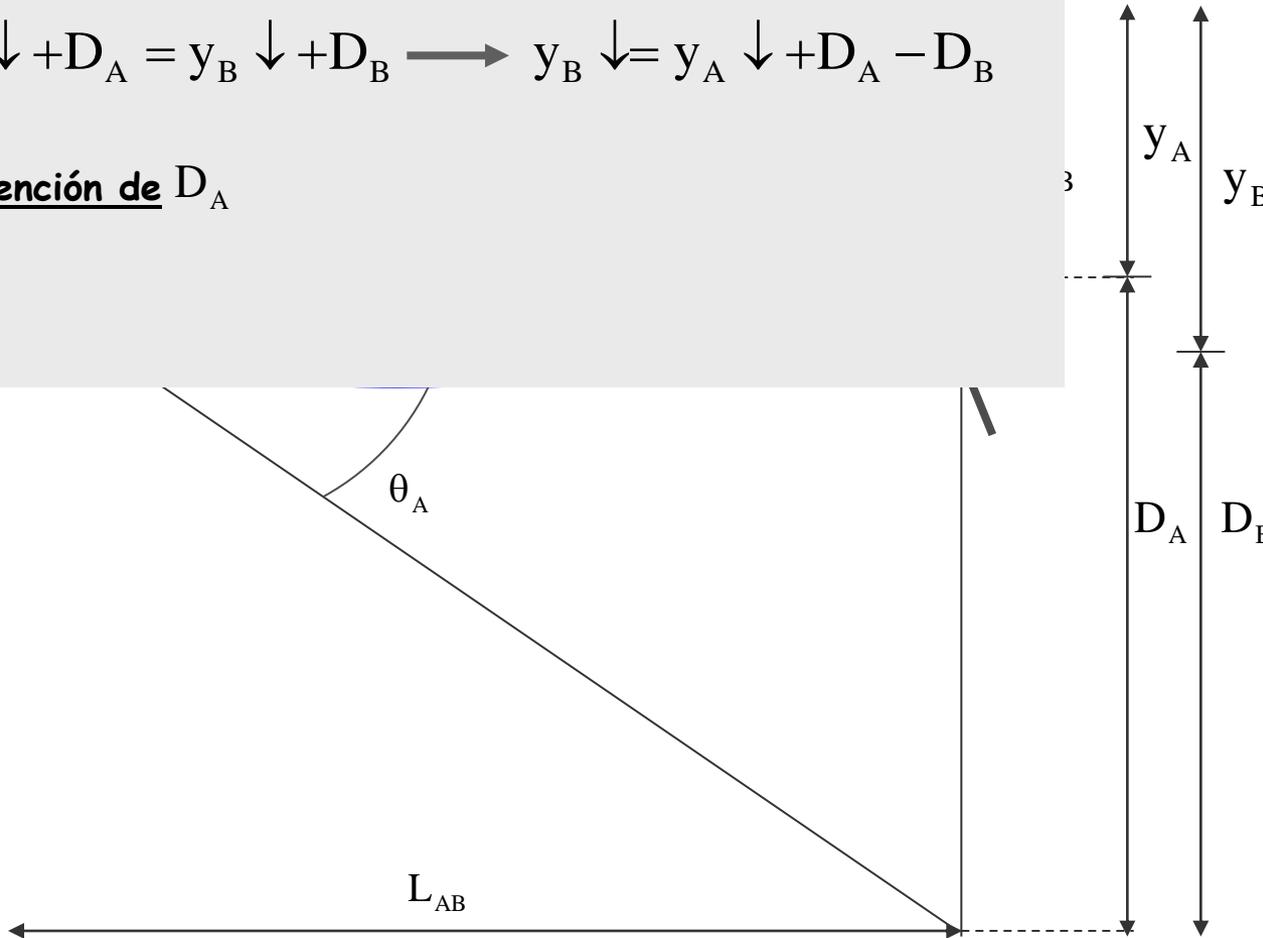
El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de D_A





Demostración

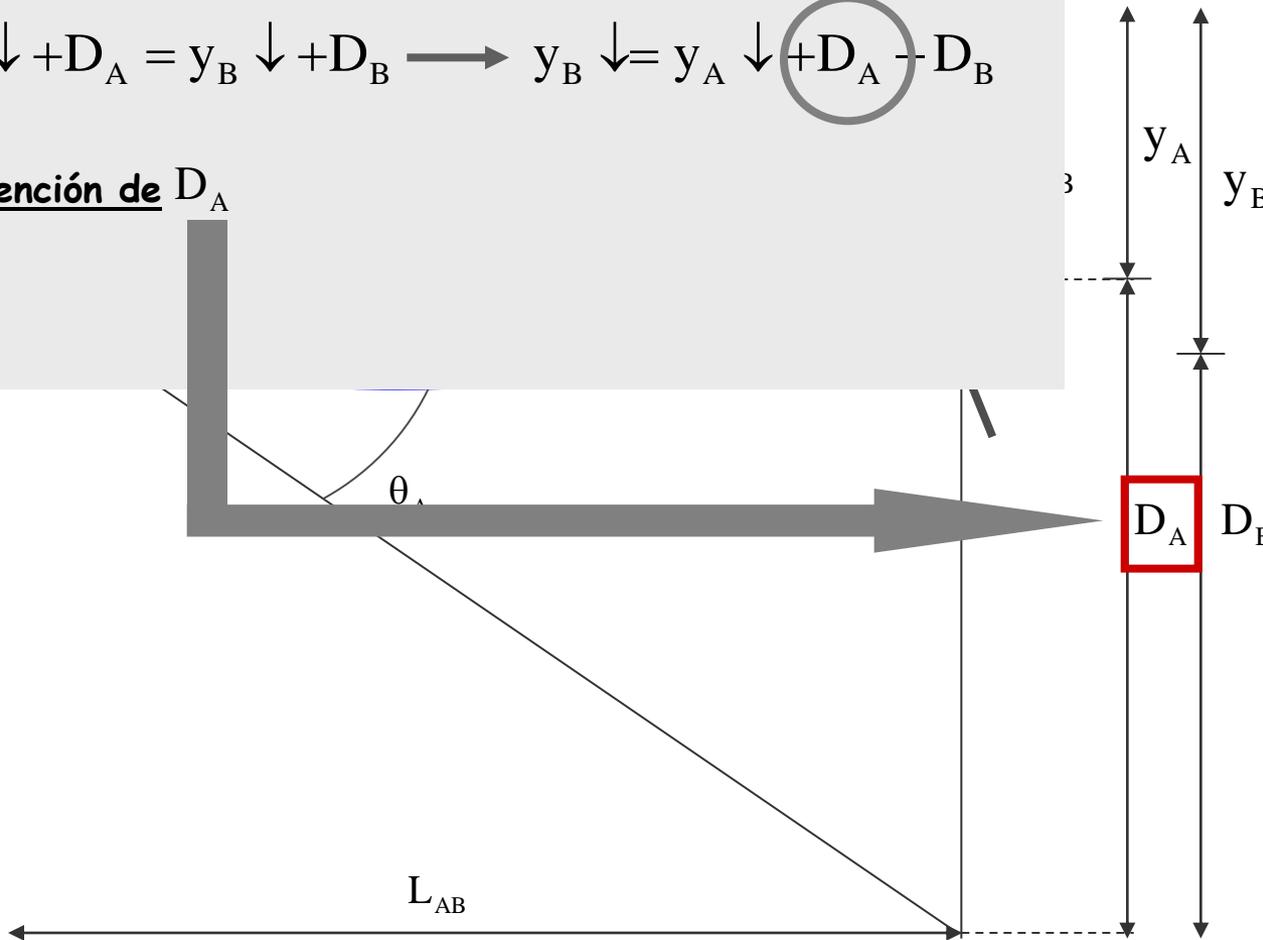
El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + \underbrace{D_A}_{\text{circled}} - D_B$$

Obtención de D_A





Demostración

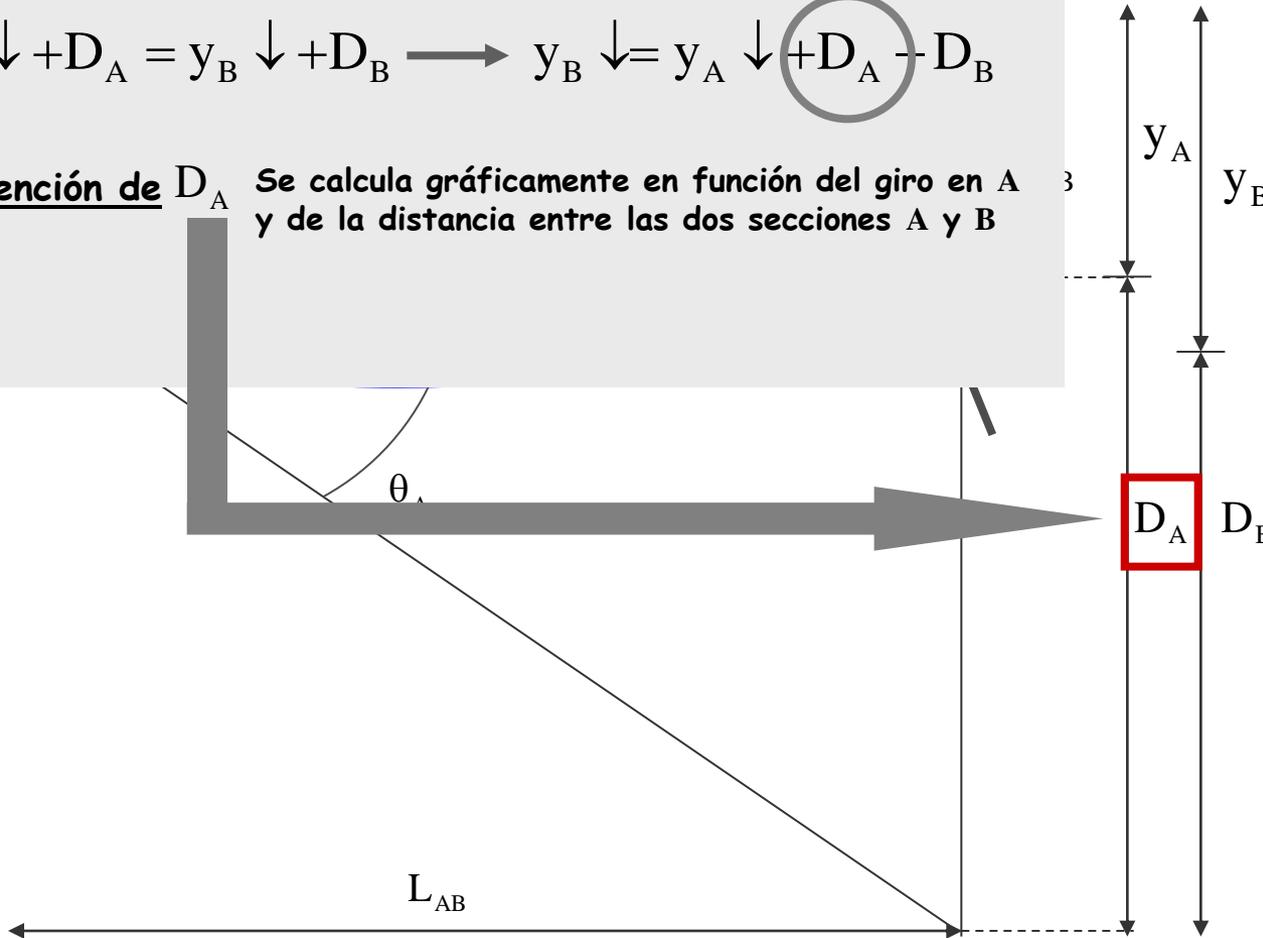
El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

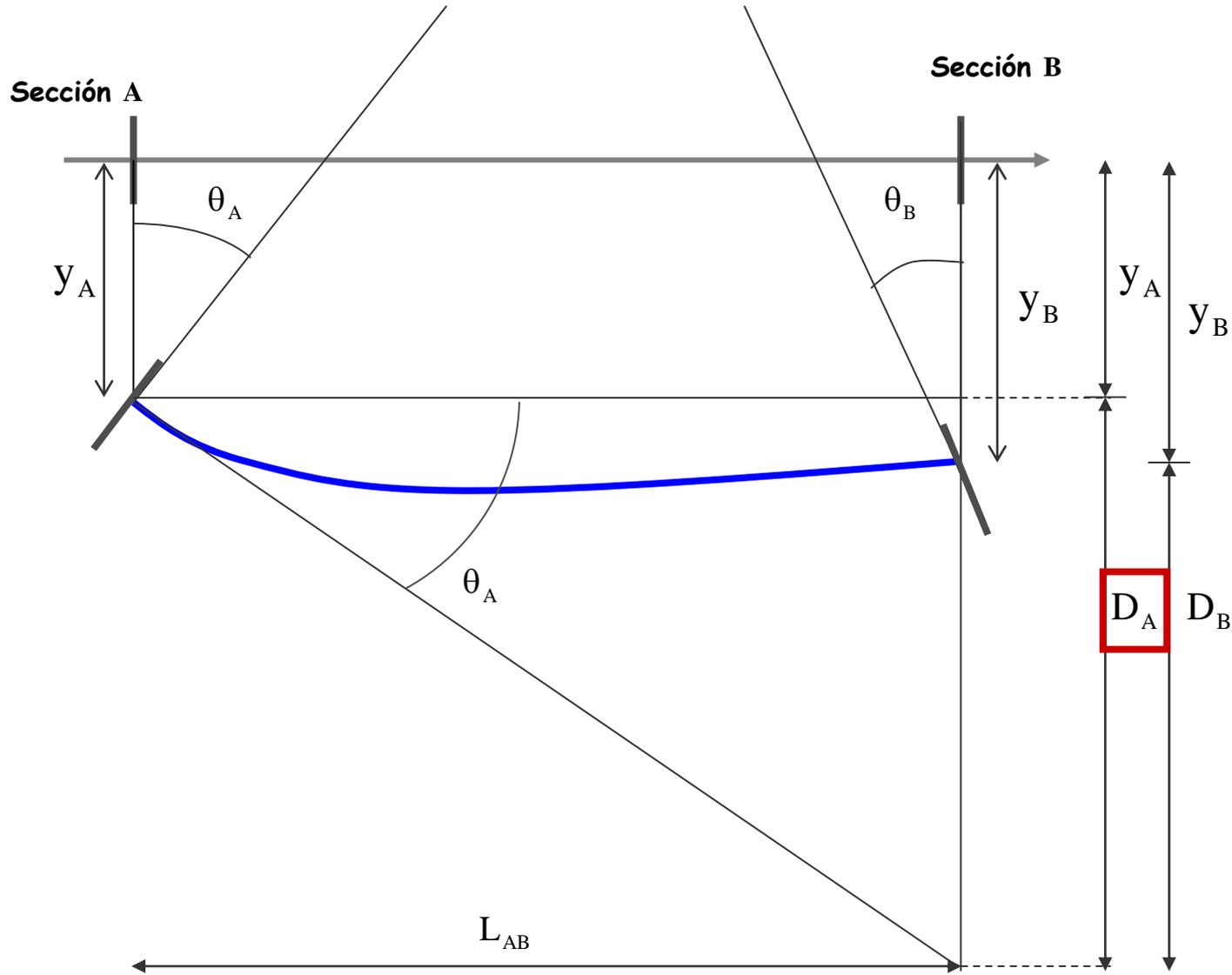
$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de D_A Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B



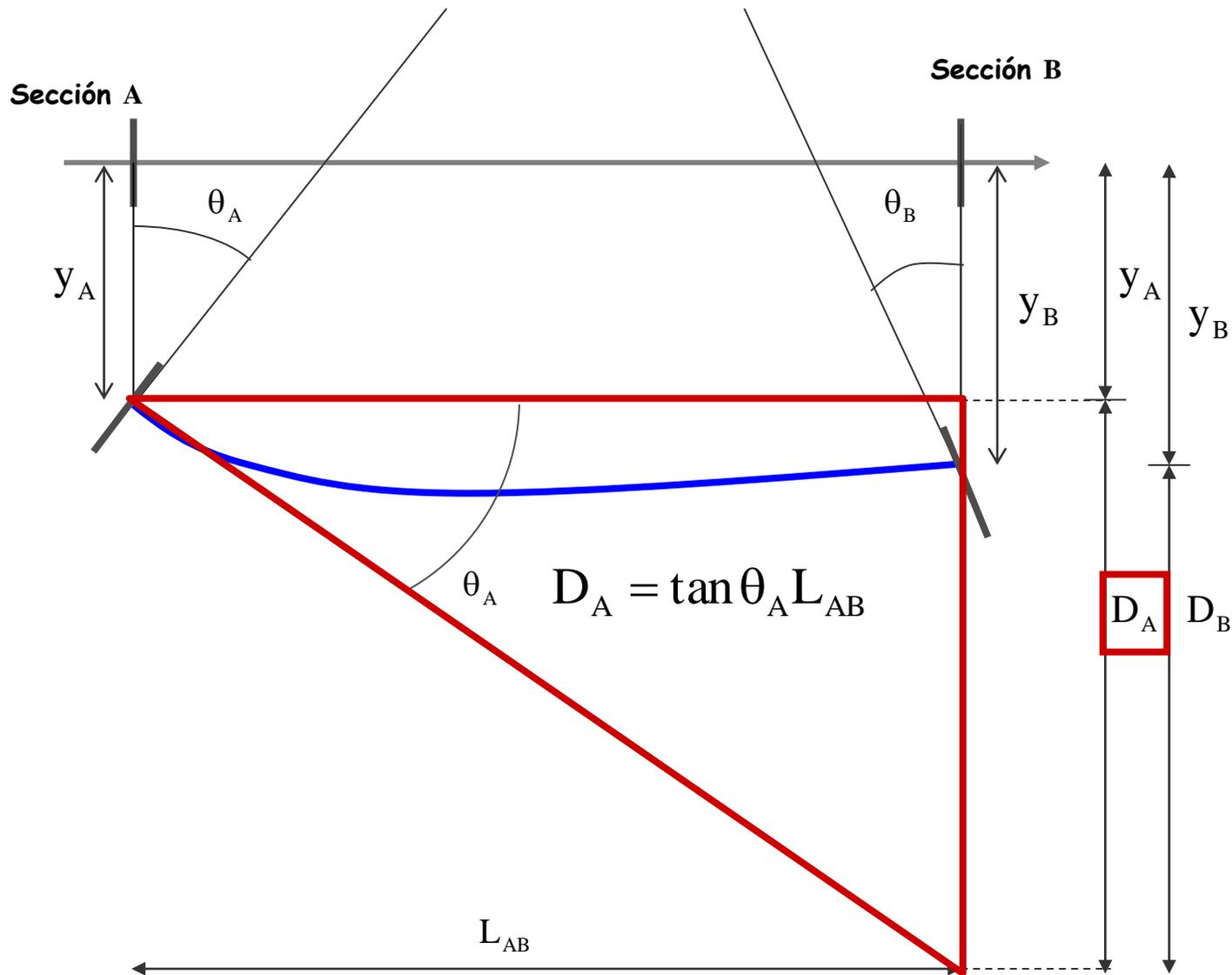
Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



Demostración

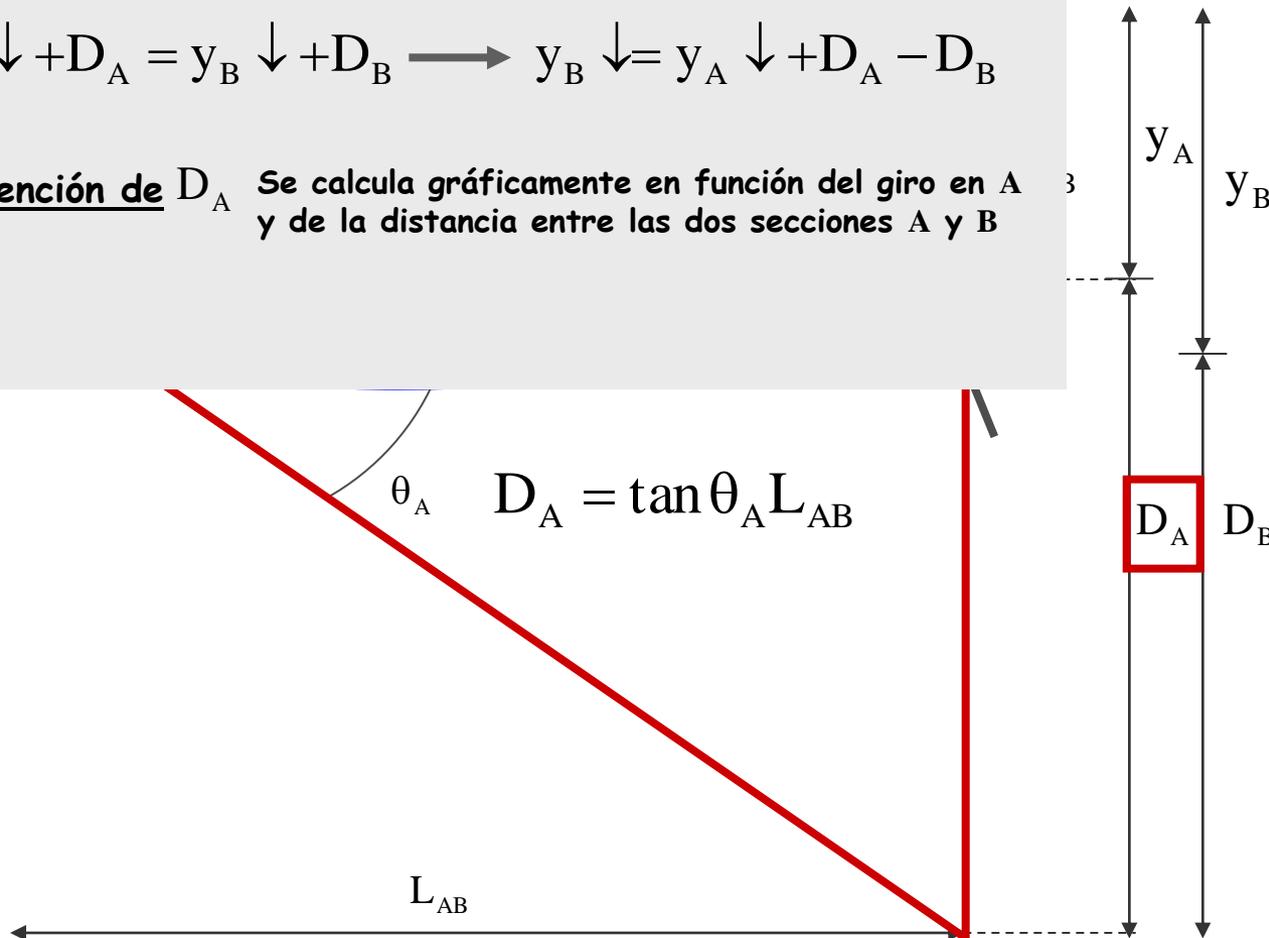
El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de D_A Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

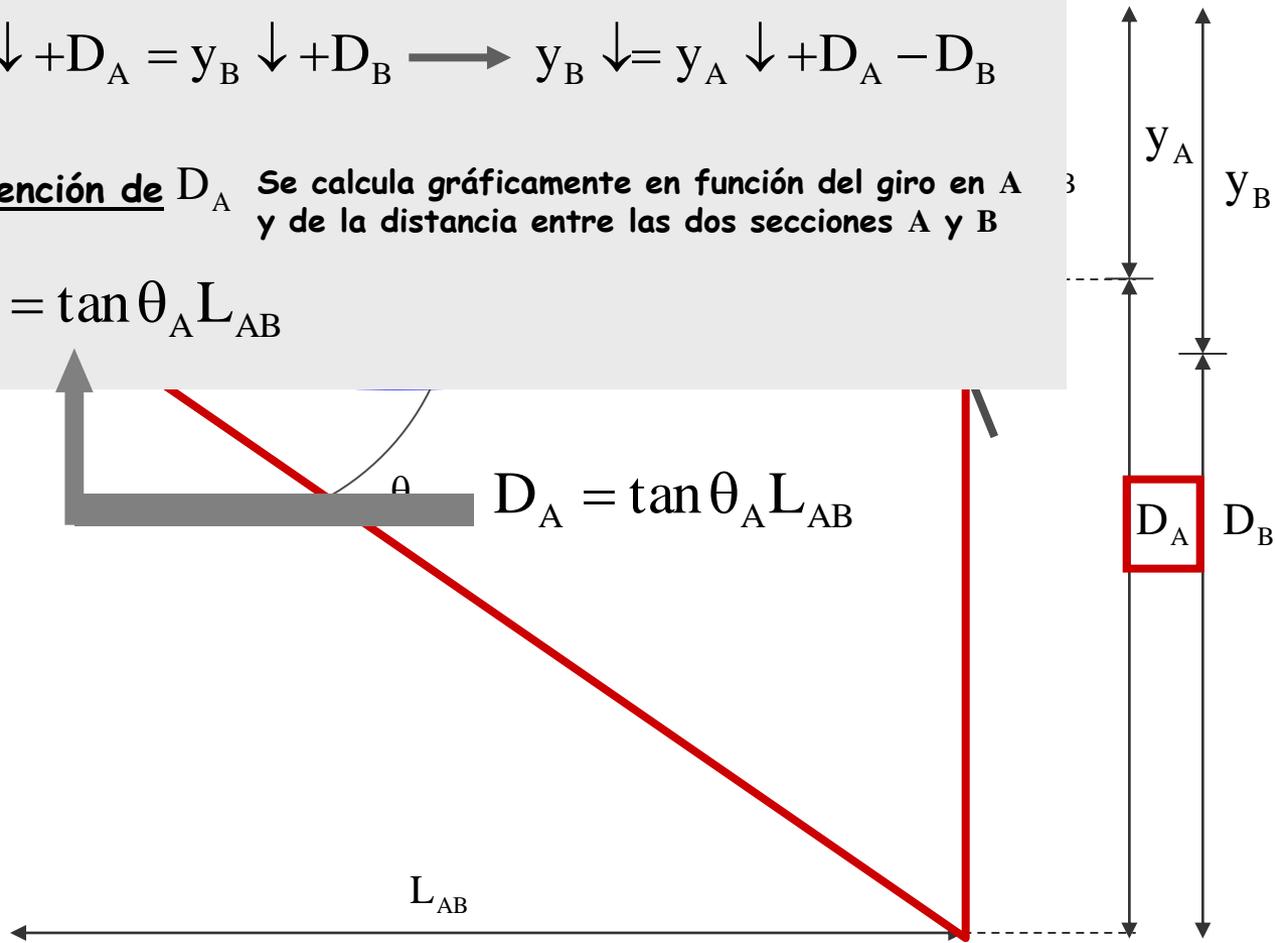
Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de D_A Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

$$D_A = \tan \theta_A L_{AB}$$



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

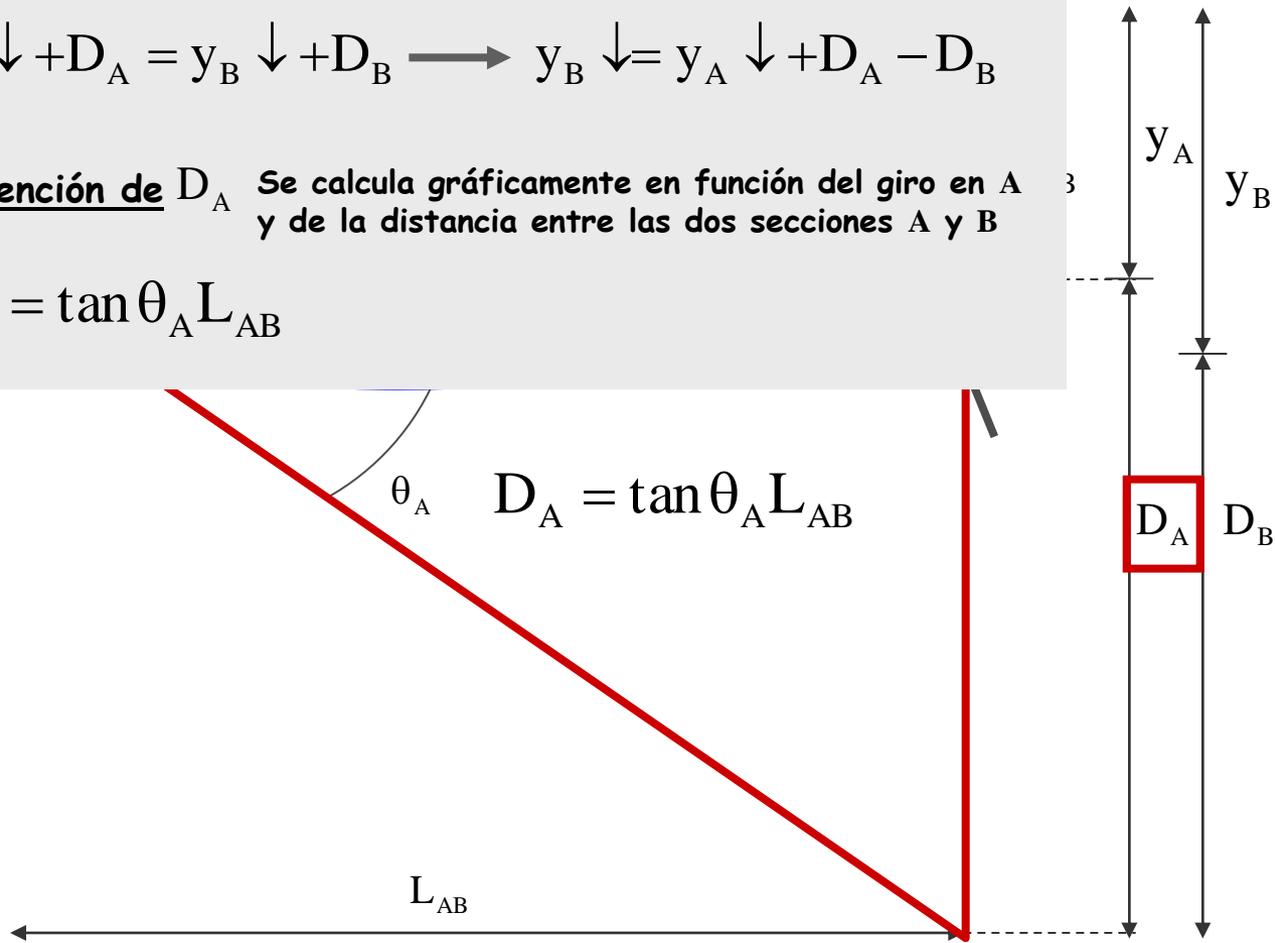
Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de D_A Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

$$D_A = \tan \theta_A L_{AB}$$



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

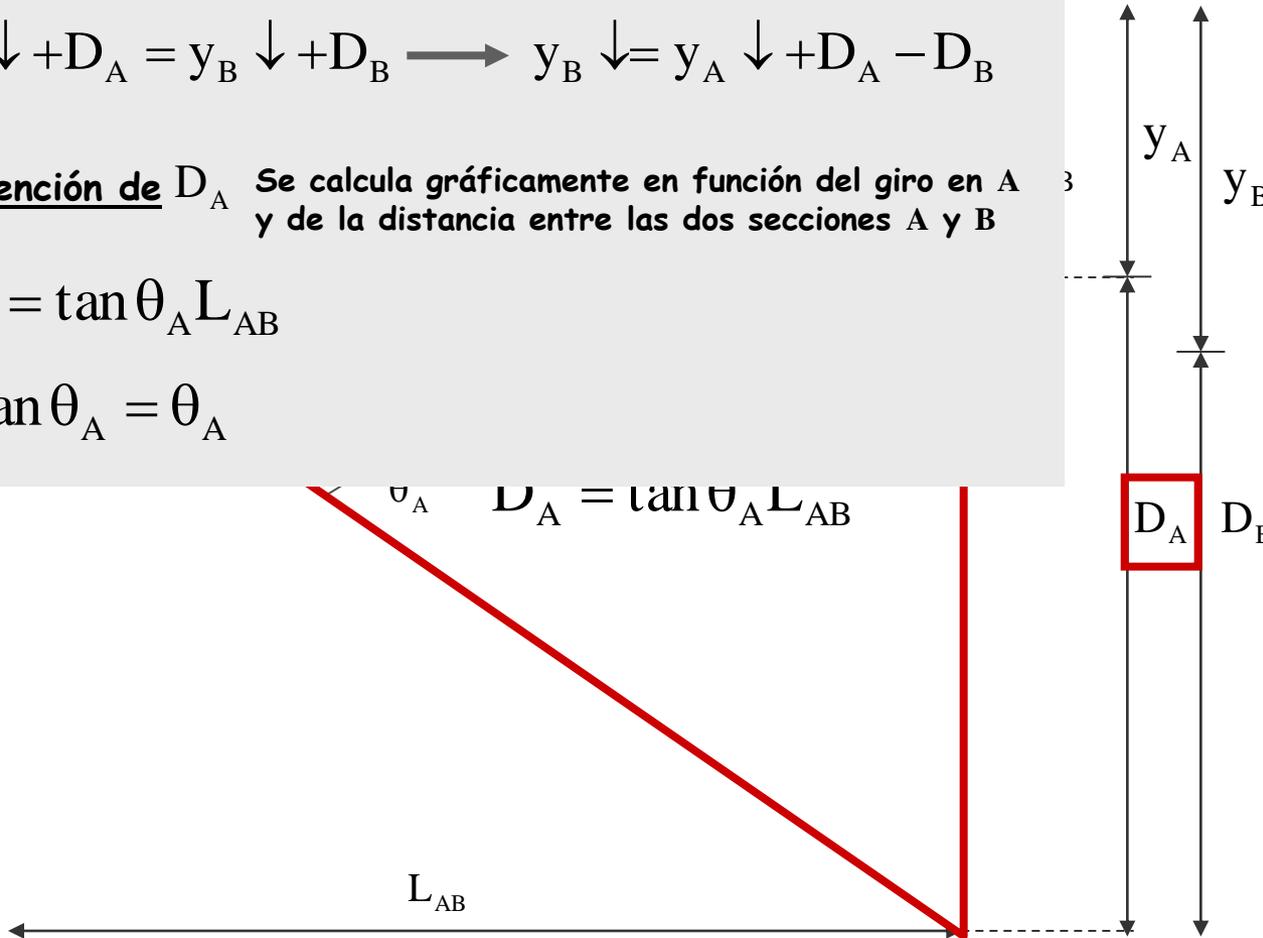
Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de D_A Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

$$D_A = \tan \theta_A L_{AB}$$

$$\tan \theta_A = \theta_A$$





Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

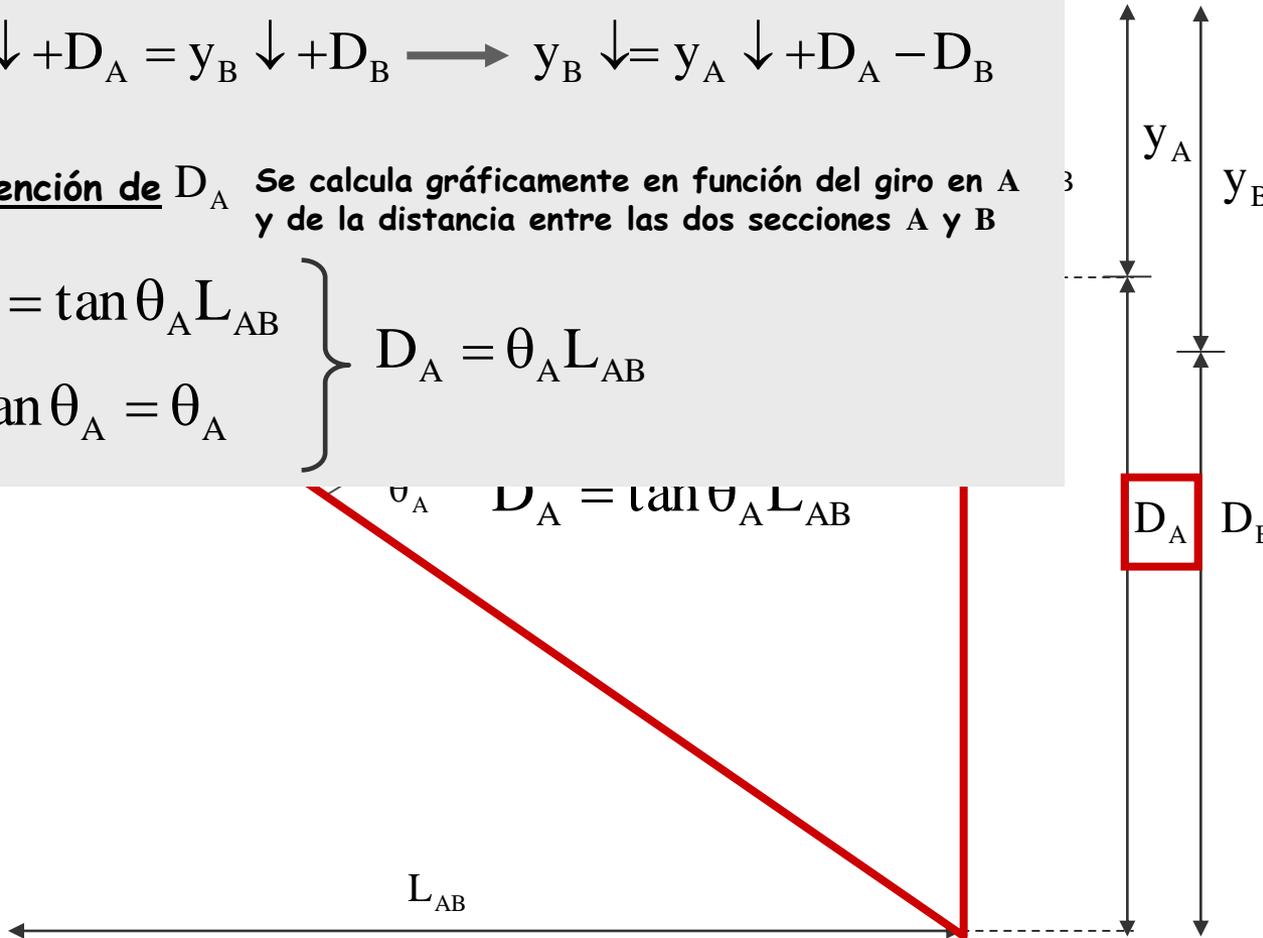
Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de D_A Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

$$\left. \begin{aligned} D_A &= \tan \theta_A L_{AB} \\ \tan \theta_A &= \theta_A \end{aligned} \right\} D_A = \theta_A L_{AB}$$

$$D_A = \tan \theta_A L_{AB}$$





Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

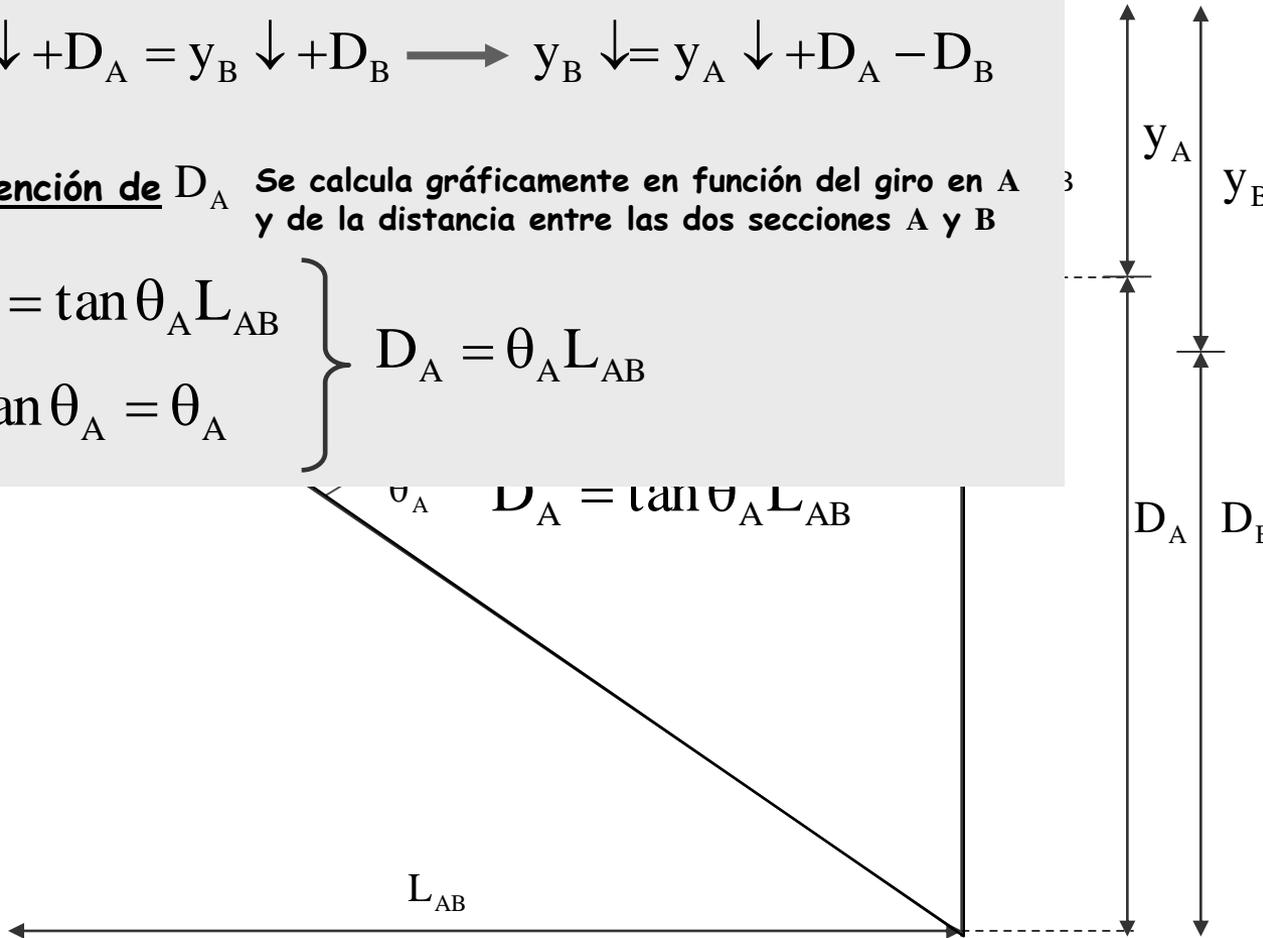
Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de D_A Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

$$\left. \begin{aligned} D_A &= \tan \theta_A L_{AB} \\ \tan \theta_A &= \theta_A \end{aligned} \right\} D_A = \theta_A L_{AB}$$

$$D_A = \tan \theta_A L_{AB}$$





Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

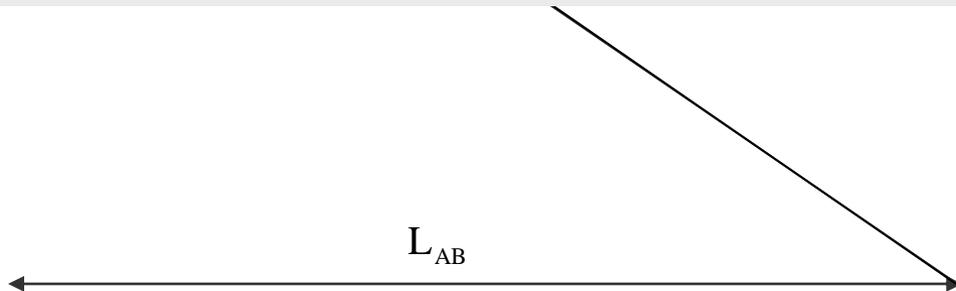
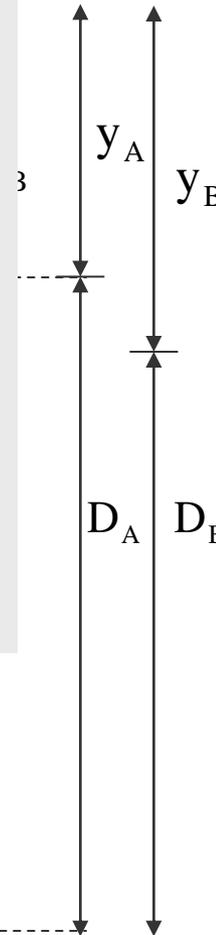
Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de D_A Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

$$\left. \begin{aligned} D_A &= \tan \theta_A L_{AB} \\ \tan \theta_A &= \theta_A \end{aligned} \right\} D_A = \theta_A L_{AB}$$

Obtención de D_B



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

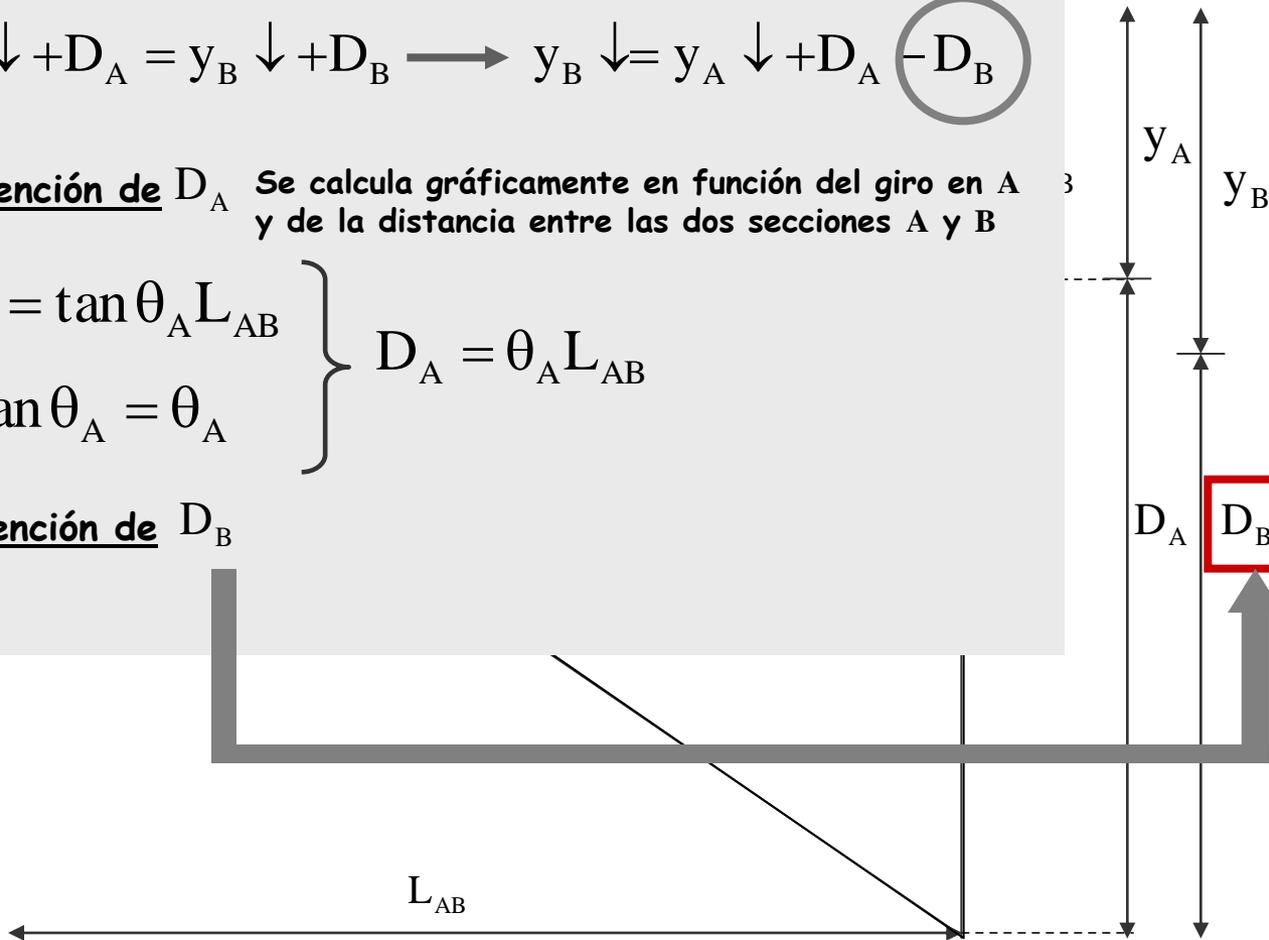
Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de D_A Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

$$\left. \begin{aligned} D_A &= \tan \theta_A L_{AB} \\ \tan \theta_A &= \theta_A \end{aligned} \right\} D_A = \theta_A L_{AB}$$

Obtención de D_B



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

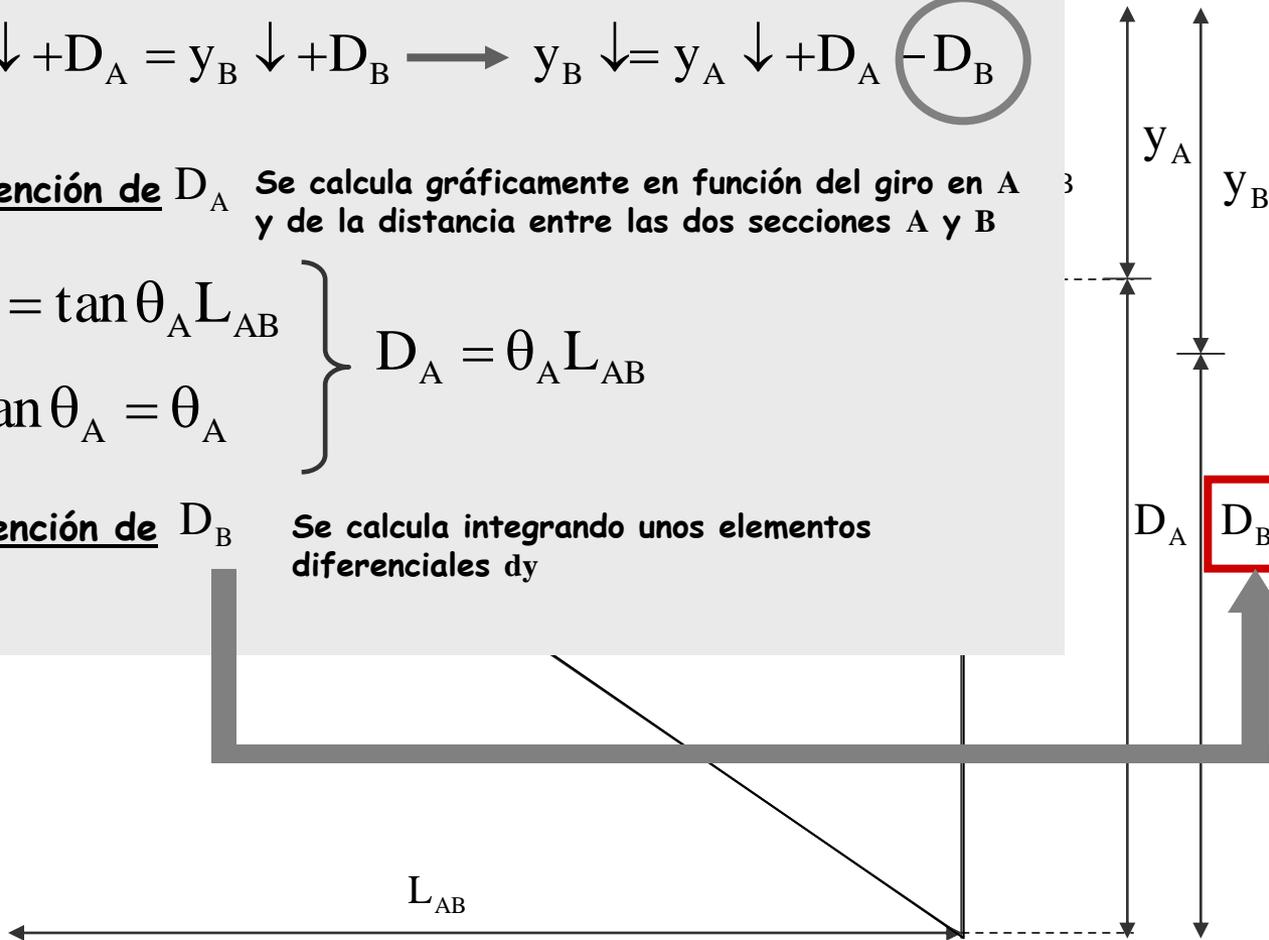
Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de D_A Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

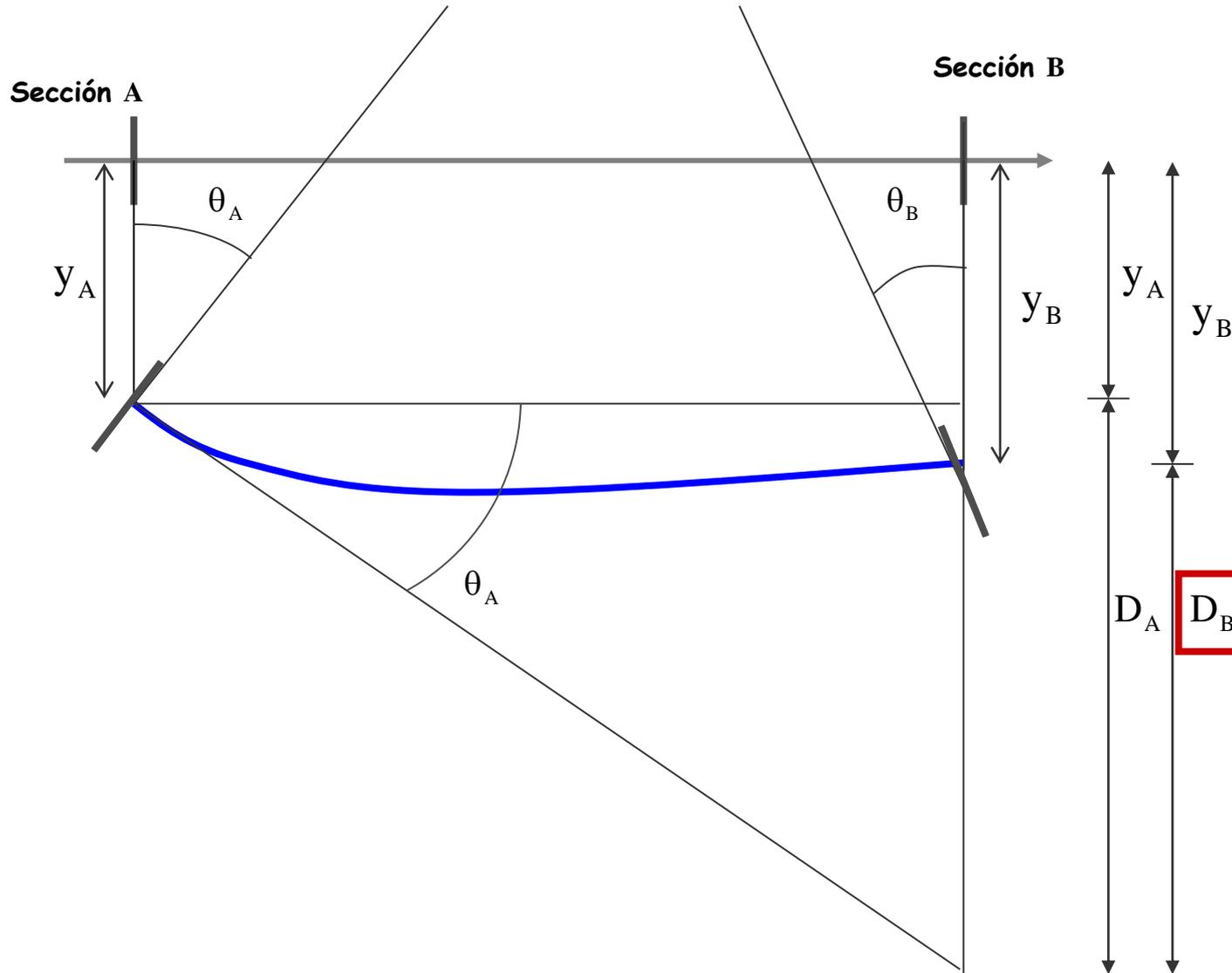
$$\left. \begin{aligned} D_A &= \tan \theta_A L_{AB} \\ \tan \theta_A &= \theta_A \end{aligned} \right\} D_A = \theta_A L_{AB}$$

Obtención de D_B Se calcula integrando unos elementos diferenciales dy



Demostración

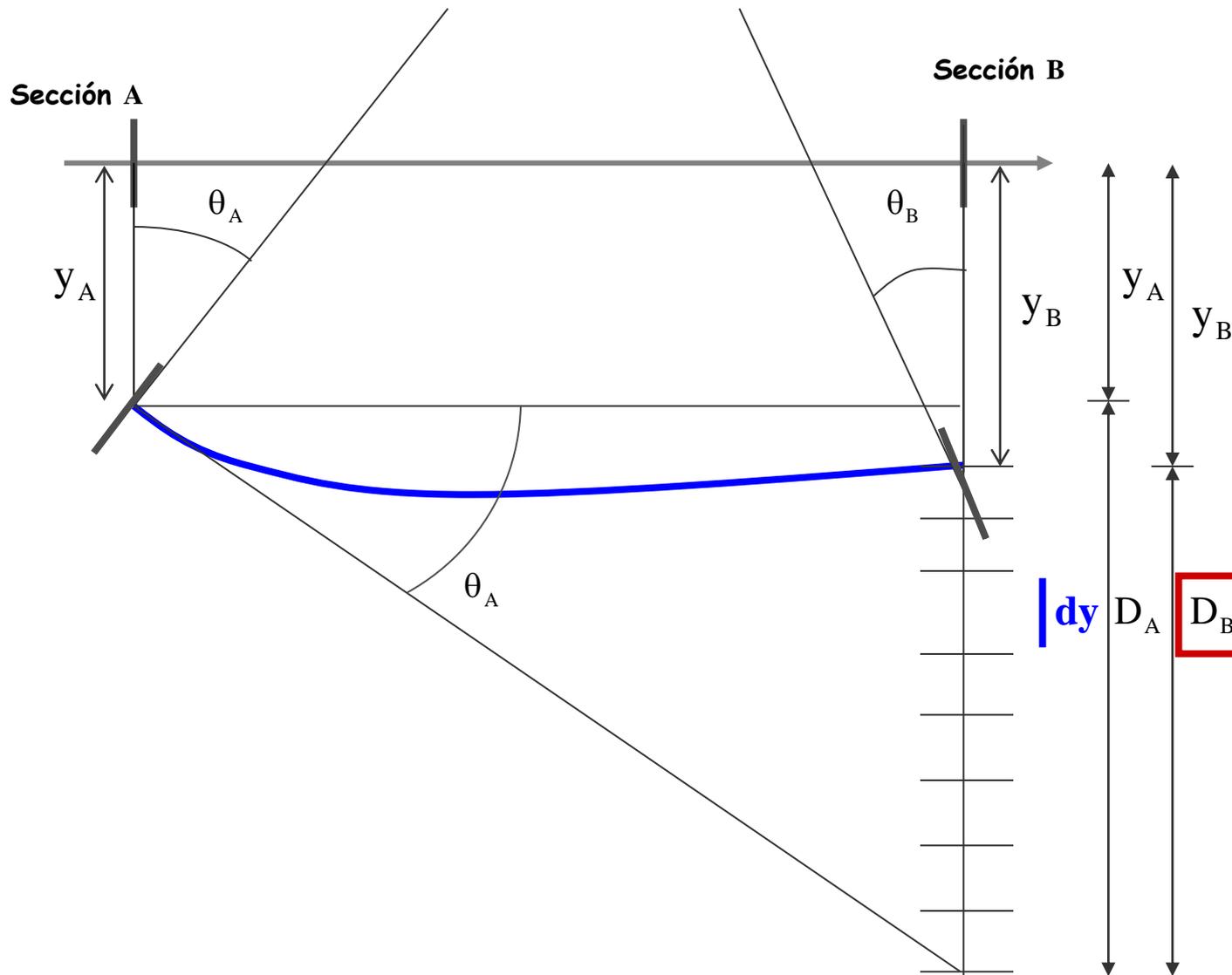
El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:





Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

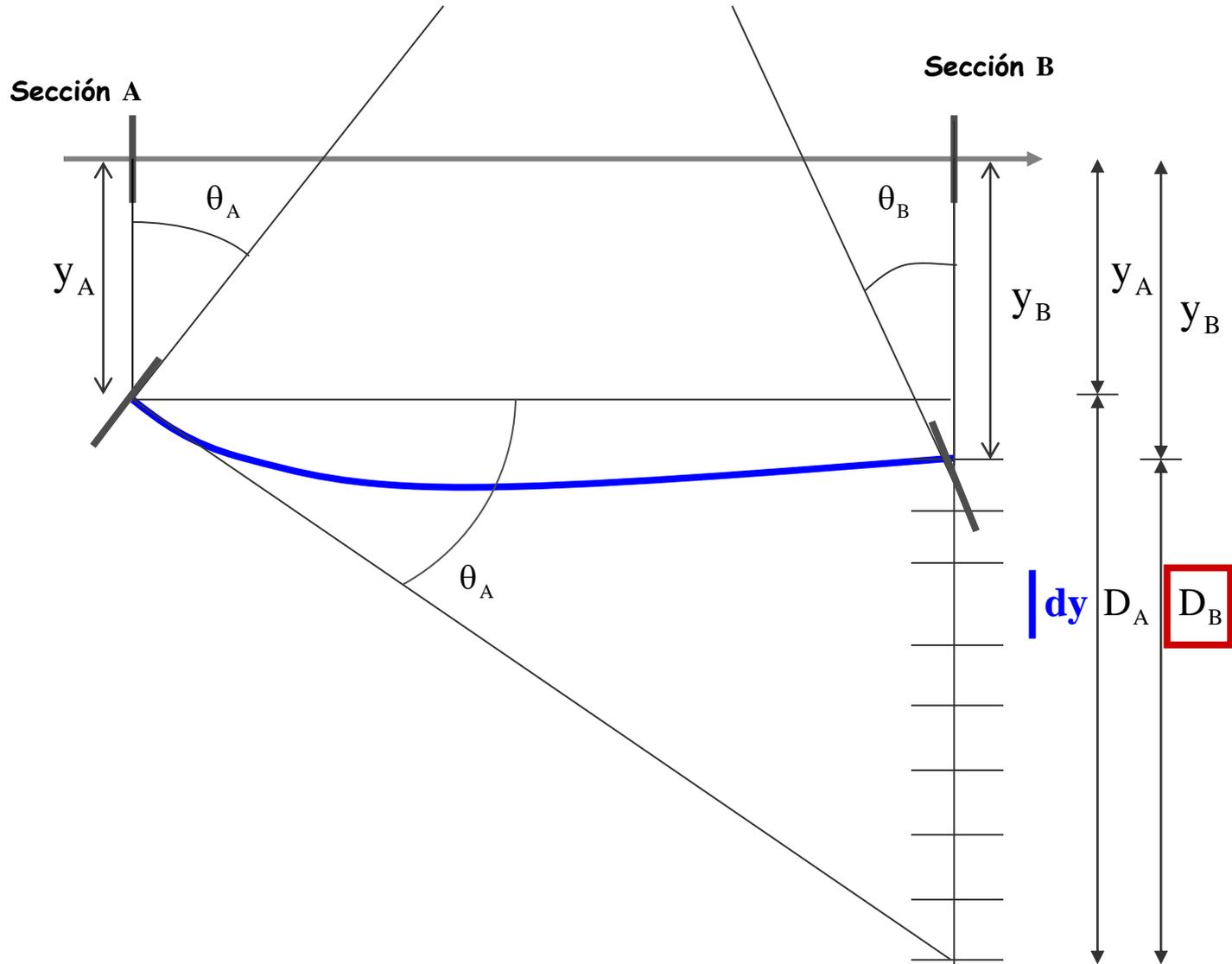




Demostración

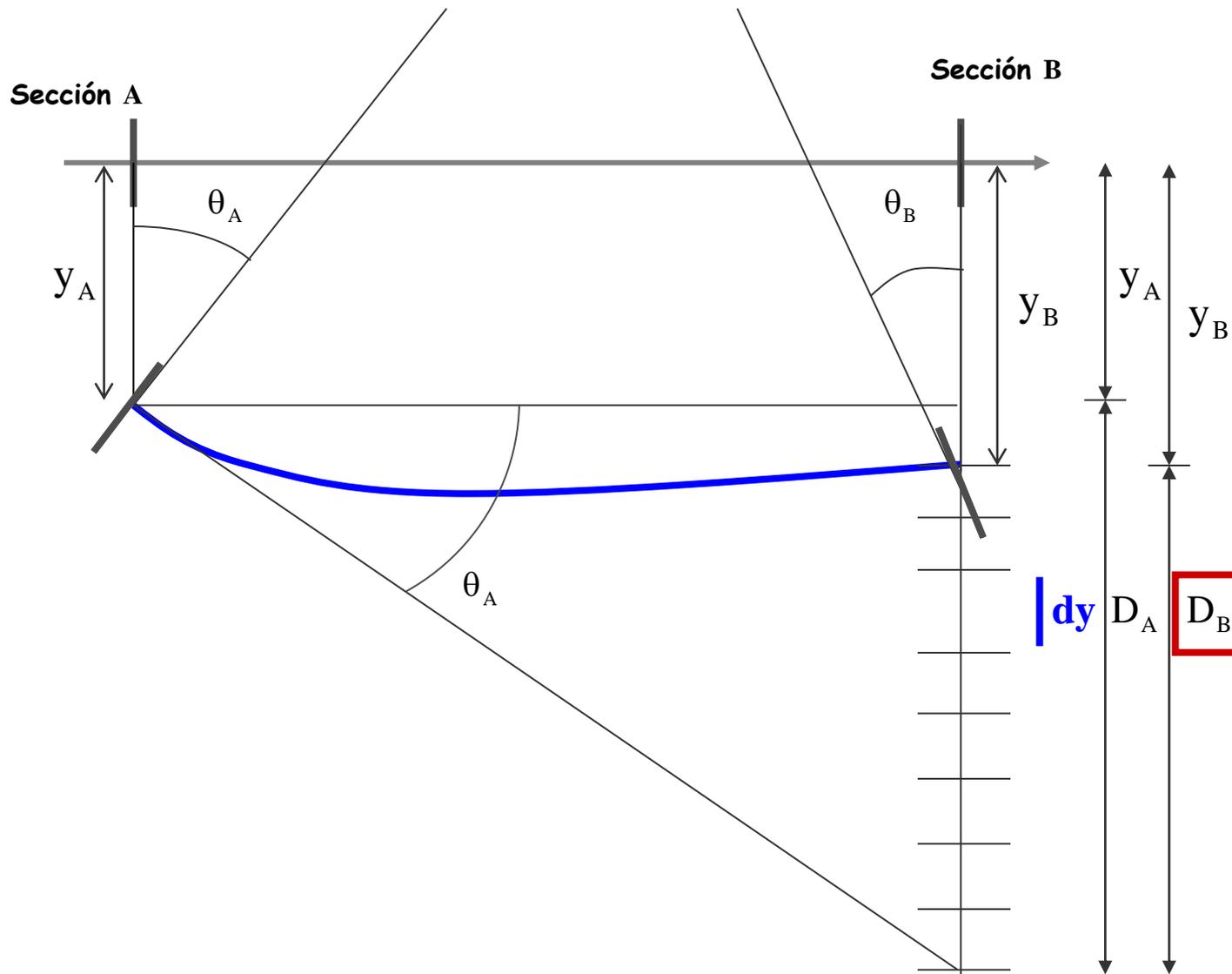
El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

$$D_B = \sum dy$$



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geoméricamente mediante la siguiente secuencia:



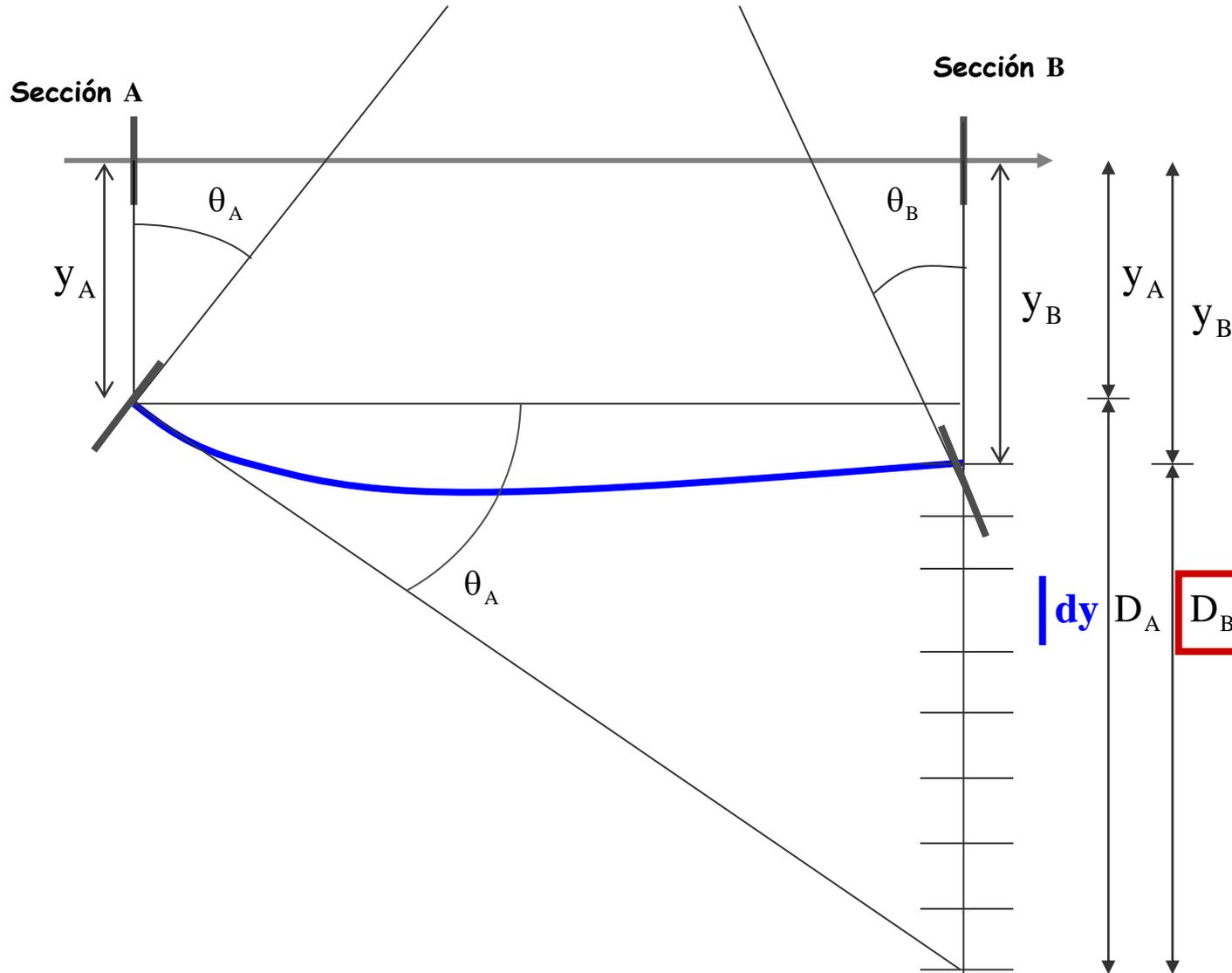
$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy

D_B

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



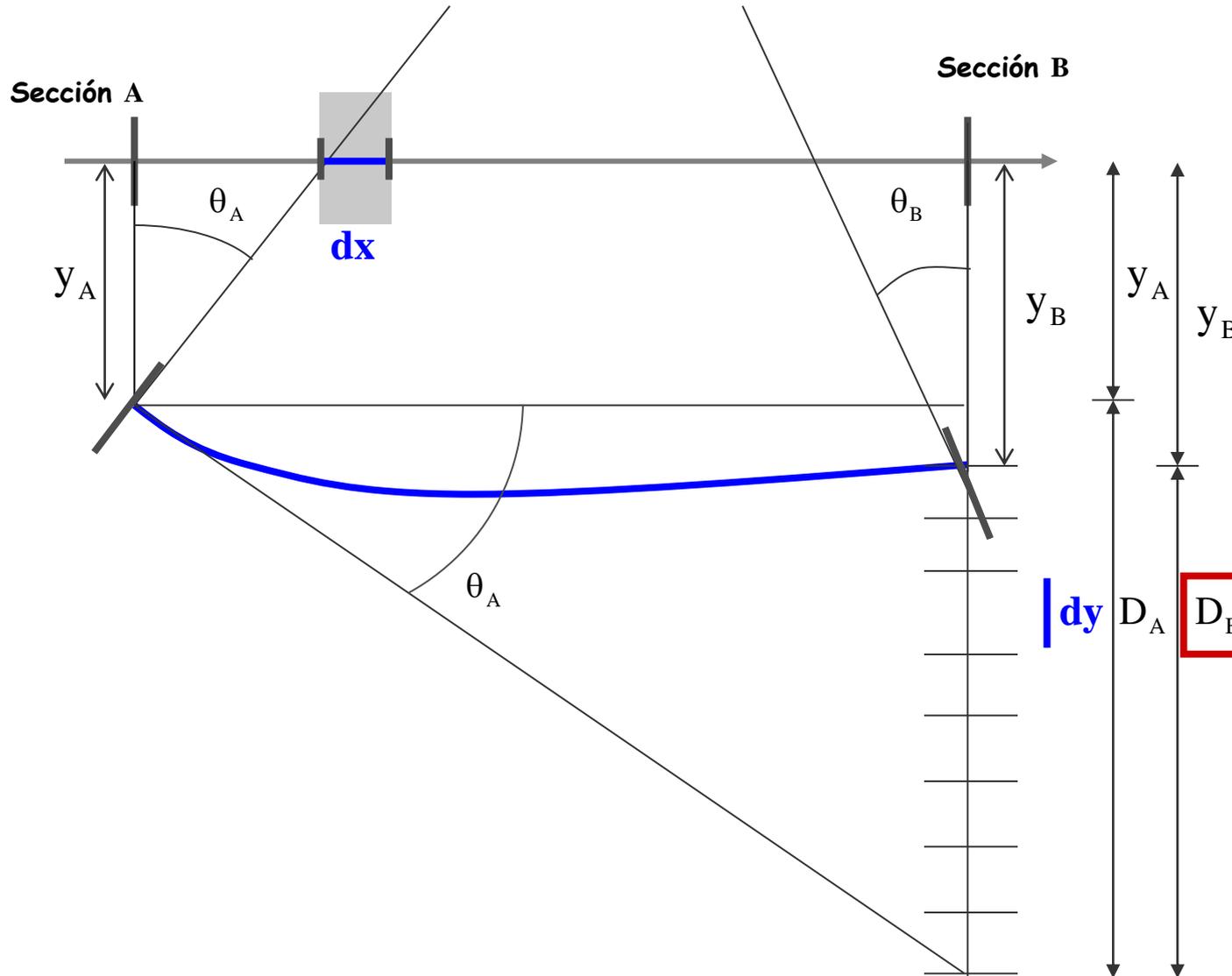
$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

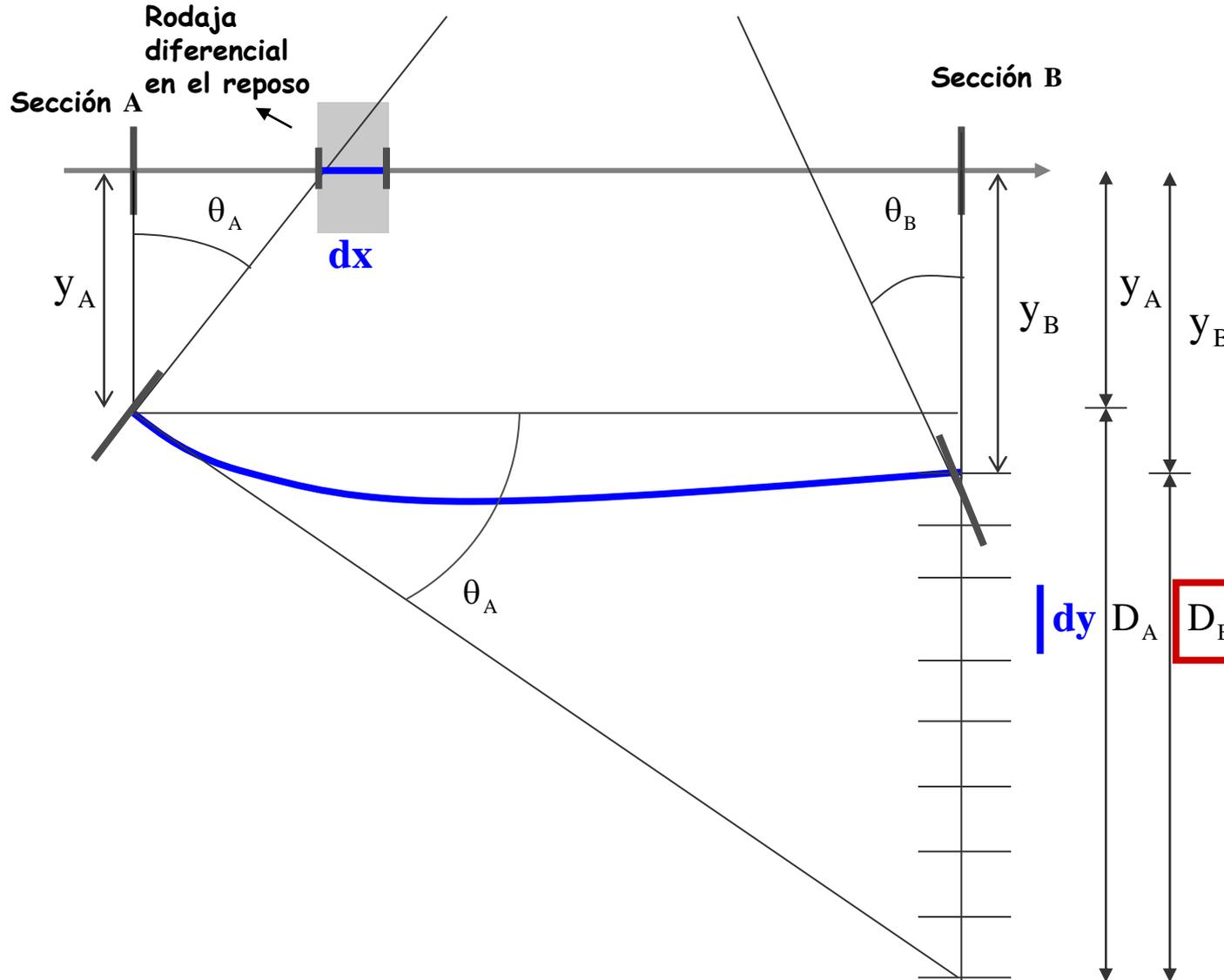
Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:

$$|dy| \quad D_A \quad D_B$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

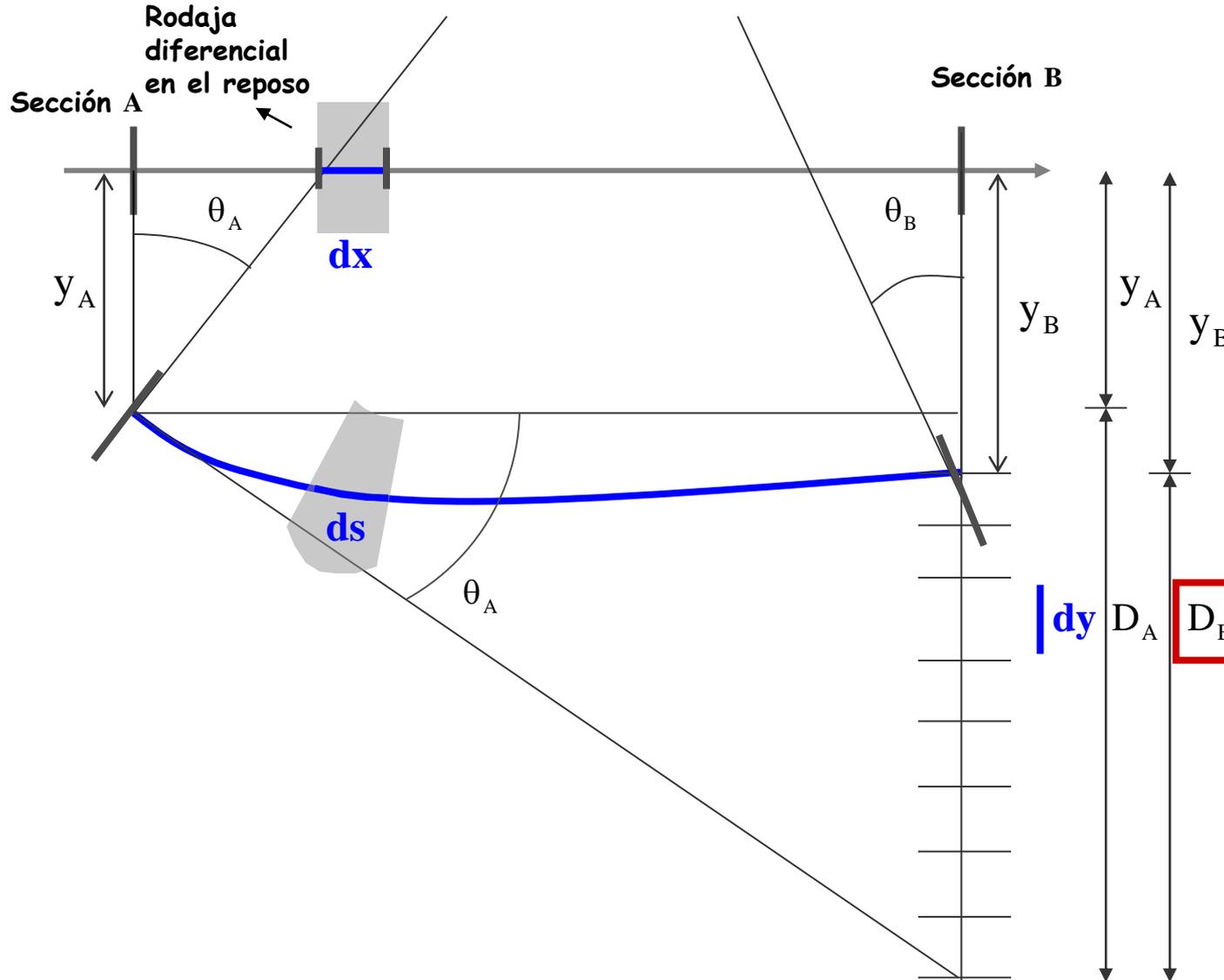
Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:

$$|dy| D_A \boxed{D_B}$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

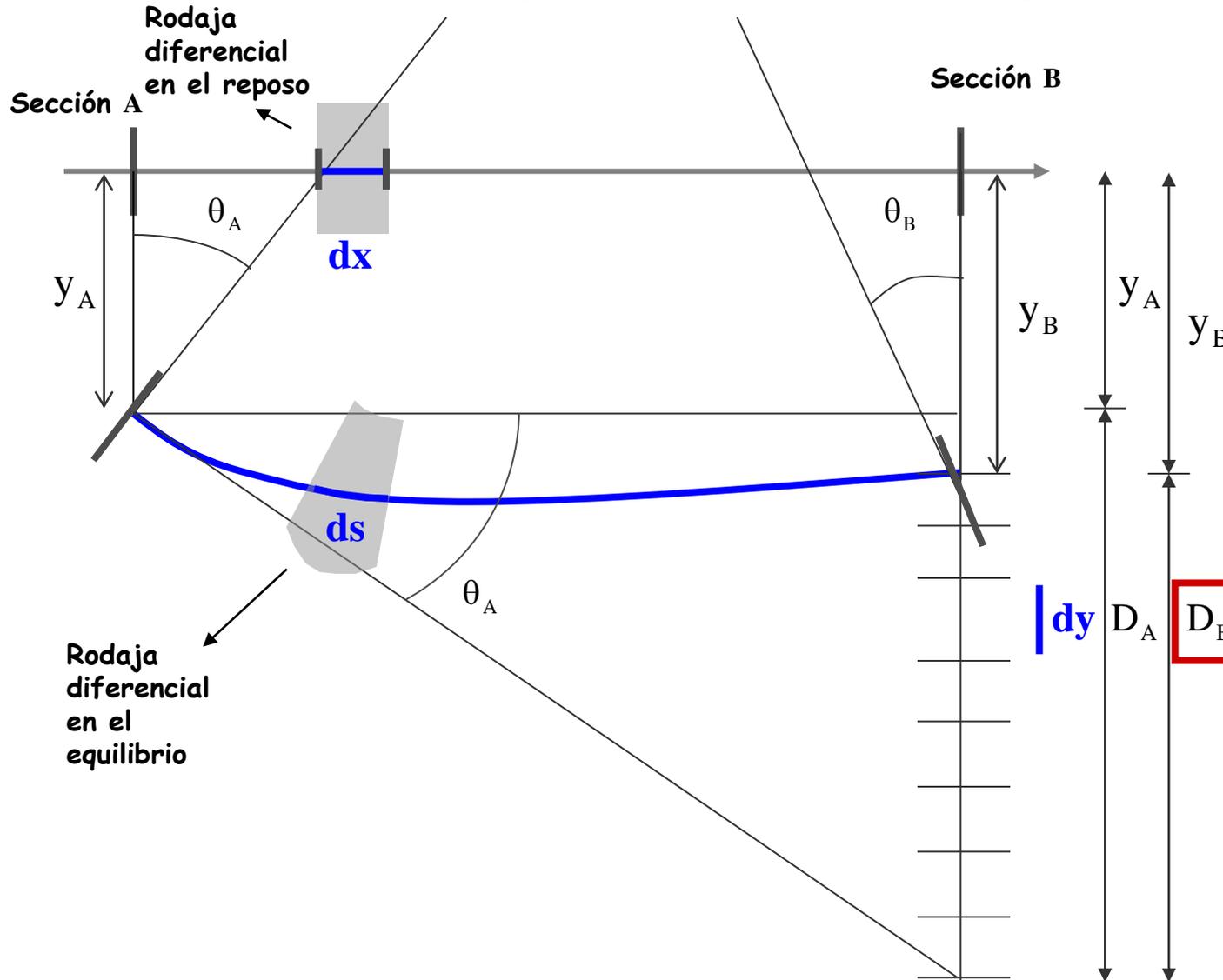
Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

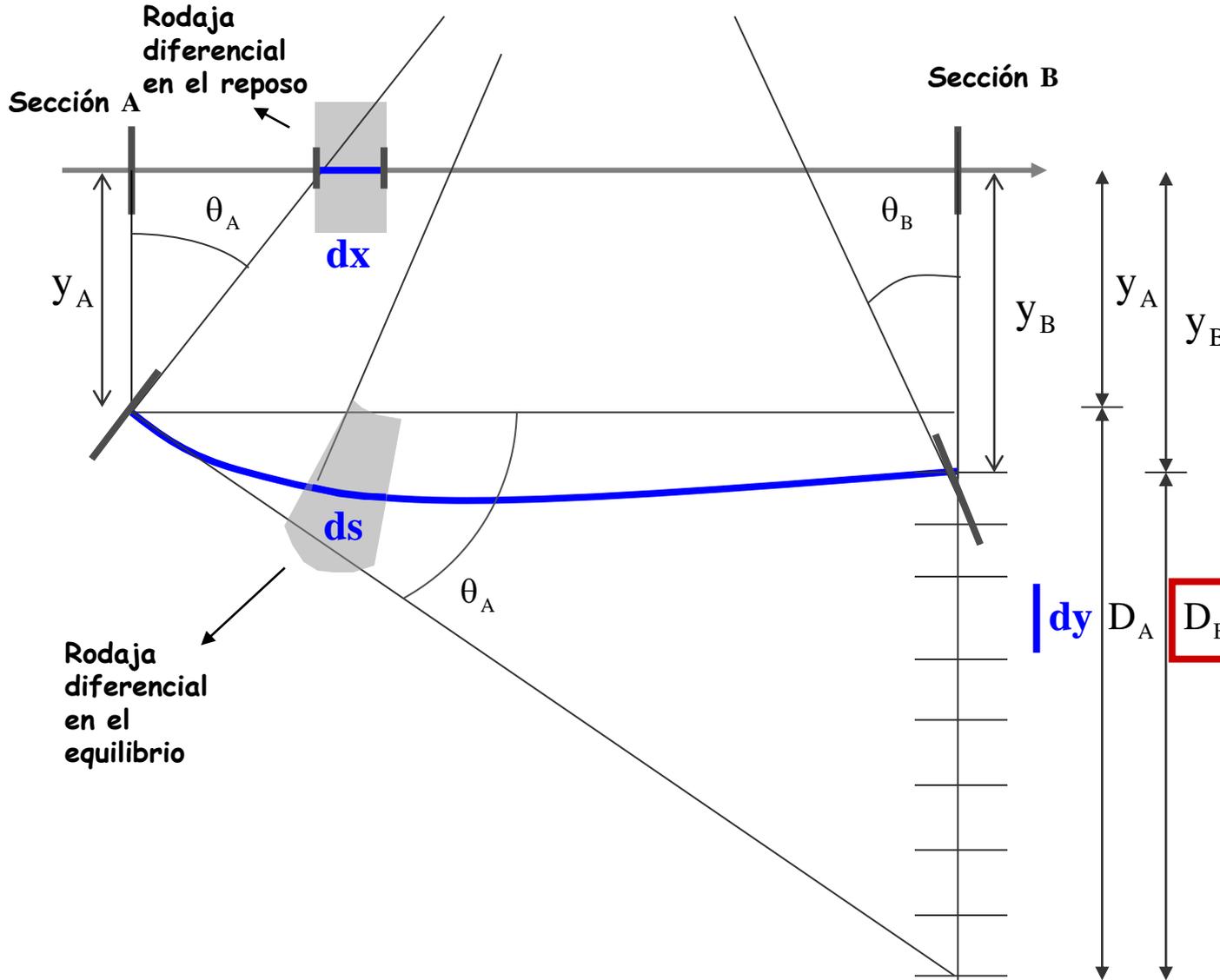
Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

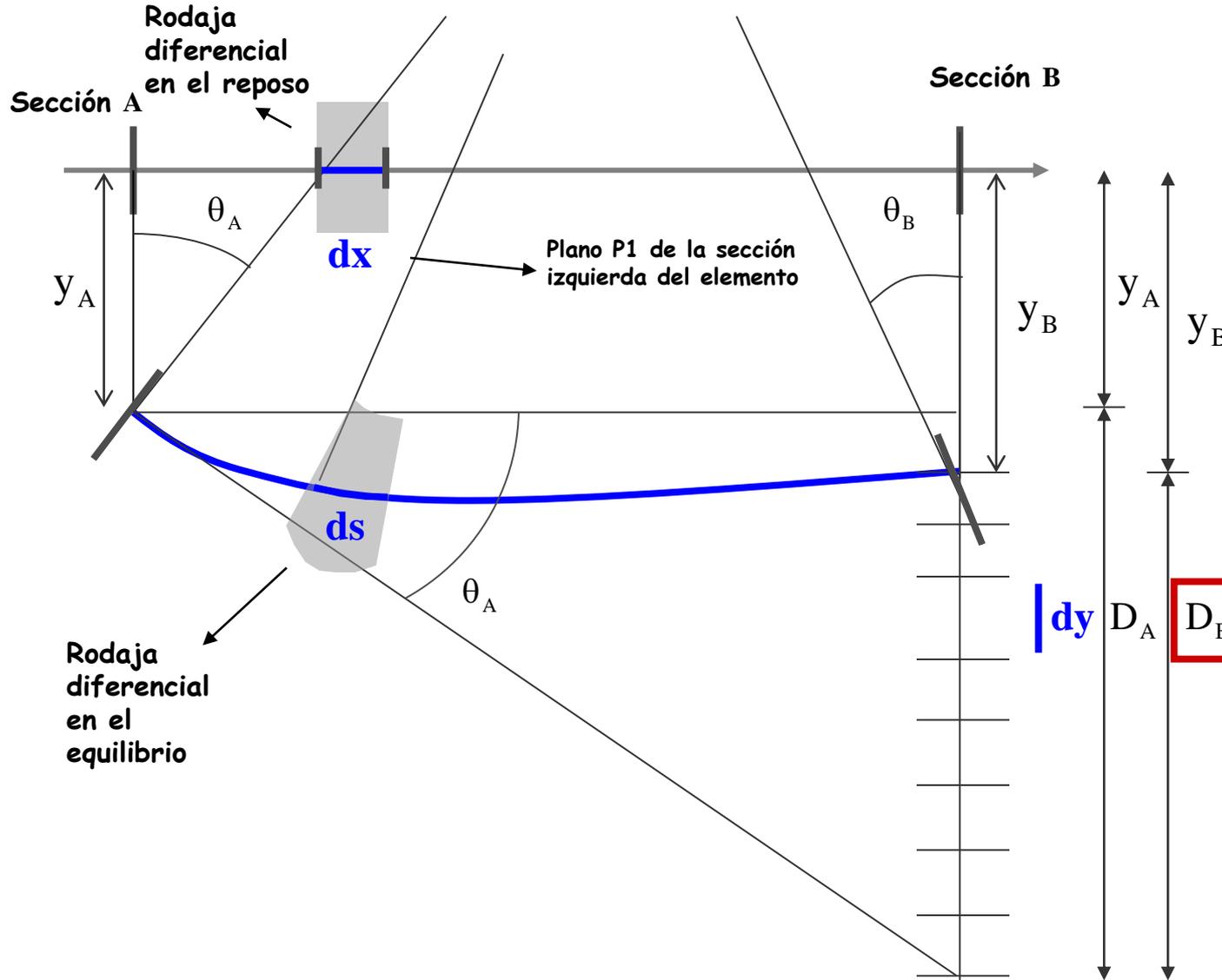
Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

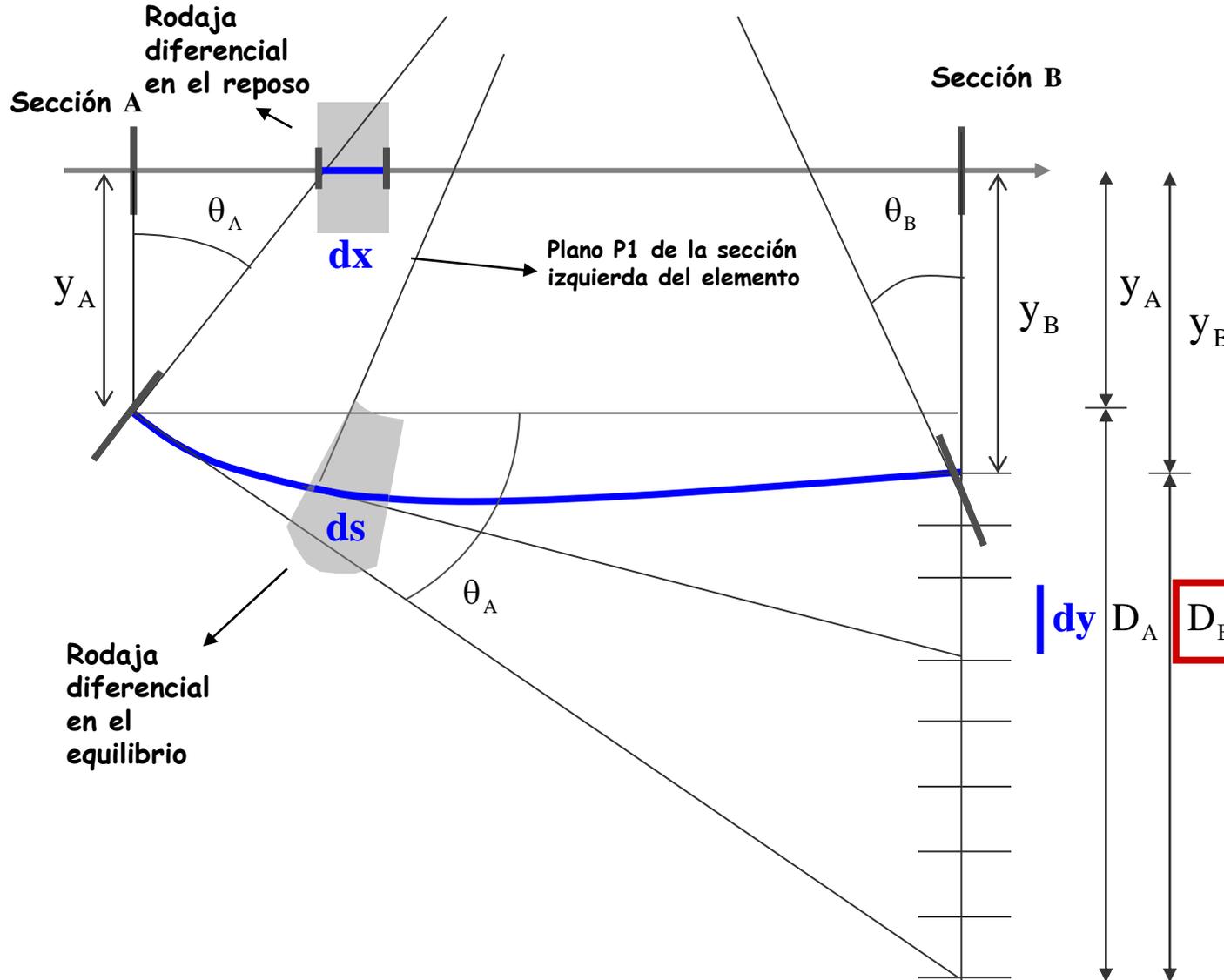
Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:

$$|dy| \quad D_A \quad \boxed{D_B}$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

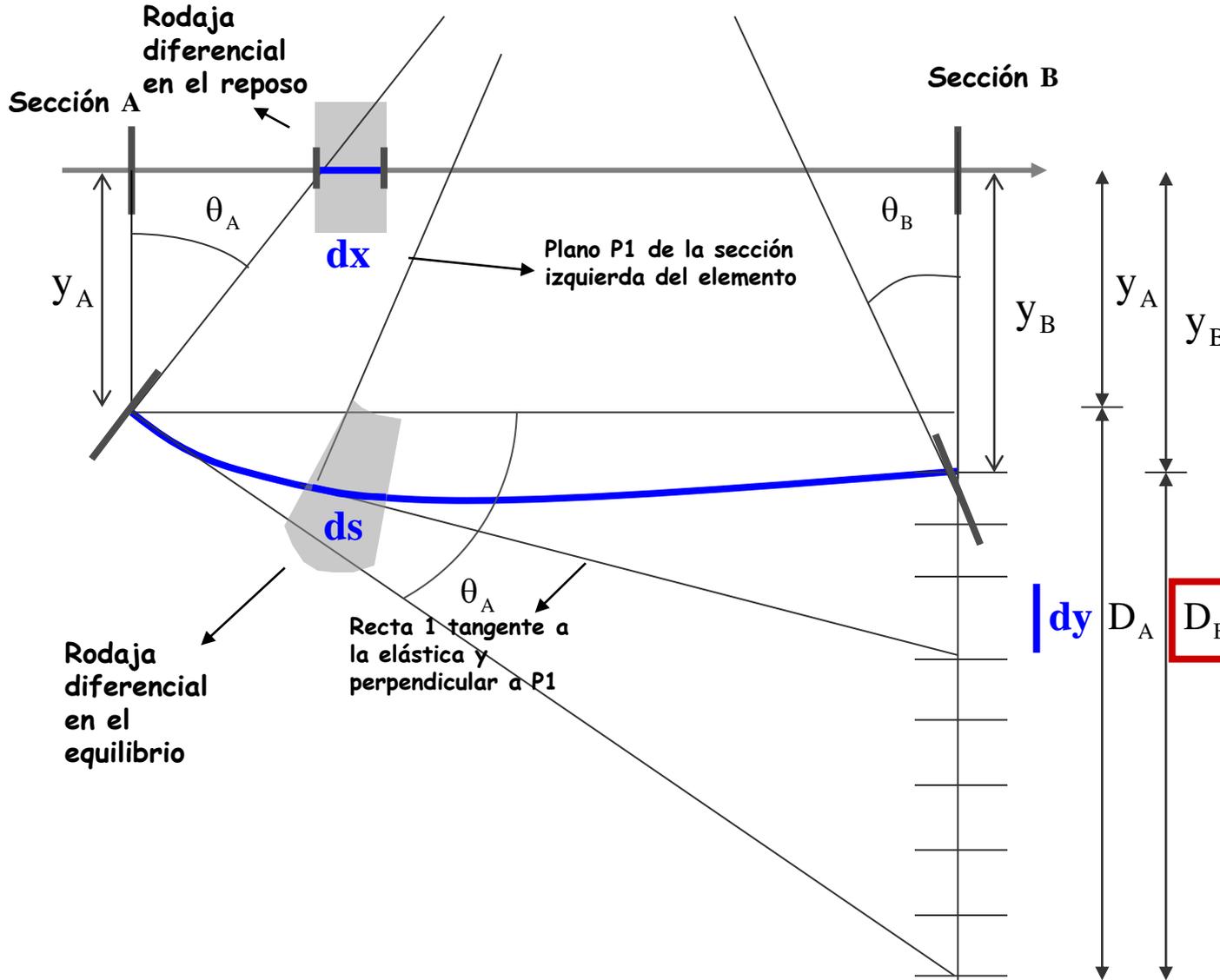
Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

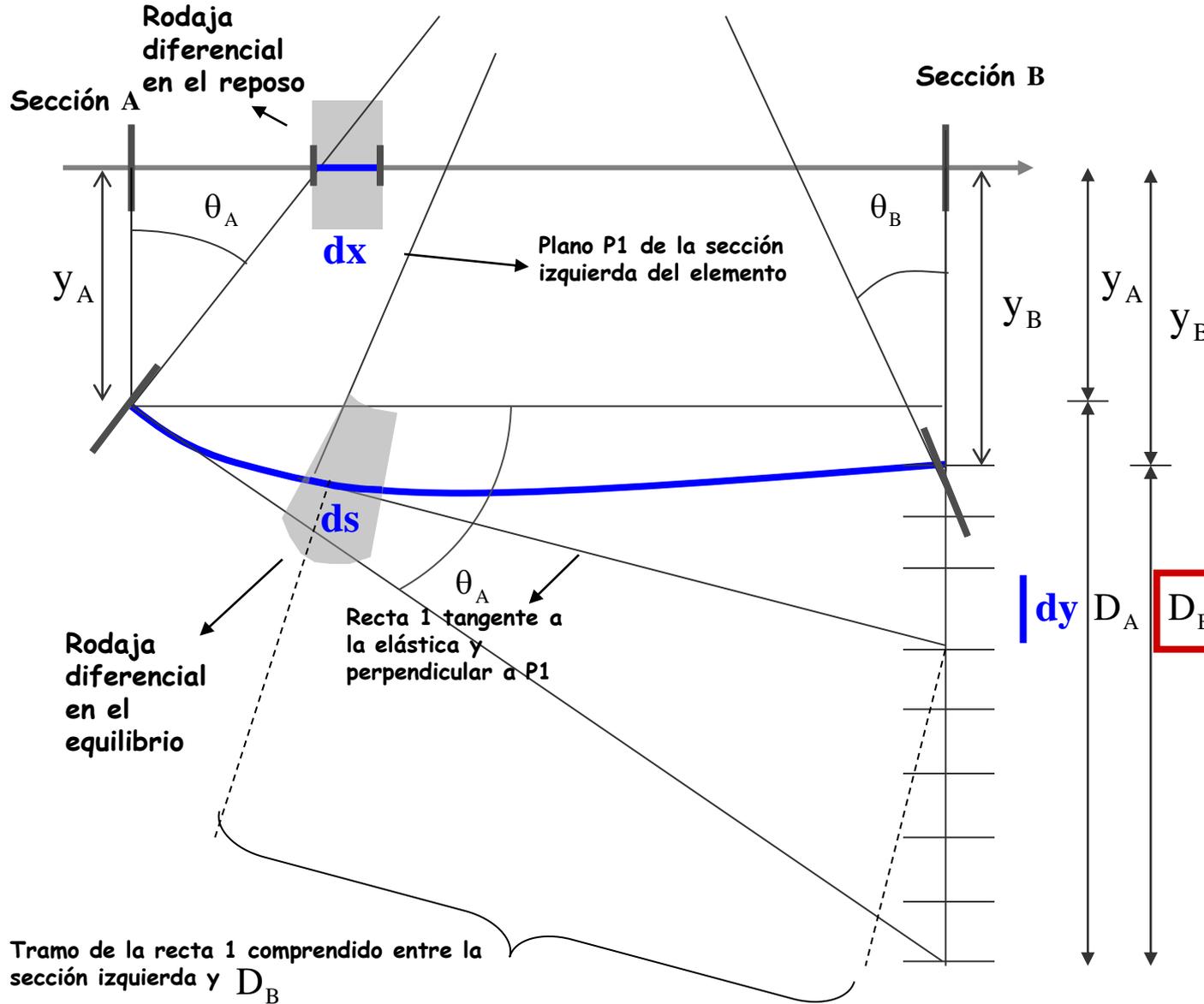
Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:

$$|dy| D_A \boxed{D_B}$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



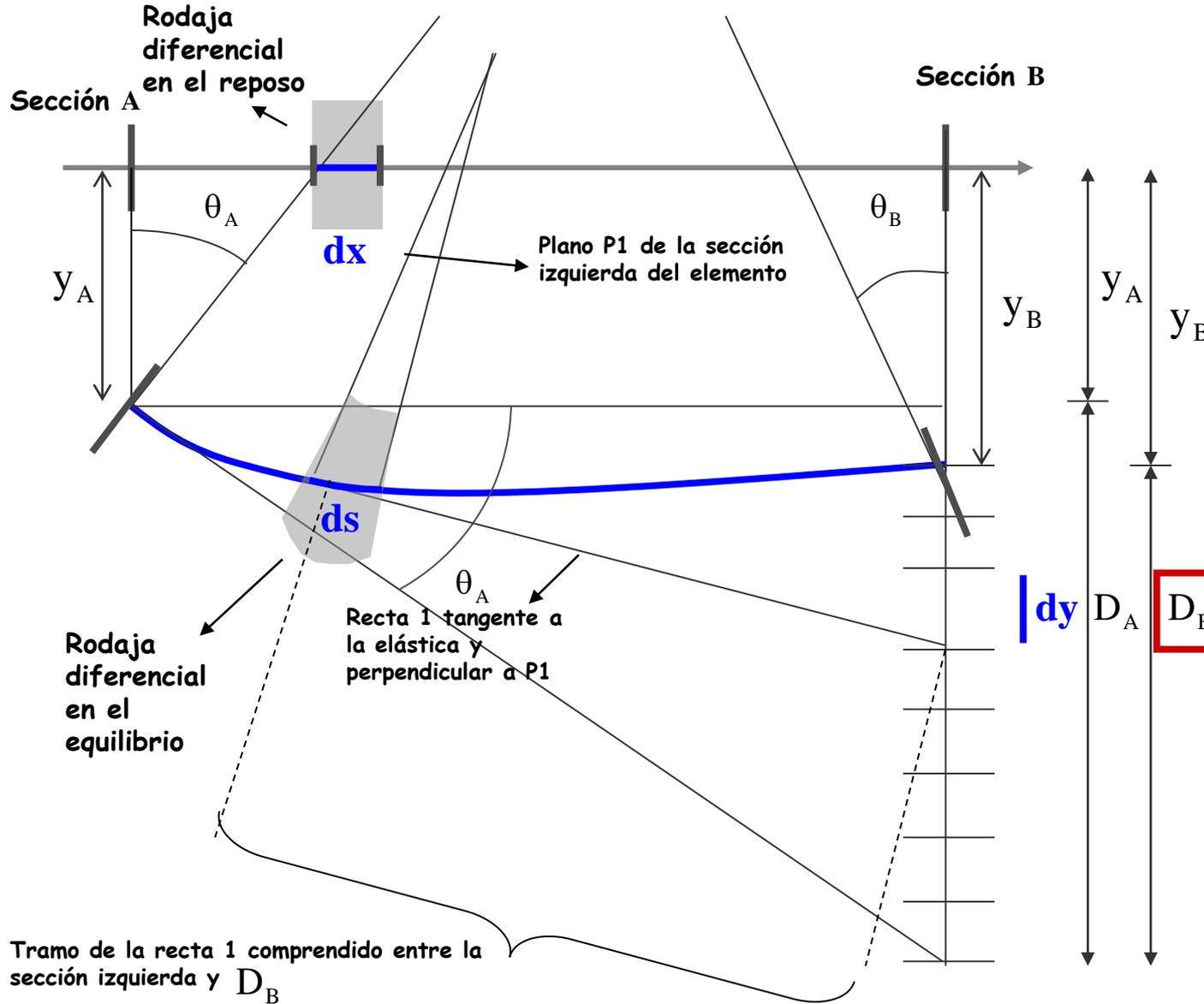
$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

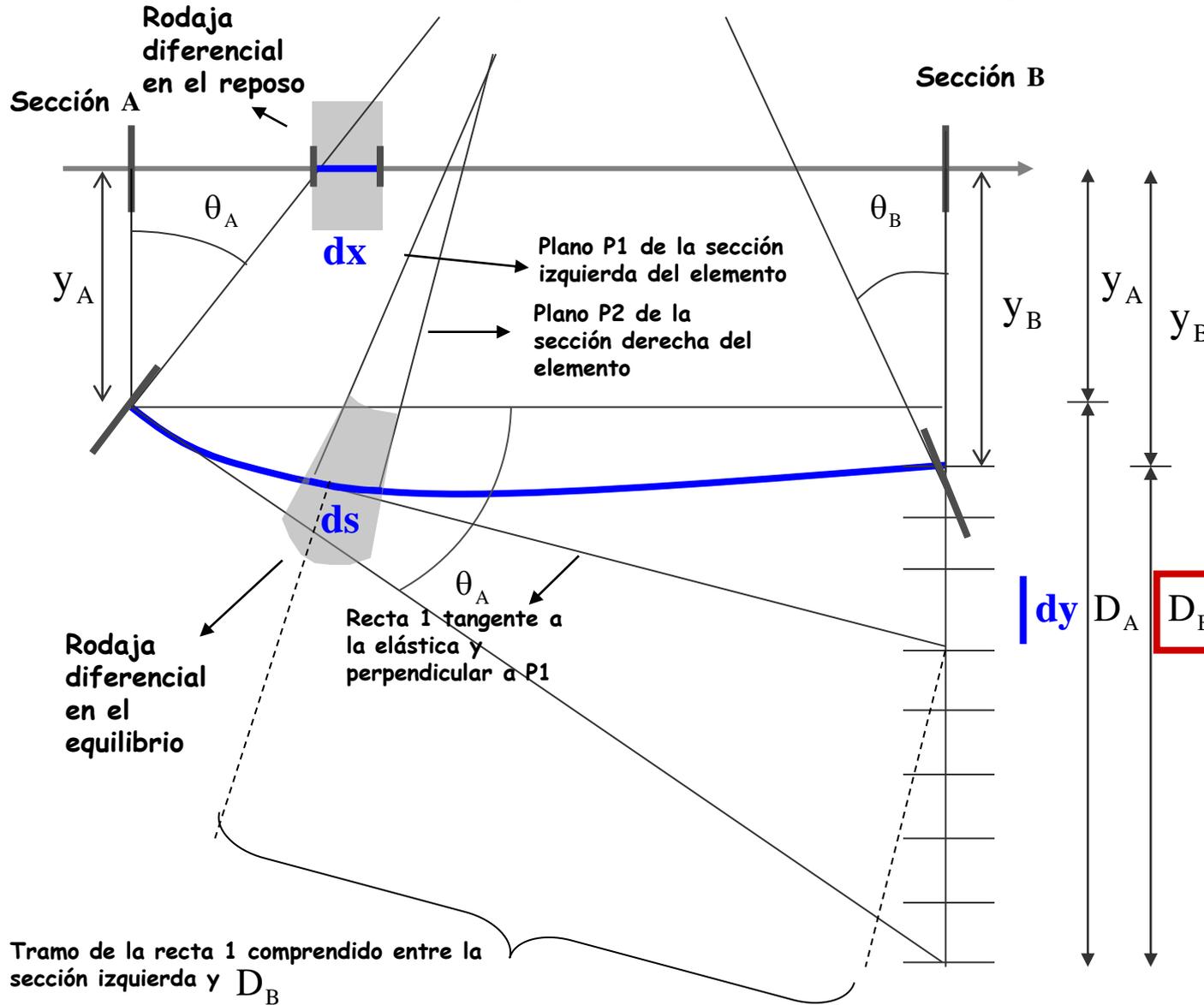
Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



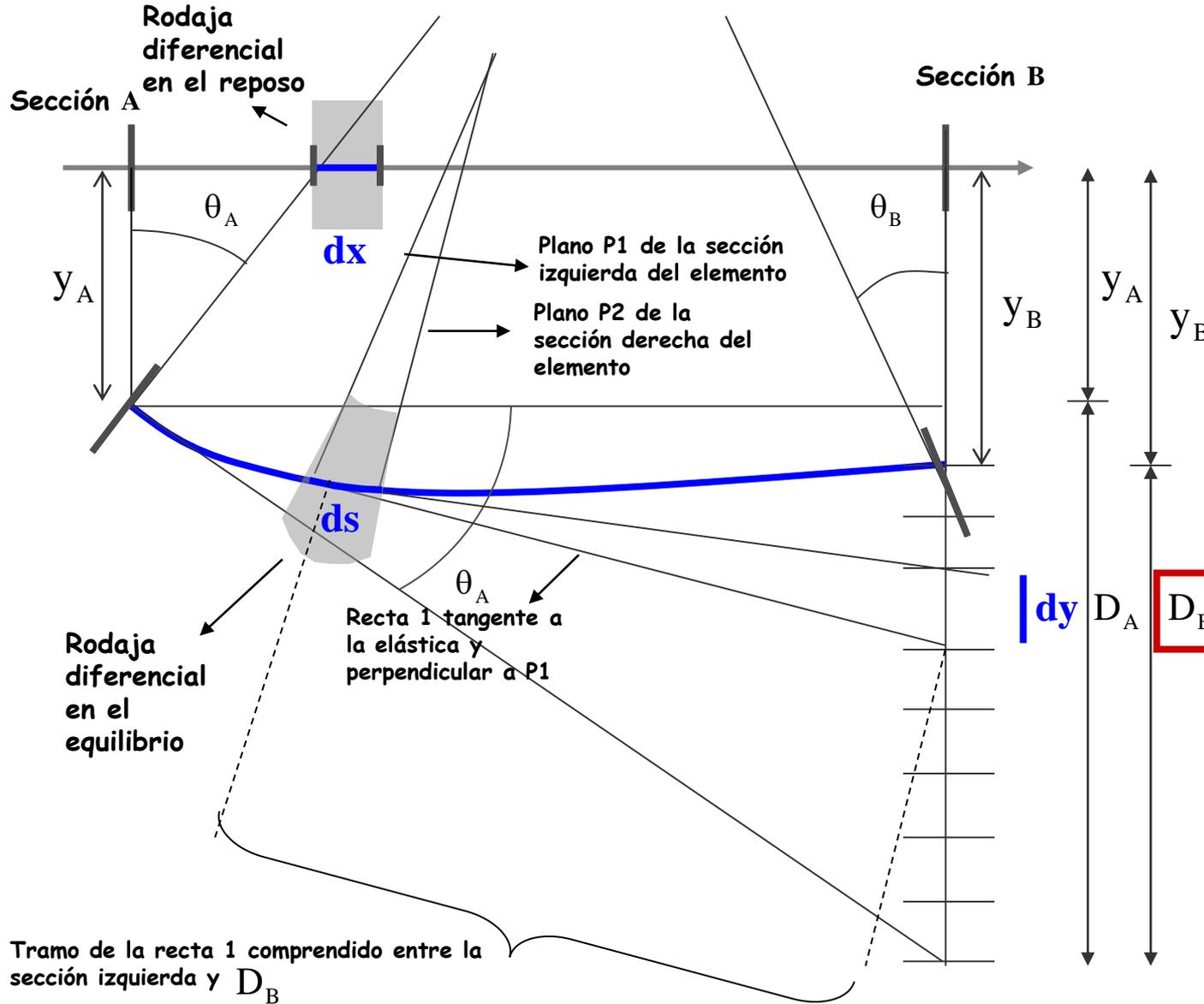
$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



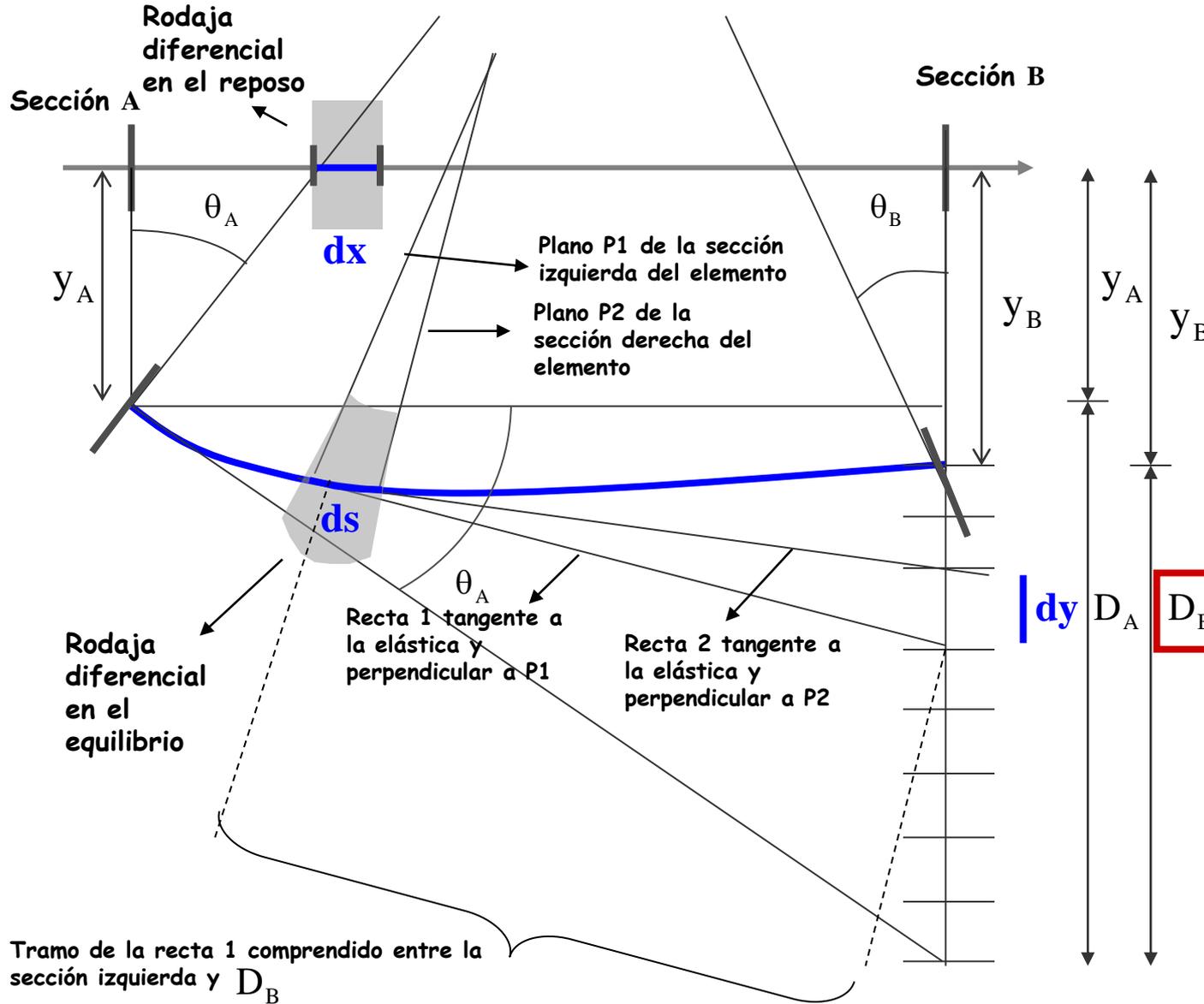
$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

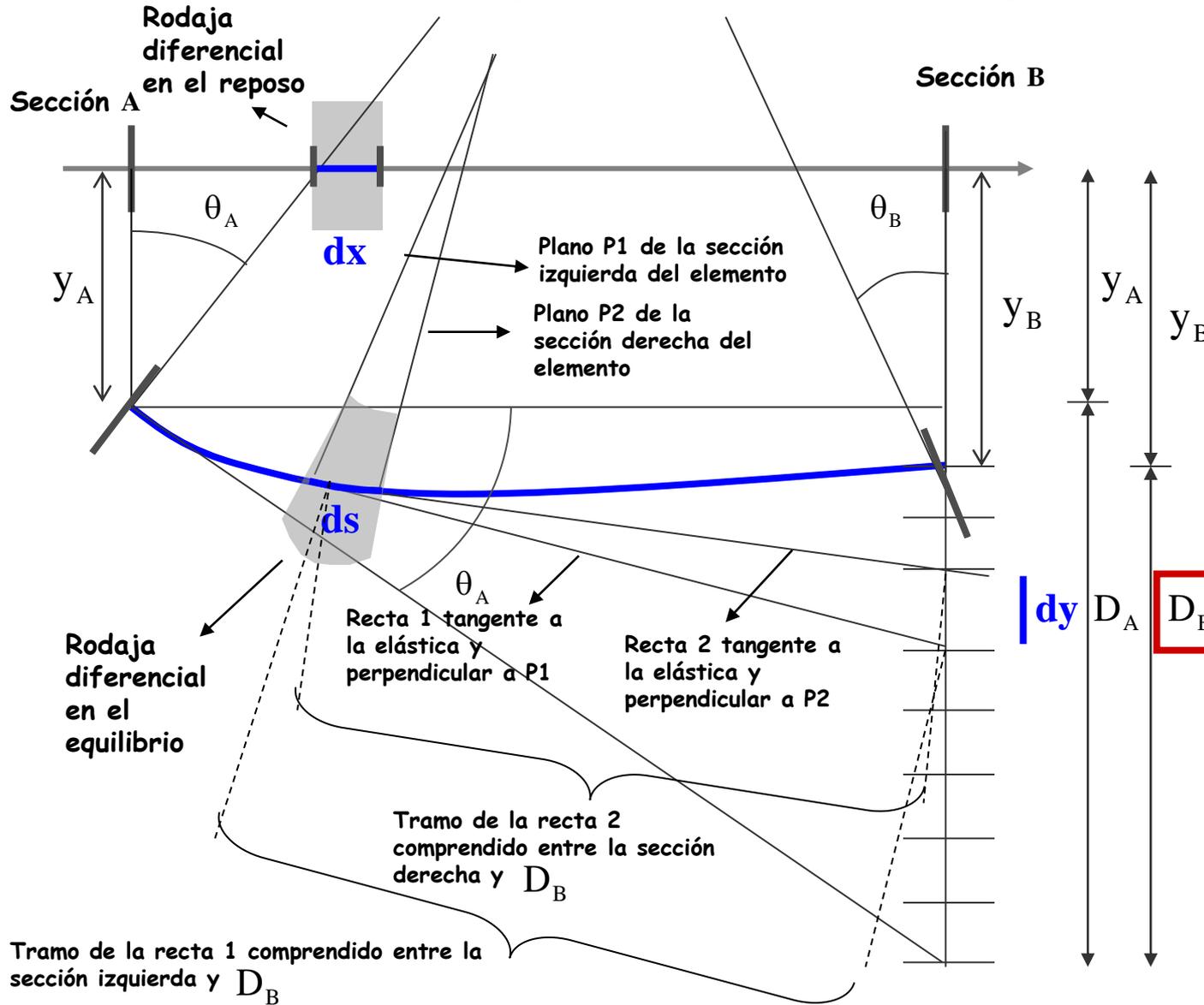
Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:

$$|dy| = D_A - D_B$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

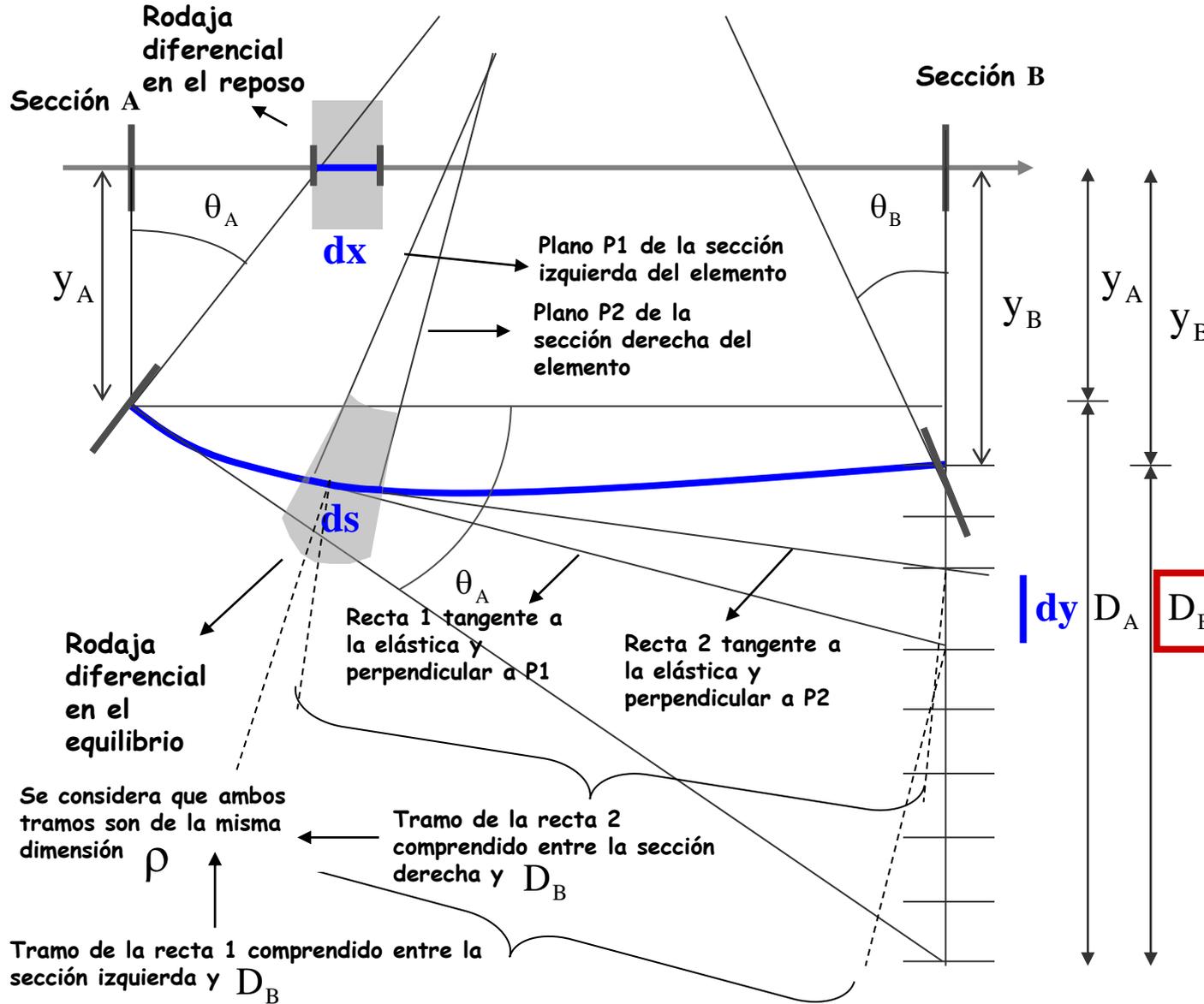
Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

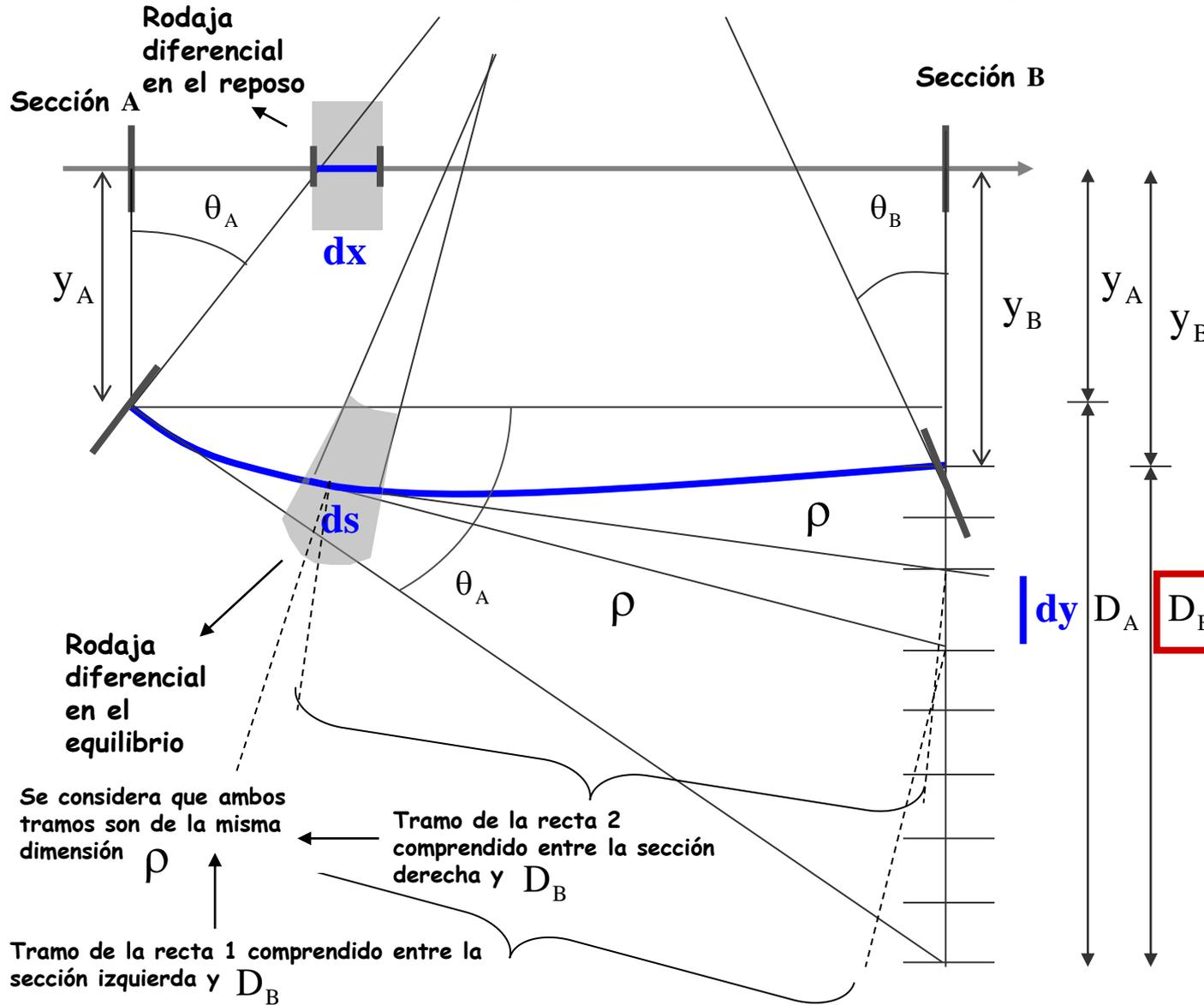
Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



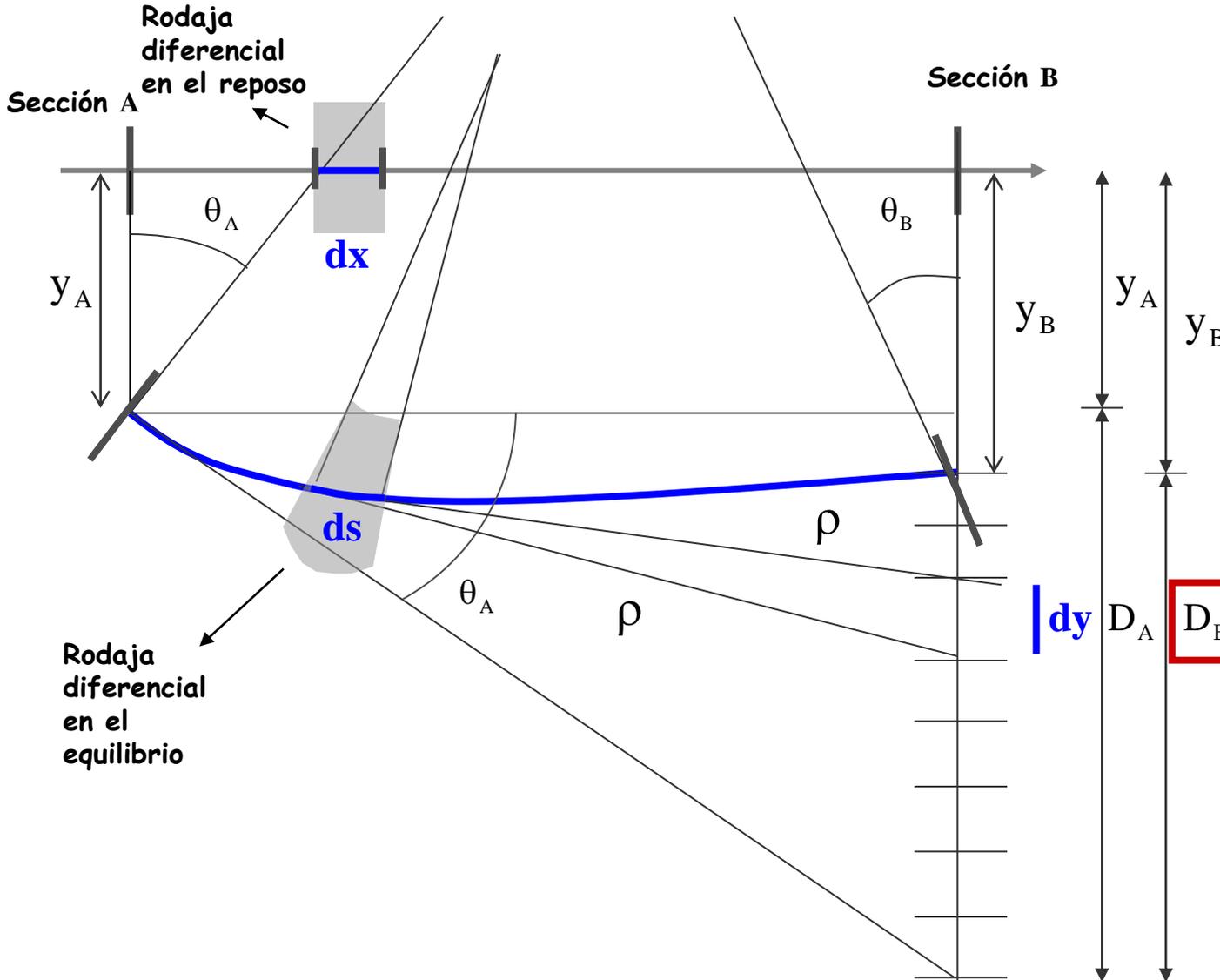
$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

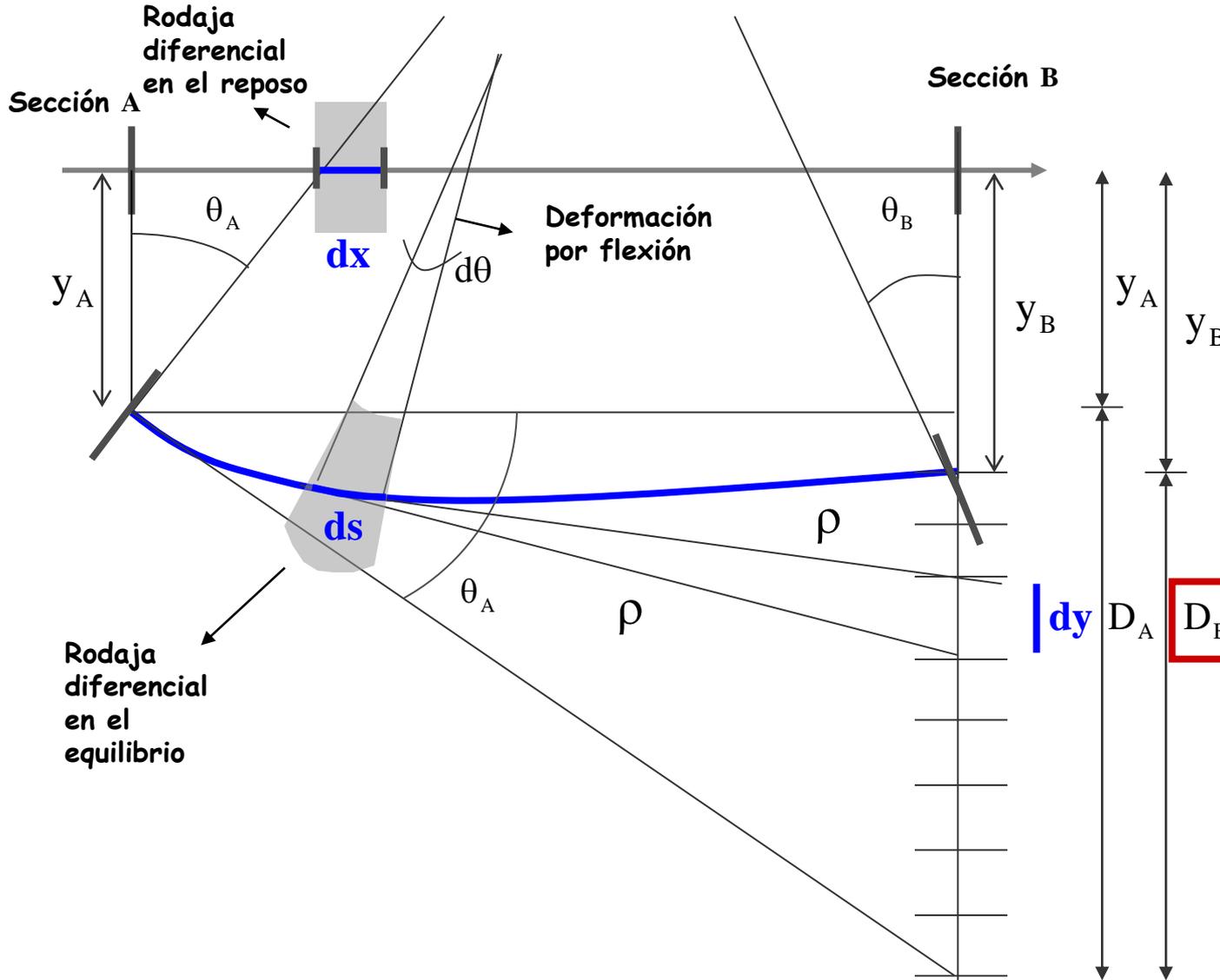
Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



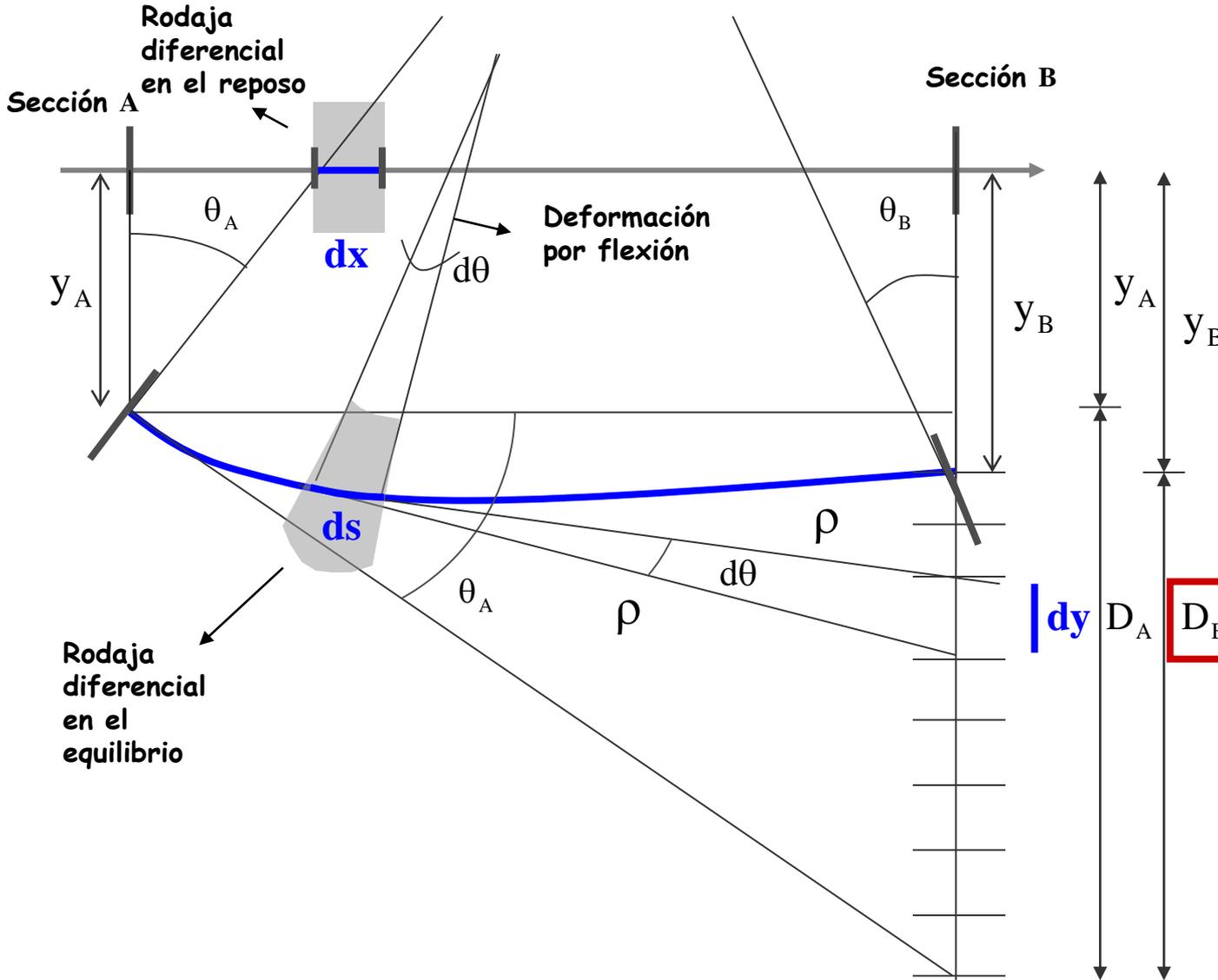
$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



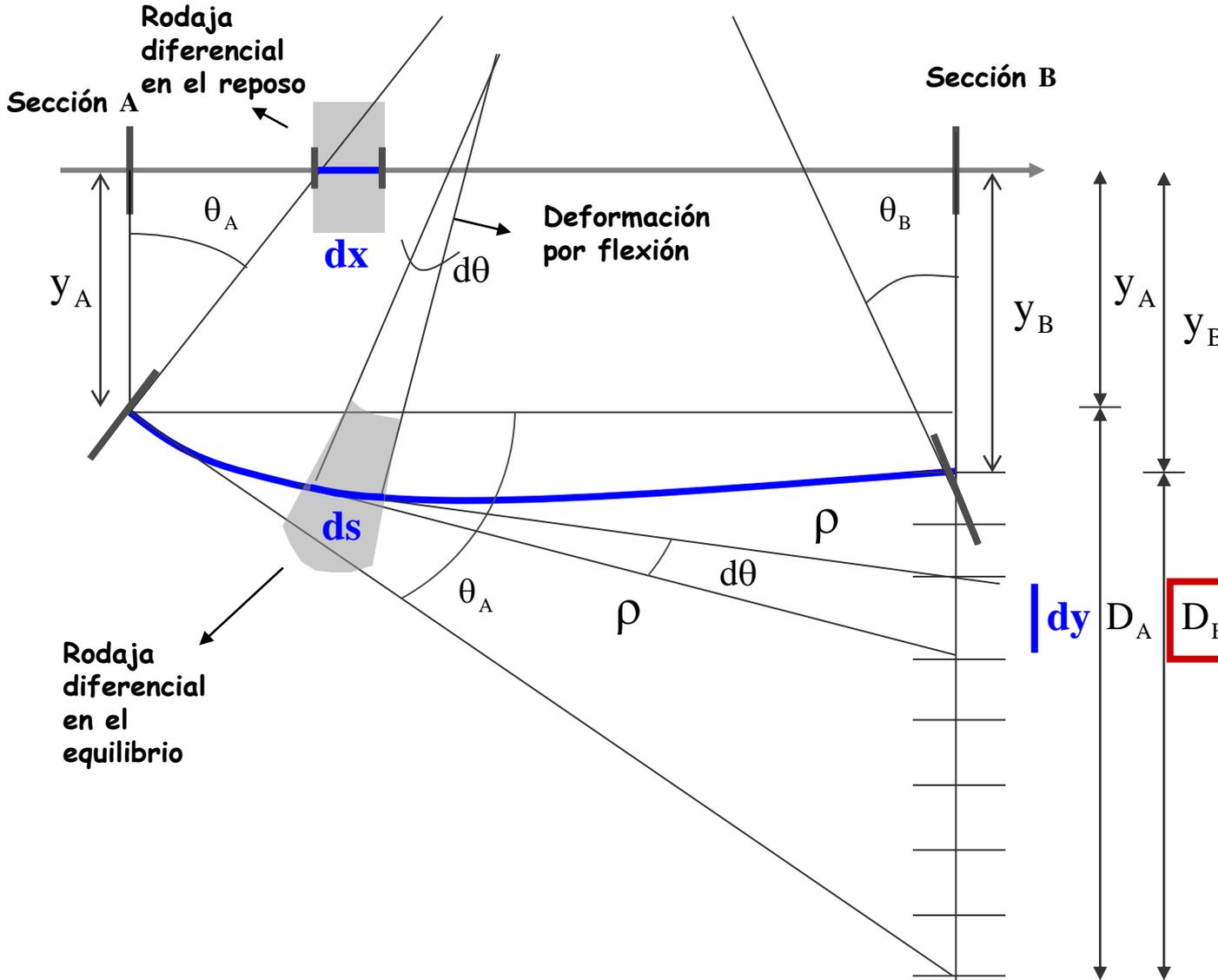
$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy

Se obtiene a partir de la deformación de un elemento diferencial de la siguiente manera:

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

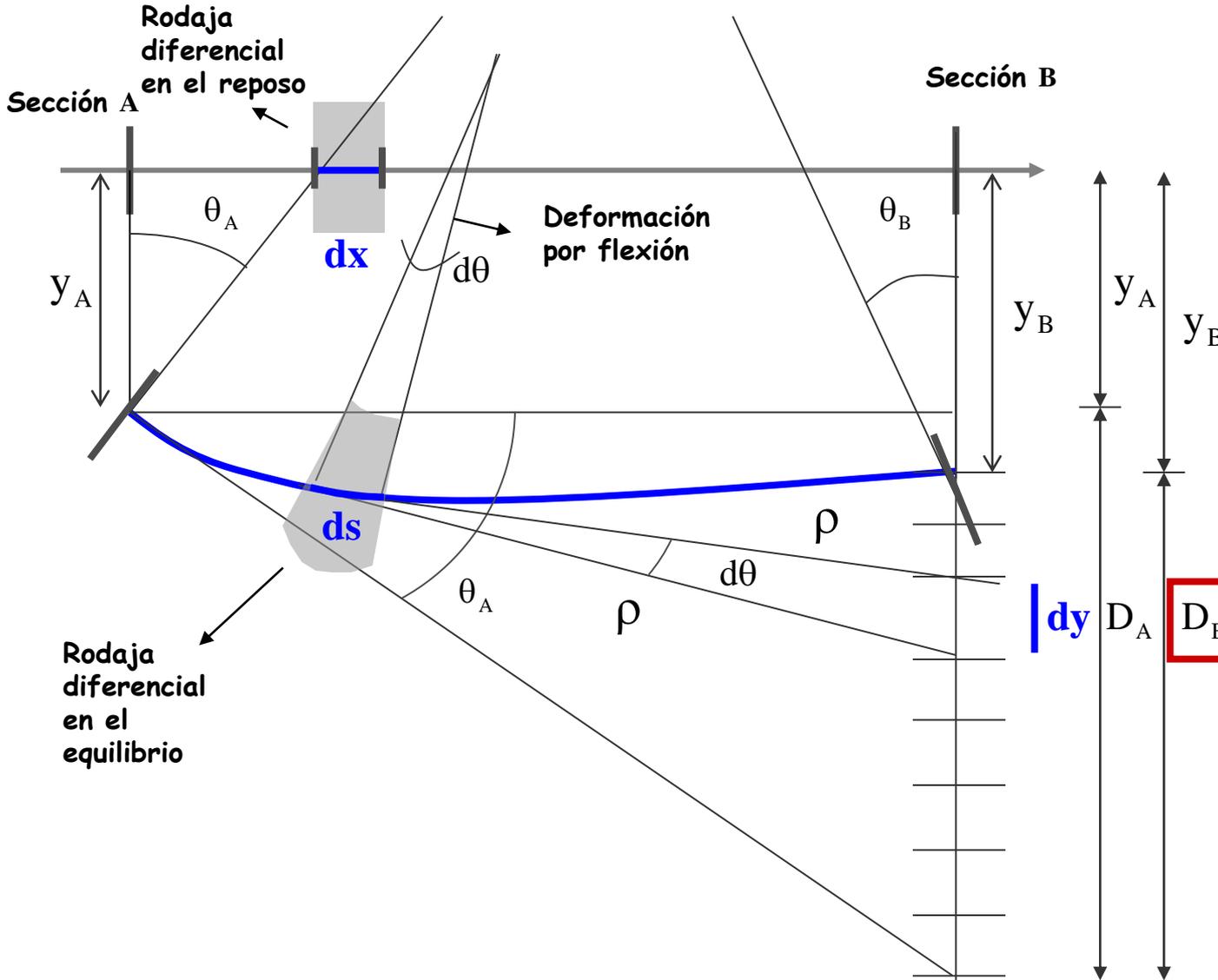


$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



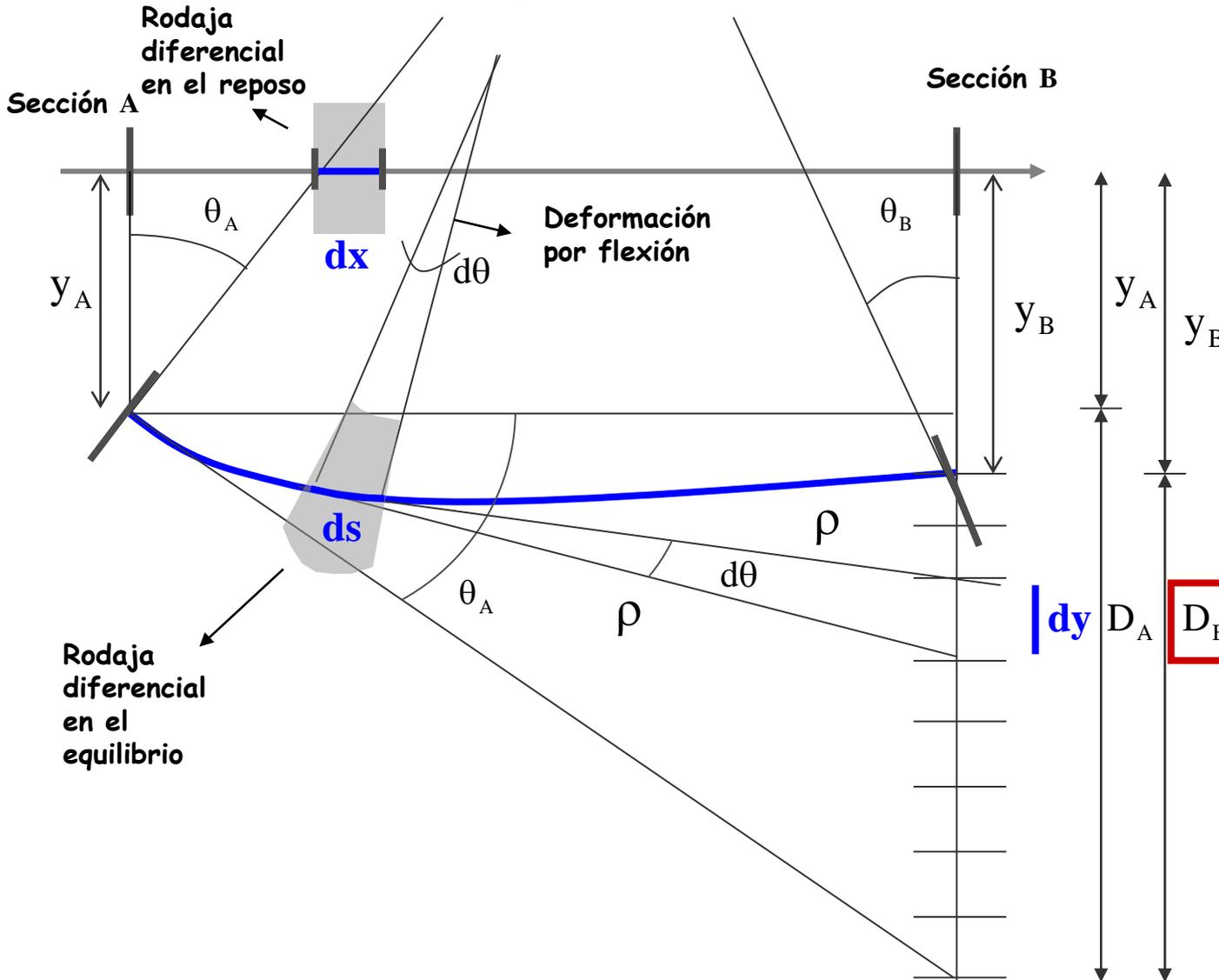
$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación:

$$|dy| D_A \approx D_B$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



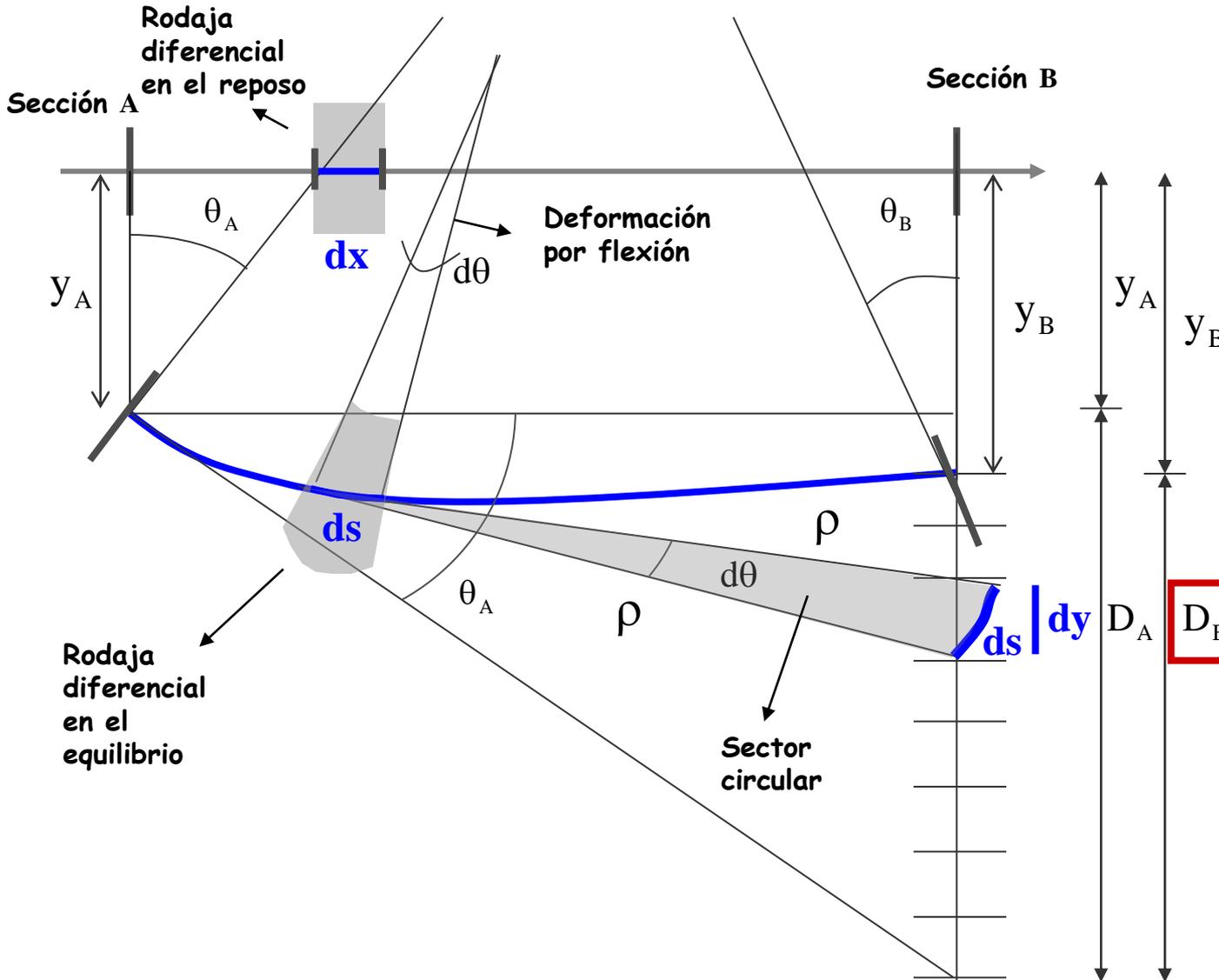
$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$D_B$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

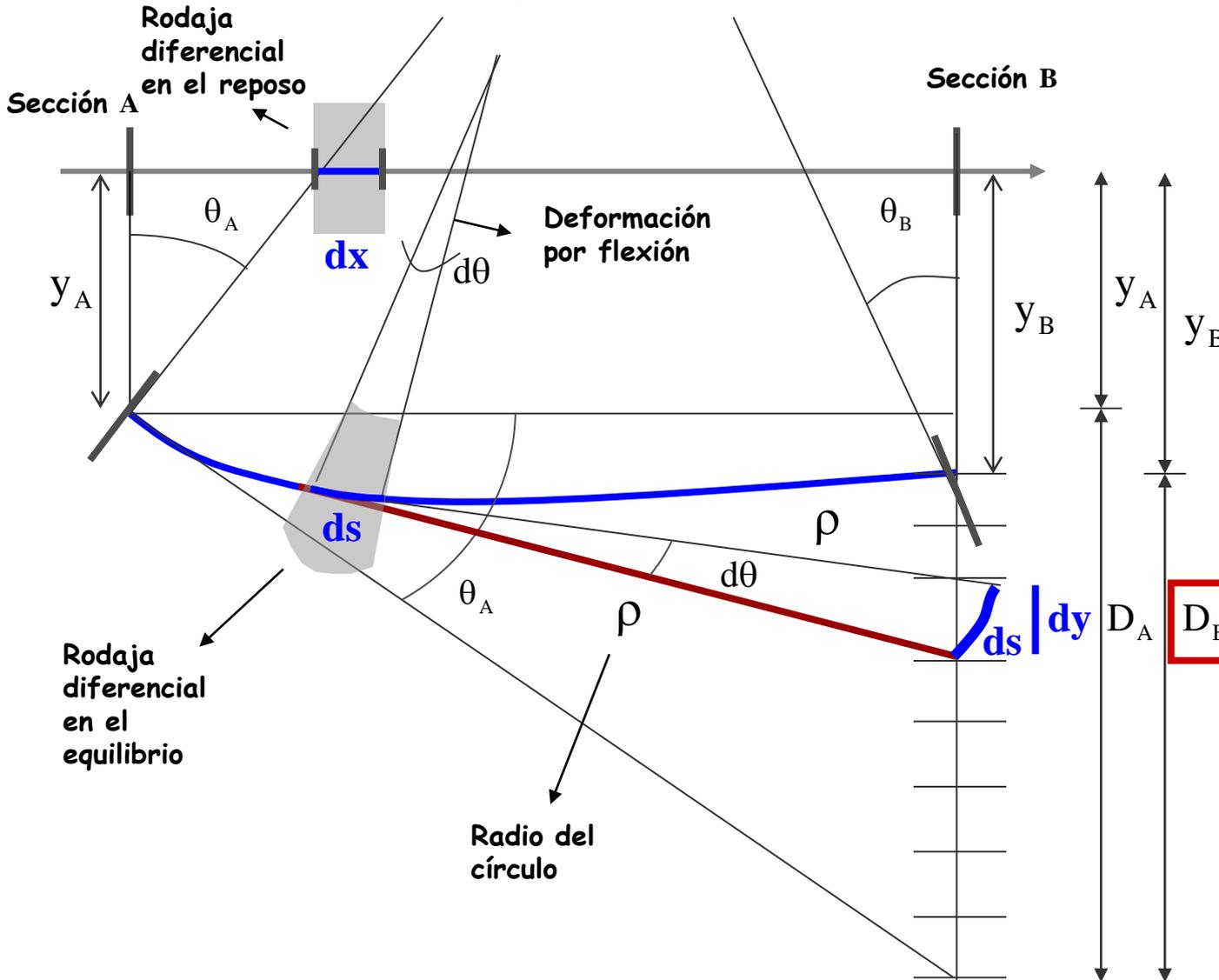


$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



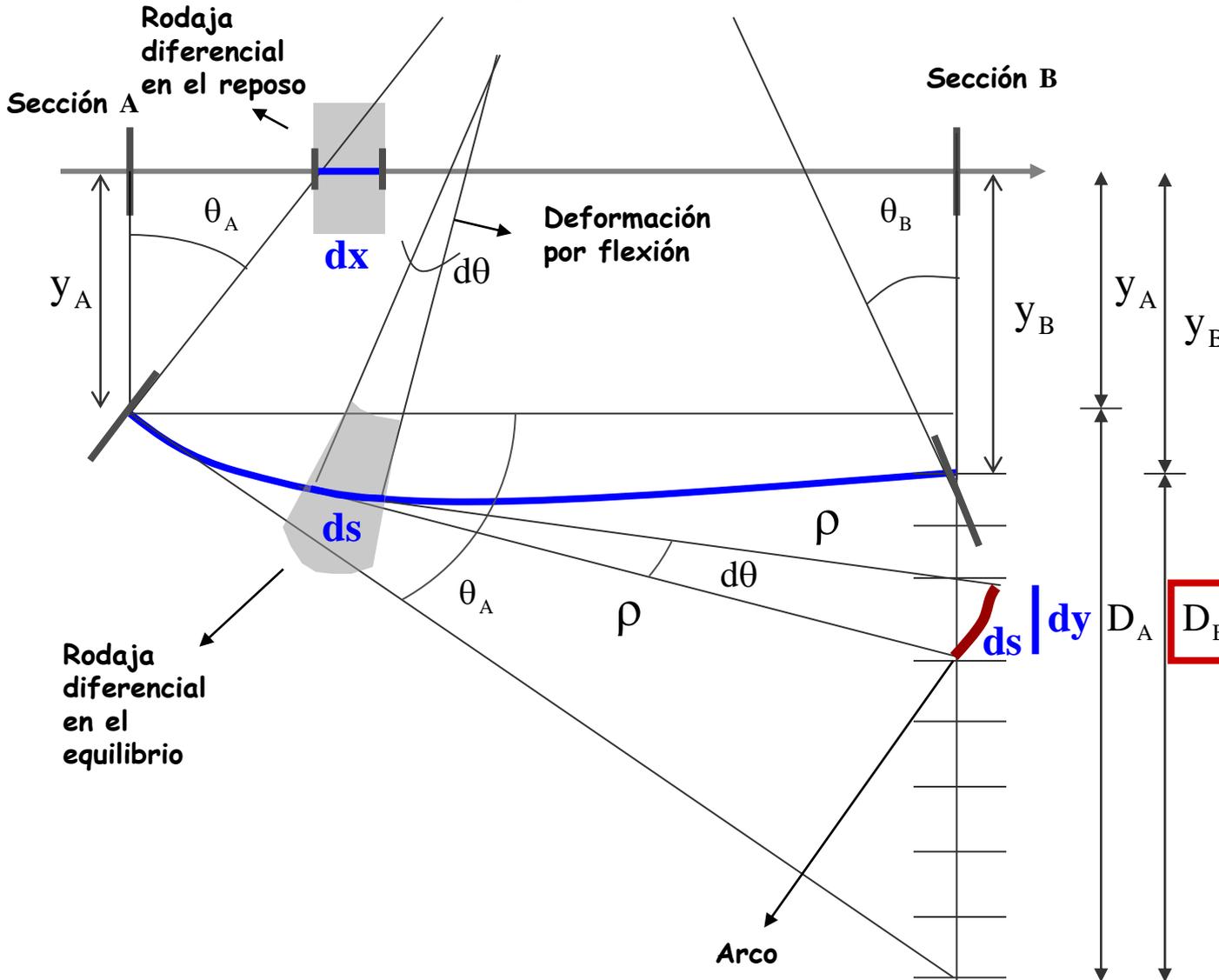
$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$D_B$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

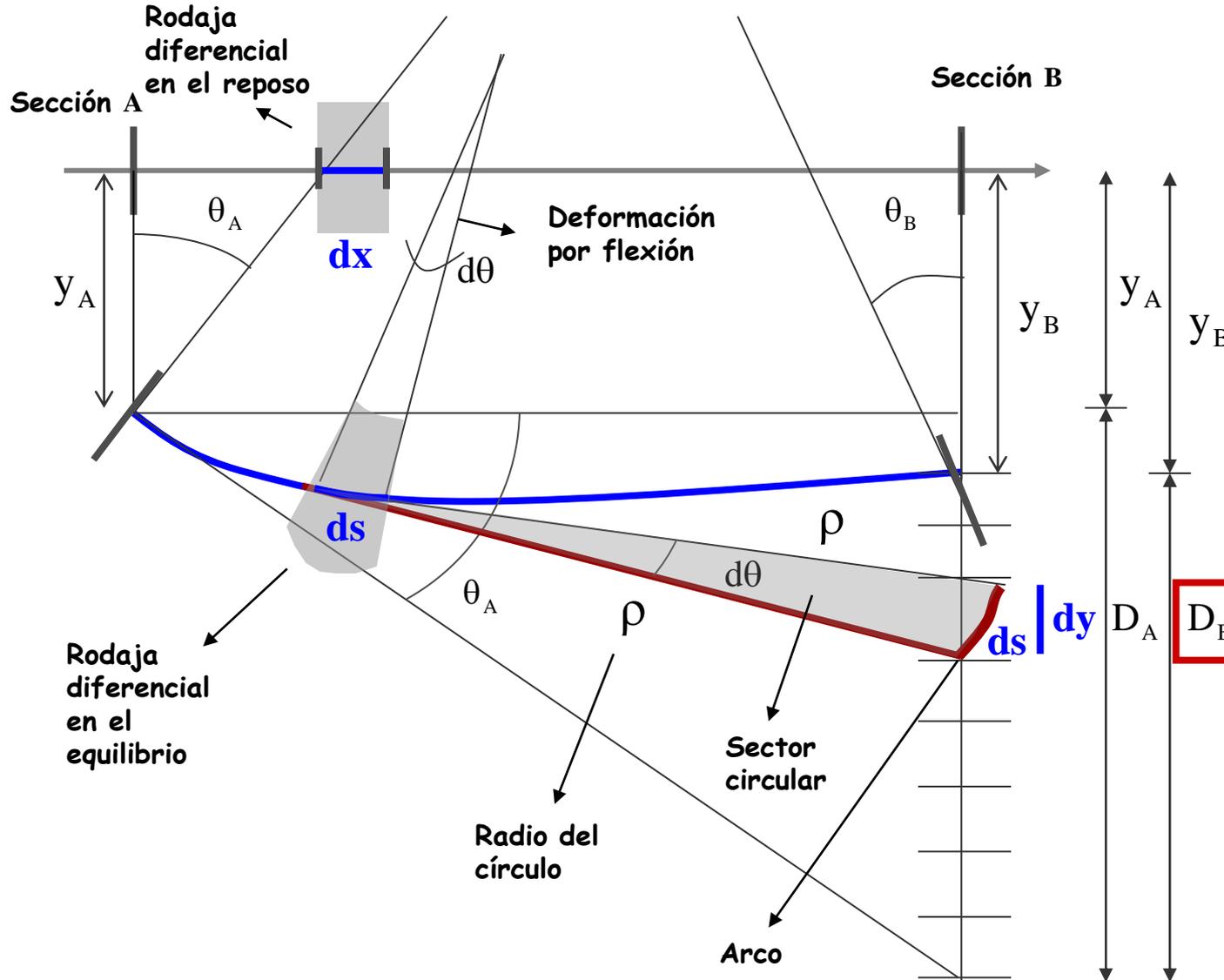


$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



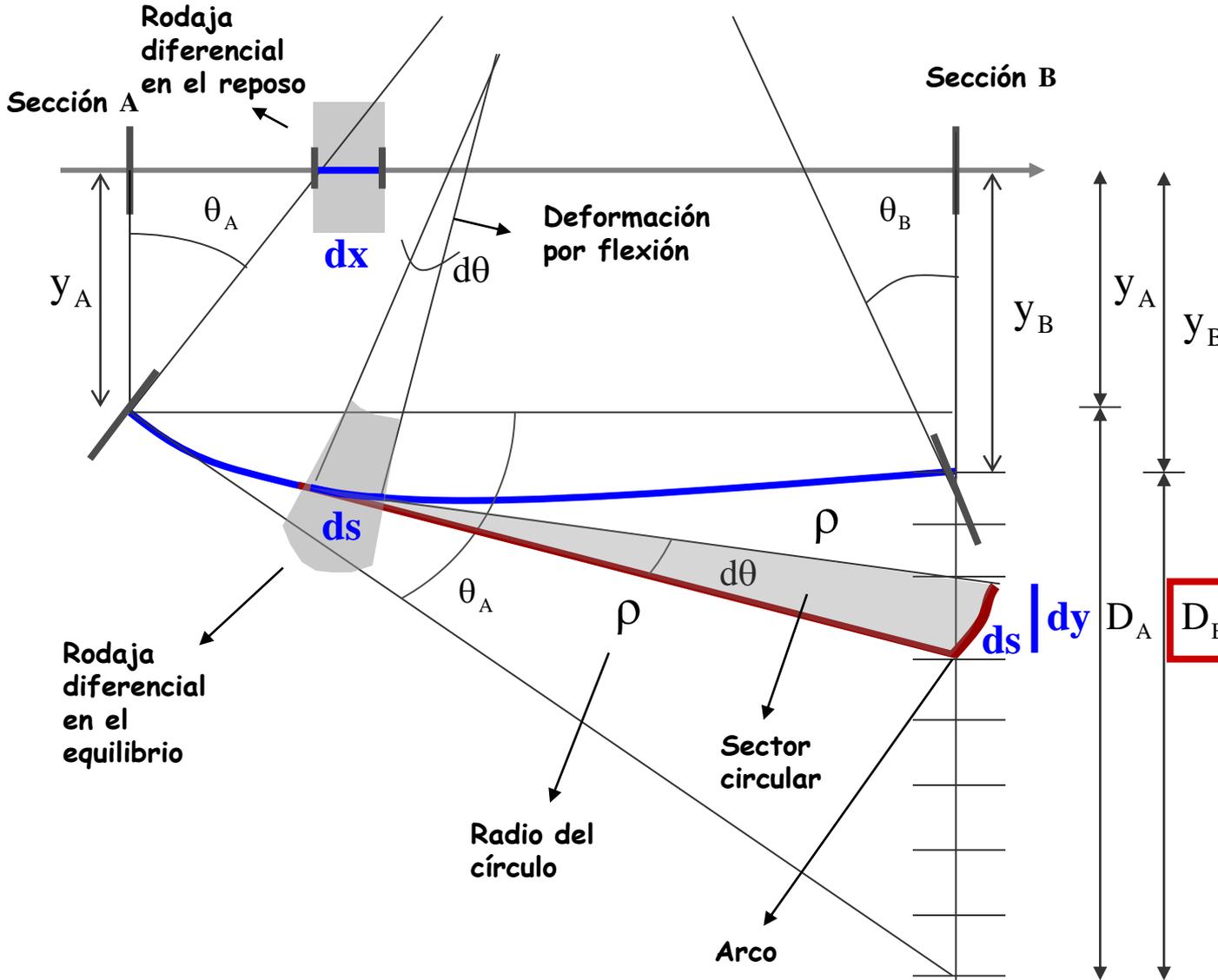
$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$D_B$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

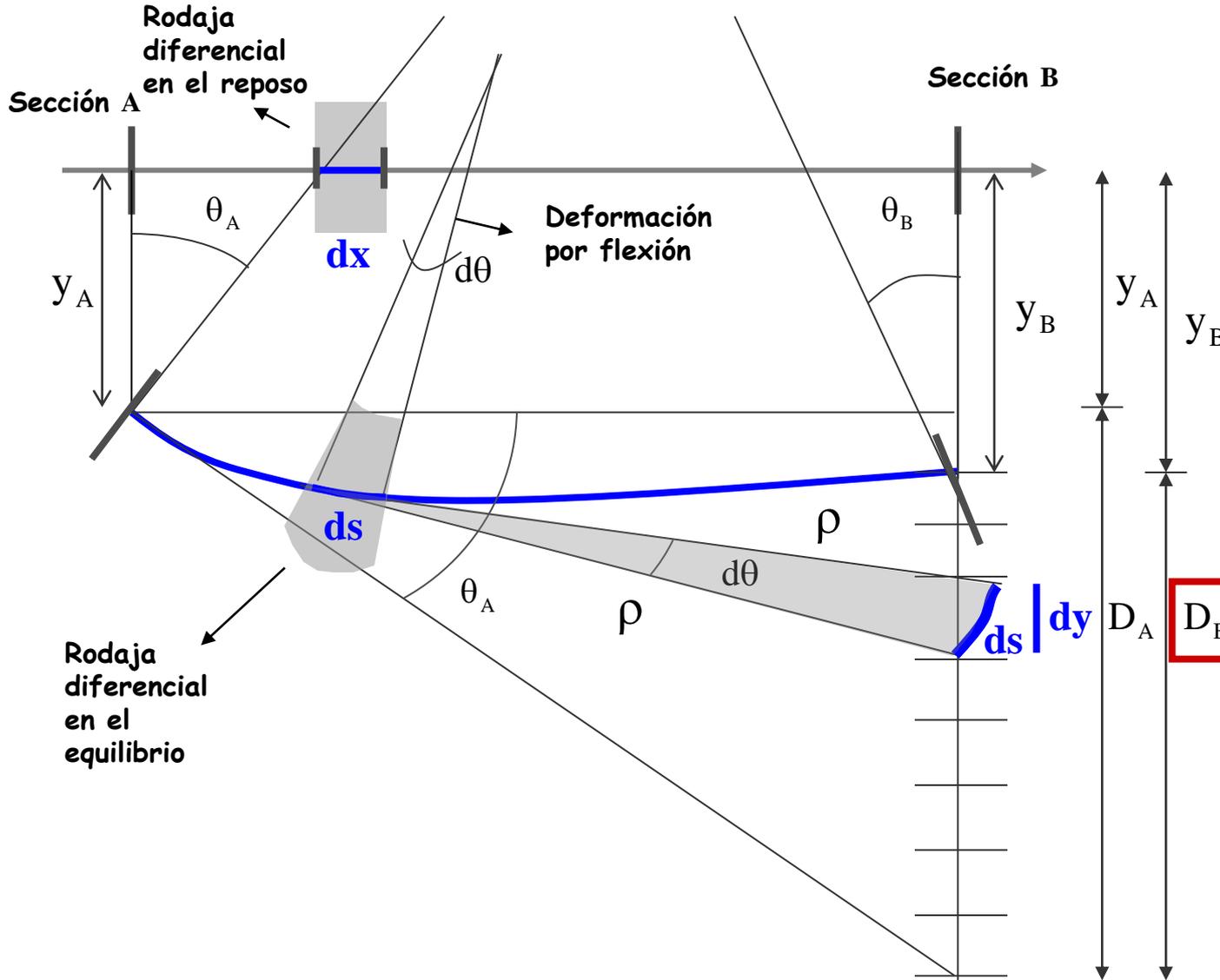
Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

$$D_B$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



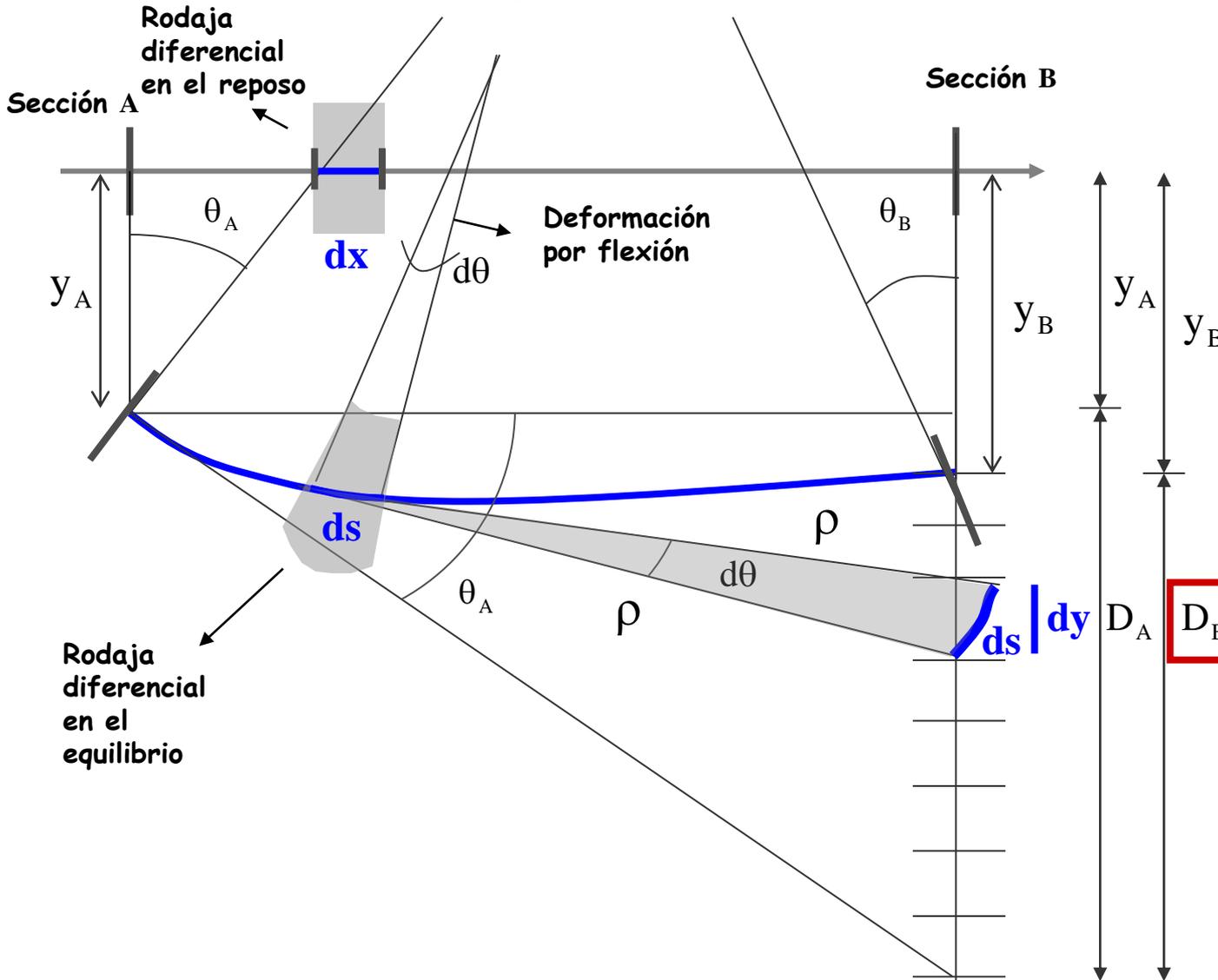
$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

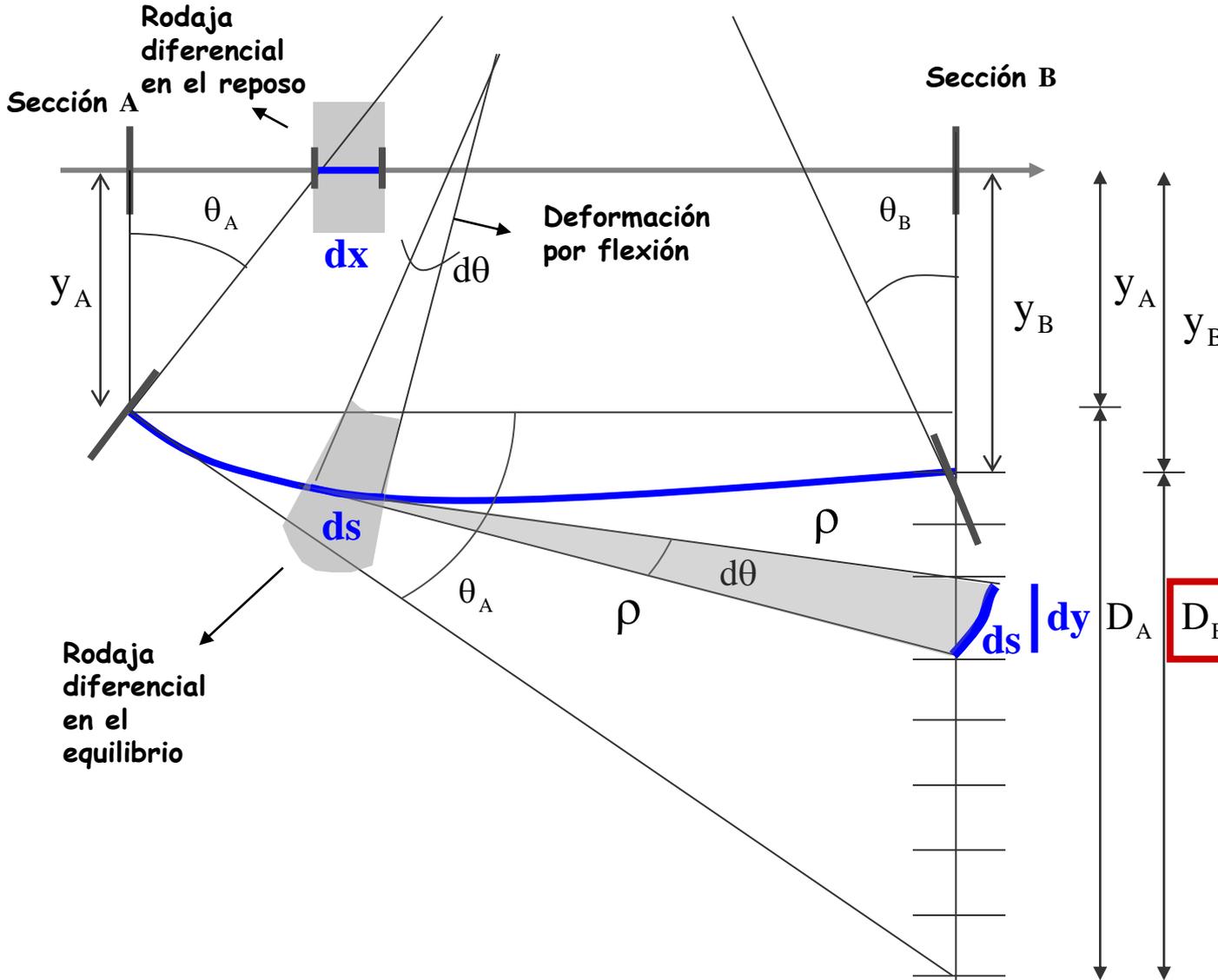
$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2º Simplificación:

$$D_B$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

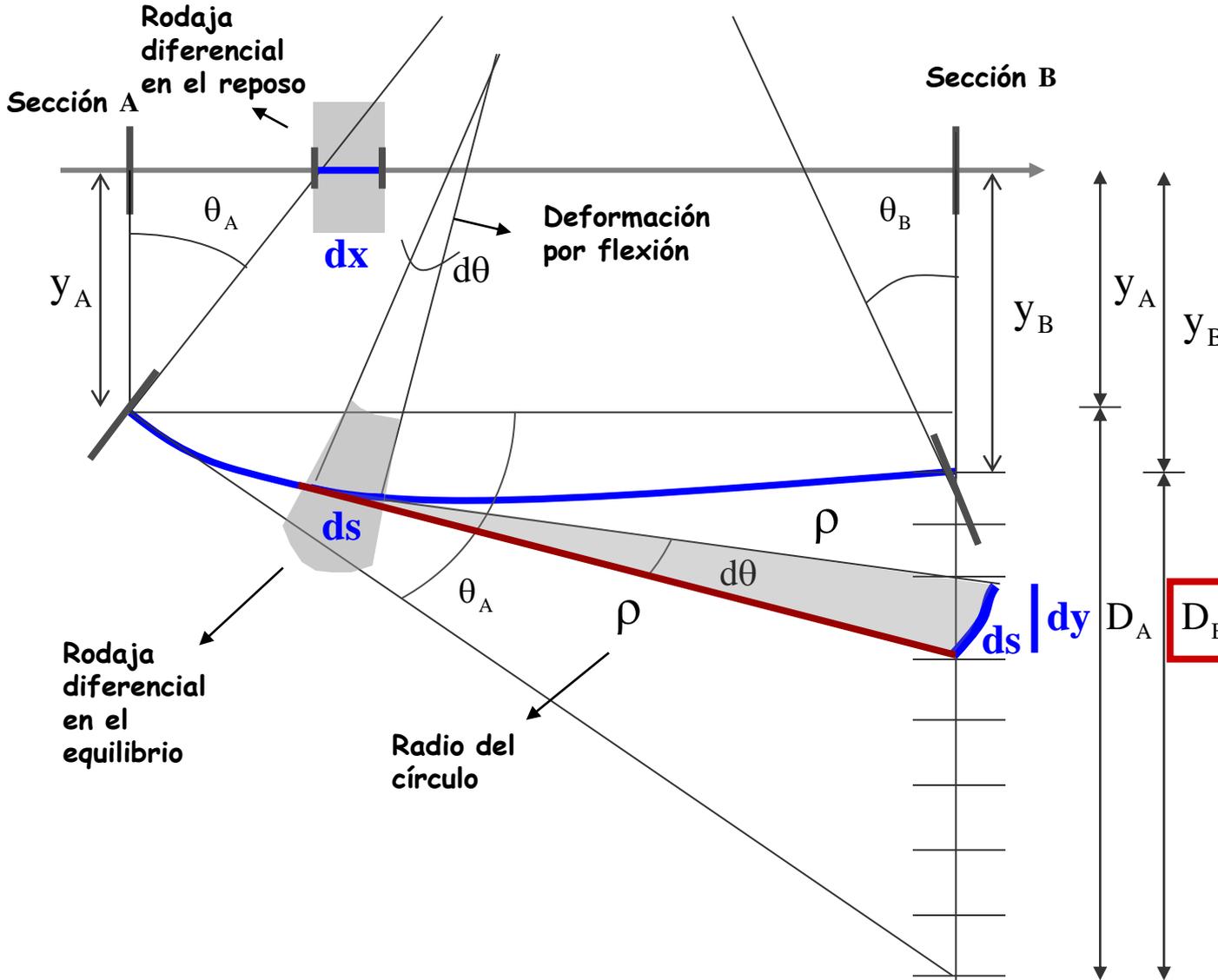
$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

$$D_B$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy

Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:

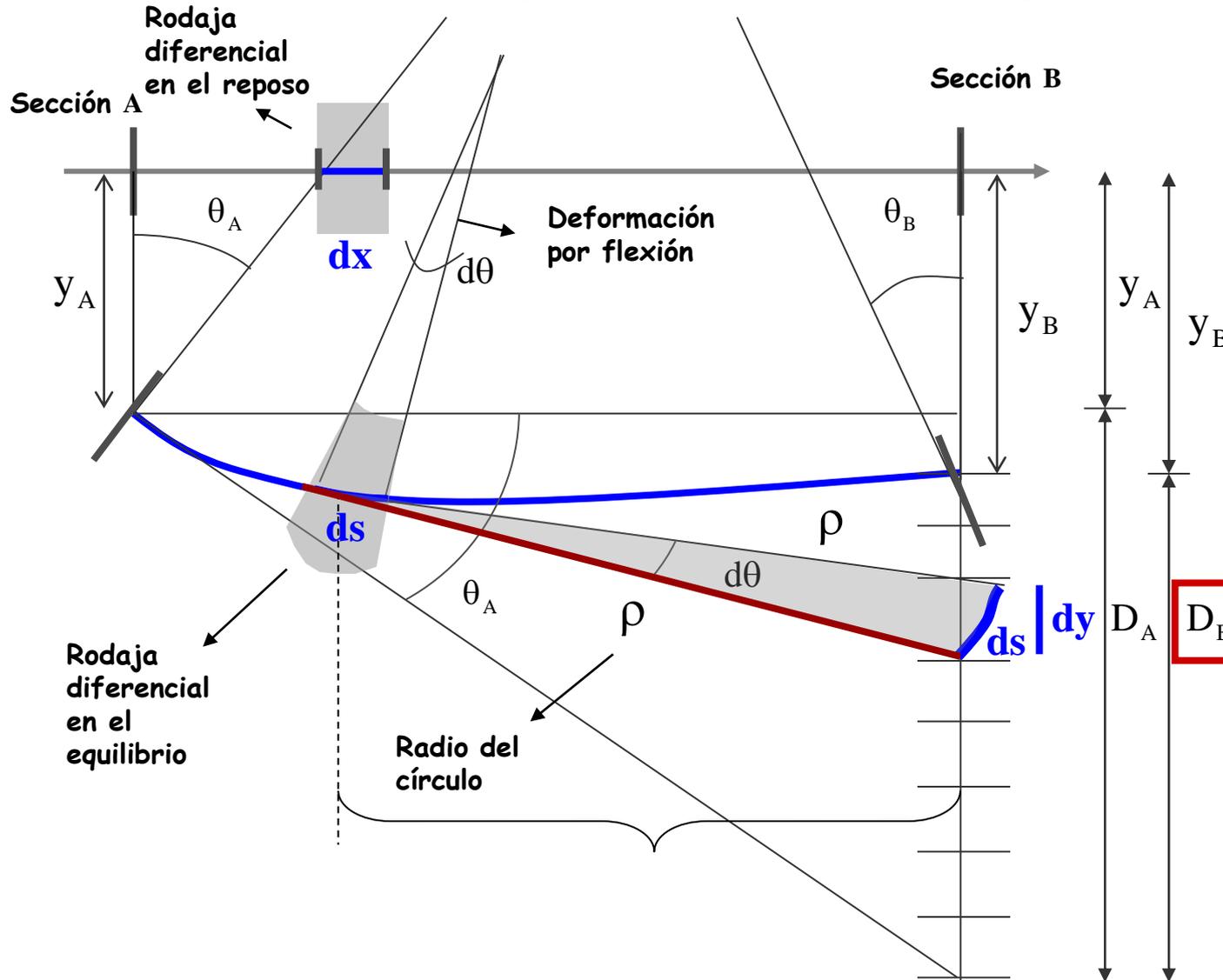
1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

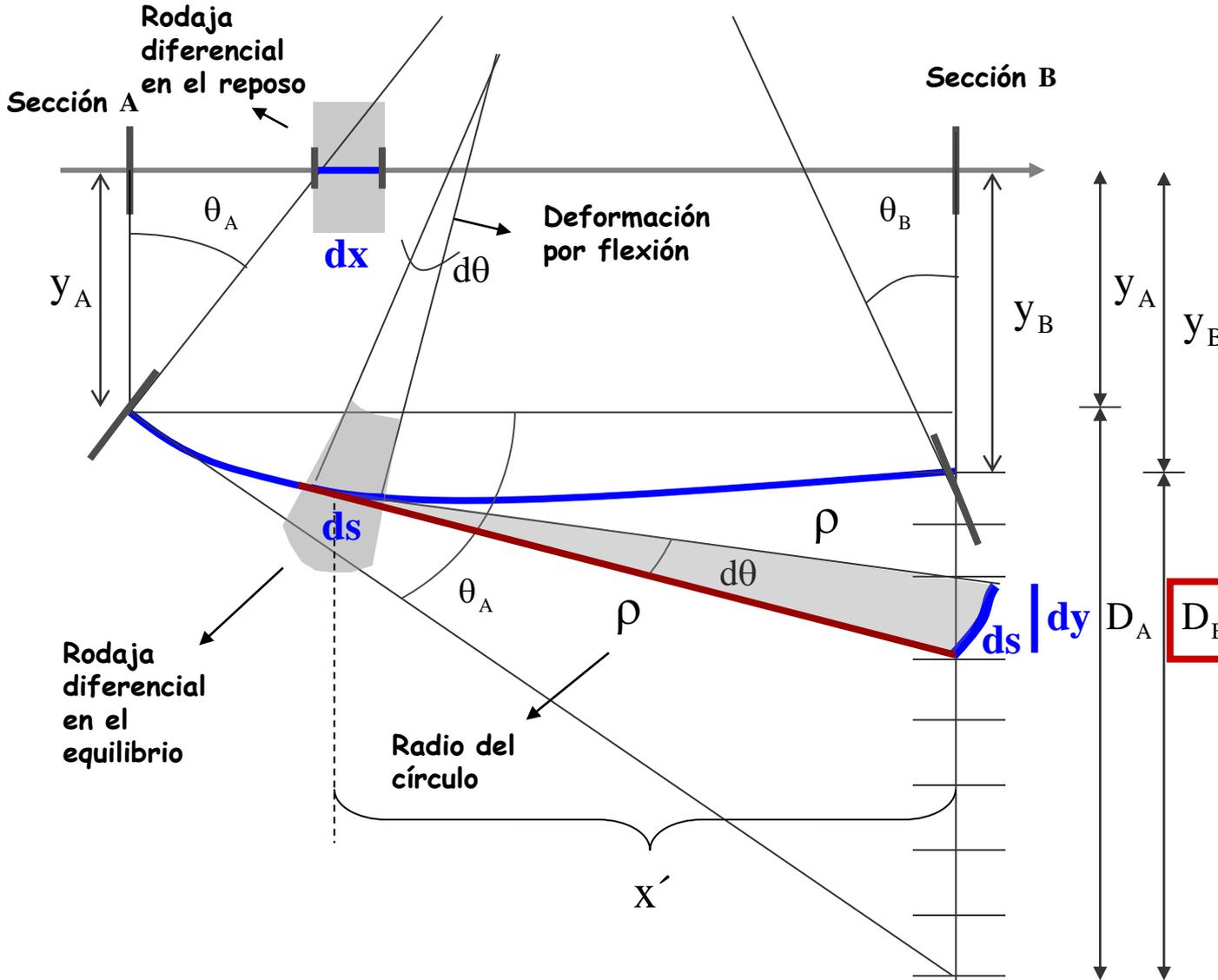
$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

$$D_B$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

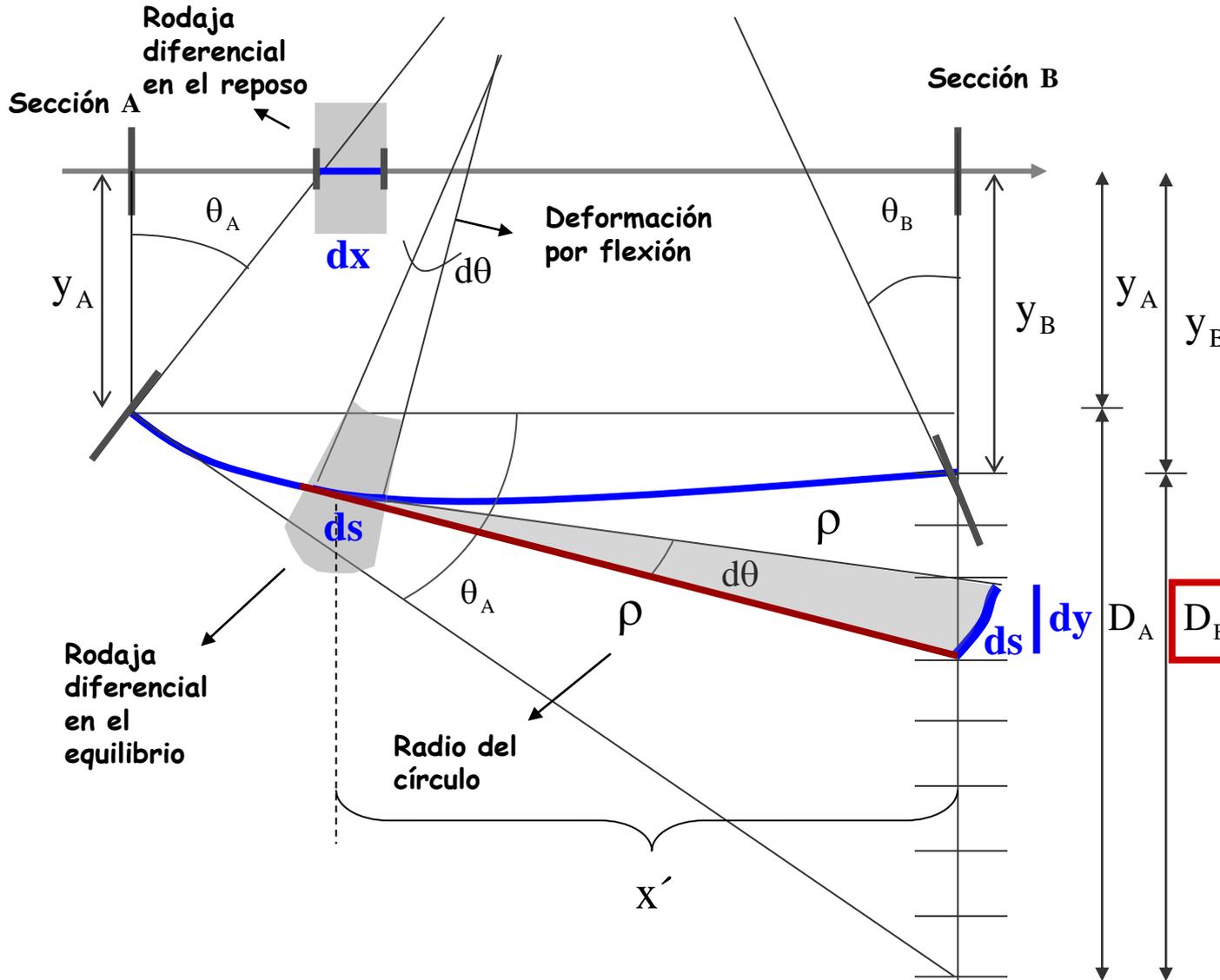
$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

$$D_B$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy

Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:

1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

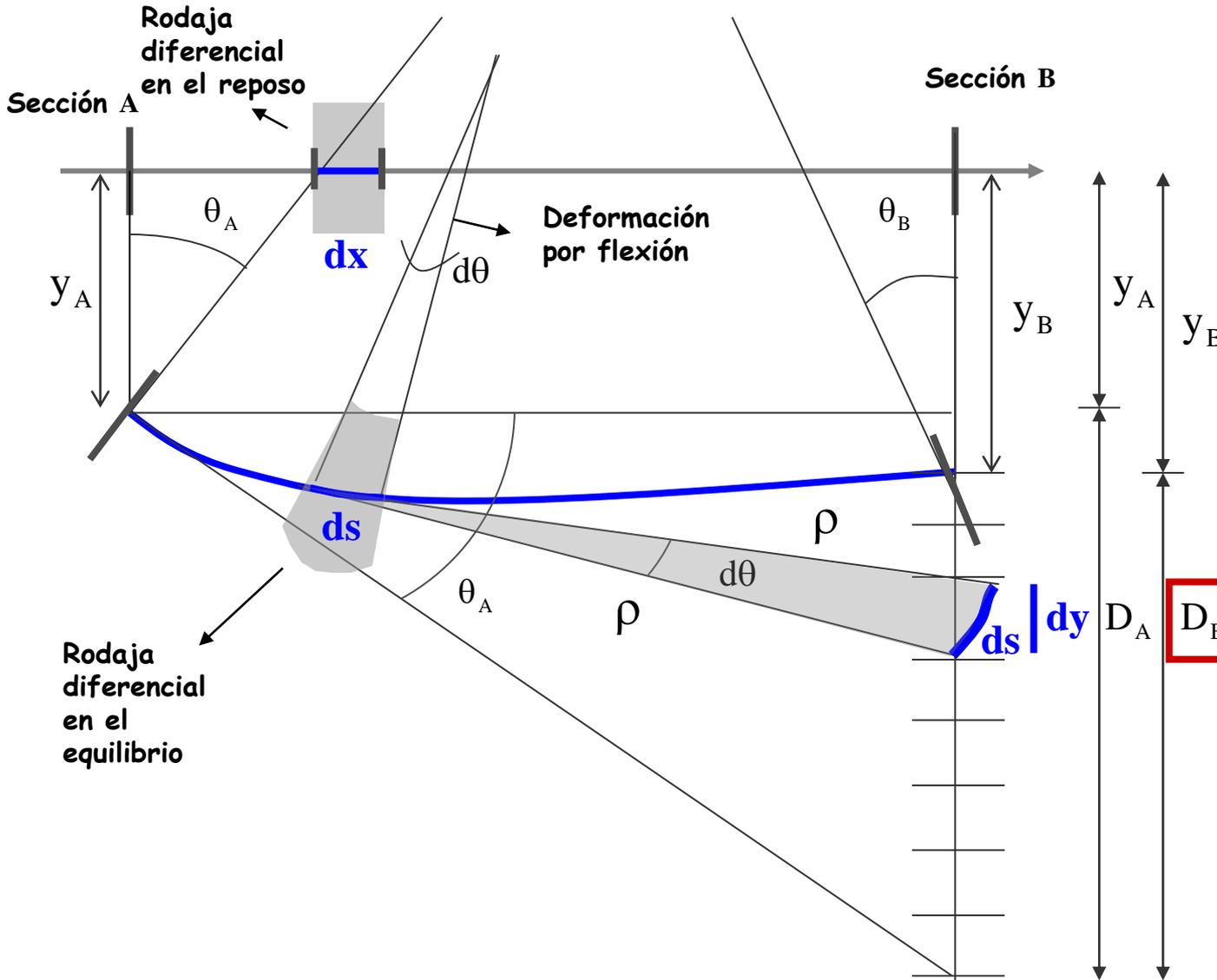
2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

$$\rho \approx x'$$

D_B

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

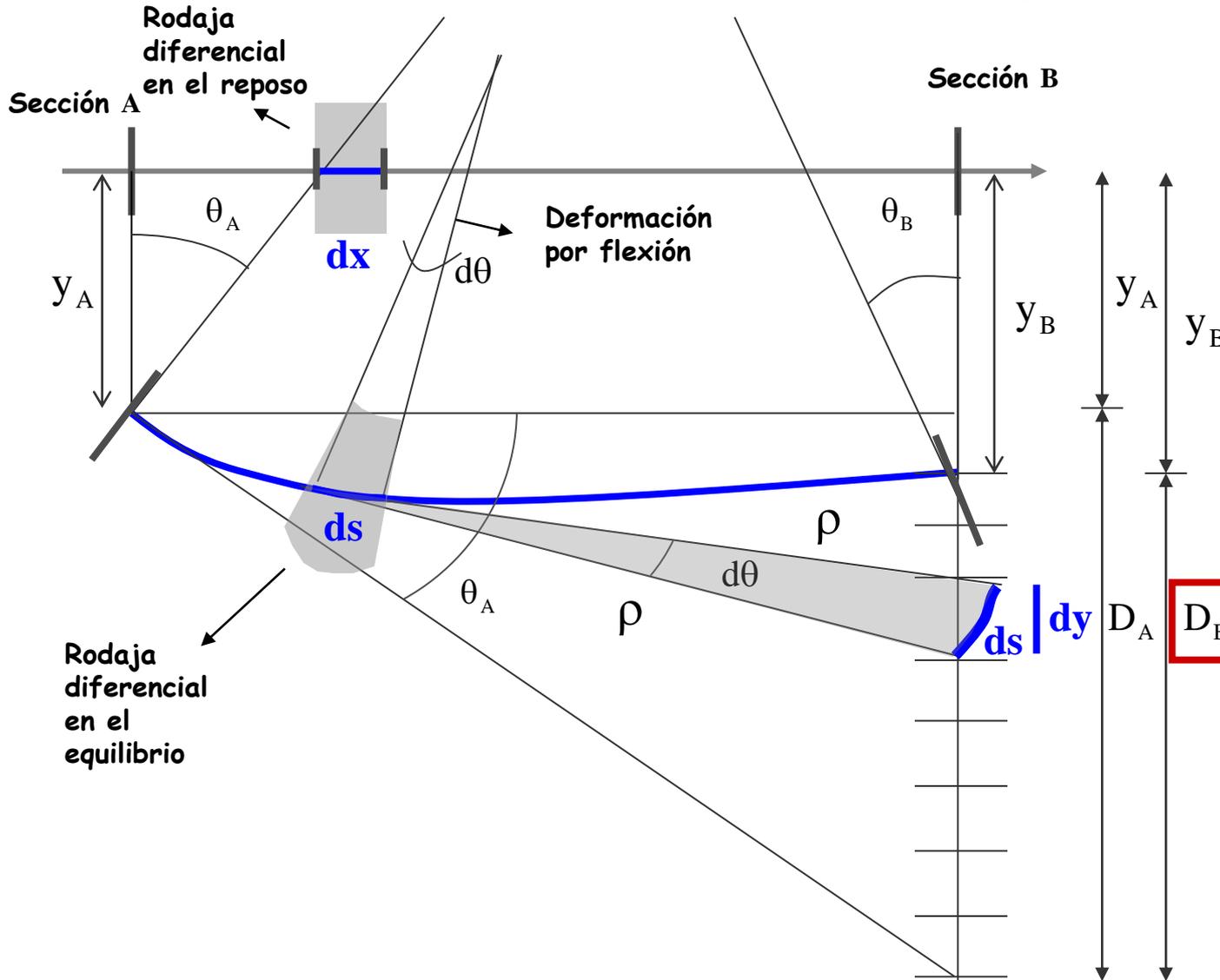
2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

$$\rho \approx x'$$

D_B

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy

Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:

1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

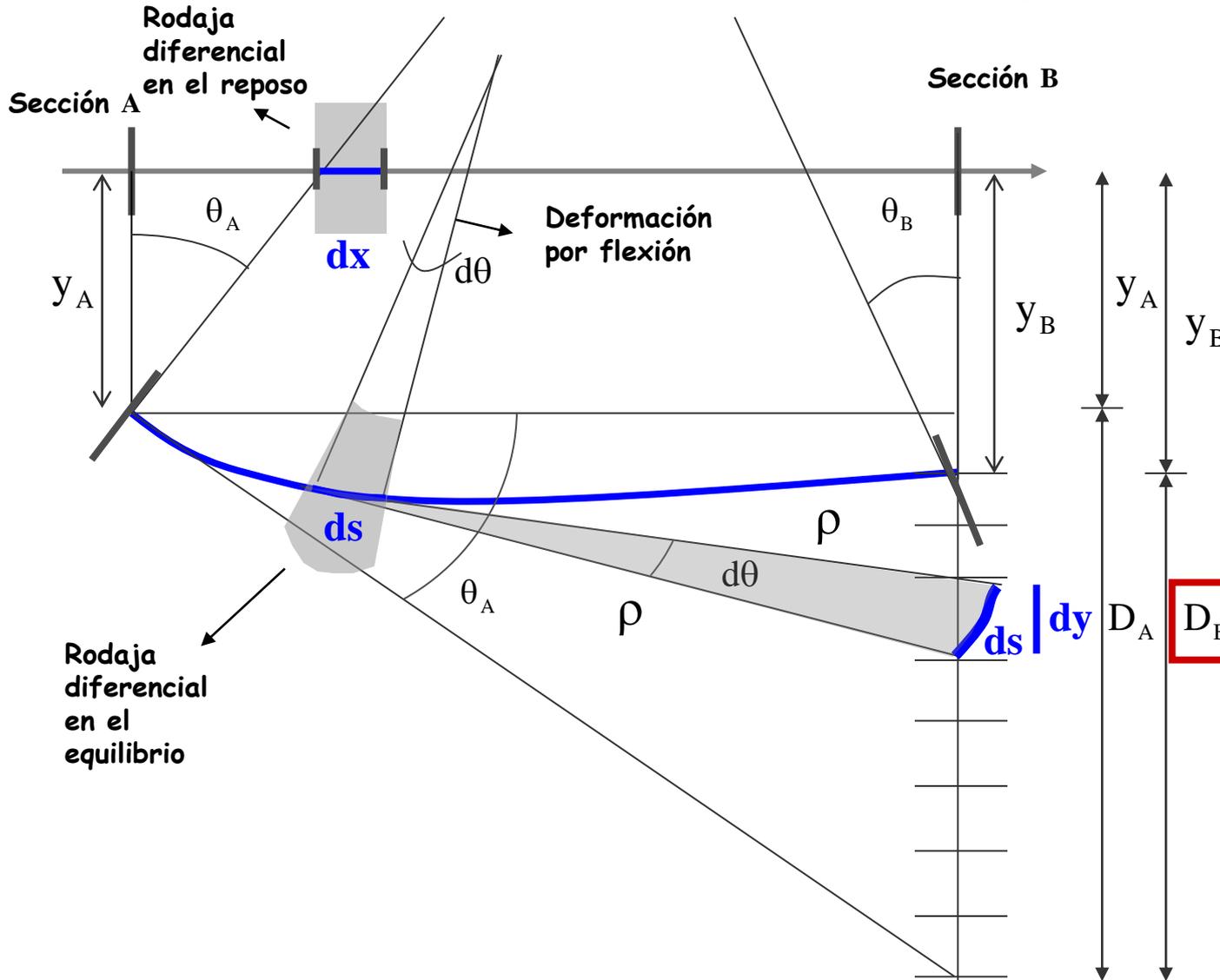
$$\rho \approx x'$$

3º Simplificación:

$$D_B$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

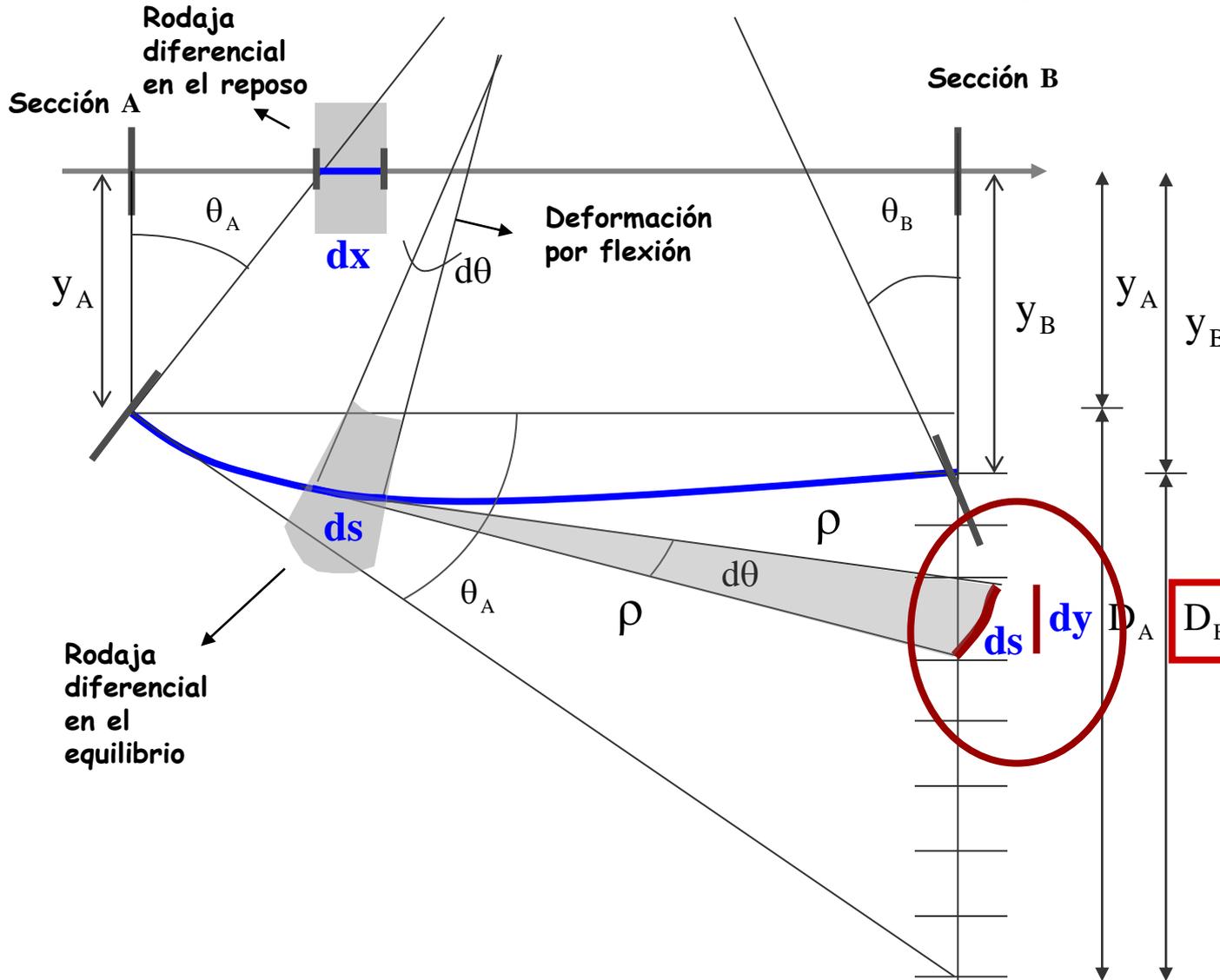
$$\rho \approx x'$$

3º Simplificación: El arco es igual a su proyección vertical

$$D_B$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

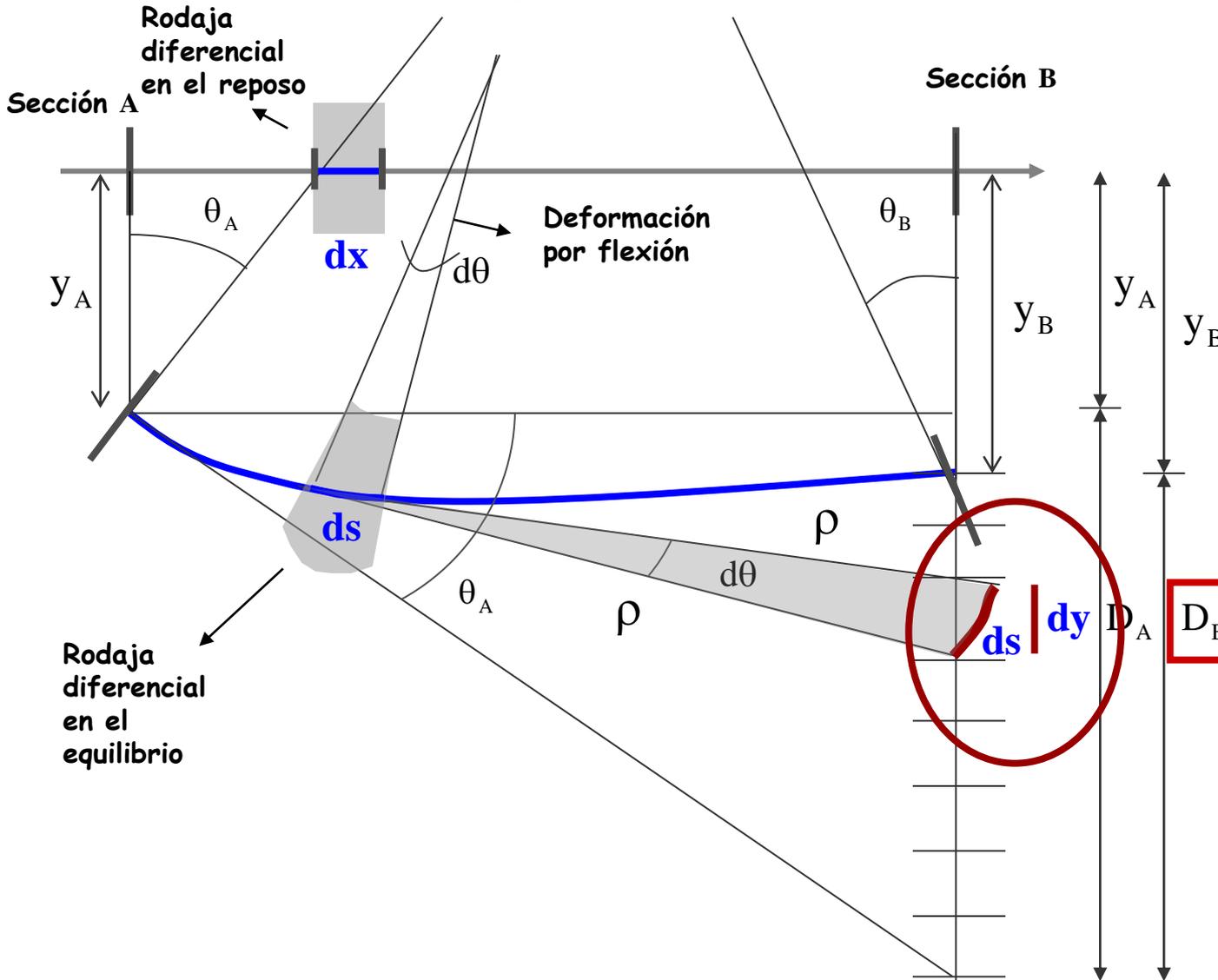
2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

$$\rho \approx x'$$

3º Simplificación: El arco es igual a su proyección vertical

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

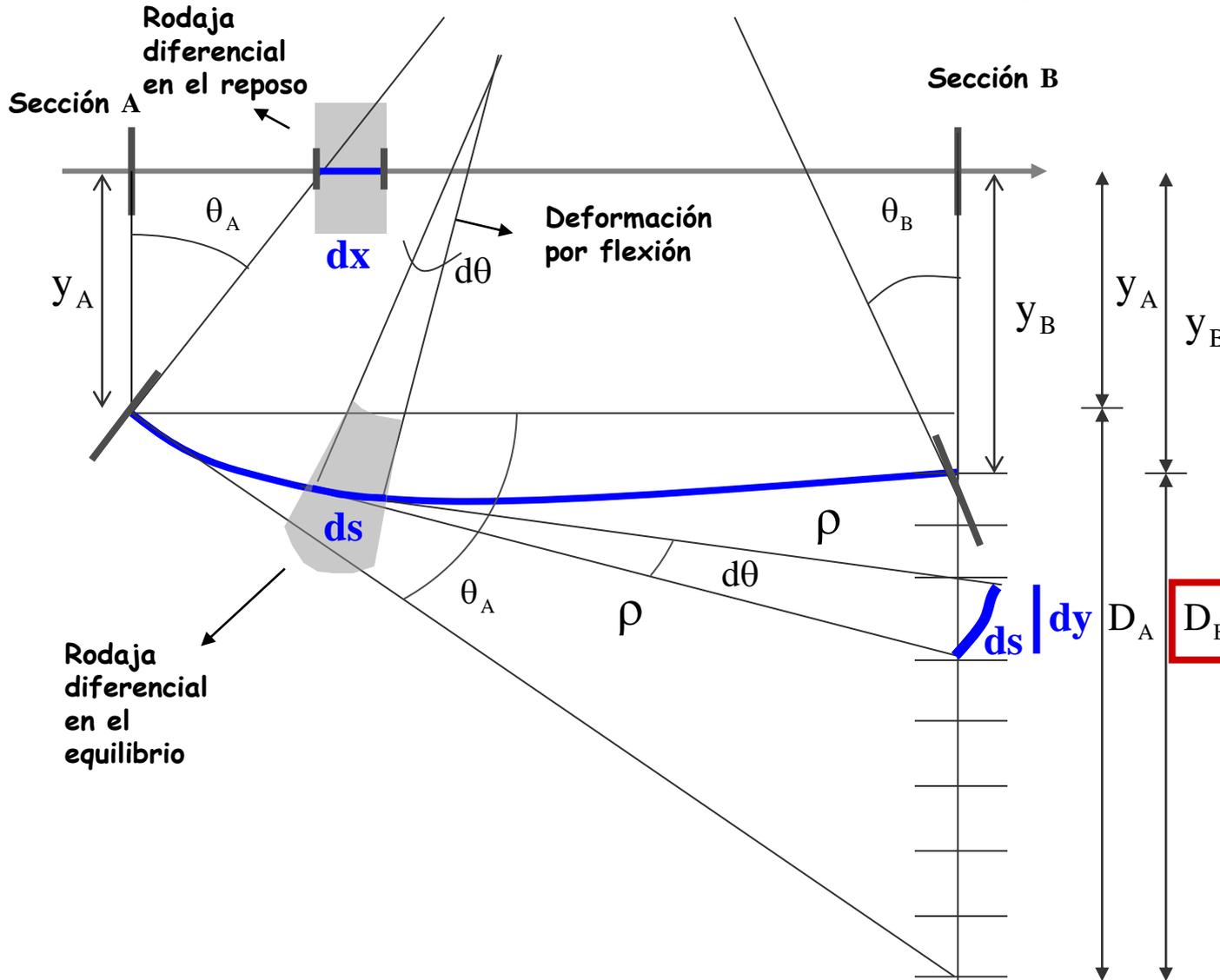
$$\rho \approx x'$$

3º Simplificación: El arco es igual a su proyección vertical

$$ds \approx dy$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

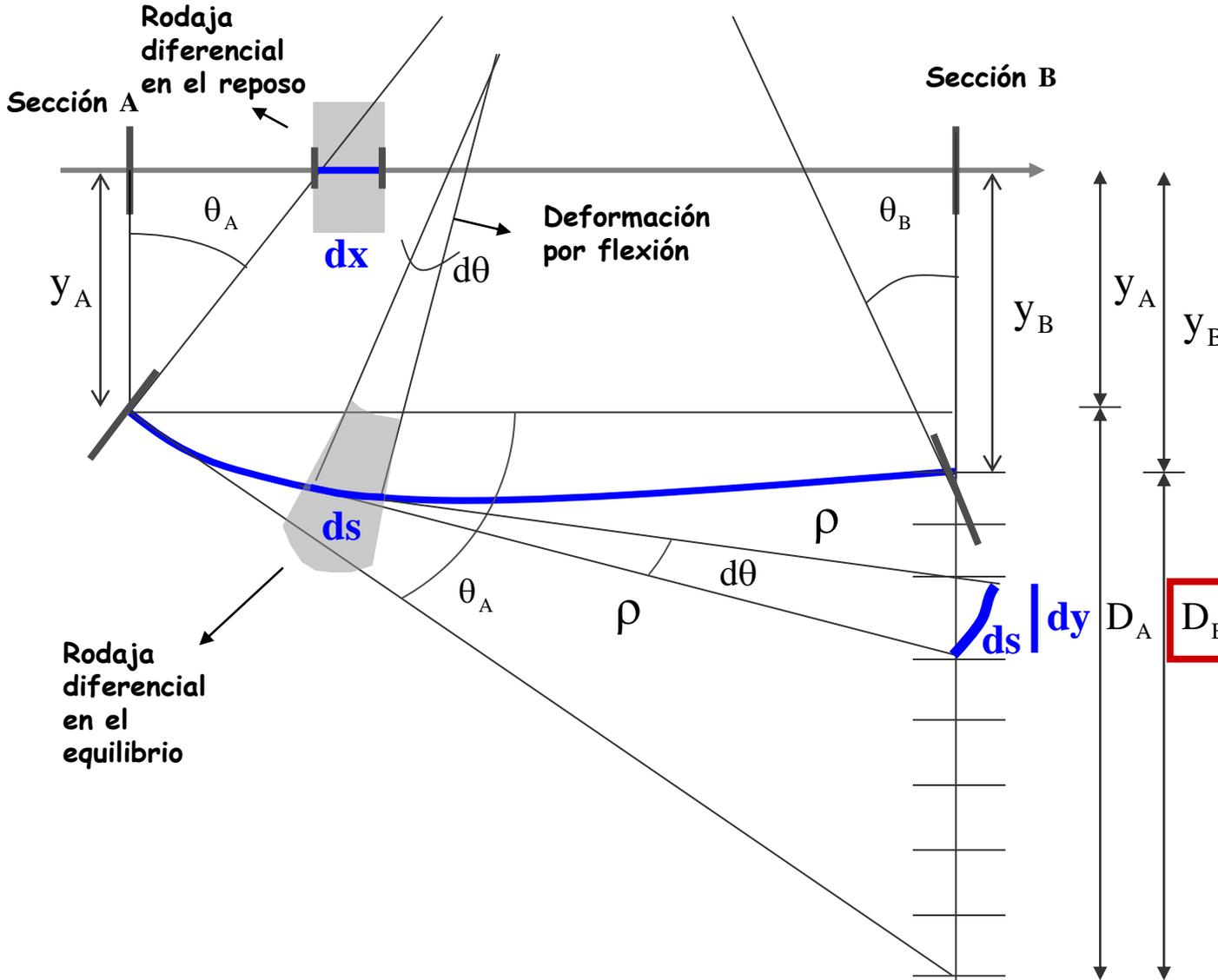
$$\rho \approx x'$$

3º Simplificación: El arco es igual a su proyección vertical

$$ds \approx dy$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

$$\rho \approx x'$$

3º Simplificación: El arco es igual a su proyección vertical

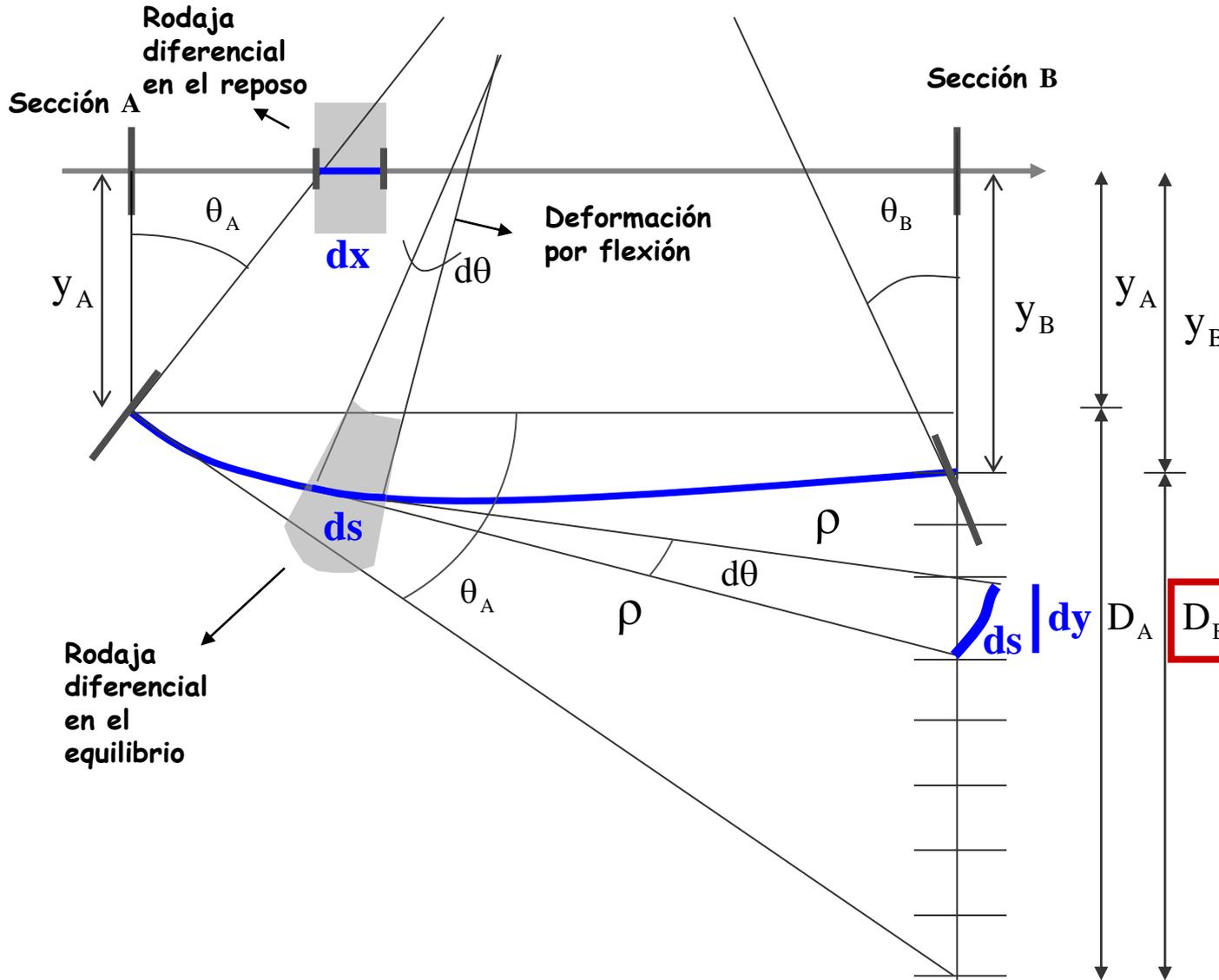
$$ds \approx dy$$

El valor final de dy:

$$D_B$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy

Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:

1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

$$\rho \approx x'$$

3º Simplificación: El arco es igual a su proyección vertical

$$ds \approx dy$$

El valor final de dy:

$$dy = d\theta \cdot x'$$



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de

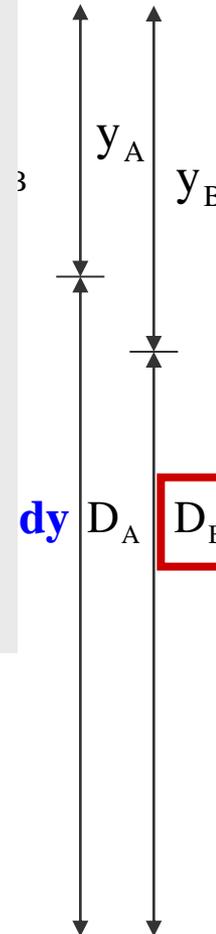
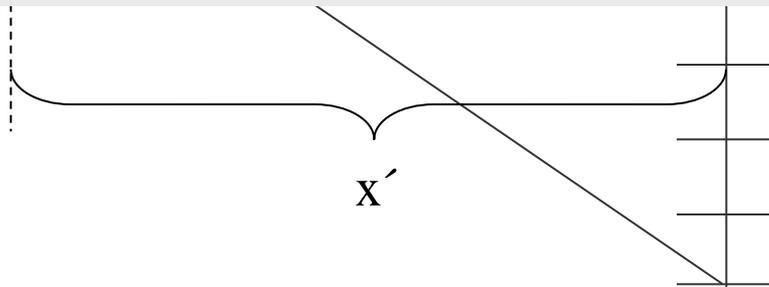
Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

$$\left. \begin{aligned} D_A &= \tan \theta_A L_{AB} \\ \tan \theta_A &= \theta_A \end{aligned} \right\} D_A = \theta_A L_{AB}$$

Obtención de D_B

Se calcula integrando unos elementos diferenciales dy , obtenidos de la siguiente manera:

equilibrio



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

$$\rho \approx x'$$

3º Simplificación: El arco es igual a su proyección vertical

$$ds \approx dy$$

El valor final de dy :

$$dy = d\theta \cdot x'$$



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de

Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

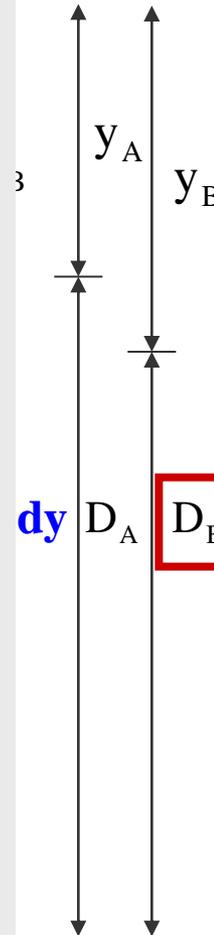
$$\left. \begin{aligned} D_A &= \tan \theta_A L_{AB} \\ \tan \theta_A &= \theta_A \end{aligned} \right\} D_A = \theta_A L_{AB}$$

Obtención de

D_B

Se calcula integrando unos elementos diferenciales dy , obtenidos de la siguiente manera:

$$D_B = \sum dy$$



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

$$\rho \approx x'$$

3º Simplificación: El arco es igual a su proyección vertical

$$ds \approx dy$$

El valor final de dy :

$$dy = d\theta \cdot x'$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de

Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

$$\left. \begin{aligned} D_A &= \tan \theta_A L_{AB} \\ \tan \theta_A &= \theta_A \end{aligned} \right\} D_A = \theta_A L_{AB}$$

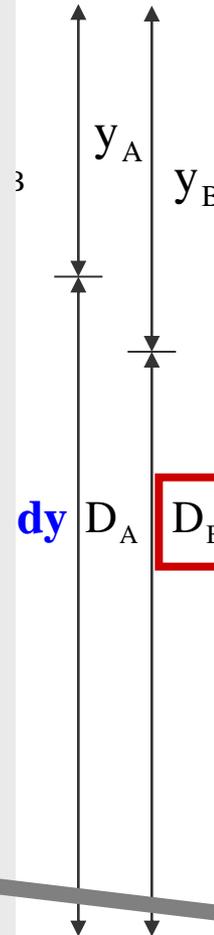
Obtención de

D_B

Se calcula integrando unos elementos diferenciales dy , obtenidos de la siguiente manera:

$$D_B = \sum dy$$

$$dy = d\theta \cdot x'$$



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

$$\rho \approx x'$$

3º Simplificación: El arco es igual a su proyección vertical

$$ds \approx dy$$

El valor final de dy :

$$dy = d\theta \cdot x'$$



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geoméricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de

Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

$$\left. \begin{aligned} D_A &= \tan \theta_A L_{AB} \\ \tan \theta_A &= \theta_A \end{aligned} \right\} D_A = \theta_A L_{AB}$$

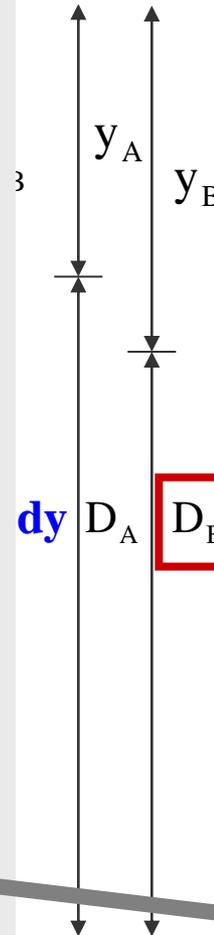
Obtención de D_B

Se calcula integrando unos elementos diferenciales dy , obtenidos de la siguiente manera:

$$D_B = \sum dy$$

$$dy = d\theta \cdot x'$$

$$d\theta = -\frac{M}{EI} dx$$



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
1º Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2º Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

$$\rho \approx x'$$

3º Simplificación: El arco es igual a su proyección vertical

$$ds \approx dy$$

El valor final de dy :

$$dy = d\theta \cdot x'$$



Demostración

El 2° Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de

Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

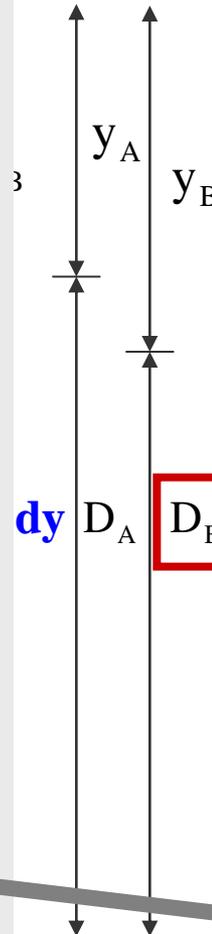
$$\left. \begin{aligned} D_A &= \tan \theta_A L_{AB} \\ \tan \theta_A &= \theta_A \end{aligned} \right\} D_A = \theta_A L_{AB}$$

Obtención de

D_B

Se calcula integrando unos elementos diferenciales dy , obtenidos de la siguiente manera:

$$\left. \begin{aligned} D_B &= \sum dy \\ dy &= d\theta \cdot x' \\ d\theta &= -\frac{M}{EI} dx \end{aligned} \right\} D_B = -\int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
 Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
 1° Simplificación: (Bernouilli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2° Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

$$\rho \approx x'$$

3° Simplificación: El arco es igual a su proyección vertical

$$ds \approx dy$$

El valor final de dy :

$$dy = d\theta \cdot x'$$



Demostración

El 2° Teorema se demuestra geométricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de

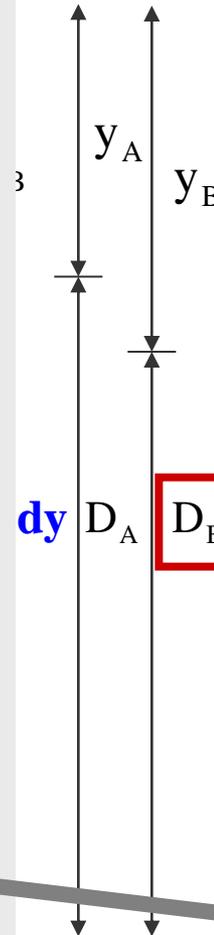
Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

$$\left. \begin{aligned} D_A &= \tan \theta_A L_{AB} \\ \tan \theta_A &= \theta_A \end{aligned} \right\} D_A = \theta_A L_{AB}$$

Obtención de D_B

Se calcula integrando unos elementos diferenciales dy , obtenidos de la siguiente manera:

$$\left. \begin{aligned} D_B &= \sum dy \\ dy &= d\theta \cdot x' \\ d\theta &= -\frac{M}{EI} dx \end{aligned} \right\} D_B = -\int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = -A_{AB} \cdot x_{GB} = -S_{AB}$$



$$D_B = \sum dy$$

Obtención de dy
Se aplican tres simplificaciones por ser deformaciones muy pequeñas:
1° Simplificación: (Bernoulli): el espesor de dy deformado se asemeja a un sector circular

$$ds = d\theta \cdot \rho$$

2° Simplificación: El radio del sector circular es igual a su proyección horizontal

$$\rho \approx x'$$

3° Simplificación: El arco es igual a su proyección vertical

$$ds \approx dy$$

El valor final de dy :

$$dy = d\theta \cdot x'$$



Demostración

El 2º Teorema se demuestra geoméricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de

Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

$$\left. \begin{aligned} D_A &= \tan \theta_A L_{AB} \\ \tan \theta_A &= \theta_A \end{aligned} \right\} D_A = \theta_A L_{AB}$$

Obtención de D_B

Se calcula integrando unos elementos diferenciales dy , obtenidos de la siguiente manera:

$$\left. \begin{aligned} D_B &= \sum dy \\ dy &= d\theta \cdot x' \\ d\theta &= -\frac{M}{EI} dx \end{aligned} \right\} D_B = -\int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = -A_{AB} \cdot X_{GB} = -S_{AB}$$

$$y_B \downarrow = y_A \downarrow + \overset{\curvearrowright}{\theta}_A L_{AB} - S_{AB}$$

Demostración

El 2º Teorema se demuestra geoméricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de

Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

$$\left. \begin{aligned} D_A &= \tan \theta_A L_{AB} \\ \tan \theta_A &= \theta_A \end{aligned} \right\} D_A = \theta_A L_{AB}$$

Obtención de D_B

Se calcula integrando unos elementos diferenciales dy , obtenidos de la siguiente manera:

$$\left. \begin{aligned} D_B &= \sum dy \\ dy &= d\theta \cdot x' \\ d\theta &= -\frac{M}{EI} dx \end{aligned} \right\} D_B = -\int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = -A_{AB} \cdot x_{GB} = -S_{AB}$$

$$y_B \downarrow = y_A \downarrow + \theta_A L_{AB} - S_{AB}$$

2º Teorema de área de momentos

Demostración

El 2° Teorema se demuestra geoméricamente mediante la siguiente secuencia:

Objetivo: $y_B = f(\theta_A, y_A)$

Se obtiene estudiando gráficamente el comportamiento de la elástica A entre las dos secciones A y B

$$y_A \downarrow + D_A = y_B \downarrow + D_B \longrightarrow y_B \downarrow = y_A \downarrow + D_A - D_B$$

Obtención de

Se calcula gráficamente en función del giro en A y de la distancia entre las dos secciones A y B

$$\left. \begin{aligned} D_A &= \tan \theta_A L_{AB} \\ \tan \theta_A &= \theta_A \end{aligned} \right\} D_A = \theta_A L_{AB}$$

Obtención de D_B

Se calcula integrando unos elementos diferenciales dy , obtenidos de la siguiente manera:

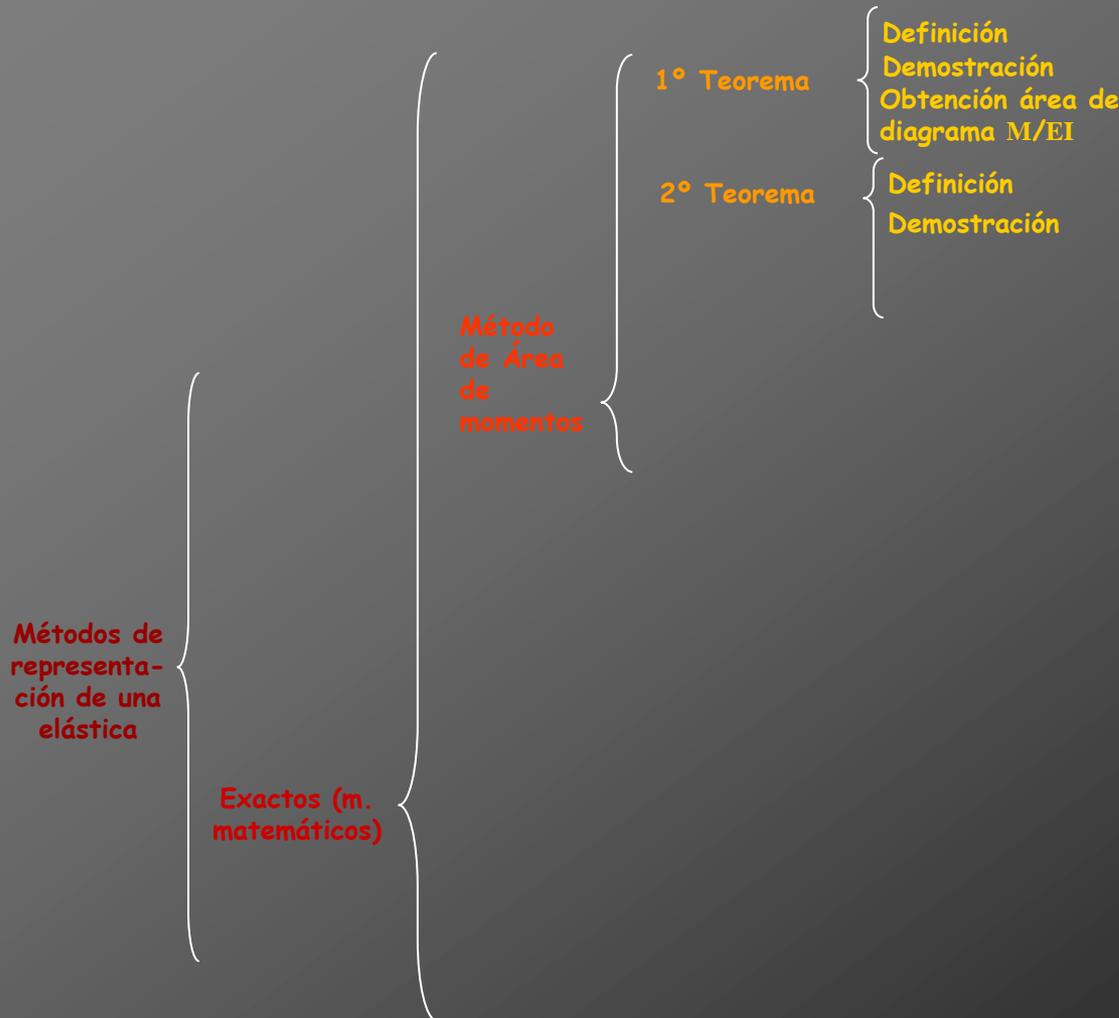
$$\left. \begin{aligned} D_B &= \sum dy \\ dy &= d\theta \cdot x' \\ d\theta &= -\frac{M}{EI} dx \end{aligned} \right\} D_B = -\int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = -A_{AB} \cdot x_{GB} = -S_{AB}$$

$$y_B \downarrow = y_A \downarrow + \theta_A L_{AB} - S_{AB}$$

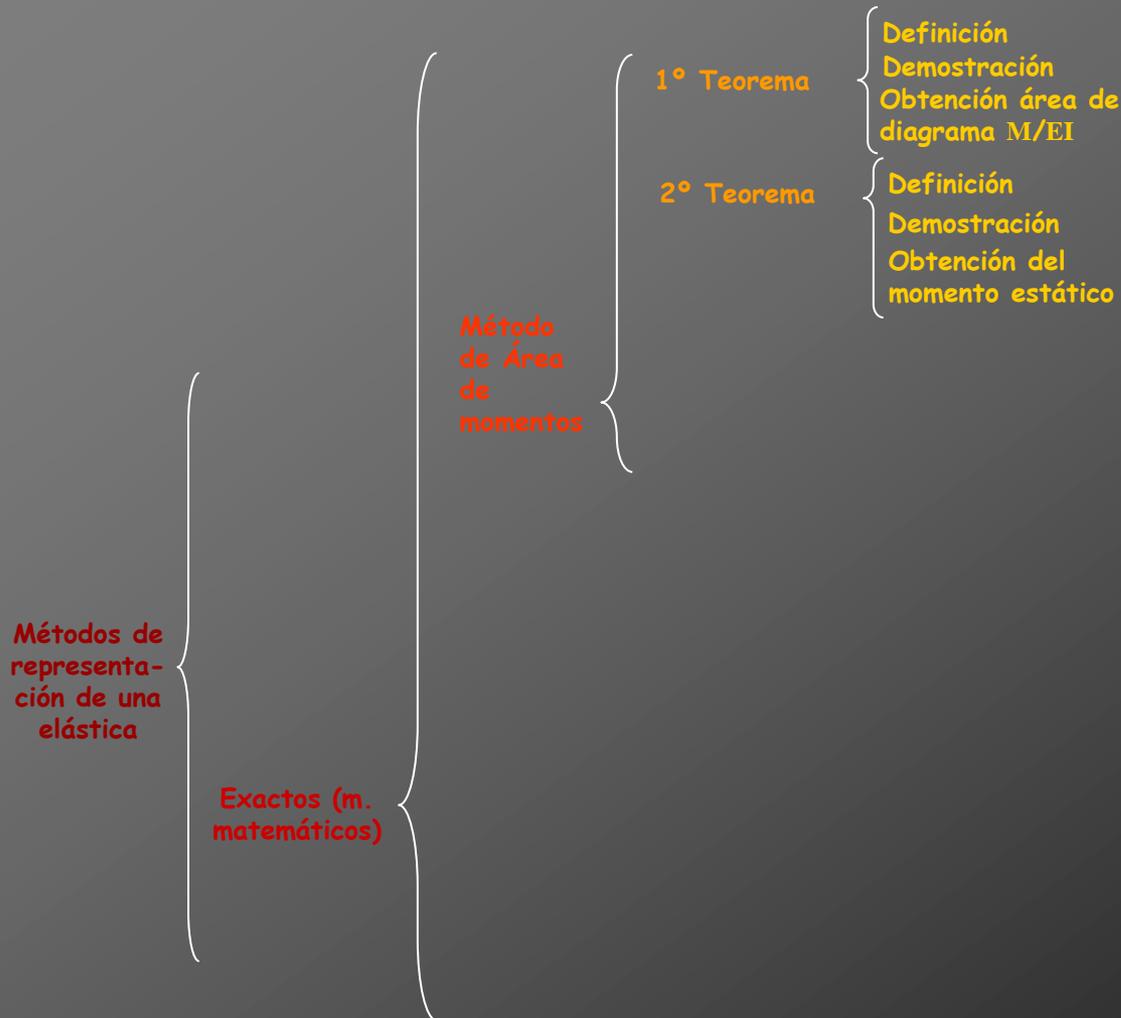
2° Teorema de área de momentos



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

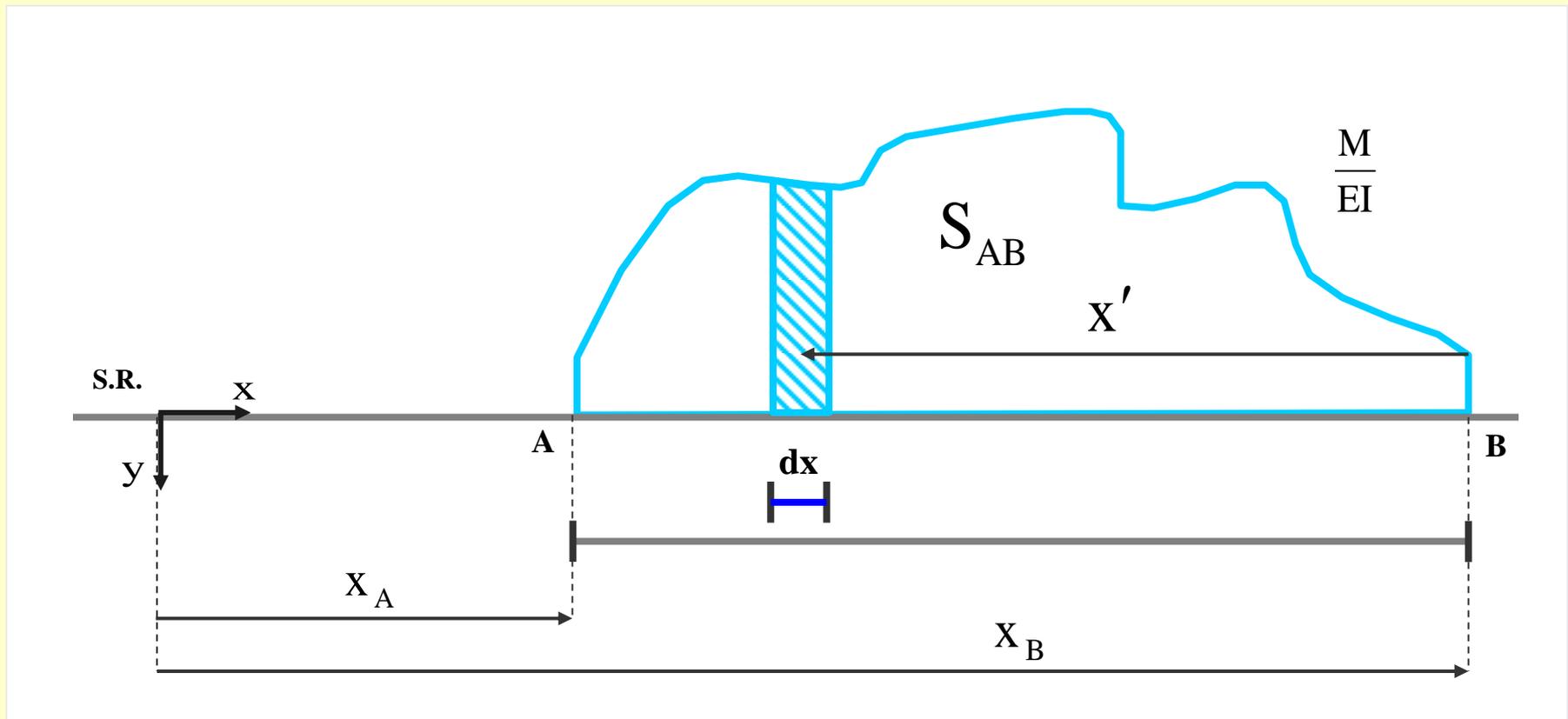


Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

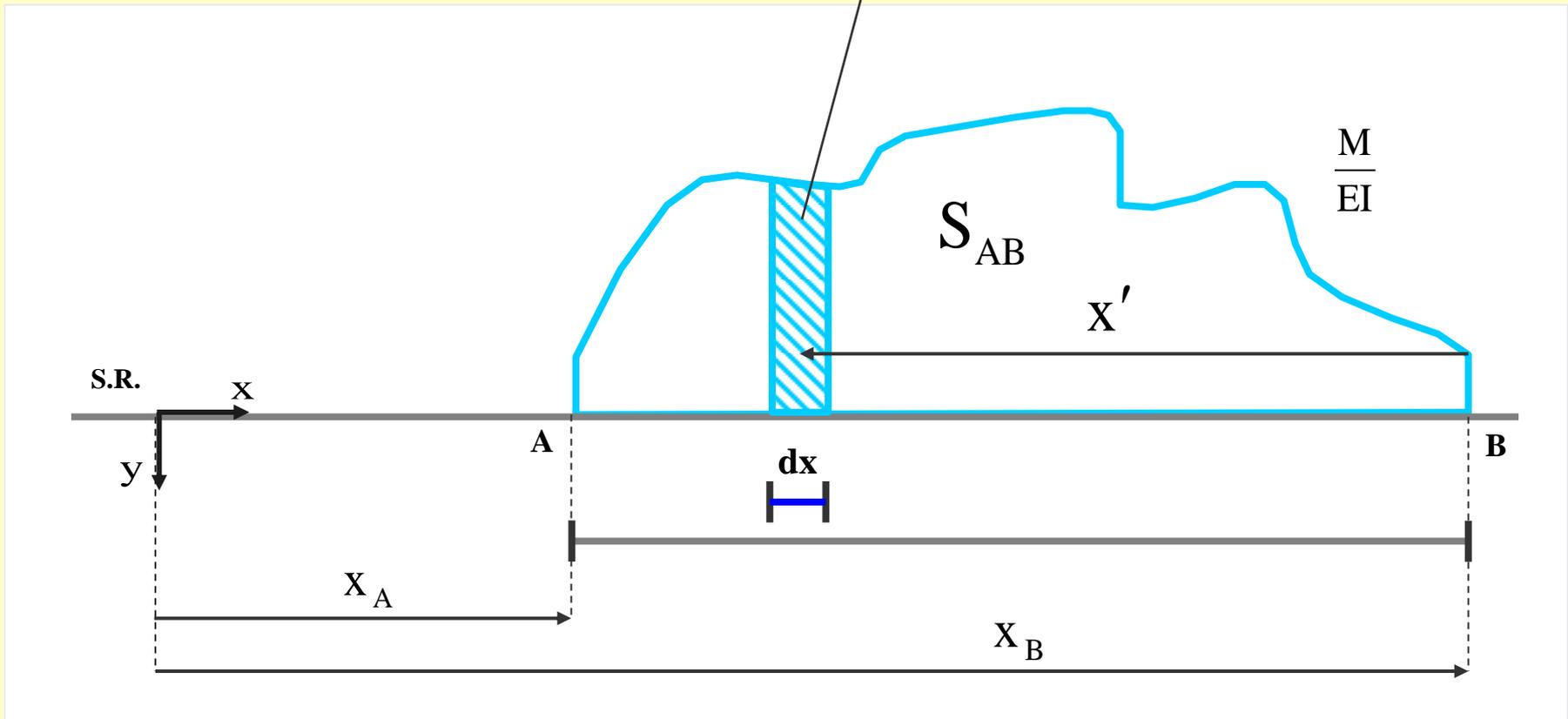
En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:



Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$dS_x = \frac{M}{EI} x' dx$$

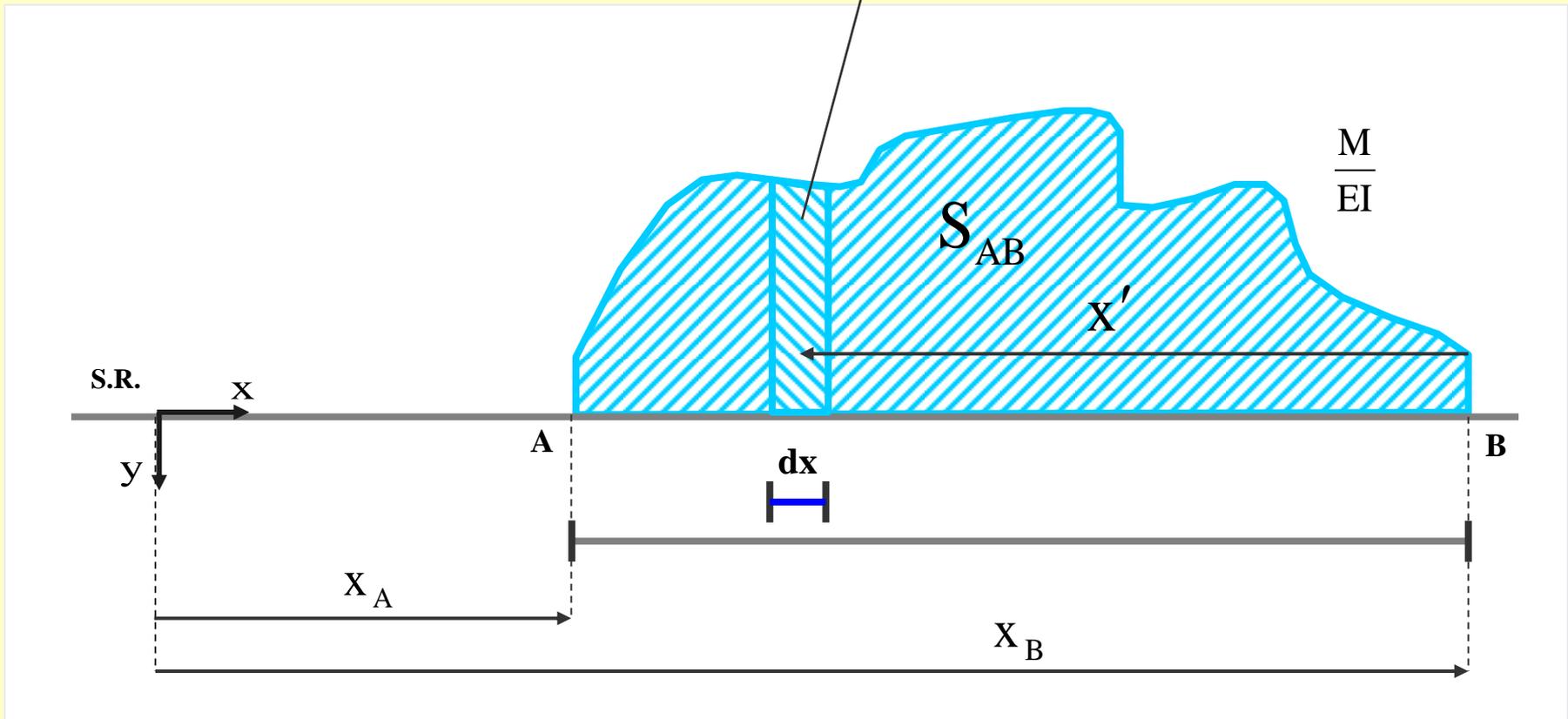


Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

$$dS_x = \frac{M}{EI} x' dx$$



Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

Parábola de 2º grado

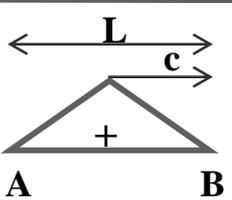
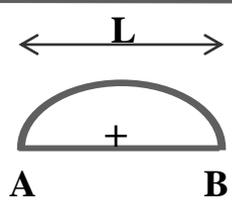
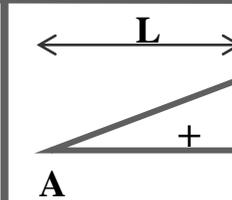
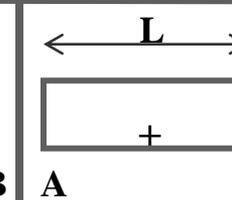
				
A_{AB}	$\frac{L \cdot h}{2}$	$\frac{2 \cdot L \cdot h}{3}$	$\frac{L \cdot h}{2}$	$L \cdot h$
x_{GA}	$\frac{2L - c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{2L}{3}$	$\frac{L}{2}$
x_{GB}	$\frac{L + c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$	$\frac{L}{2}$

Tabla de áreas de diagramas básicos

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla

Parábola de 2º grado

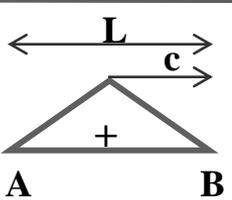
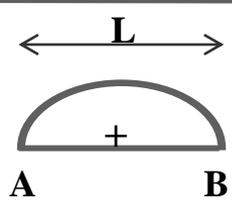
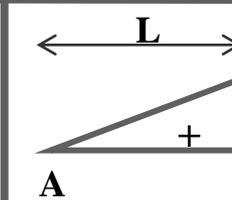
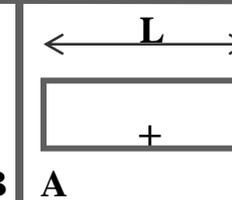
				
A_{AB}	$\frac{L \cdot h}{2}$	$\frac{2 \cdot L \cdot h}{3}$	$\frac{L \cdot h}{2}$	$L \cdot h$
x_{GA}	$\frac{2L - c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{2L}{3}$	$\frac{L}{2}$
x_{GB}	$\frac{L + c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$	$\frac{L}{2}$

Tabla de áreas de diagramas básicos

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

$$M_{\text{total}} \\ ||$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla



Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla

$$\begin{array}{c} M_{\text{total}} \\ || \\ M_{\text{de carga } 1} \\ + \end{array}$$

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla

$$\begin{aligned} & M_{\text{total}} \\ & || \\ & M_{\text{de carga 1}} \\ & + \\ & M_{\text{de carga 2}} \\ & + \end{aligned}$$



Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla

$$\begin{aligned} & M_{\text{total}} \\ & || \\ & M_{\text{de carga 1}} \\ & + \\ & M_{\text{de carga 2}} \\ & + \\ & M_{\text{de carga 3}} \end{aligned}$$

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla

$$\begin{aligned} & M_{\text{total}} \\ & || \\ & M_{\text{de carga 1}} \\ & + \\ & M_{\text{de carga 2}} \\ & + \\ & M_{\text{de carga 3}} \\ & \downarrow \\ & \int_{x_A}^{x_B} M \cdot x' dx \end{aligned}$$

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla

$$M_{\text{total}}$$

$$M_{\text{de carga 1}}$$

+

$$M_{\text{de carga 2}}$$

+

$$M_{\text{de carga 3}}$$



$$\int_{x_A}^{x_B} M \cdot x' dx$$



$$\int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla

$$M_{\text{total}}$$

$$M_{\text{de carga 1}}$$



$$A_{AB1} \quad x_{AB1}$$

+

$$M_{\text{de carga 2}}$$

+

$$M_{\text{de carga 3}}$$



$$\int_{x_A}^{x_B} M \cdot x' dx$$



$$\int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla

$$\begin{aligned}
 & M_{\text{total}} \\
 & \parallel \\
 & M_{\text{de carga 1}} \rightarrow \boxed{A_{AB1} \quad x_{AB1}} \\
 & + \\
 & M_{\text{de carga 2}} \rightarrow \boxed{A_{AB2} \quad x_{AB2}} \\
 & + \\
 & M_{\text{de carga 3}} \\
 & \downarrow \\
 & \int_{x_A}^{x_B} M \cdot x' dx \\
 & \downarrow \\
 & \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx
 \end{aligned}$$

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla

$$\begin{array}{l}
 M_{\text{total}} \\
 || \\
 M_{\text{de carga 1}} \rightarrow \boxed{A_{AB1} \quad X_{AB1}} \\
 + \\
 M_{\text{de carga 2}} \rightarrow \boxed{A_{AB2} \quad X_{AB2}} \\
 + \\
 M_{\text{de carga 3}} \rightarrow \boxed{A_{AB3} \quad X_{AB3}} \\
 \downarrow \\
 \int_{x_A}^{x_B} M \cdot x' dx \\
 \downarrow \\
 \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx
 \end{array}$$

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla

M_{total}
||

$M_{de\ carg\ a\ 1}$

→ $A_{AB1} \quad x_{AB1}$

+

$M_{de\ carg\ a\ 2}$

→ $A_{AB2} \quad x_{AB2}$

+

$M_{de\ carg\ a\ 3}$

→ $A_{AB3} \quad x_{AB3}$

↓

$$\int_{x_A}^{x_B} M \cdot x' dx$$

↓

$$\int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

Áreas y posiciones de los cm de los diagramas de cada estado de carga obtenidas con la tabla

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla

$$\begin{array}{l}
 M_{\text{total}} \\
 || \\
 M_{\text{de carga 1}} \rightarrow \boxed{A_{AB1} \quad X_{AB1}} \\
 + \\
 M_{\text{de carga 2}} \rightarrow \boxed{A_{AB2} \quad X_{AB2}} \\
 + \\
 M_{\text{de carga 3}} \rightarrow \boxed{A_{AB3} \quad X_{AB3}} \\
 \downarrow \\
 \int_{x_A}^{x_B} M \cdot x' dx \\
 \downarrow \\
 \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx
 \end{array}$$

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

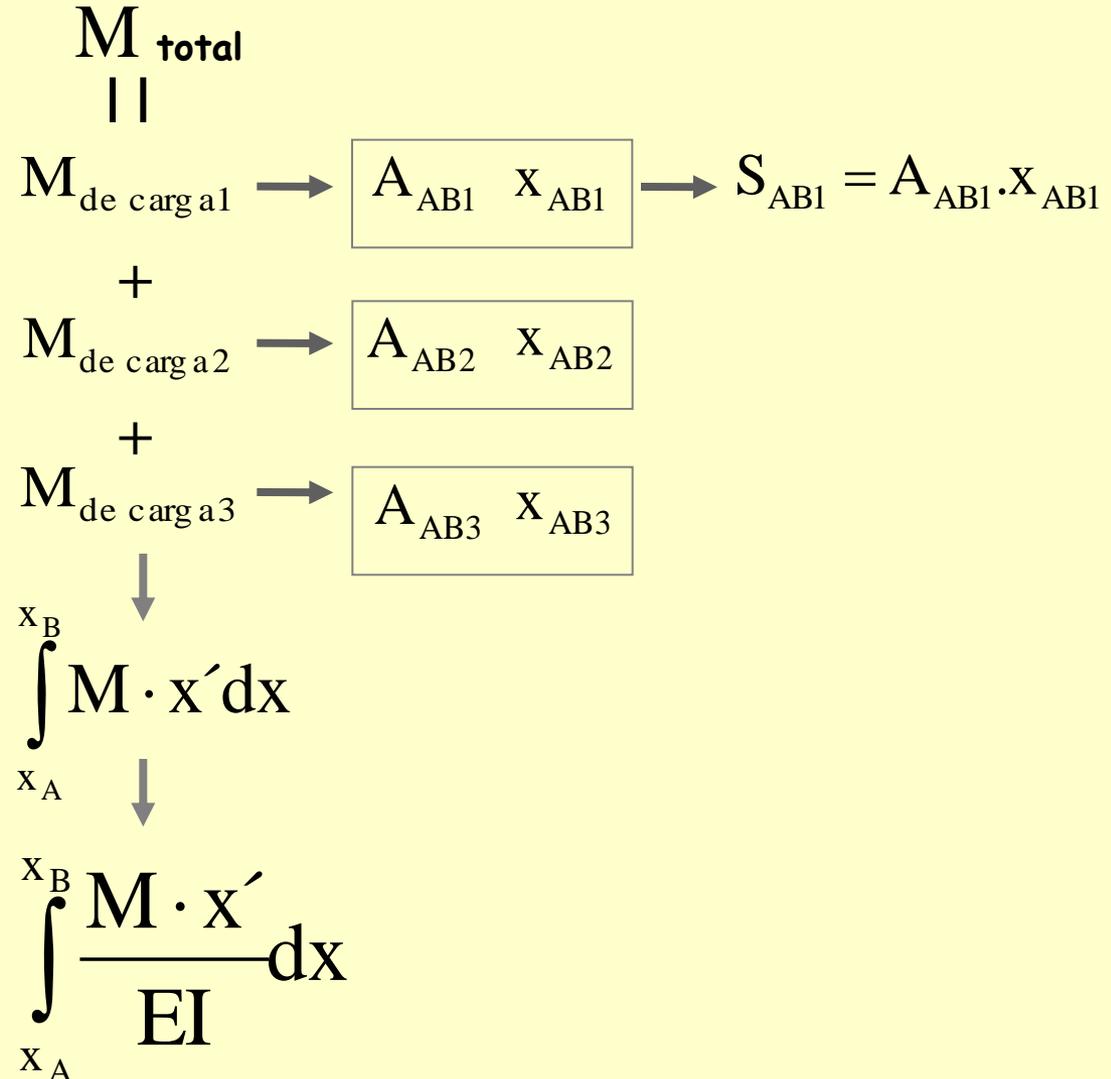
En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla



Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla

$$\begin{aligned}
 & M_{\text{total}} \\
 & \parallel \\
 & M_{\text{de carga 1}} \rightarrow \boxed{A_{AB1} \quad x_{AB1}} \rightarrow S_{AB1} = A_{AB1} \cdot x_{AB1} \\
 & \quad + \\
 & M_{\text{de carga 2}} \rightarrow \boxed{A_{AB2} \quad x_{AB2}} \rightarrow S_{AB2} = A_{AB2} \cdot x_{AB2} \\
 & \quad + \\
 & M_{\text{de carga 3}} \rightarrow \boxed{A_{AB3} \quad x_{AB3}} \\
 & \quad \downarrow \\
 & \int_{x_A}^{x_B} M \cdot x' dx \\
 & \quad \downarrow \\
 & \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx
 \end{aligned}$$

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla

$$\begin{array}{l}
 M_{\text{total}} \\
 \parallel \\
 M_{\text{de carga 1}} \rightarrow \boxed{A_{AB1} \quad x_{AB1}} \rightarrow S_{AB1} = A_{AB1} \cdot x_{AB1} \\
 + \\
 M_{\text{de carga 2}} \rightarrow \boxed{A_{AB2} \quad x_{AB2}} \rightarrow S_{AB2} = A_{AB2} \cdot x_{AB2} \\
 + \\
 M_{\text{de carga 3}} \rightarrow \boxed{A_{AB3} \quad x_{AB3}} \rightarrow S_{AB3} = A_{AB3} \cdot x_{AB3} \\
 \downarrow \\
 \int_{x_A}^{x_B} M \cdot x' dx \\
 \downarrow \\
 \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx
 \end{array}$$

Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

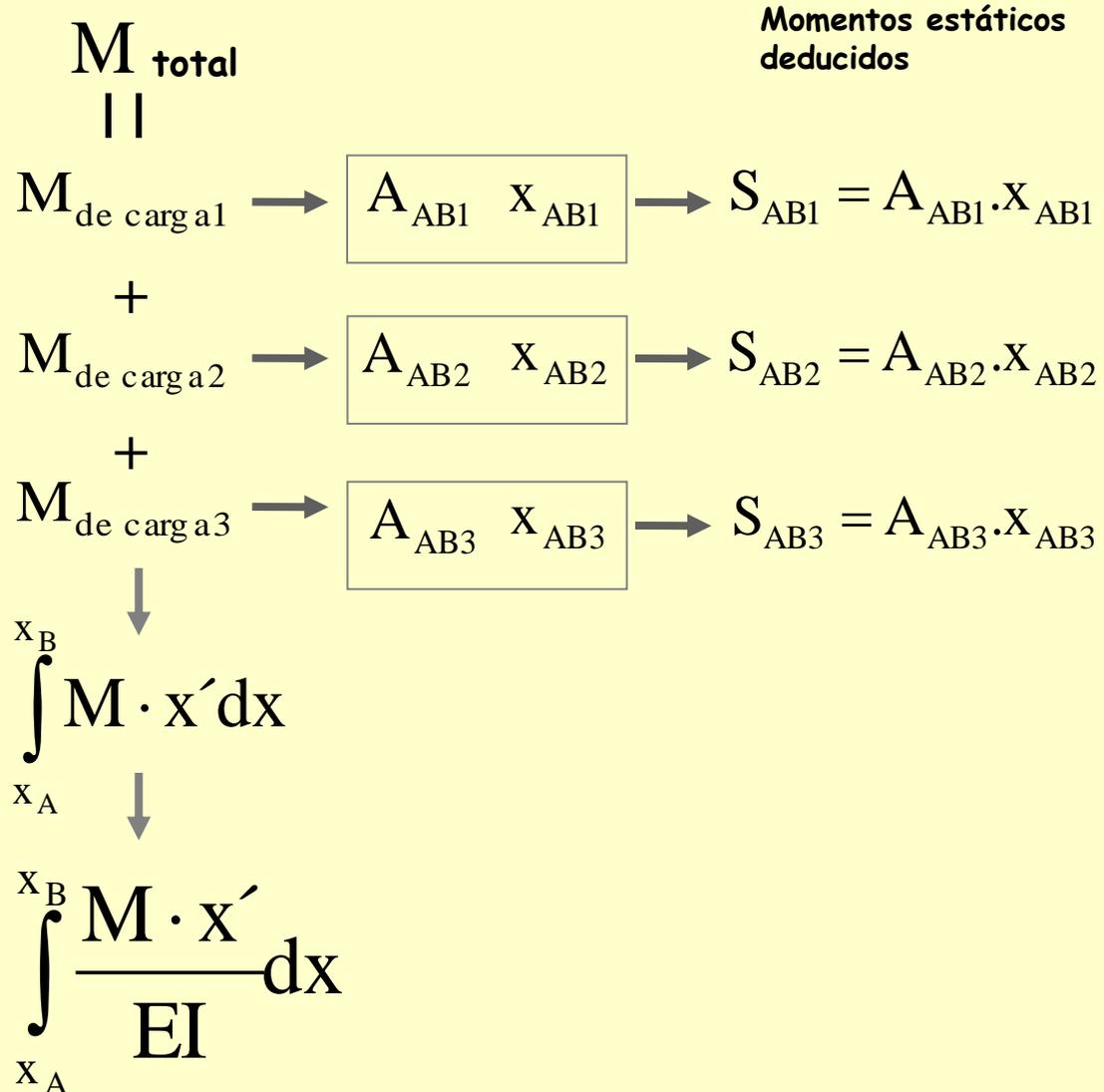
En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla



Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

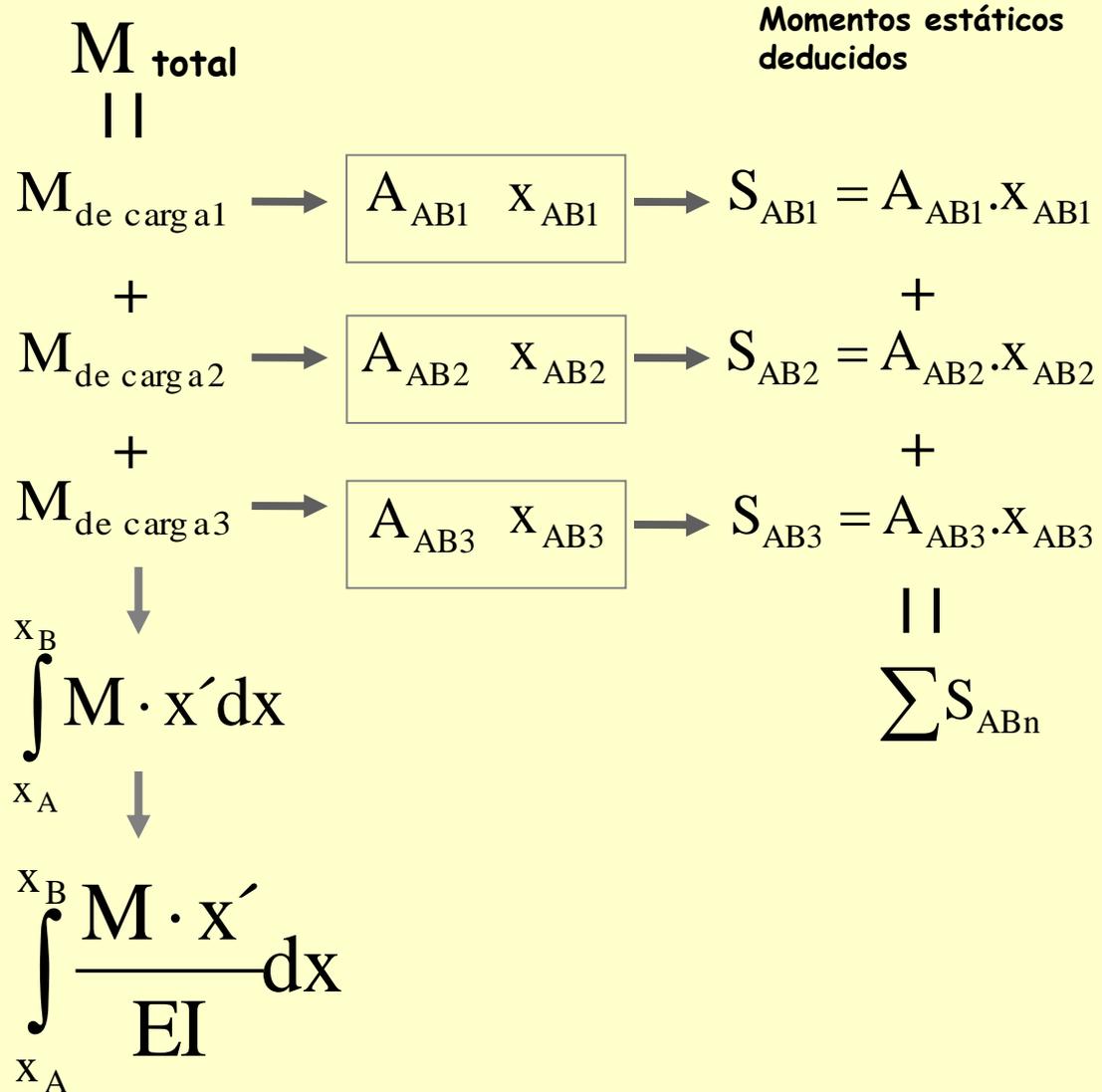
En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla



Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

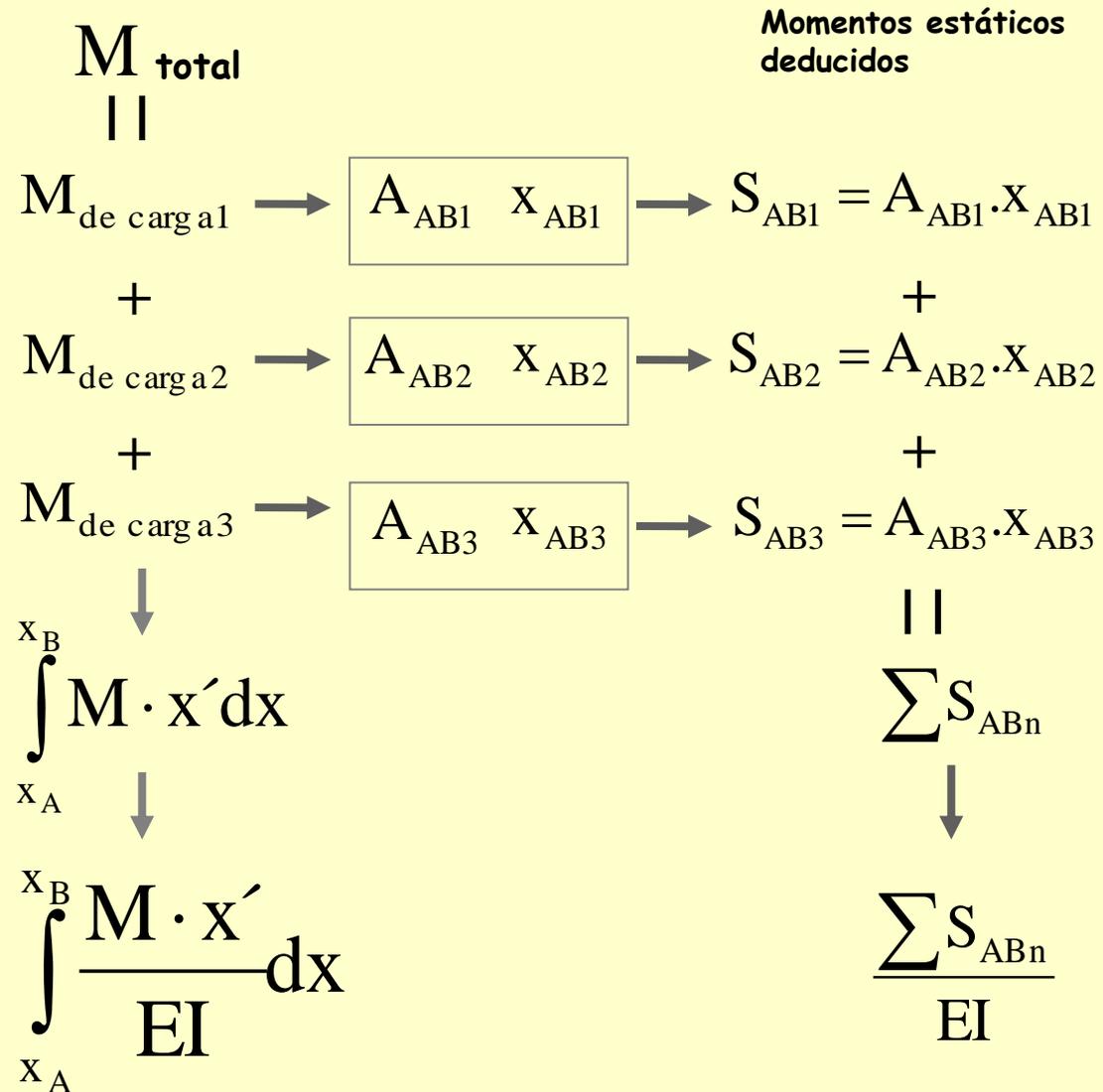
En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla



Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

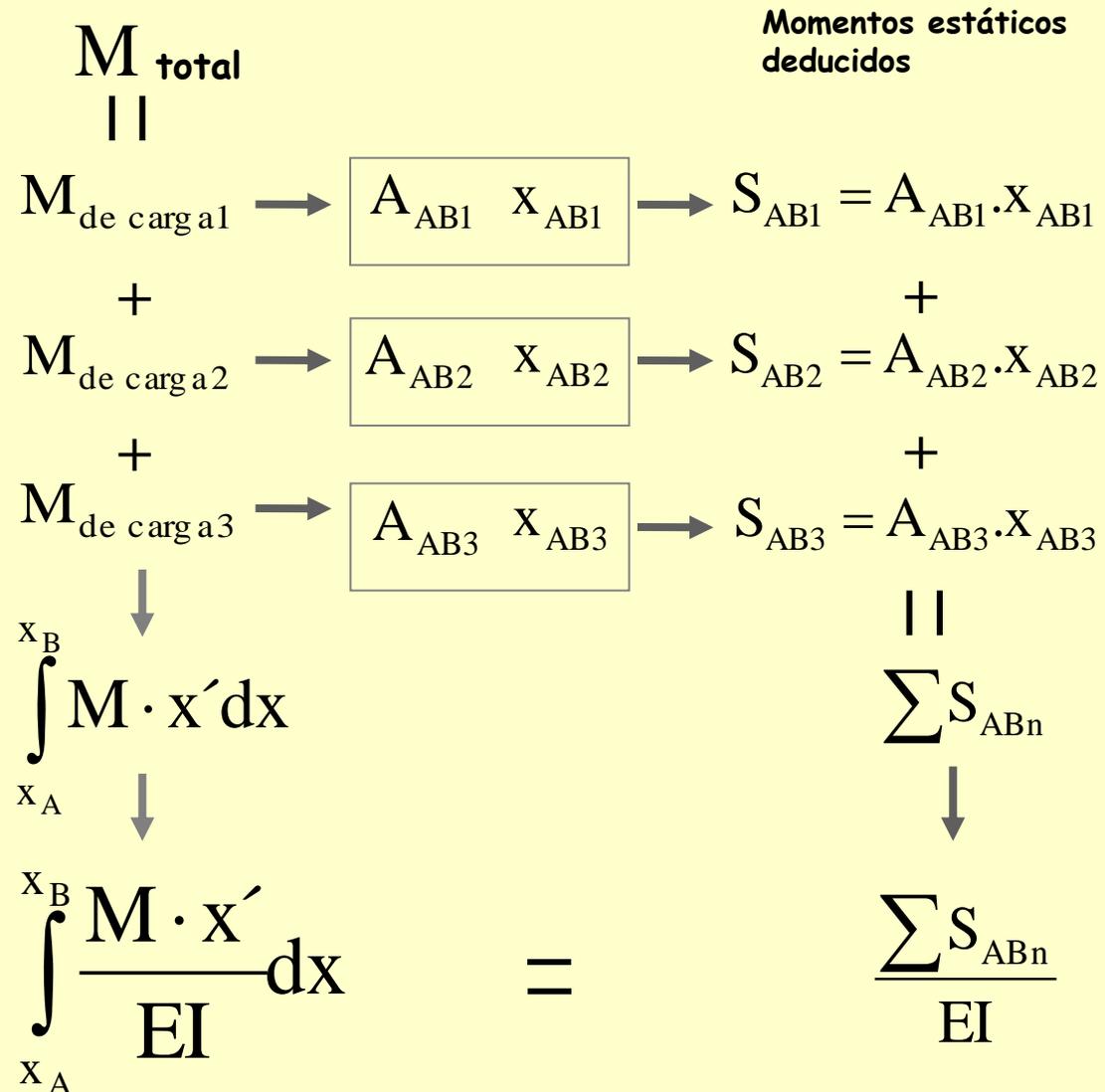
En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla



Obtención del momento estático comprendido entre las secciones A y B

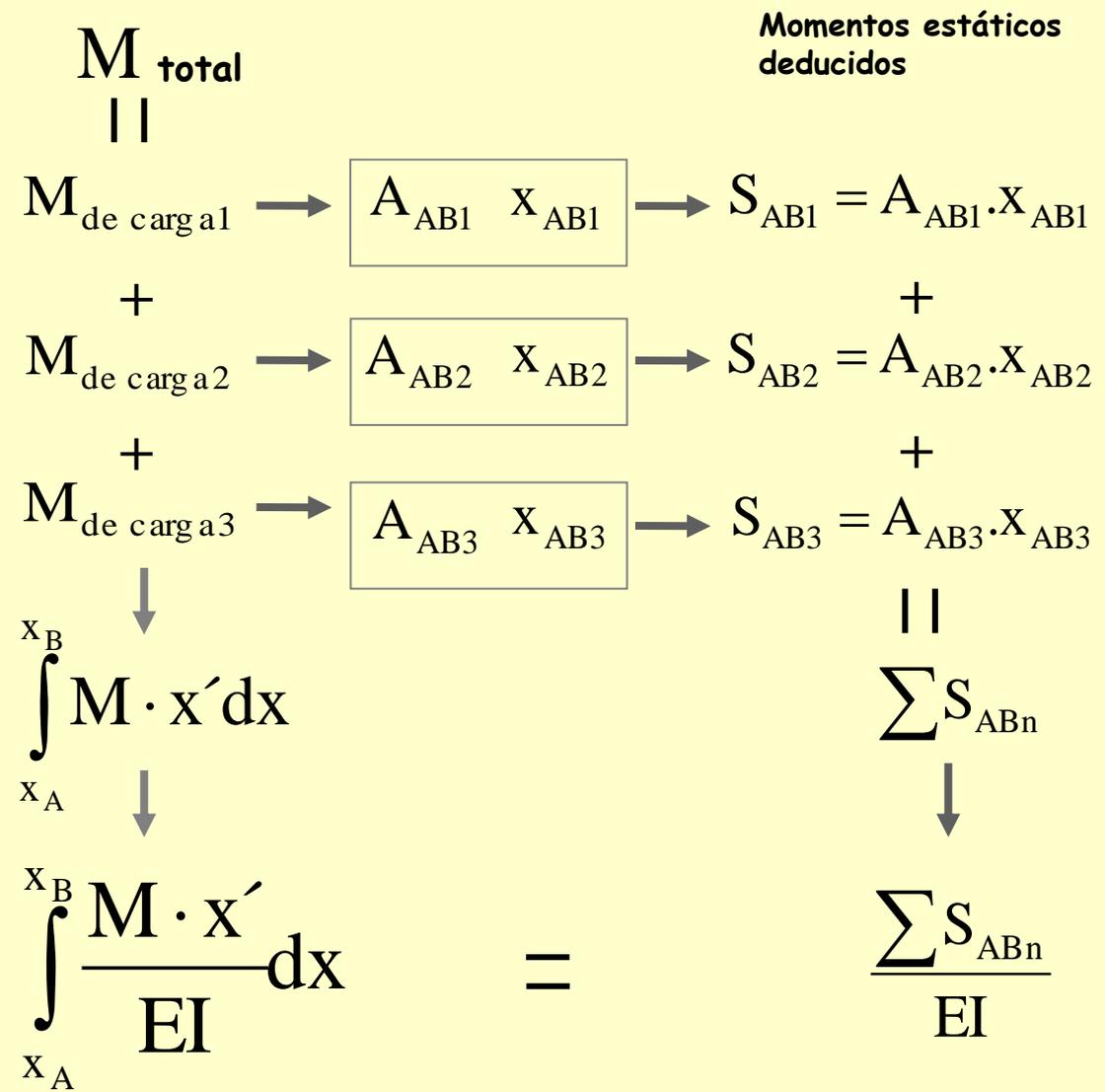
En general el momento estático podrá determinarse calculando la integral correspondiente:

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx$$

La integral depende del diagrama de momentos por todas las acciones

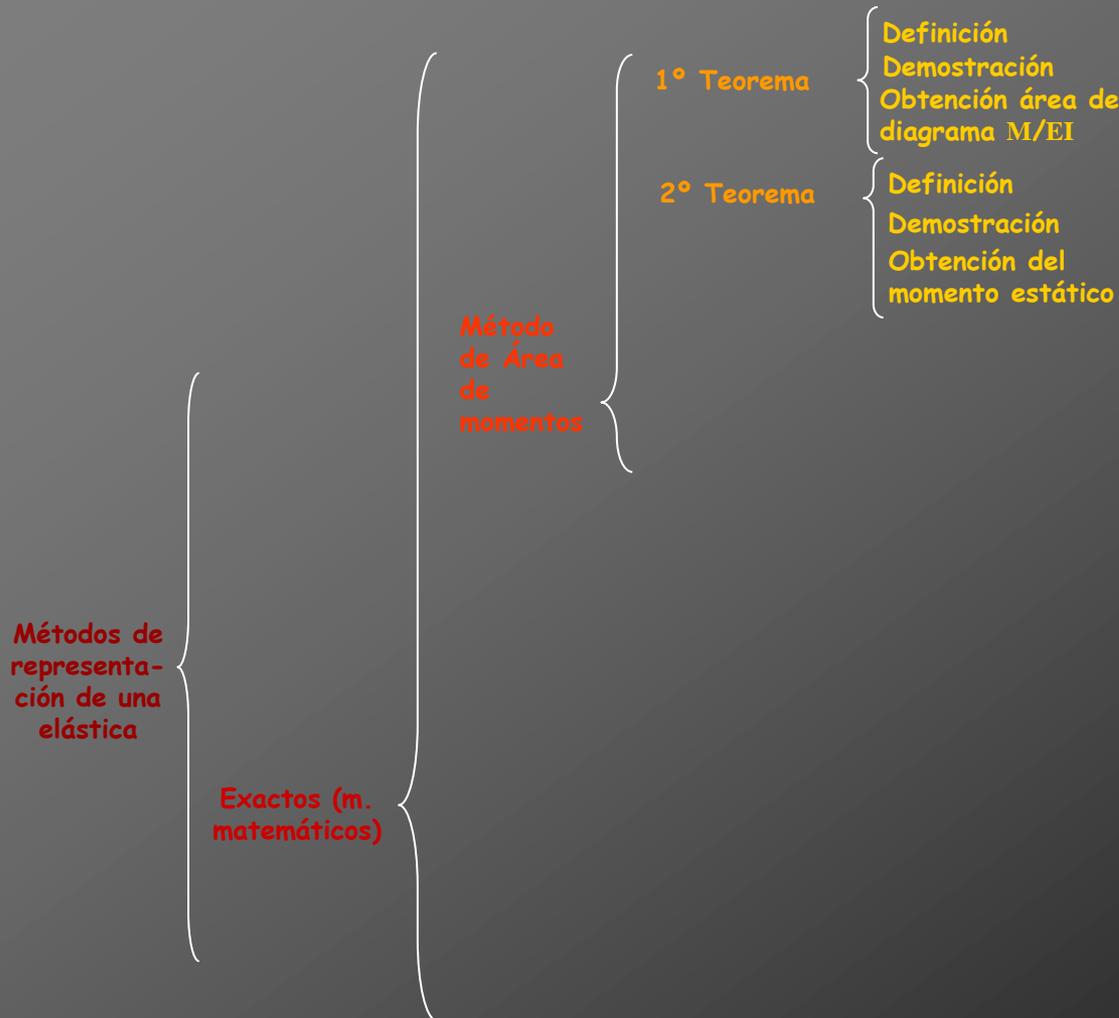
Para evitar calcularla se propone descomponer el diagrama de M en una suma de diagramas sencillos producidos por diferentes estados de carga. Estos diagramas se recogen en la tabla siguiente

De esta manera, el momento estático del diagrama total puede obtenerse como suma de momentos estáticos de diagramas recogidos en la tabla



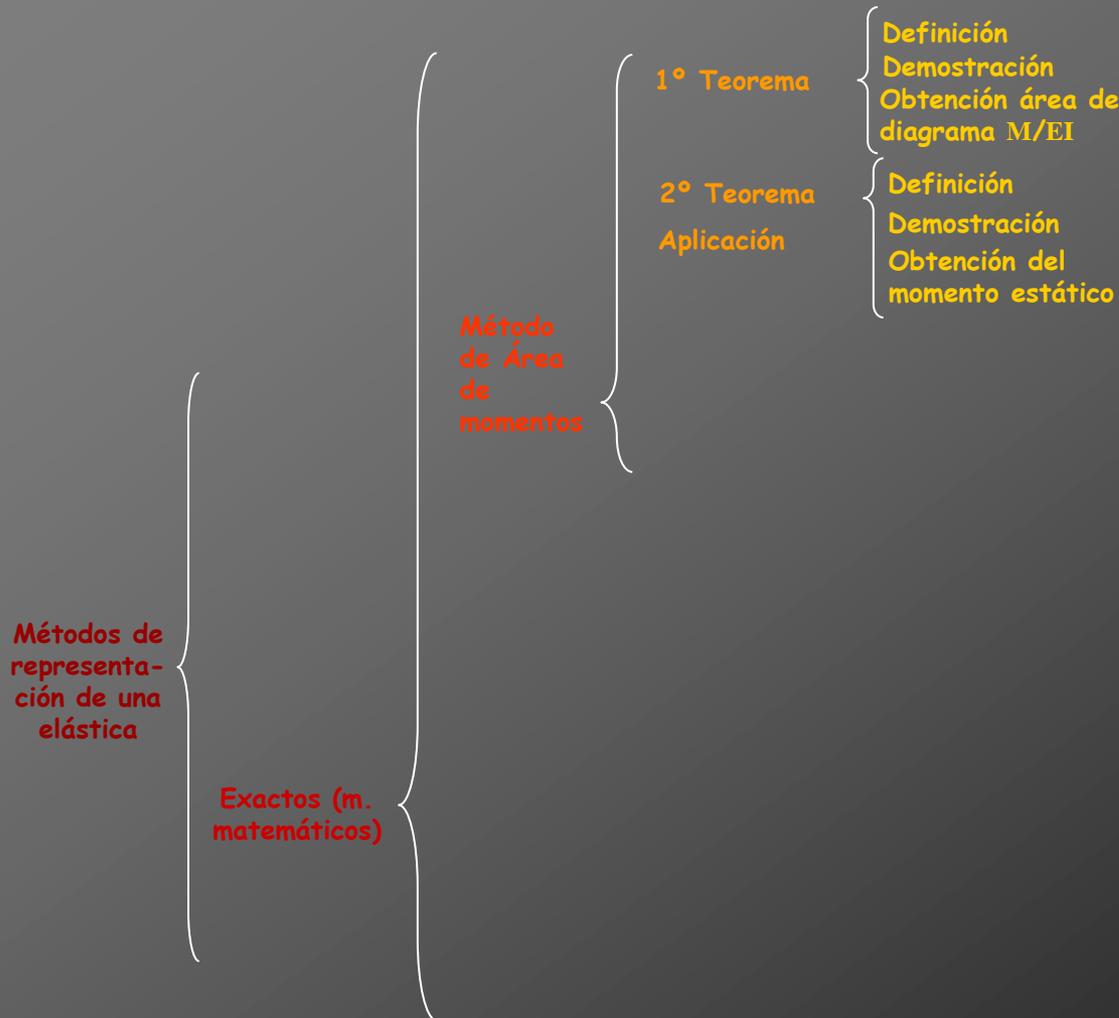


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Aplicación

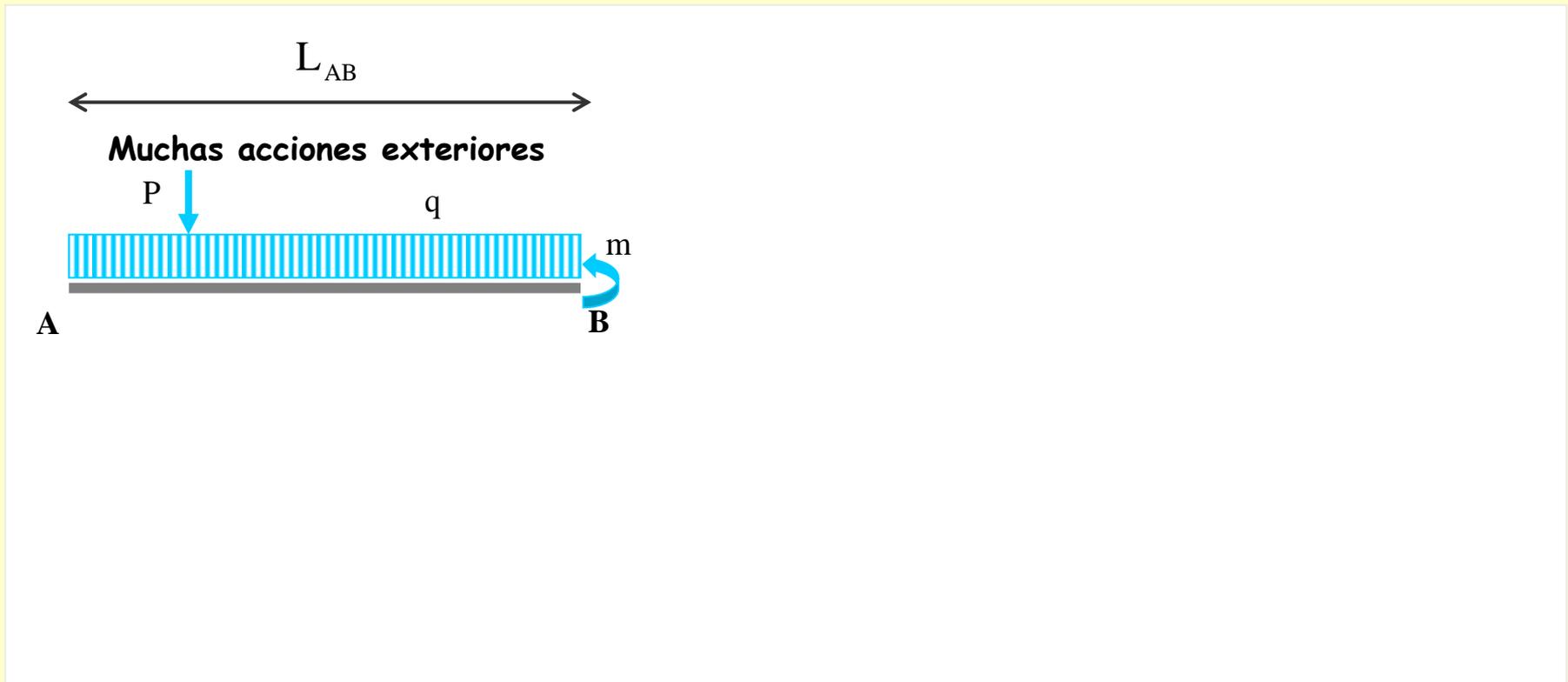


Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

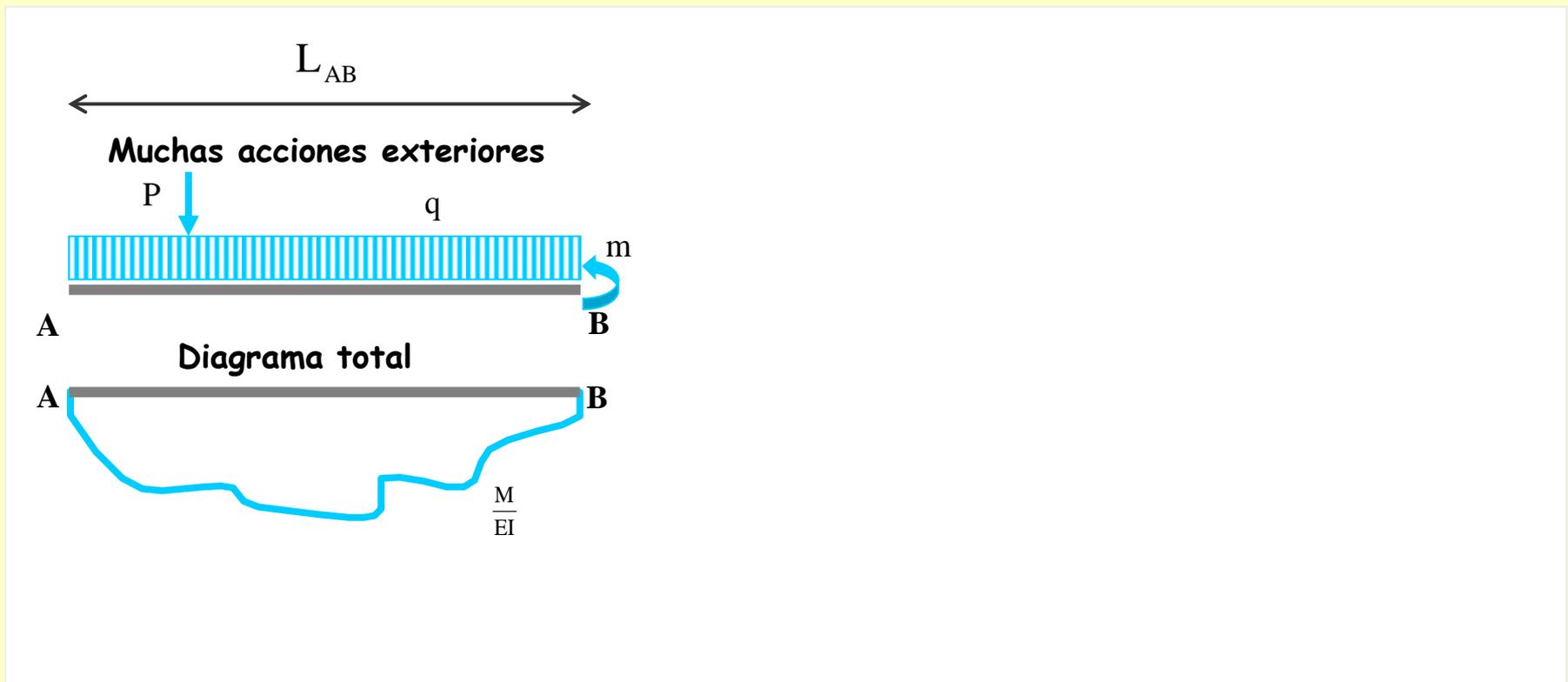
Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



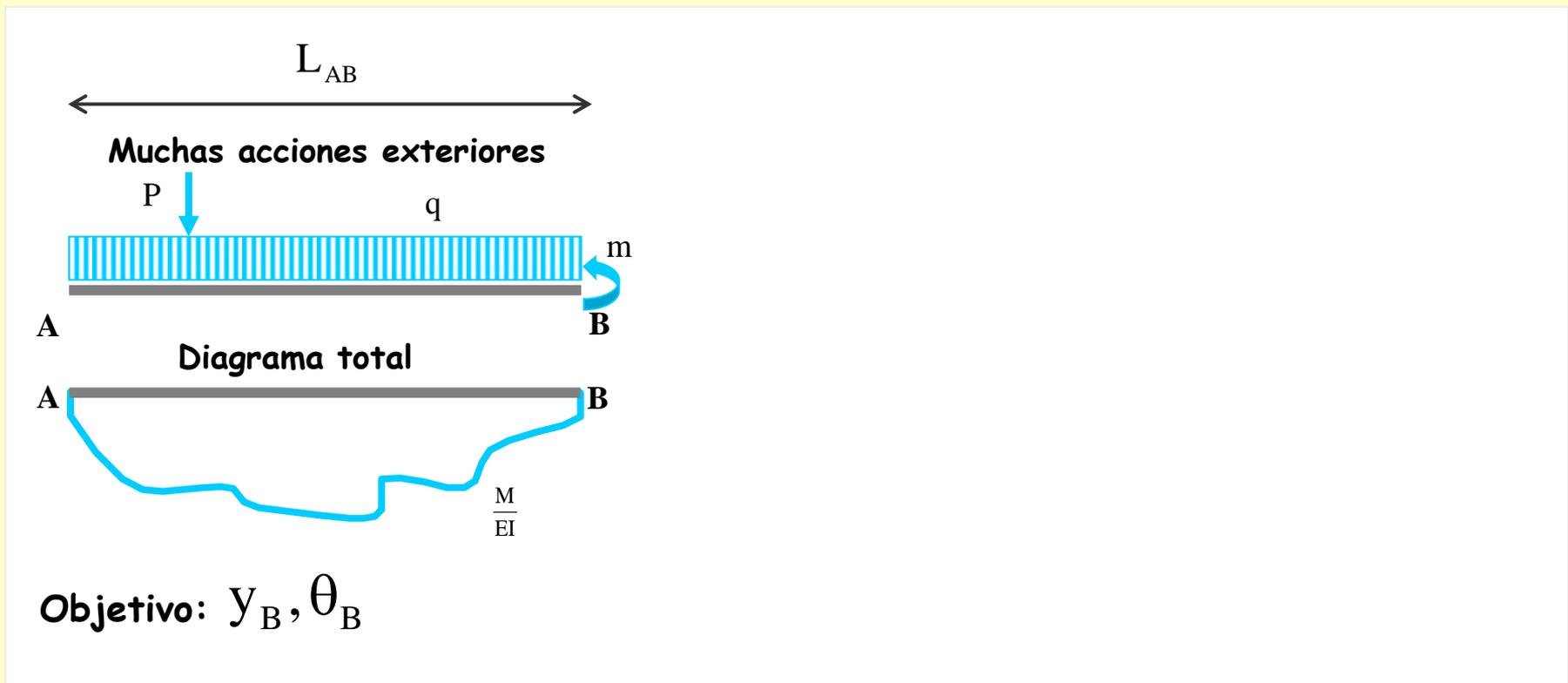
Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



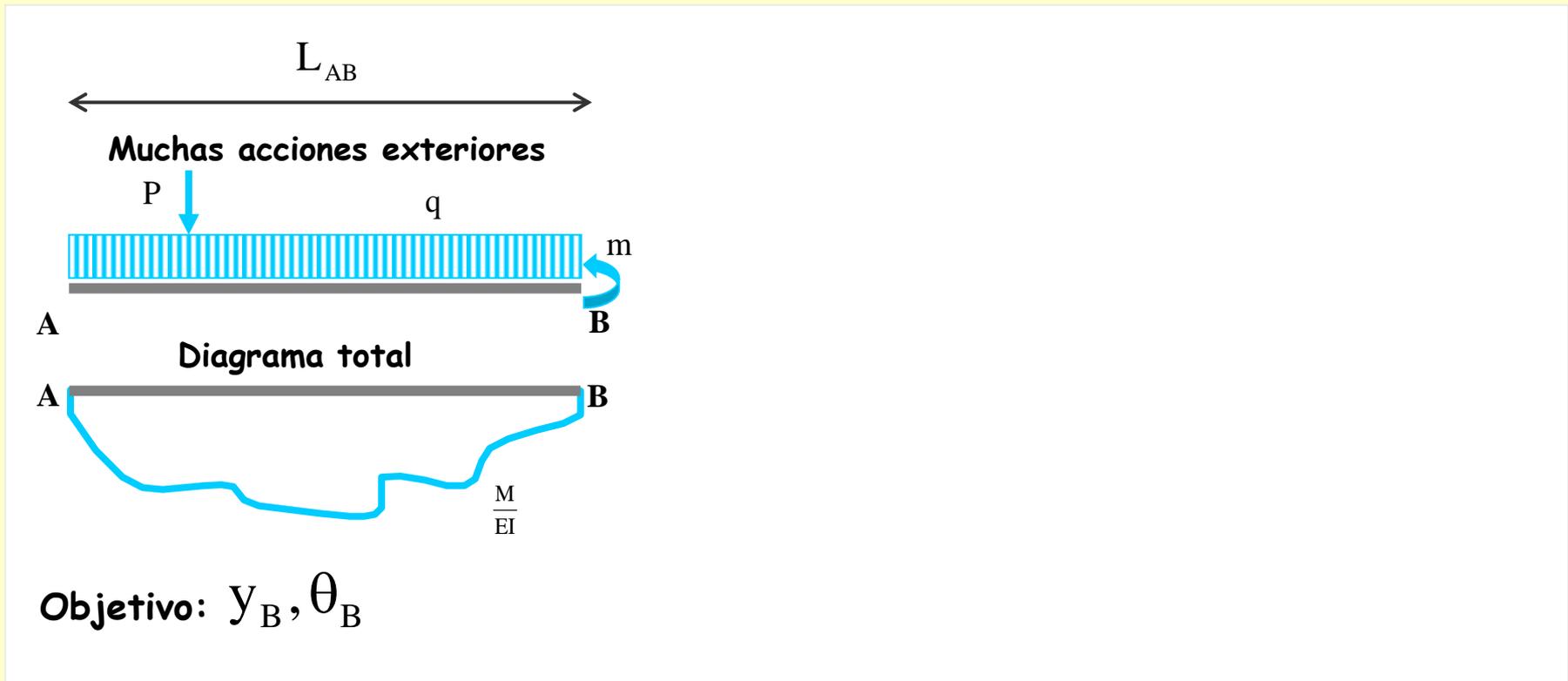
Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



Aplicación

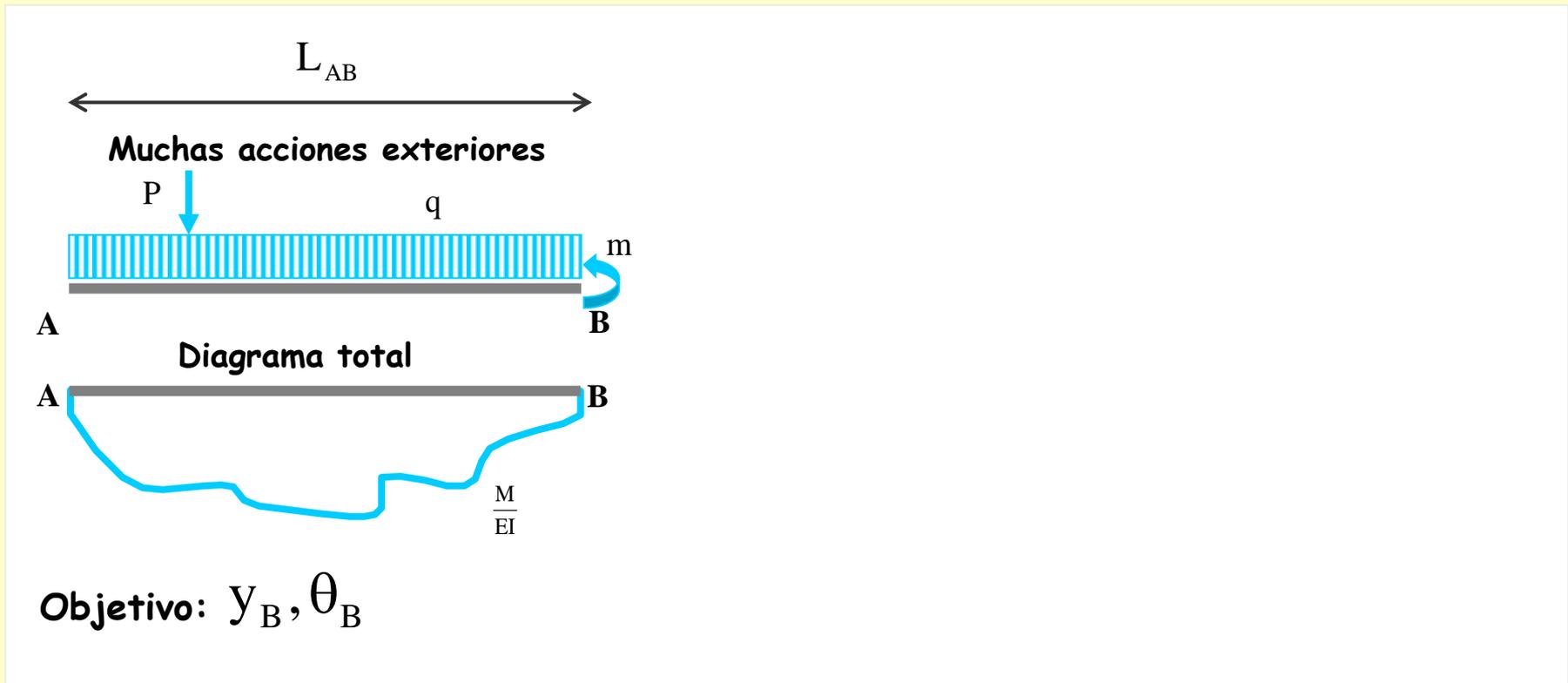
Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



Datos:

Aplicación

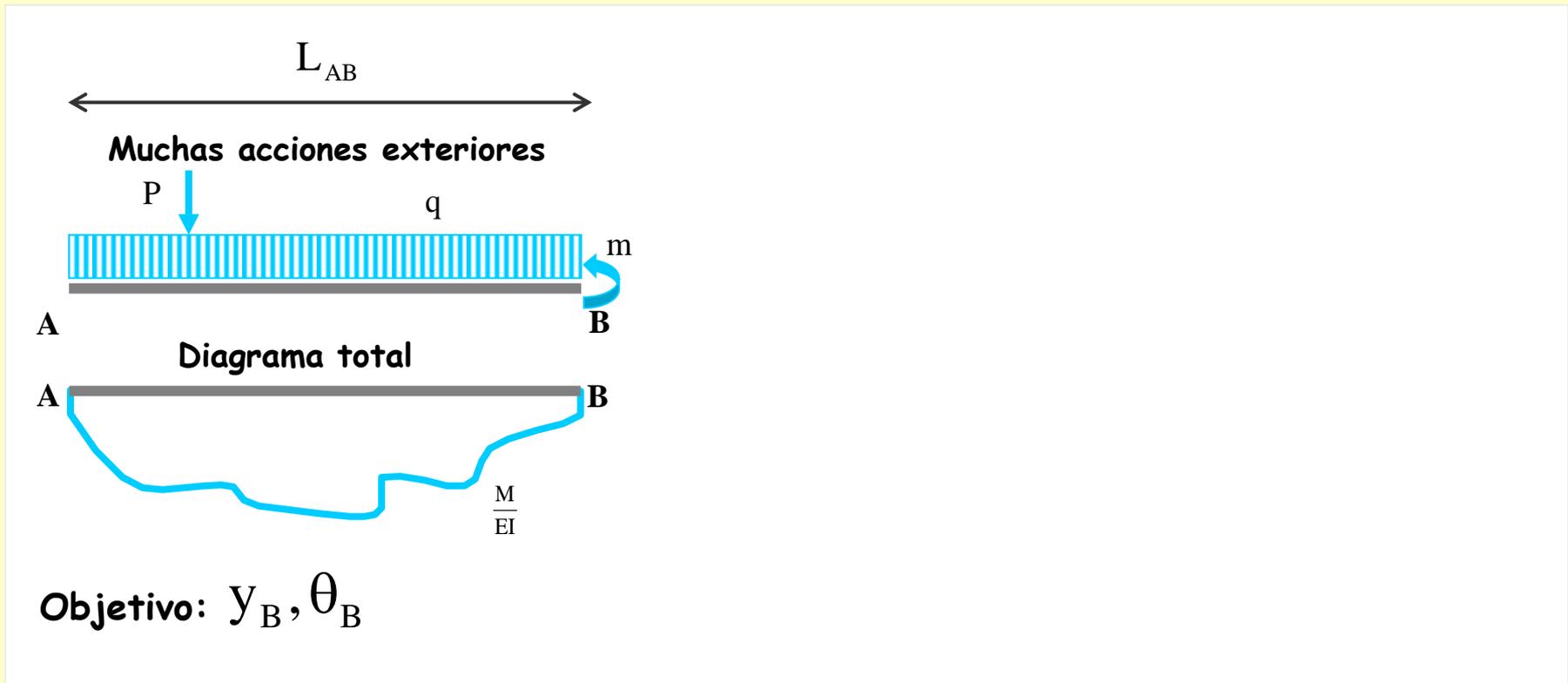
Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



Datos: y_A, θ_A

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



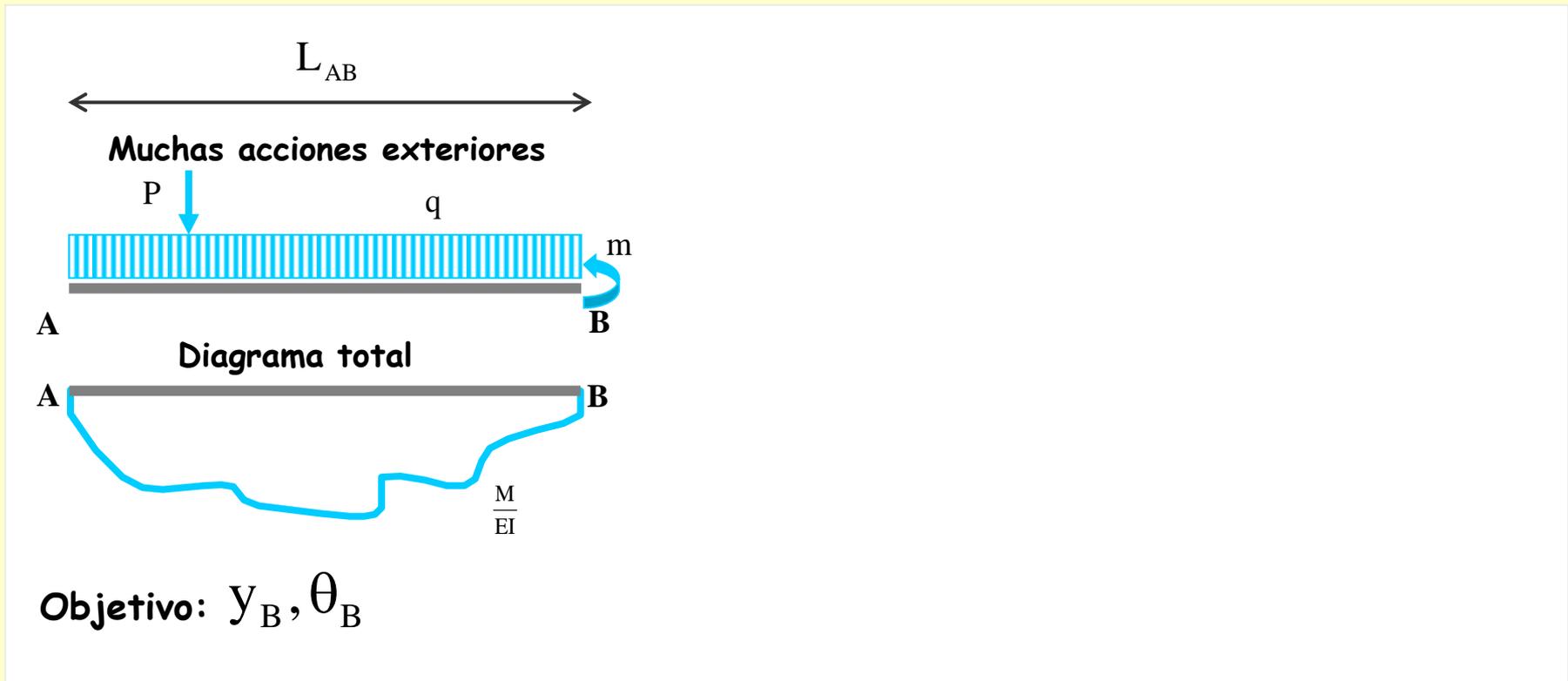
Datos: y_A, θ_A



Incógnitas:

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



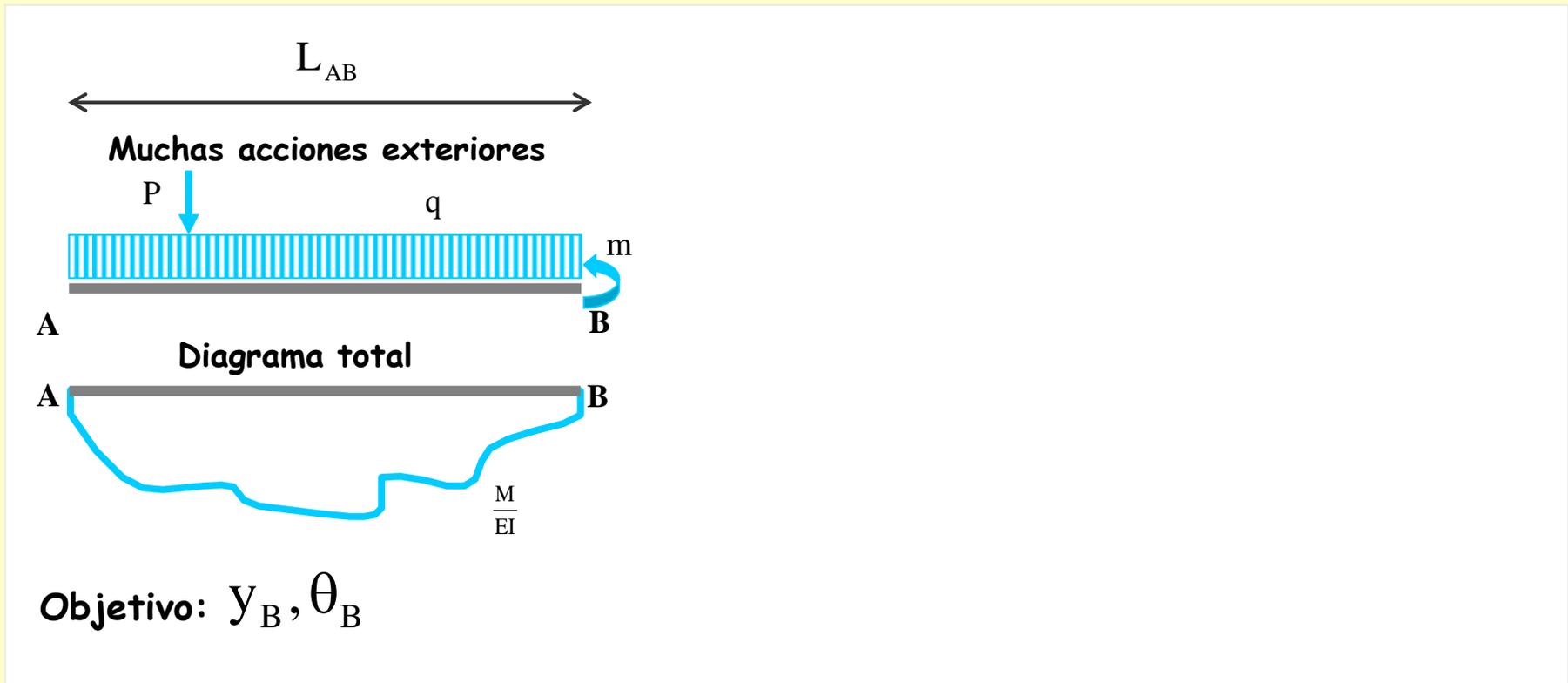
Datos: y_A, θ_A



Incógnitas: y_B, θ_B

Aplicación

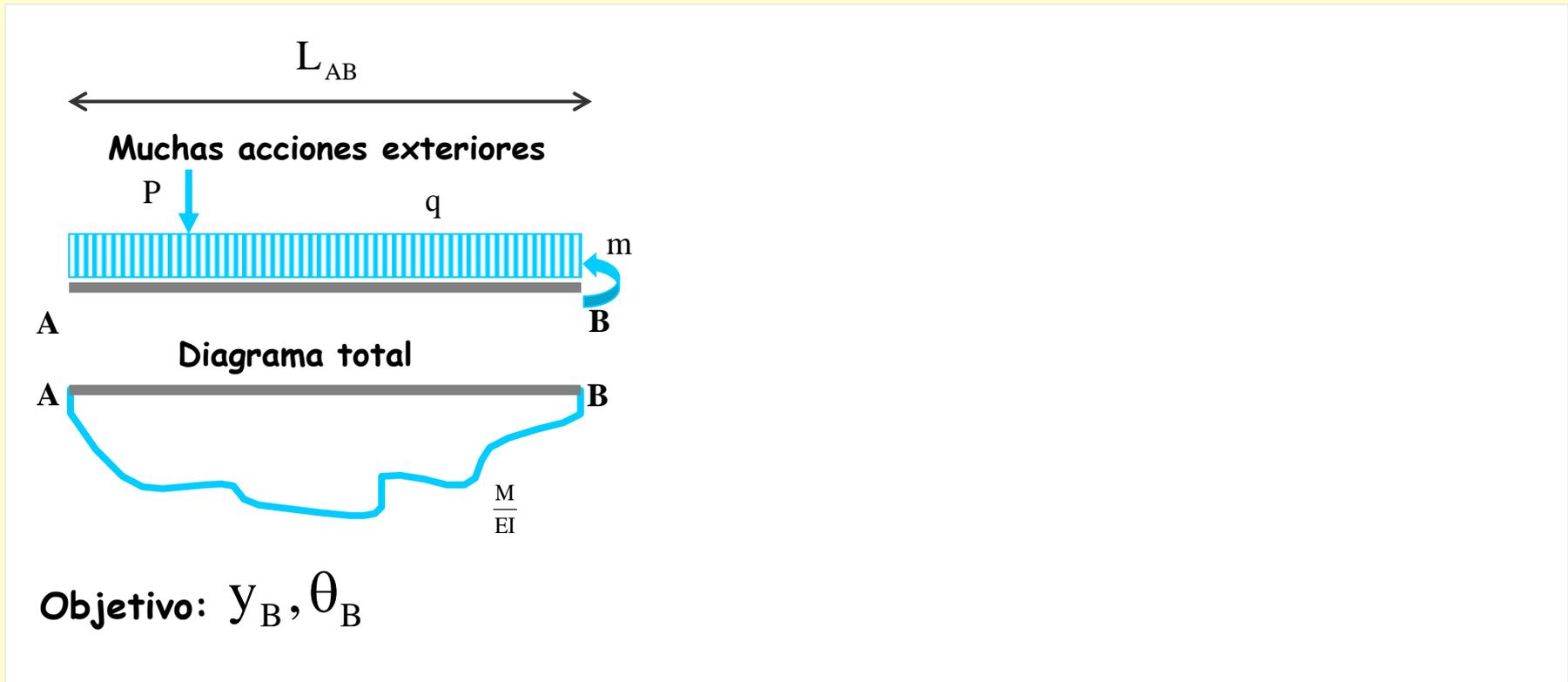
Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



$$\begin{array}{l}
 \text{Datos: } y_A \quad \theta_A \\
 \downarrow \\
 \text{Incógnitas: } y_B \quad \theta_B
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\
 y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB}
 \end{array} \right.$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



Datos: y_A, θ_A

Incógnitas: y_B, θ_B

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$

$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot X_{GB}$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

Obtención de las integrales utilizando tablas

Objetivo: y_B, θ_B

Datos: y_A, θ_A

Incógnitas: y_B, θ_B

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$

$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot X_{GB}$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

L_{AB}

Muchas acciones exteriores

A q m B

Diagrama total

A B

$\frac{M}{EI}$

Objetivo: y_B, θ_B

Obtención de las integrales utilizando tablas

Descomposición de las acciones en estados de carga:

<p>Datos: $y_A \quad \theta_A$</p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p>Incógnitas: $y_B \quad \theta_B$</p>	}	<div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; display: inline-block; margin-bottom: 10px;"> $\theta_B = \theta_A - A_{AB}$ </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; display: inline-block;"> $y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB}$ </div>	<div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> $A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$ </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> $S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot X_{GB}$ </div>
---	---	---	---

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

Obtención de las integrales utilizando tablas
Descomposición de las acciones en estados de carga:

q

A B

Diagrama total

A B

$\frac{M}{EI}$

Objetivo: y_B, θ_B

Datos: y_A, θ_A

↓

Incógnitas: y_B, θ_B

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$

$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot X_{GB}$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

Obtención de las integrales utilizando tablas
Descomposición de las acciones en estados de carga:

q

A B

M_q

A B

Diagrama total

A B

$\frac{M}{EI}$

Objetivo: y_B, θ_B

Datos: y_A, θ_A

↓

Incógnitas: y_B, θ_B

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$

$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot X_{GB}$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

Obtención de las integrales utilizando tablas
Descomposición de las acciones en estados de carga:

$(A_{AB})_1$

M_q

Diagrama total

$\frac{M}{EI}$

Objetivo: y_B, θ_B

Datos: y_A, θ_A

↓

Incógnitas: y_B, θ_B

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

Obtención de las integrales utilizando tablas
Descomposición de las acciones en estados de carga:

$(A_{AB})_1$ $(S_{AB})_1$

Objetivo: y_B, θ_B

Datos: y_A, θ_A

Incógnitas: y_B, θ_B

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

Obtención de las integrales utilizando tablas
Descomposición de las acciones en estados de carga:

(valores del área y del momento estático del diagrama de M en tabla)

Datos: y_A θ_A

Incógnitas: y_B θ_B

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right. \rightarrow \begin{array}{l} A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx \\ S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot X_{GB} \end{array}$$

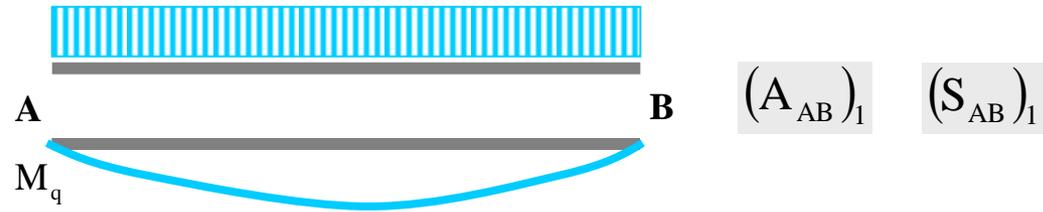
Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

	Parábola de 2º grado			
$h \updownarrow$				
A_{AB}	$\frac{L \cdot h}{2}$	$\frac{2 \cdot L \cdot h}{3}$	$\frac{L \cdot h}{2}$	$L \cdot h$
x_{GA}	$\frac{2L - c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{2L}{3}$	$\frac{L}{2}$
x_{GB}	$\frac{L + c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$	$\frac{L}{2}$

(valores del área y del momento estático del diagrama de M en tabla)

Obtención de las integrales utilizando tablas
Descomposición de las acciones en estados de carga:



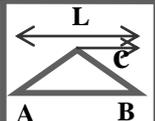
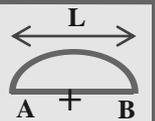
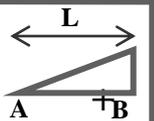
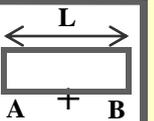
Datos: $y_A \quad \theta_A$

Incógnitas: $y_B \quad \theta_B$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right. \rightarrow \begin{array}{l} A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx \\ S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB} \end{array}$$

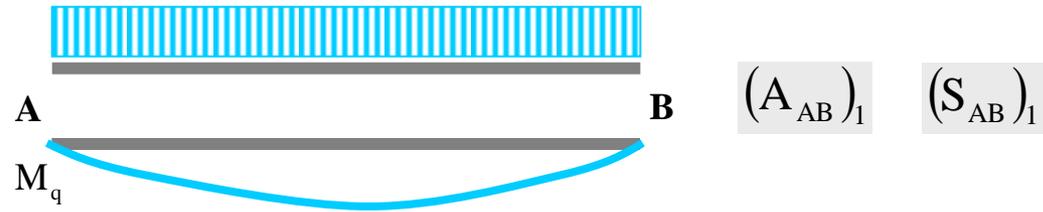
Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

	Parábola de 2º grado			
$h \updownarrow$				
A_{AB}	$\frac{L \cdot h}{2}$	$\frac{2 \cdot L \cdot h}{3}$	$\frac{L \cdot h}{2}$	$L \cdot h$
x_{GA}	$\frac{2L - c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{2L}{3}$	$\frac{L}{2}$
x_{GB}	$\frac{L + c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$	$\frac{L}{2}$

(valores del área y del momento estático del diagrama de M en tabla)

Obtención de las integrales utilizando tablas
Descomposición de las acciones en estados de carga:



Datos: $y_A \quad \theta_A$

Incógnitas: $y_B \quad \theta_B$

$$\theta_B = \theta_A - A_{AB}$$

$$y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB}$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

Obtención de las integrales utilizando tablas
Descomposición de las acciones en estados de carga:

$(A_{AB})_1$ $(S_{AB})_1$

Objetivo: y_B, θ_B

Datos: y_A, θ_A

Incógnitas: y_B, θ_B

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

Diagram illustrating the application of theorems to a beam segment of length L_{AB} between points A and B. The beam is subjected to multiple external actions, including a point load P and a distributed load q . The total diagram shows the combined effect of these actions, resulting in a complex deflection curve $\frac{M}{EI}$.

The objective is to determine the displacement y_B and rotation θ_B at point B.

Obtención de las integrales utilizando tablas
 Descomposición de las acciones en estados de carga:

The diagram shows the decomposition of the beam into two states of loading: a distributed load q and a point load P . The corresponding diagrams for the area $(A_{AB})_1$ and the static moment $(S_{AB})_1$ are shown.

Datos: y_A θ_A

↓

Incógnitas: y_B θ_B

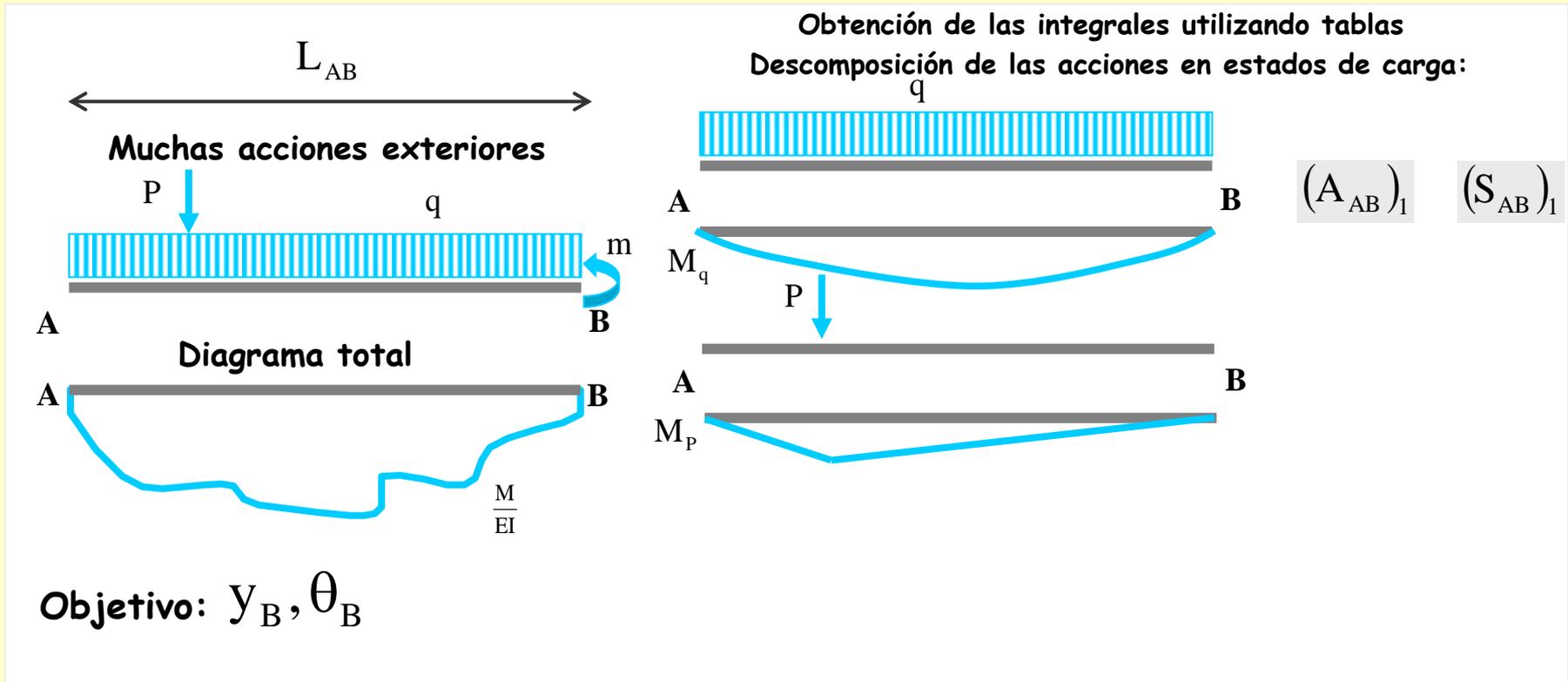
$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



Datos: y_A, θ_A

Incógnitas: y_B, θ_B

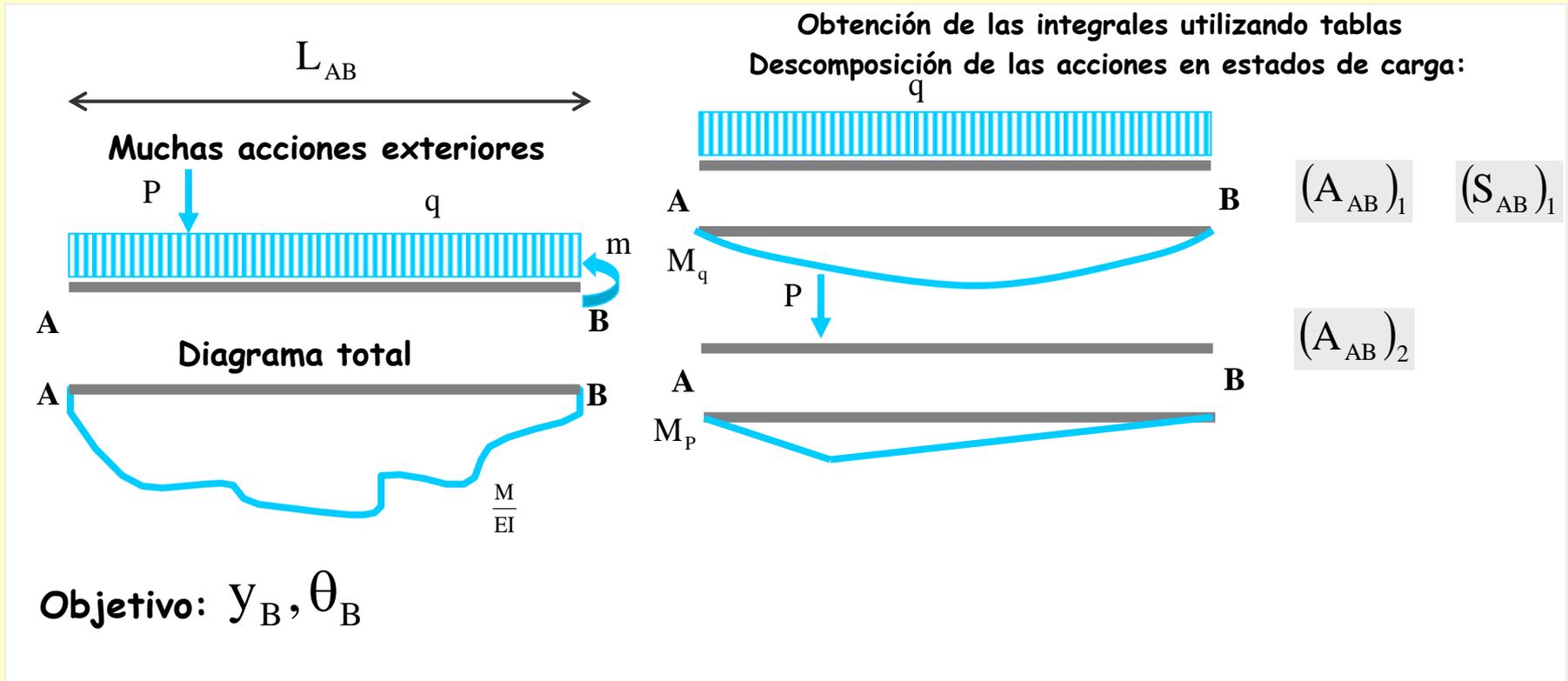
$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



Datos: y_A, θ_A

Incógnitas: y_B, θ_B

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

Obtención de las integrales utilizando tablas
Descomposición de las acciones en estados de carga:

Muchas acciones exteriores

Diagrama total

Objetivo: y_B, θ_B

Obtención de las integrales utilizando tablas
Descomposición de las acciones en estados de carga:

$(A_{AB})_1$ $(S_{AB})_1$

$(A_{AB})_2$ $(S_{AB})_2$

Datos: y_A, θ_A

Incógnitas: y_B, θ_B

$$\theta_B = \theta_A - A_{AB}$$

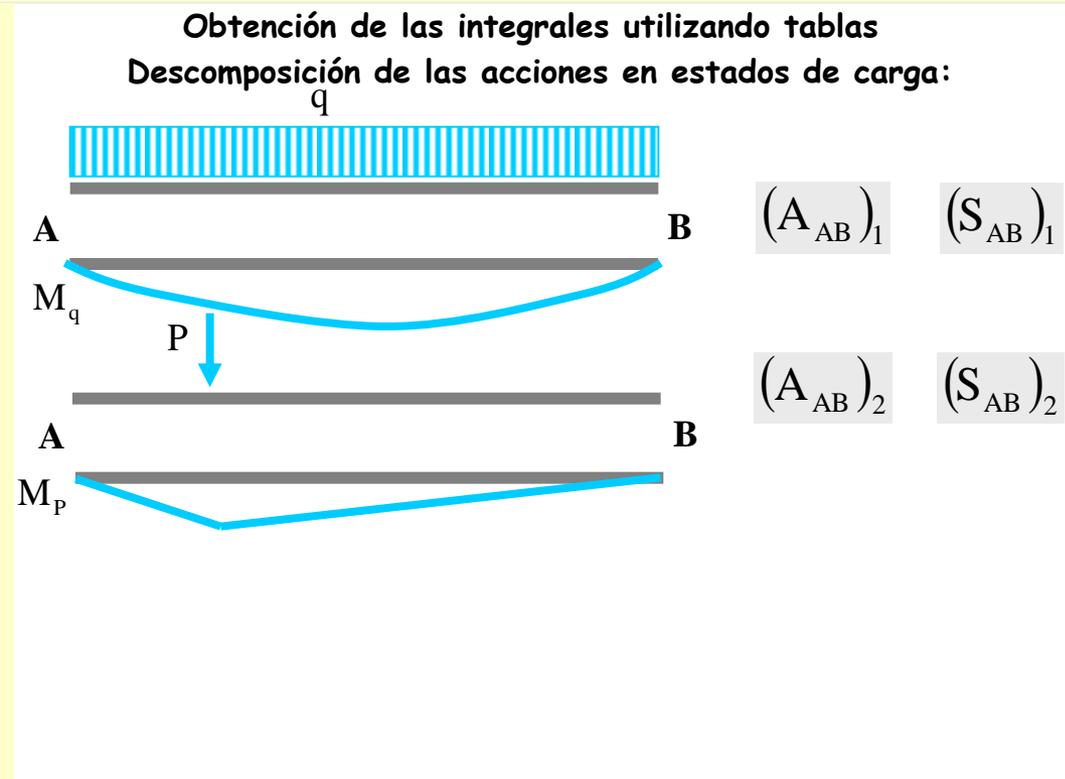
$$y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB}$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



(valores del área y del momento estático del diagrama de M en la tabla)

Datos: $y_A \quad \theta_A$

↓

Incógnitas: $y_B \quad \theta_B$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot X_{GB}$$

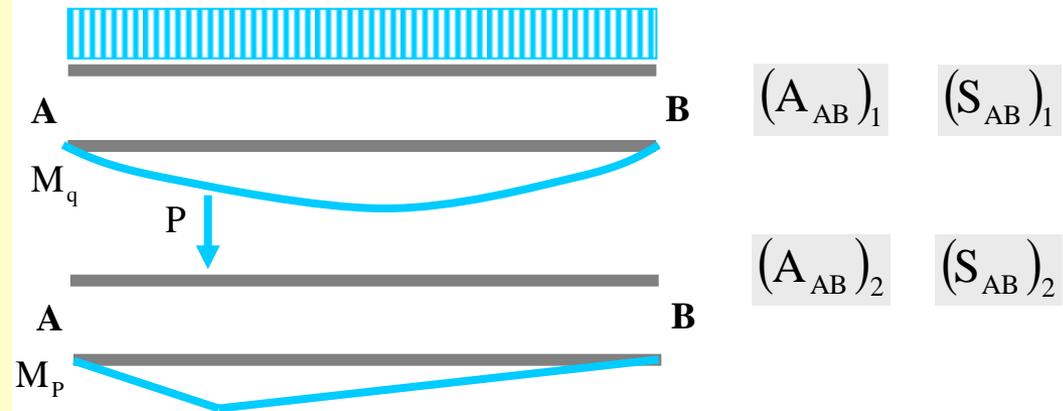
Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

	Parábola de 2º grado			
$h \updownarrow$				
A_{AB}	$\frac{L \cdot h}{2}$	$\frac{2 \cdot L \cdot h}{3}$	$\frac{L \cdot h}{2}$	$L \cdot h$
x_{GA}	$\frac{2L - c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{2L}{3}$	$\frac{L}{2}$
x_{GB}	$\frac{L + c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$	$\frac{L}{2}$

(valores del área y del momento estático del diagrama de M en la tabla)

Obtención de las integrales utilizando tablas
Descomposición de las acciones en estados de carga:



Datos: $y_A \quad \theta_A$

Incógnitas: $y_B \quad \theta_B$

$$\theta_B = \theta_A - A_{AB}$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB}$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

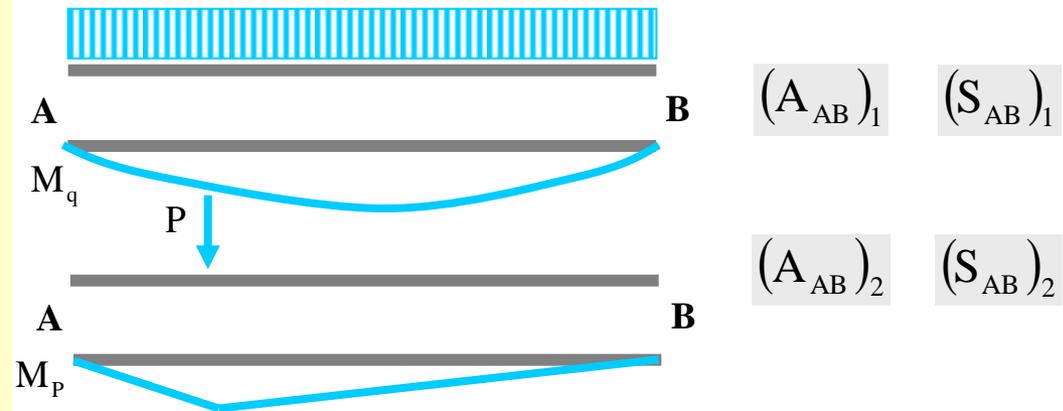
Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

	Parábola de 2º grado			
$h \updownarrow$				
A_{AB}	$\frac{L \cdot h}{2}$	$\frac{2 \cdot L \cdot h}{3}$	$\frac{L \cdot h}{2}$	$L \cdot h$
x_{GA}	$\frac{2L - c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{2L}{3}$	$\frac{L}{2}$
x_{GB}	$\frac{L + c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$	$\frac{L}{2}$

(valores del área y del momento estático del diagrama de M en la tabla)

Obtención de las integrales utilizando tablas
Descomposición de las acciones en estados de carga:



Datos: $y_A \quad \theta_A$

Incógnitas: $y_B \quad \theta_B$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right. \rightarrow \begin{cases} A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx \\ S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB} \end{cases}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

Obtención de las integrales utilizando tablas
Descomposición de las acciones en estados de carga:

Muchas acciones exteriores

Diagrama total

Objetivo: y_B, θ_B

$(A_{AB})_1$ $(S_{AB})_1$
 $(A_{AB})_2$ $(S_{AB})_2$

Datos: y_A, θ_A

↓

Incógnitas: y_B, θ_B

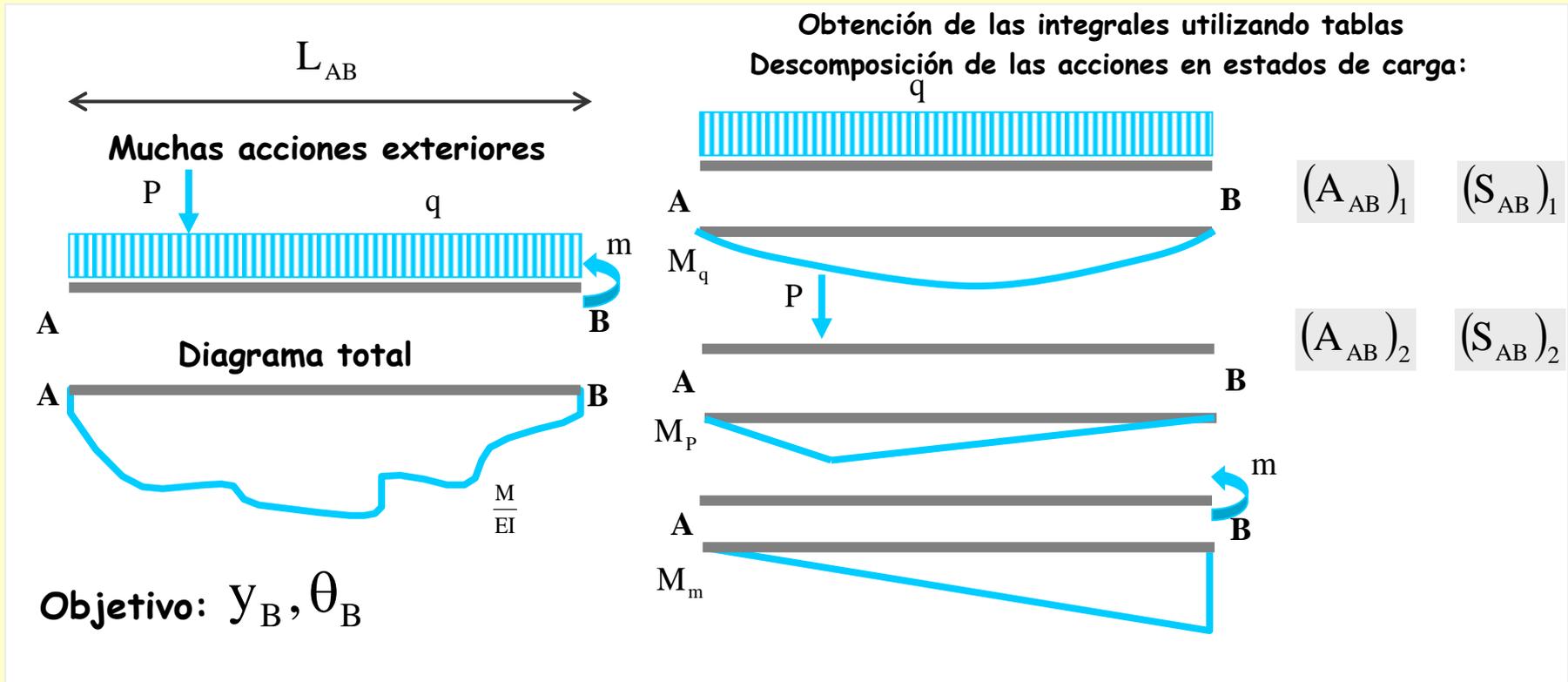
$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$

$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



Datos: y_A, θ_A

Incógnitas: y_B, θ_B

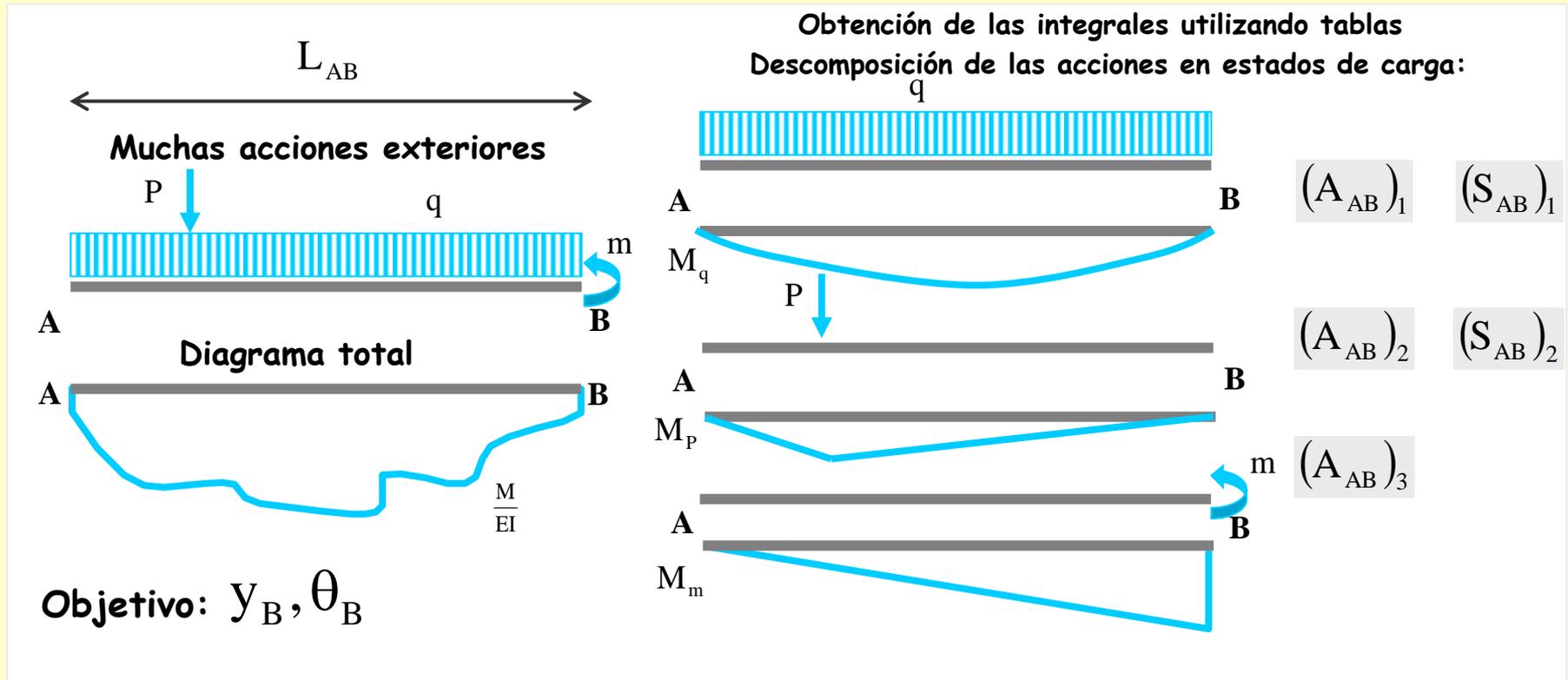
$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot X_{GB}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



Datos: y_A, θ_A

Incógnitas: y_B, θ_B

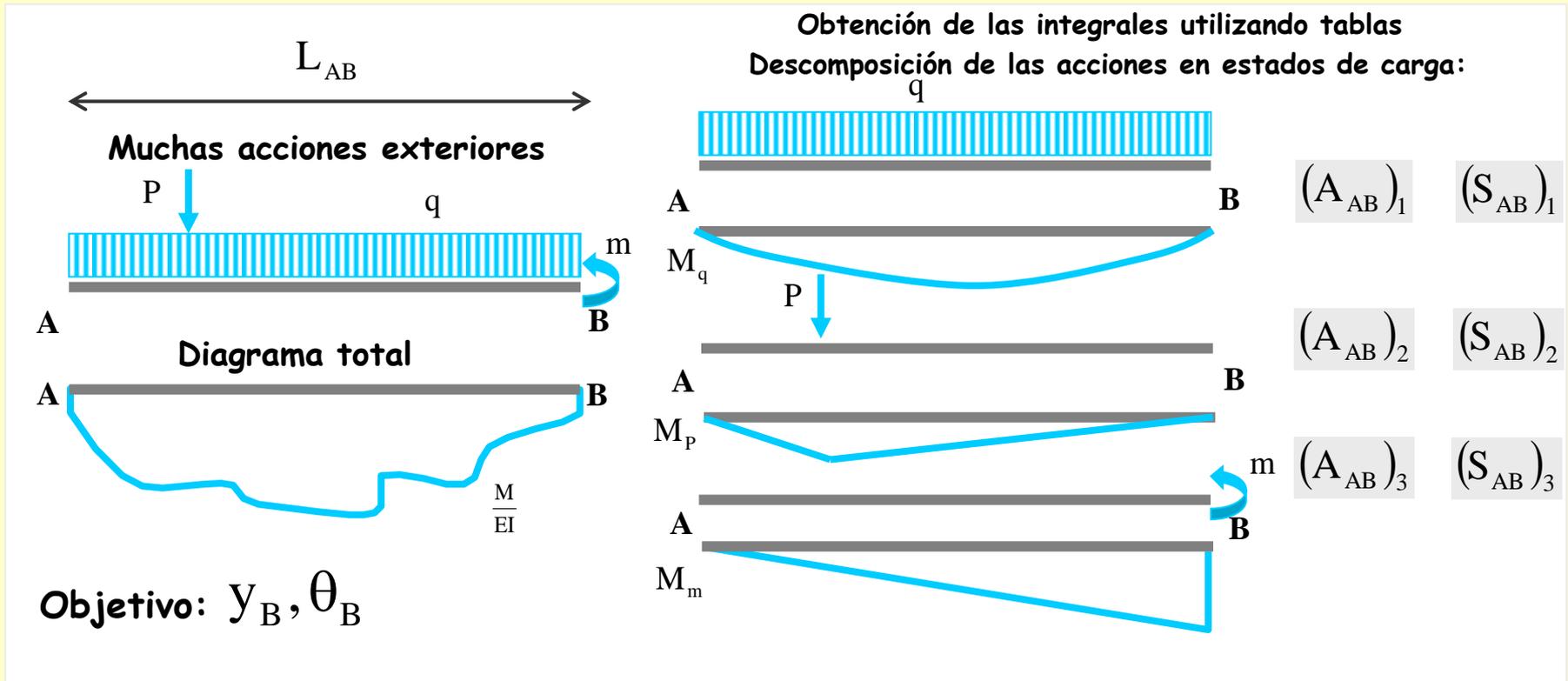
$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$

$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



Datos: $y_A \quad \theta_A$

Incógnitas: $y_B \quad \theta_B$

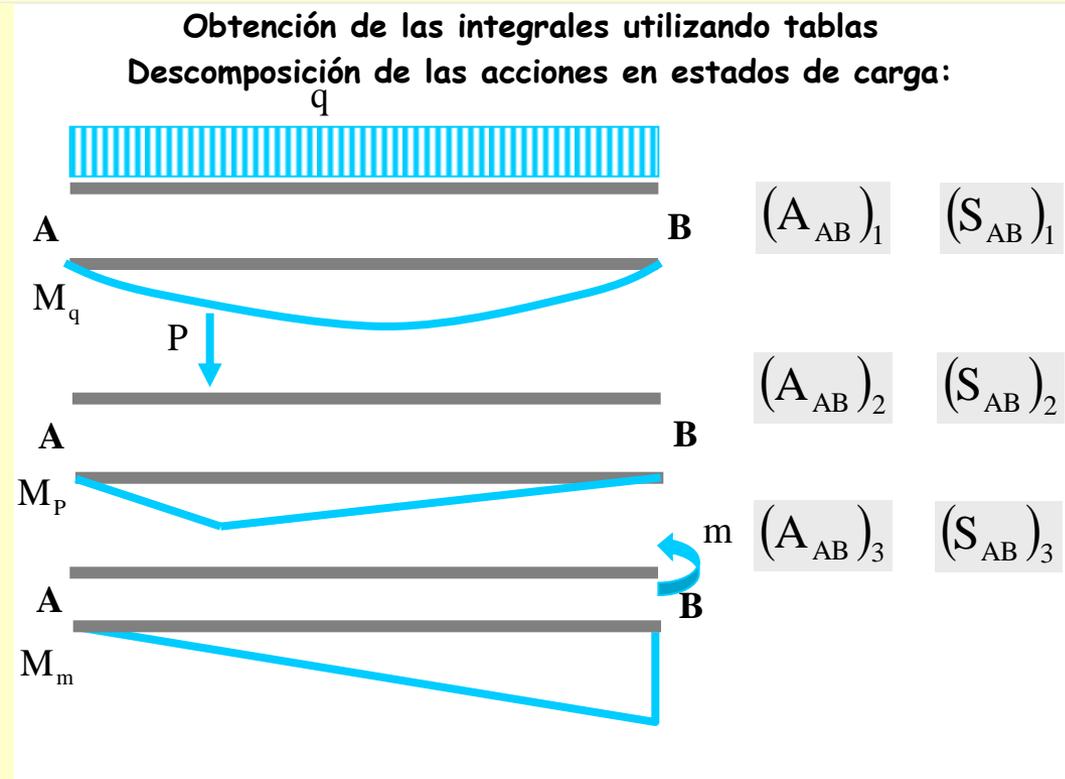
$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$

$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



(valores del área y del momento estático del diagrama de M en la tabla)

Datos: $y_A \quad \theta_A$

Incógnitas: $y_B \quad \theta_B$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot X_{GB}$$

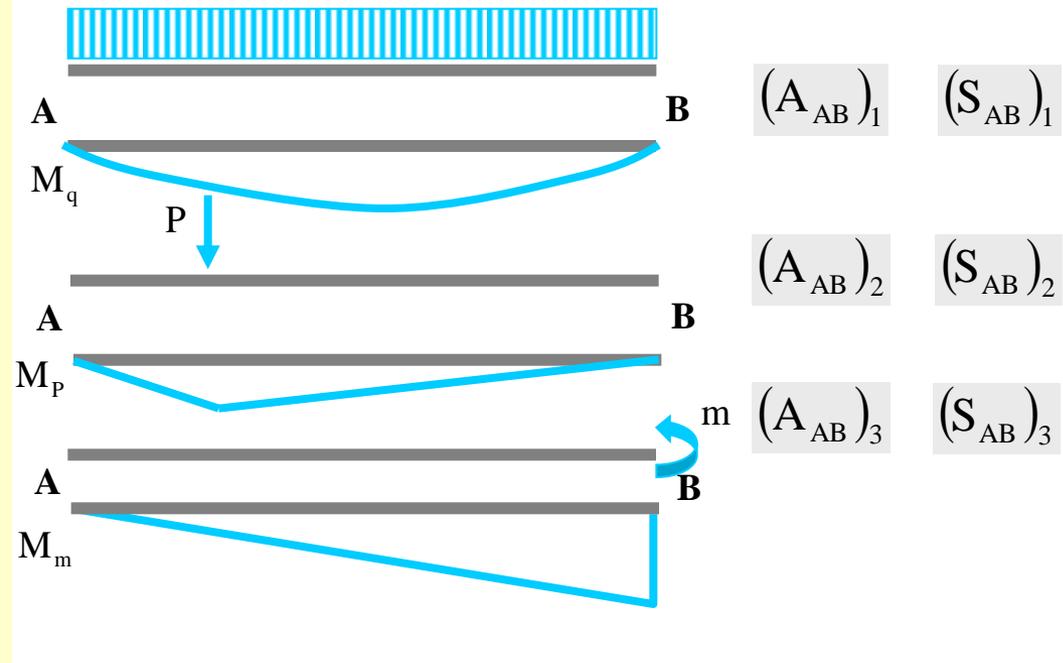
Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

	Parábola de 2º grado			
$h \updownarrow$				
A_{AB}	$\frac{L \cdot h}{2}$	$\frac{2 \cdot L \cdot h}{3}$	$\frac{L \cdot h}{2}$	$L \cdot h$
x_{GA}	$\frac{2L - c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{2L}{3}$	$\frac{L}{2}$
x_{GB}	$\frac{L + c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$	$\frac{L}{2}$

(valores del área y del momento estático del diagrama de M en la tabla)

Obtención de las integrales utilizando tablas
Descomposición de las acciones en estados de carga:



Datos: $y_A \quad \theta_A$

Incógnitas: $y_B \quad \theta_B$

$$\theta_B = \theta_A - A_{AB}$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB}$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

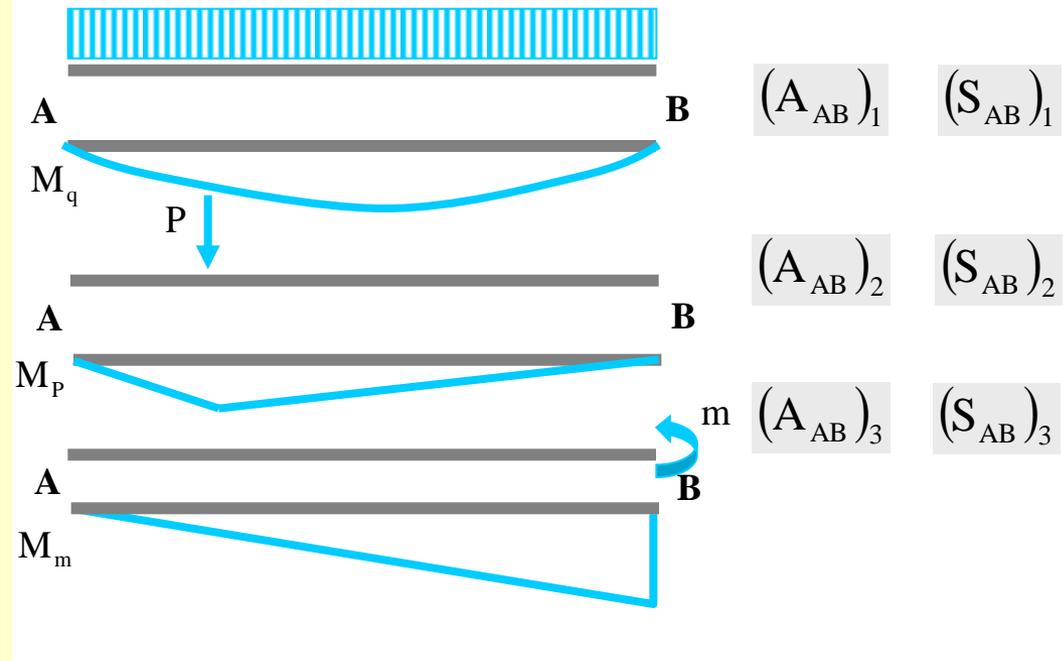
Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

	Parábola de 2º grado			
$h \updownarrow$				
A_{AB}	$\frac{L \cdot h}{2}$	$\frac{2 \cdot L \cdot h}{3}$	$\frac{L \cdot h}{2}$	$L \cdot h$
x_{GA}	$\frac{2L - c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{2L}{3}$	$\frac{L}{2}$
x_{GB}	$\frac{L + c}{3}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{L}{3}$	$\frac{L}{2}$

(valores del área y del momento estático del diagrama de M en la tabla)

Obtención de las integrales utilizando tablas
Descomposición de las acciones en estados de carga:



Datos: $y_A \quad \theta_A$

↓

Incógnitas: $y_B \quad \theta_B$

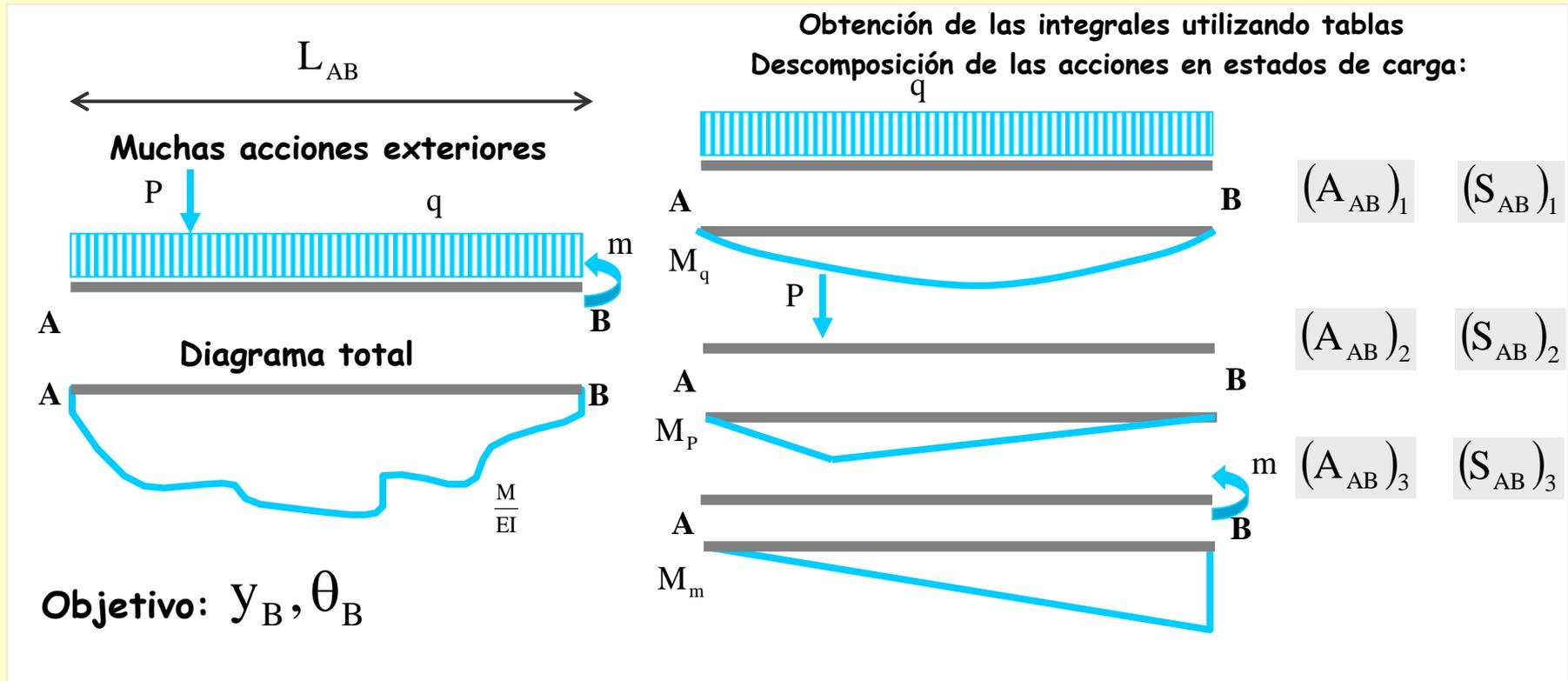
$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



Datos: y_A, θ_A

Incógnitas: y_B, θ_B

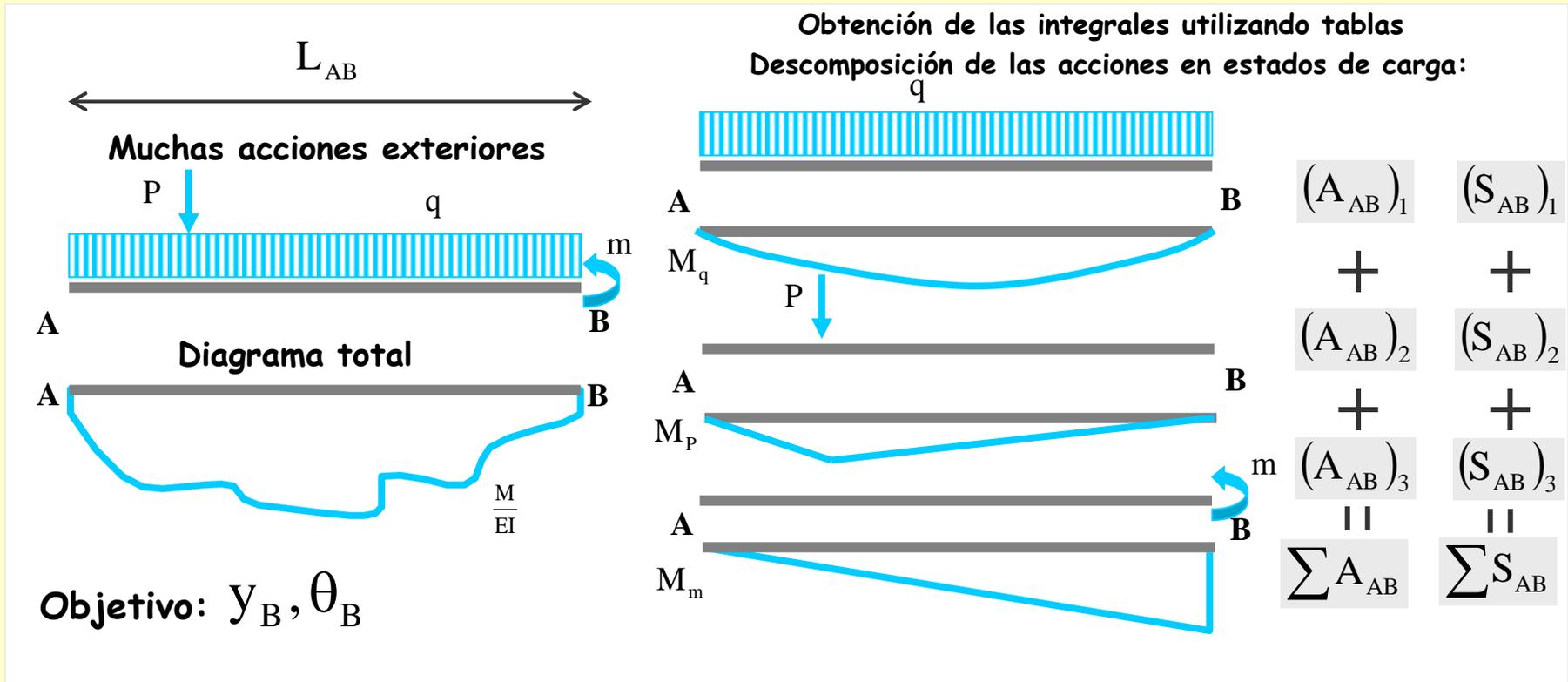
$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



Datos: y_A, θ_A

Incógnitas: y_B, θ_B

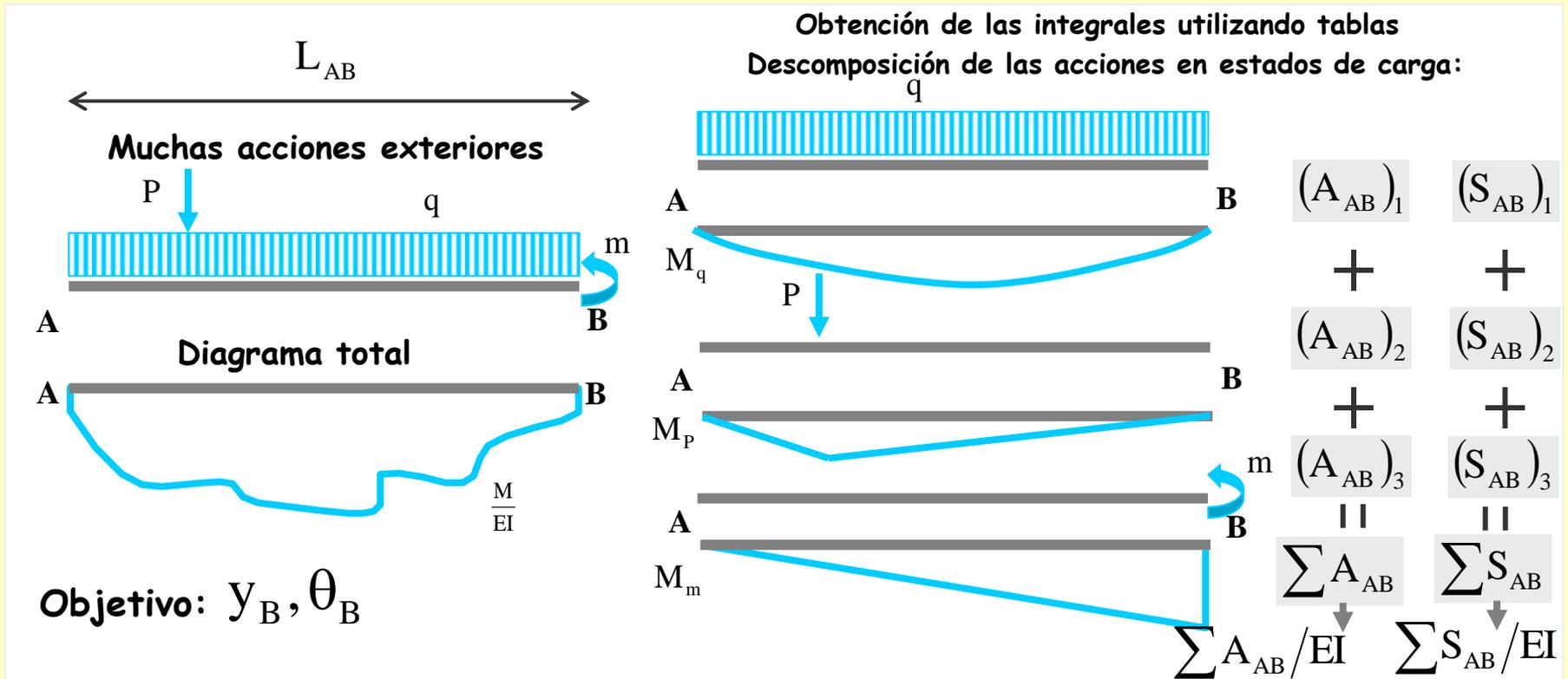
$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



Datos: y_A θ_A

Incógnitas: y_B θ_B

$$\theta_B = \theta_A - A_{AB}$$

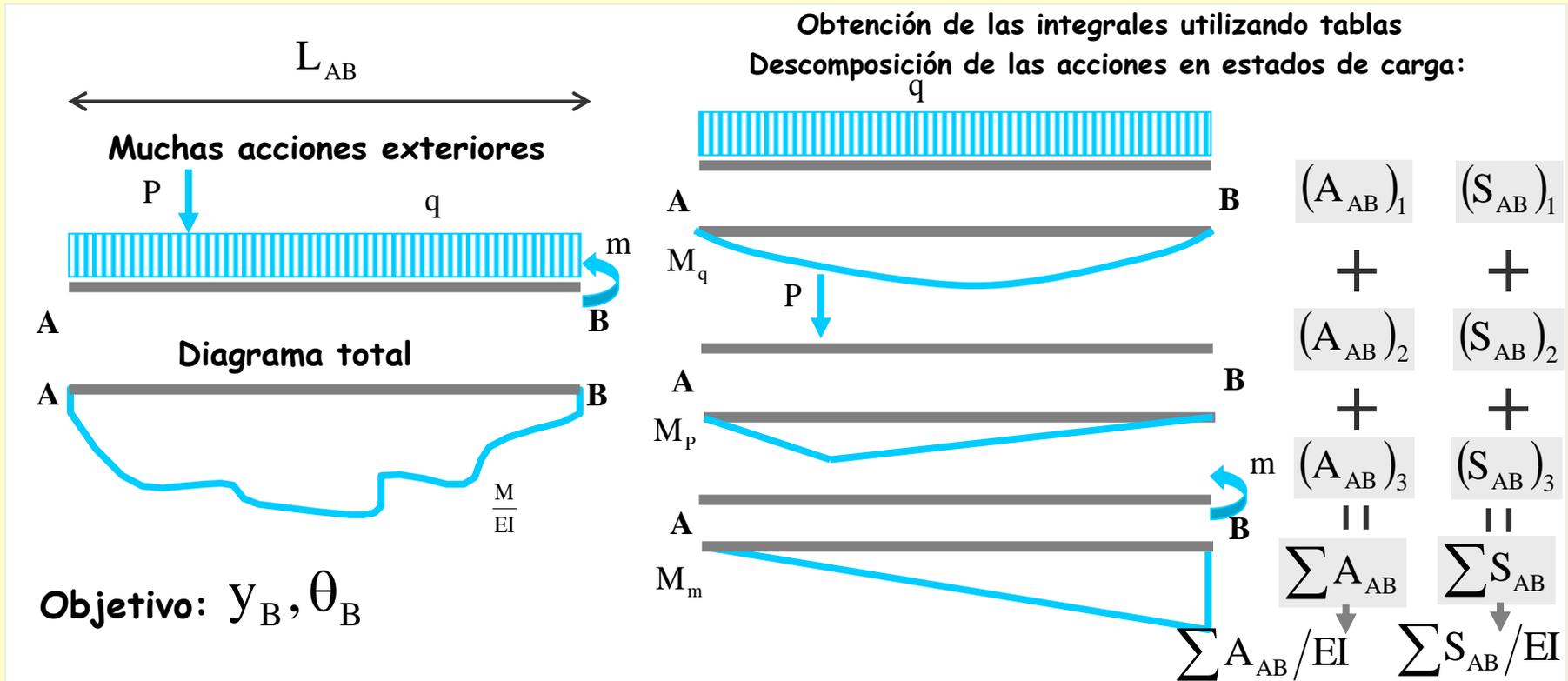
$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB}$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



Datos: y_A, θ_A

Incógnitas: y_B, θ_B

$$\theta_B = \theta_A - A_{AB}$$

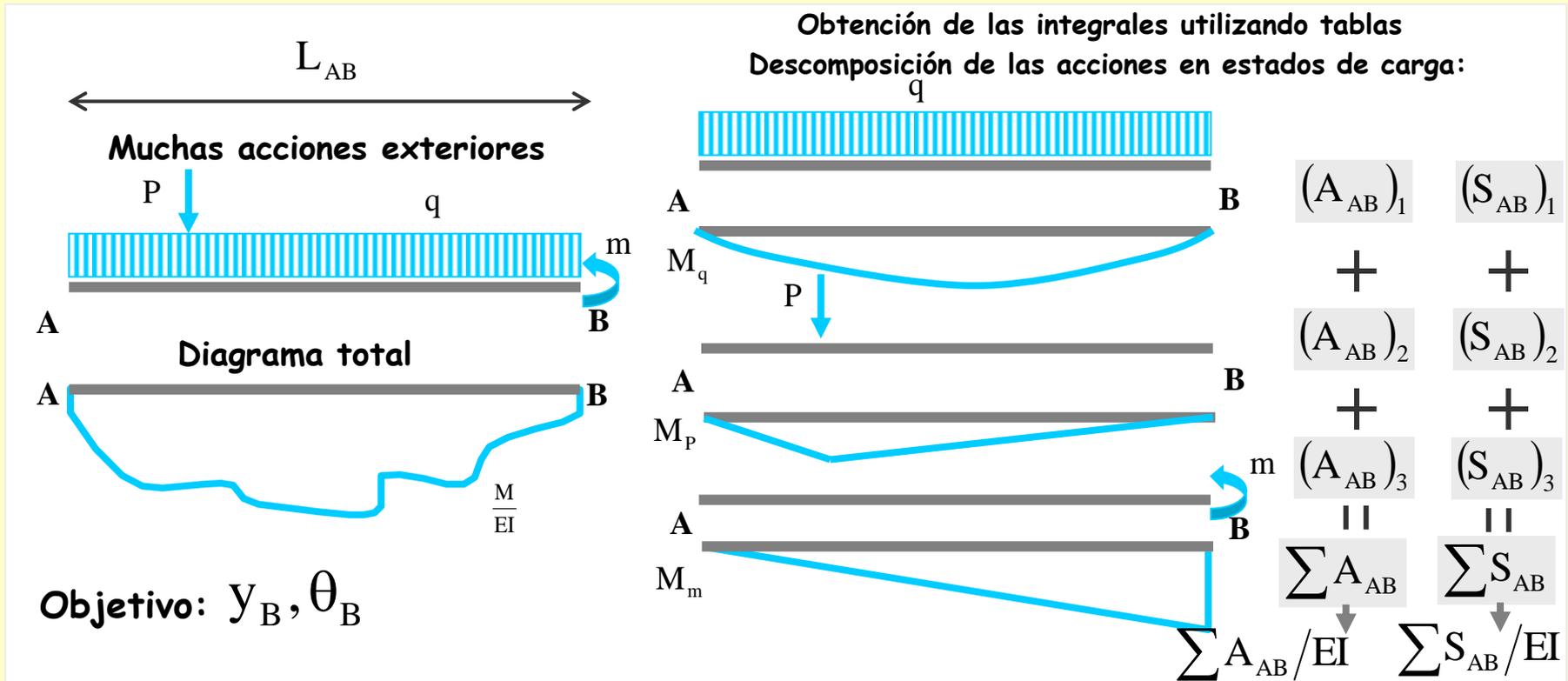
$$y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB}$$

$$A_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M}{EI} dx$$

$$S_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} \frac{M \cdot x'}{EI} dx = A_{AB} \cdot x_{GB}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



Datos: y_A, θ_A

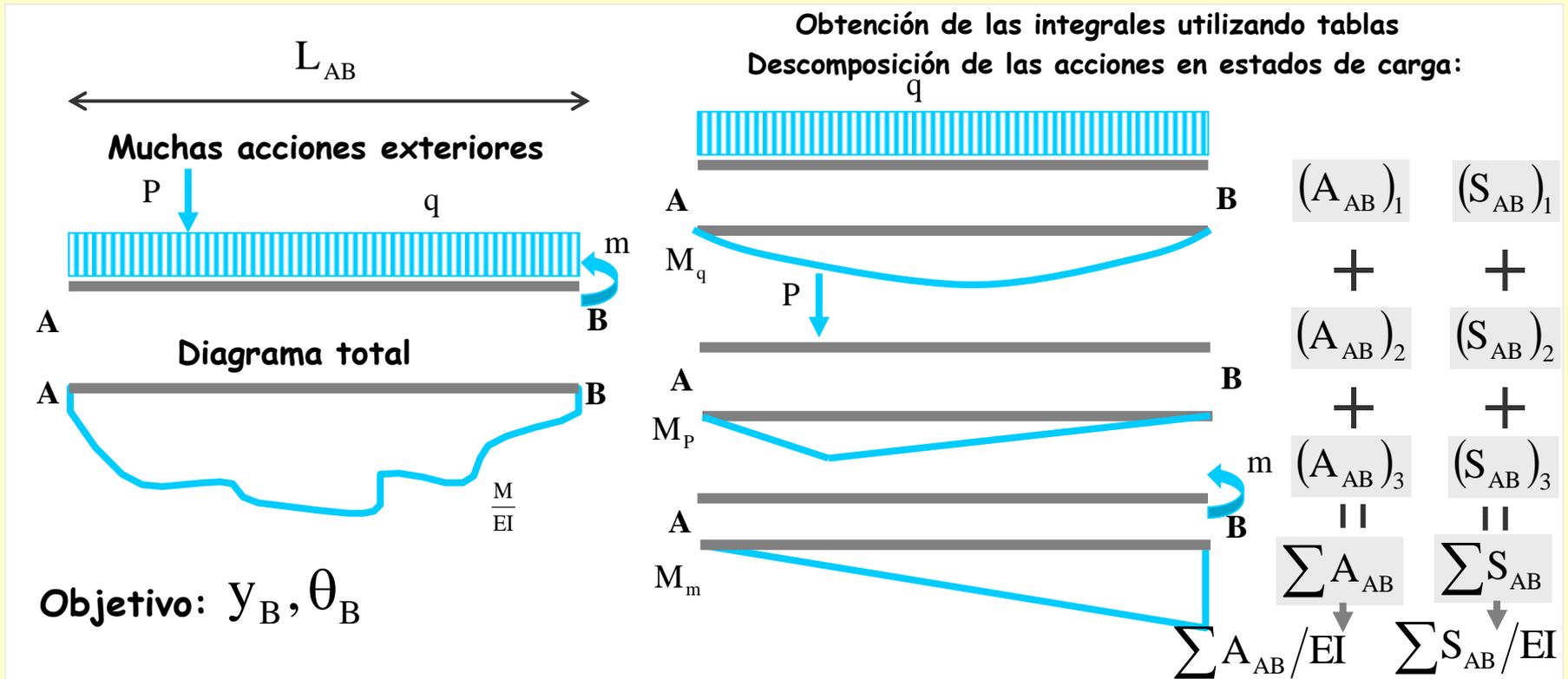
↓
Incógnitas: y_B, θ_B

$$\theta_B = \theta_A - A_{AB}$$

$$y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB}$$

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



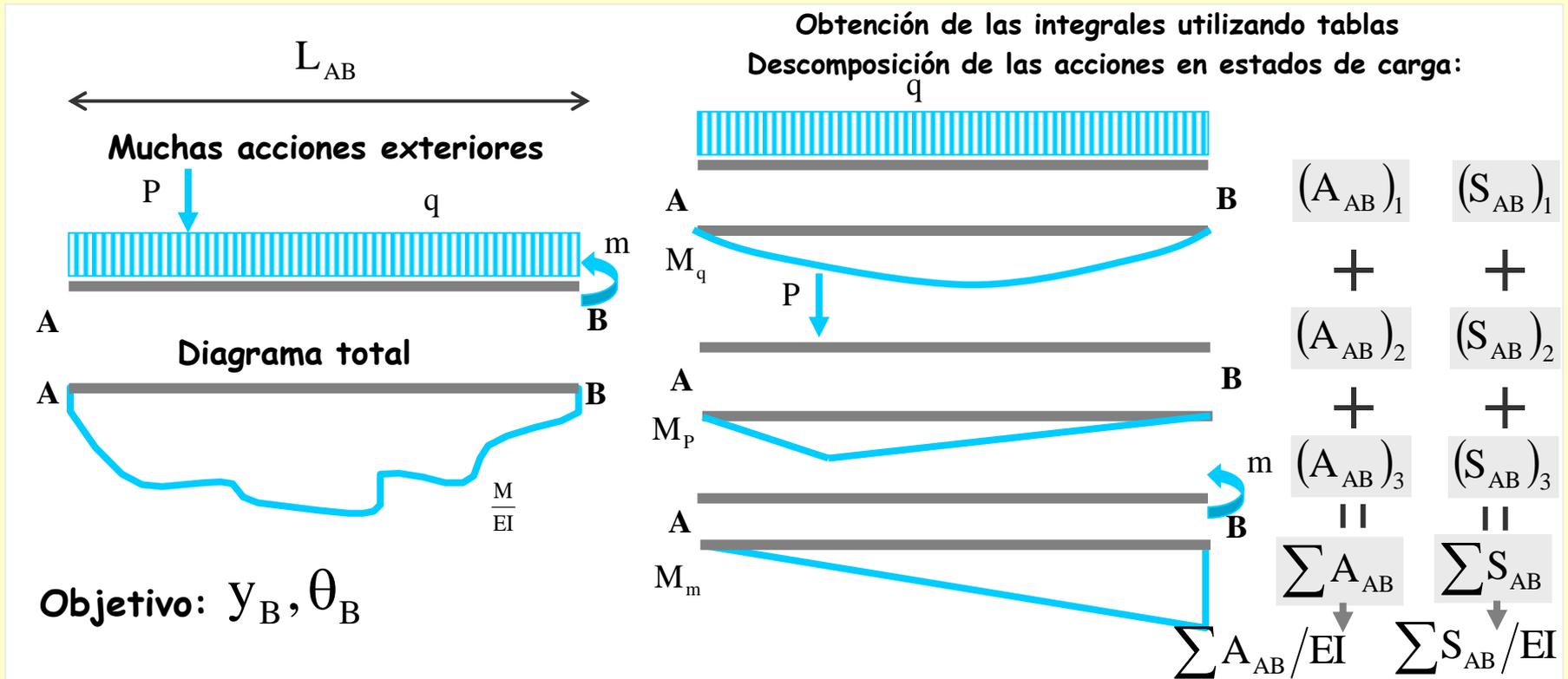
Datos: $y_A \quad \theta_A$

Incógnitas: $y_B \quad \theta_B$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \longrightarrow \theta_B \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right.$$

Aplicación

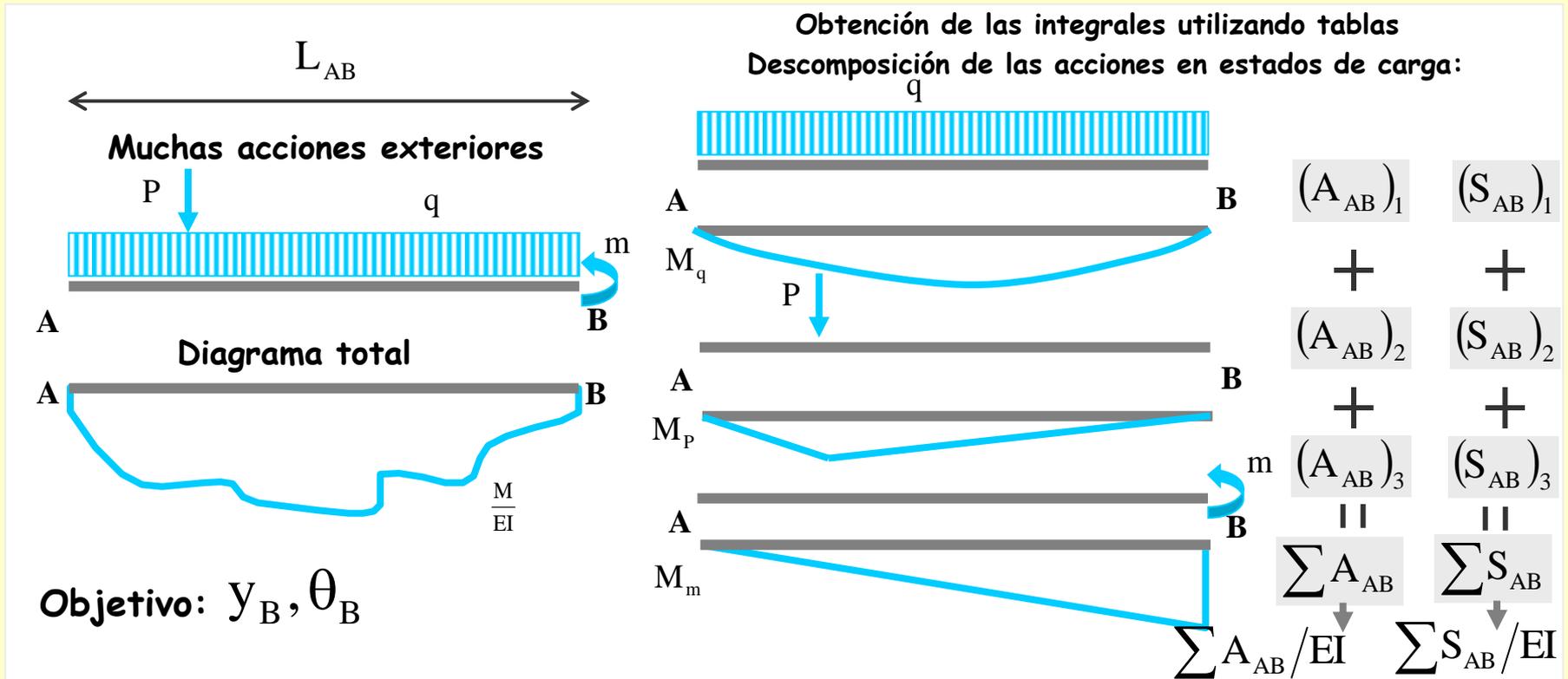
Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:



<p>Datos: $y_A \quad \theta_A$</p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p>Incógnitas: $y_B \quad \theta_B$</p>	}	<div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; display: inline-block; margin-bottom: 10px;"> $\theta_B = \theta_A - A_{AB}$ </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; display: inline-block;"> $y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB}$ </div>	<p>→ θ_B</p> <p>→ y_B</p>
---	---	---	---

Aplicación

Se muestra la aplicación de los teoremas en el caso de un tramo viga con acciones exteriores:

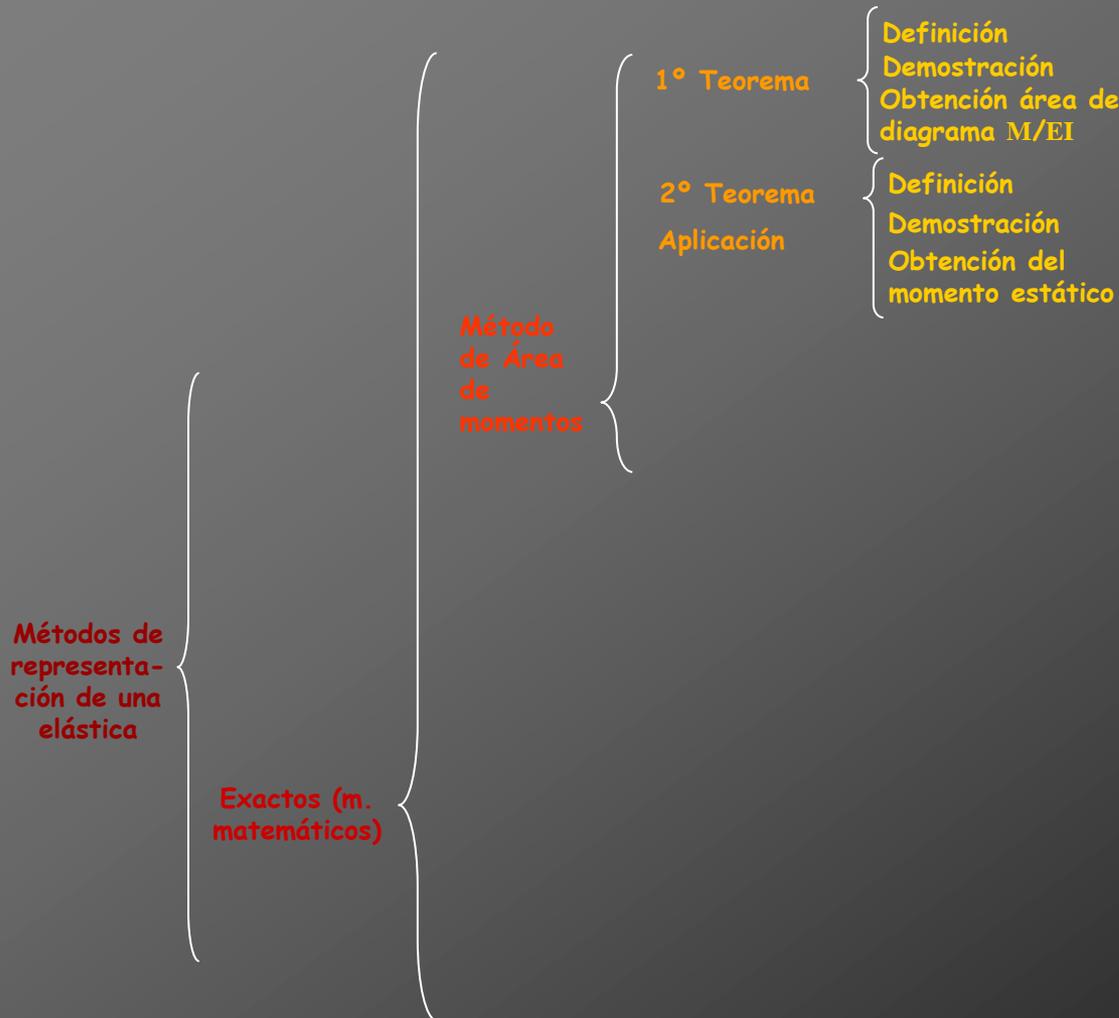


Datos: $y_A \quad \theta_A$

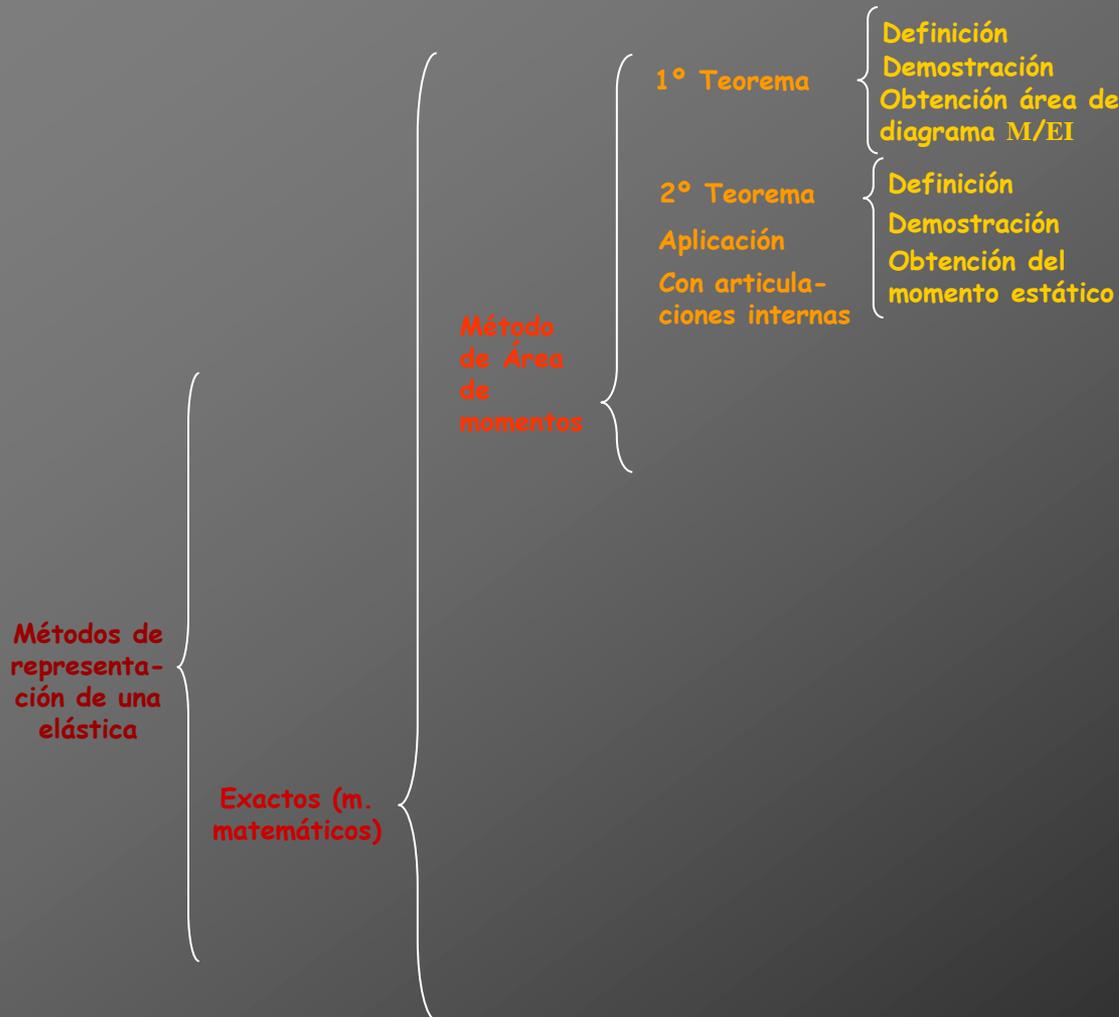
Incógnitas: $y_B \quad \theta_B$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \longrightarrow \theta_B \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \longrightarrow y_B \end{array} \right.$$

Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Estructuras con articulaciones internas



Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar los teoremas de área de momentos en un entorno del tramo que contemple en su interior la articulación

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar los teoremas de área de momentos en un entorno del tramo que contemple en su interior la articulación

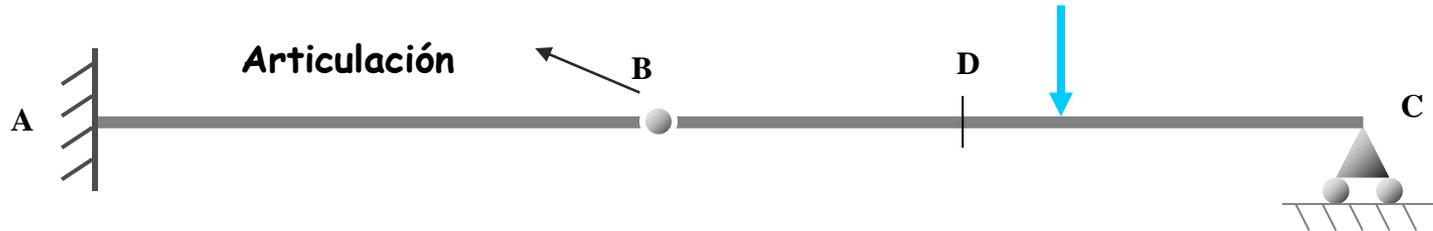
En estos casos se pueden aplicar los Teoremas en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar los teoremas de área de momentos en un entorno del tramo que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar los Teoremas en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

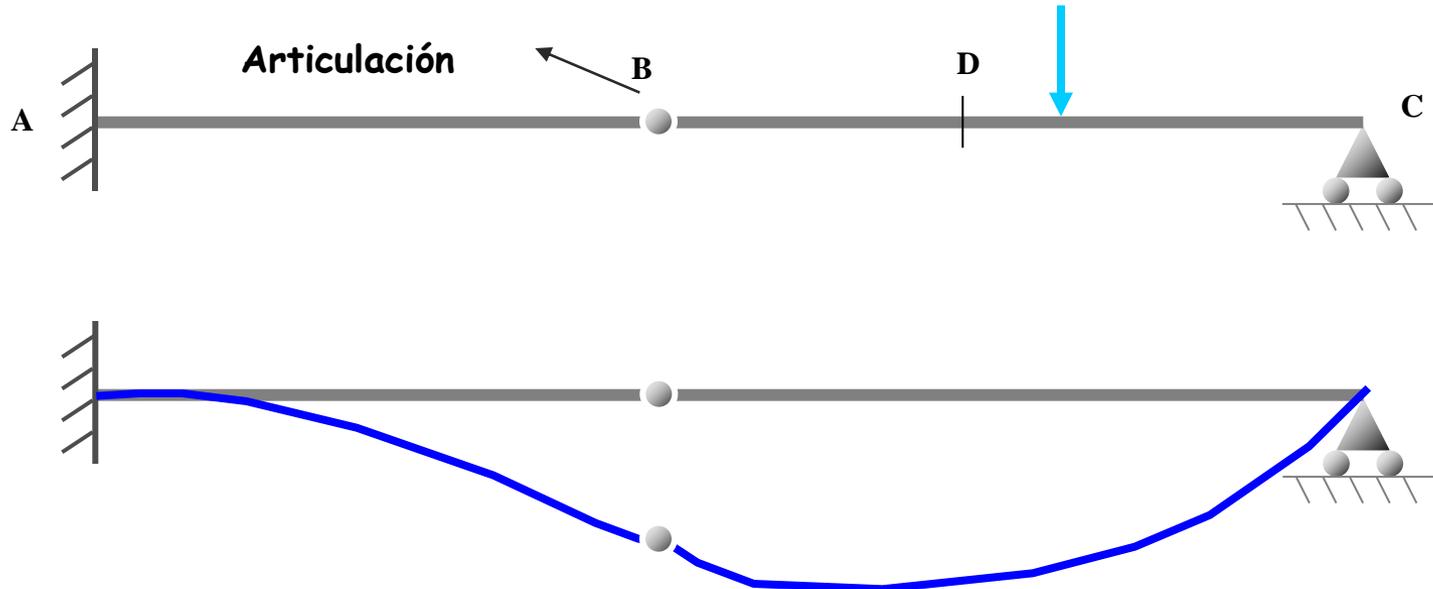


Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar los teoremas de área de momentos en un entorno del tramo que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar los Teoremas en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

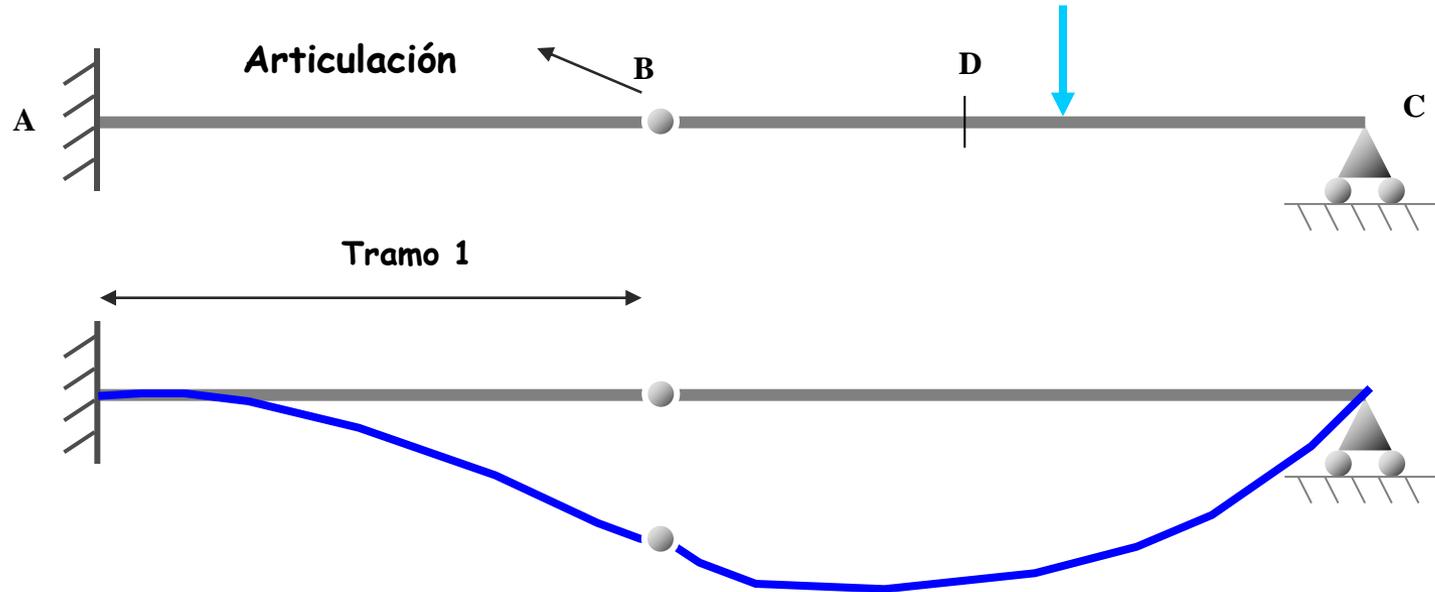


Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar los teoremas de área de momentos en un entorno del tramo que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar los Teoremas en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

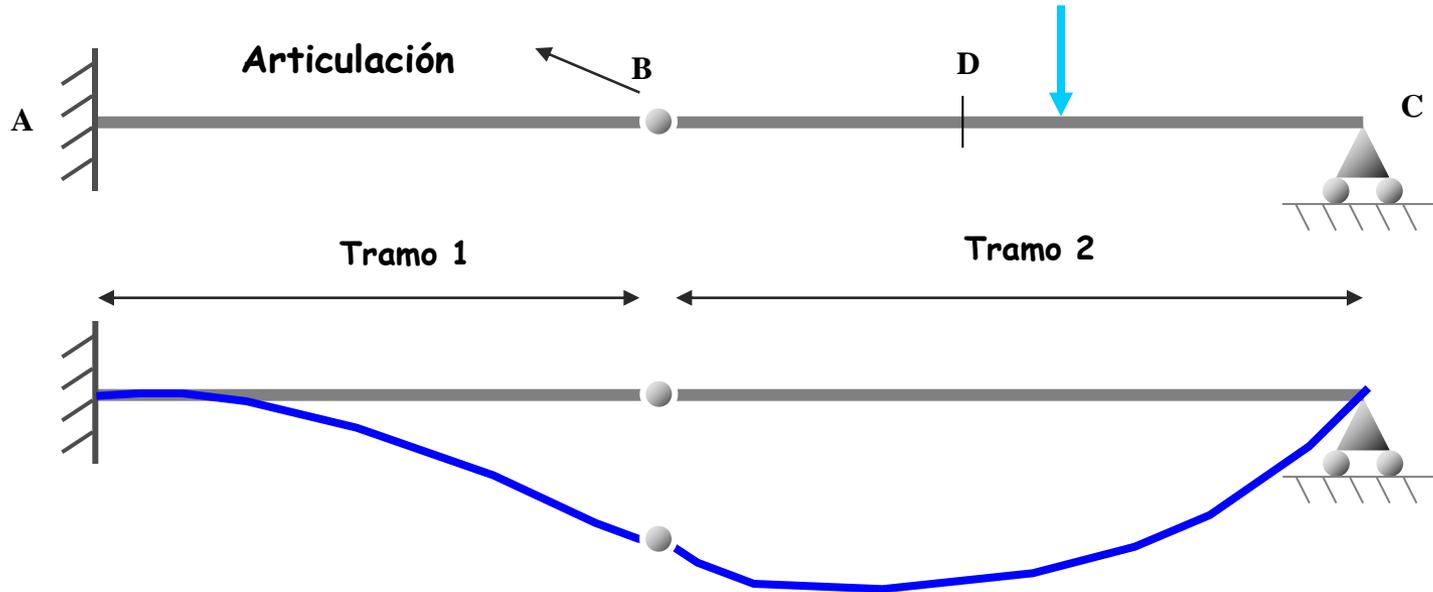


Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar los teoremas de área de momentos en un entorno del tramo que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar los Teoremas en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

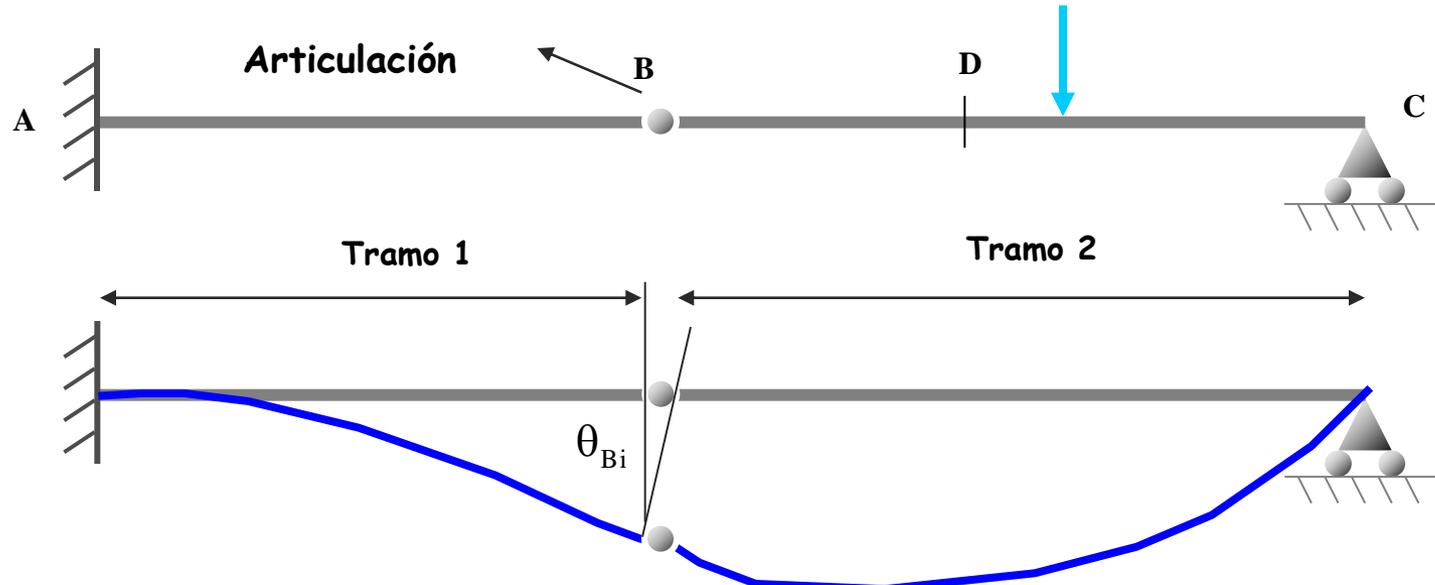


Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar los teoremas de área de momentos en un entorno del tramo que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar los Teoremas en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

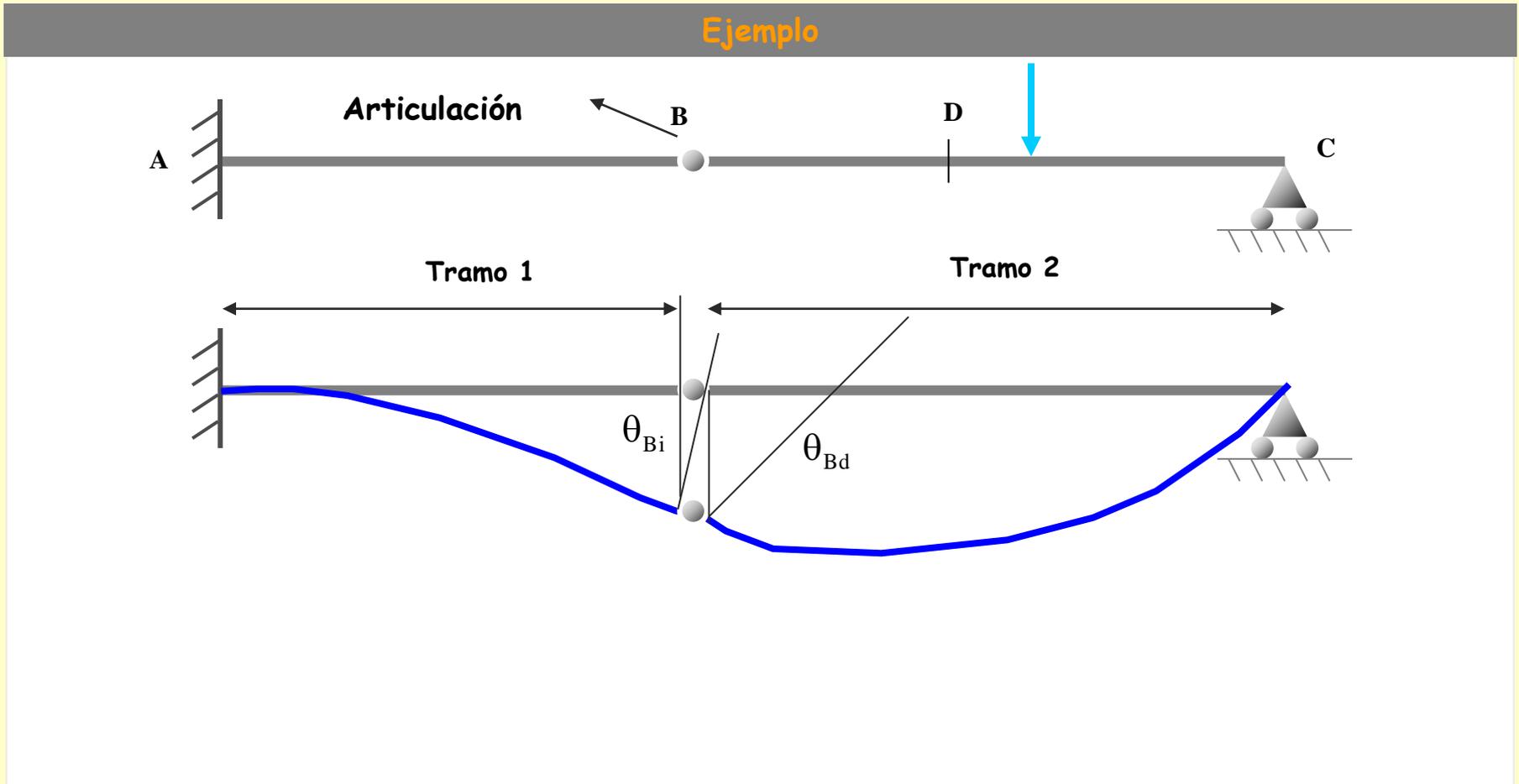
Ejemplo



Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar los teoremas de área de momentos en un entorno del tramo que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar los Teoremas en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación



Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar los teoremas de área de momentos en un entorno del tramo que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar los Teoremas en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

The diagram illustrates a beam structure with an internal hinge at point B and a roller support at point C. The beam is divided into two segments: Tramo 1 (from A to B) and Tramo 2 (from B to C). A downward point load is applied at point D. The diagram shows the undeformed beam and the deformed elastic curve in blue. The angle of rotation at B is shown as θ_{Bi} and θ_{Bd} .

Datos: y_A θ_A

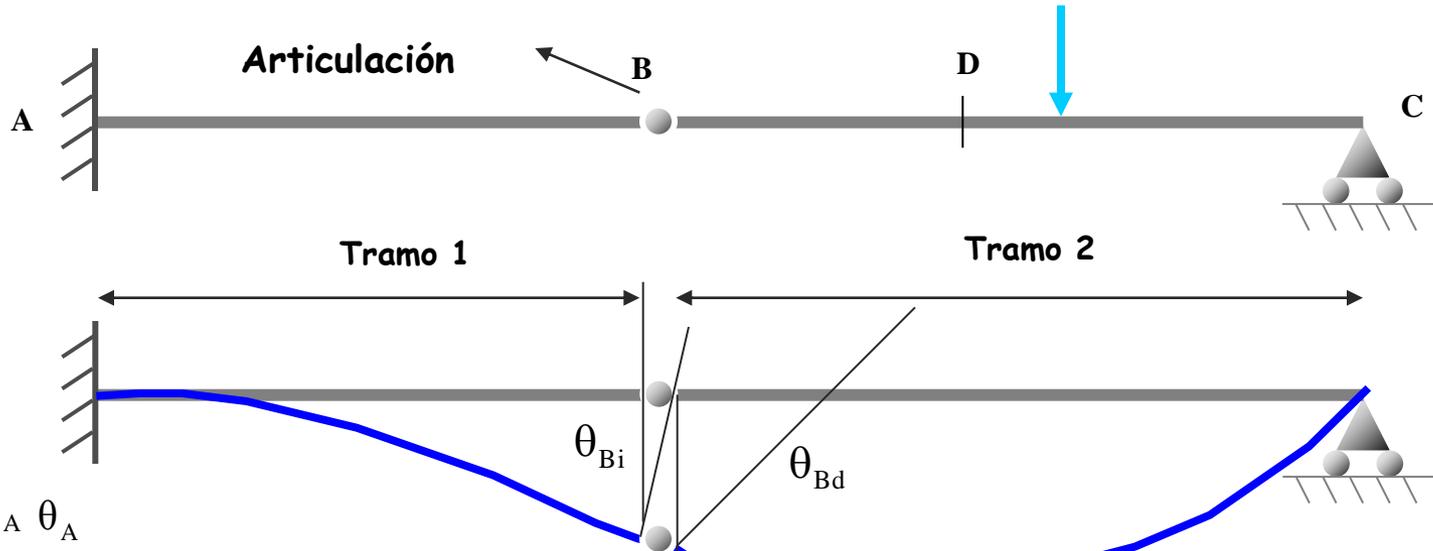
Incógnitas: y_B θ_{Bi}

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar los teoremas de área de momentos en un entorno del tramo que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar los Teoremas en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo



Datos: $y_A \theta_A$

Incógnitas: $y_B \theta_{Bi}$

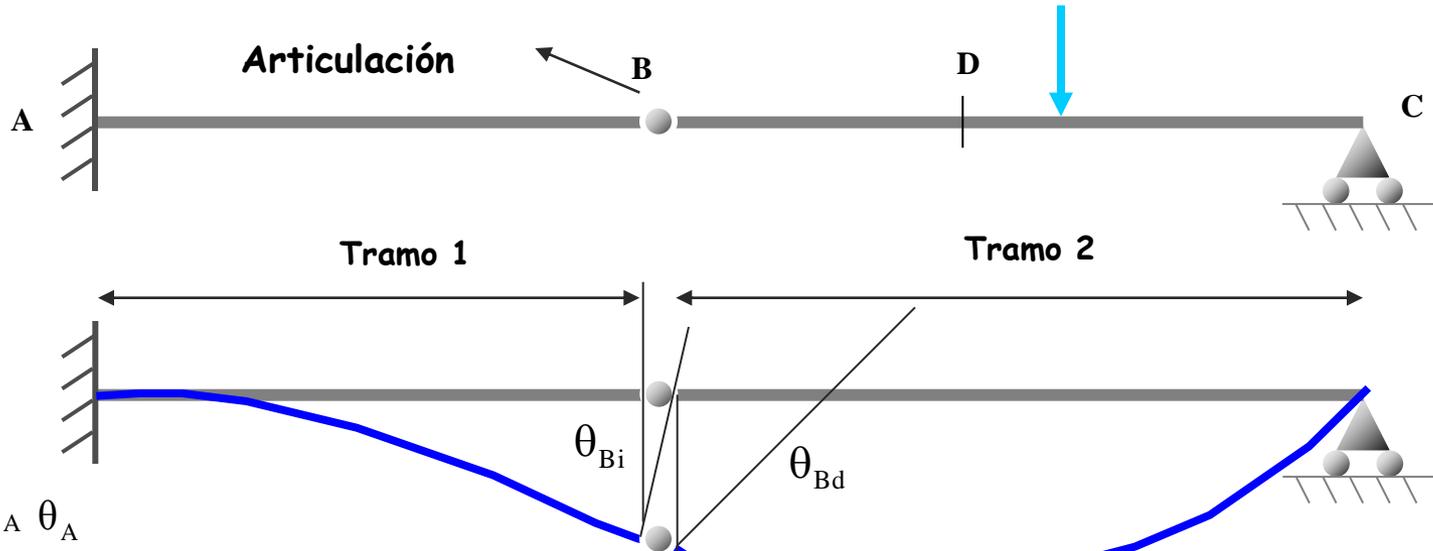
$$[A, B] \begin{cases} \theta_{Bi} = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{cases}$$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar los teoremas de área de momentos en un entorno del tramo que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar los Teoremas en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo



Datos: $y_A \theta_A$

Incógnitas: $y_B \theta_{Bi}$

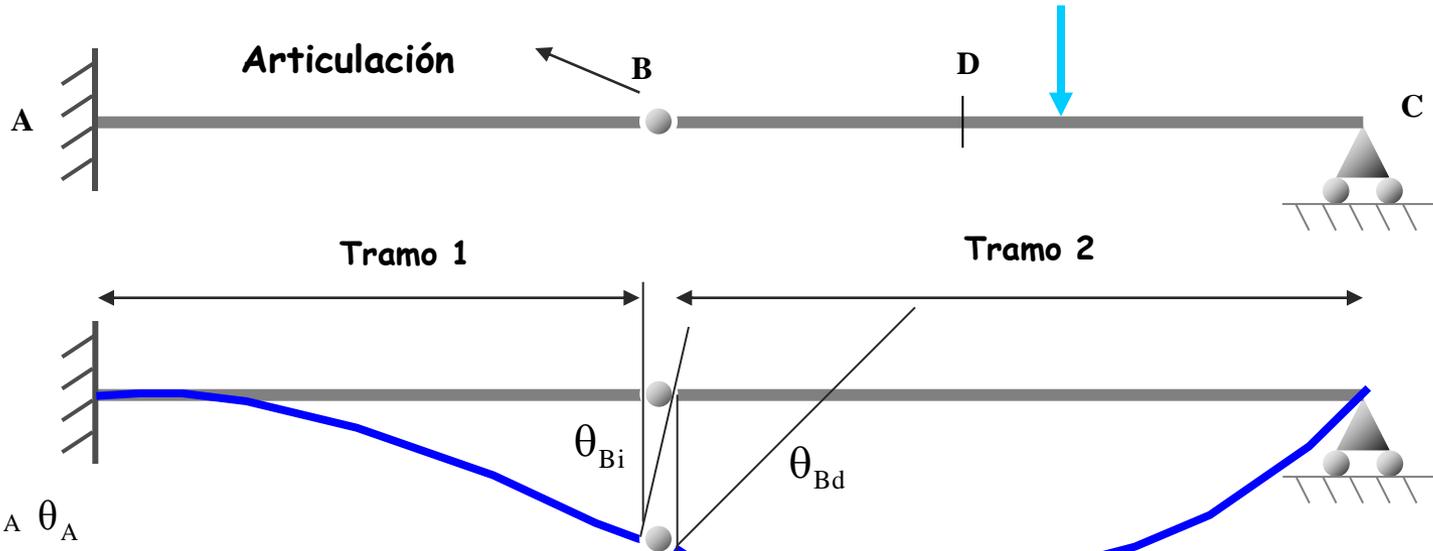
$$[A, B] \left\{ \begin{array}{l} \theta_{Bi} = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right\} y_B$$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar los teoremas de área de momentos en un entorno del tramo que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar los Teoremas en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo



Datos: $y_A \theta_A$

Incógnitas: $y_B \theta_{Bi}$

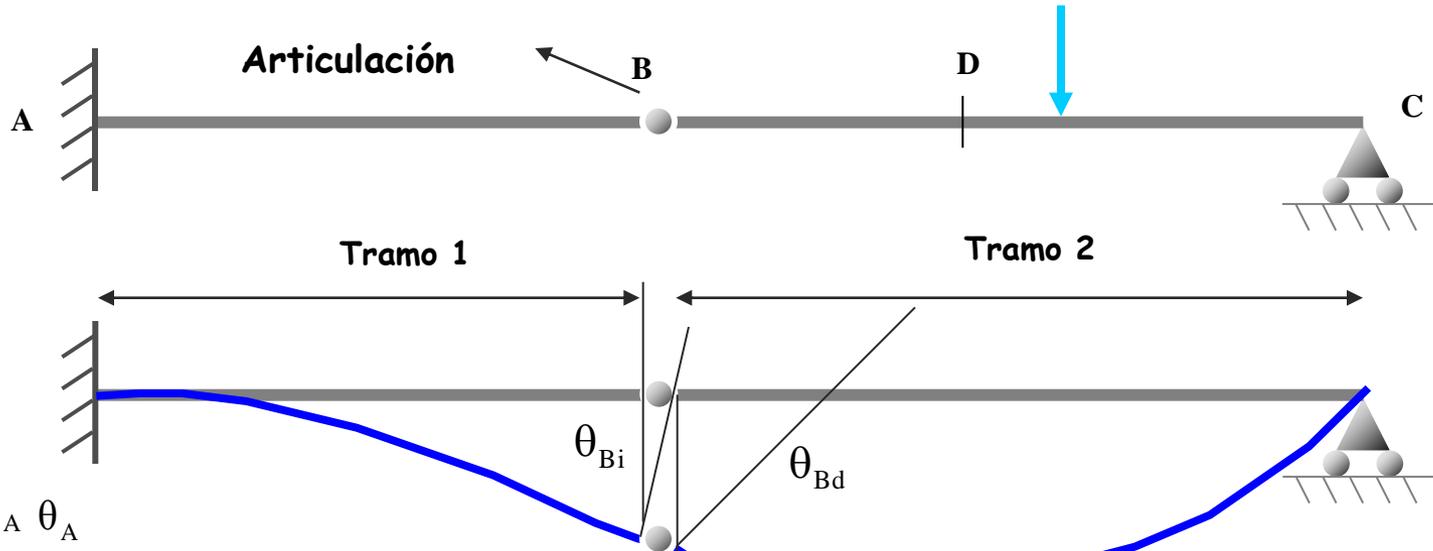
$$[A, B] \left\{ \begin{array}{l} \theta_{Bi} = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right\} y_B \quad \text{Dato: } y_C$$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar los teoremas de área de momentos en un entorno del tramo que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar los Teoremas en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo



Datos: $y_A \theta_A$

Incógnitas: $y_B \theta_{Bi}$

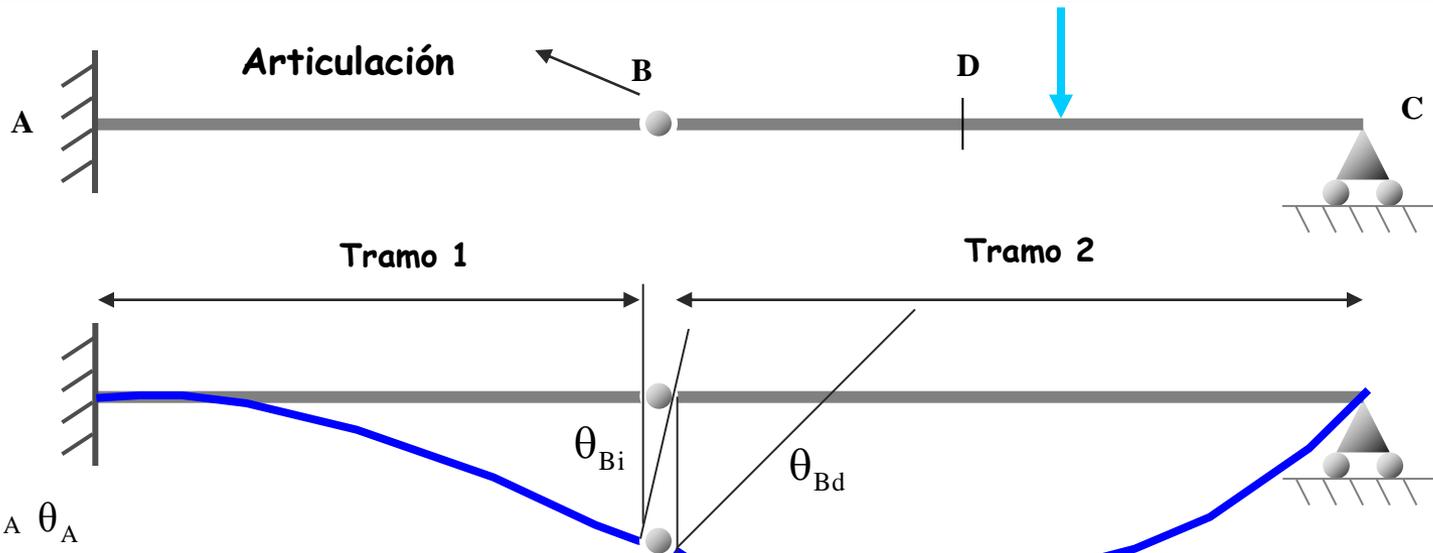
$$[A, B] \left\{ \begin{array}{l} \theta_{Bi} = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} y_B \\ \text{Dato: } y_C \end{array} \right\} [B, C] \left\{ \begin{array}{l} \theta_{Bd} \\ \theta_C \end{array} \right\}$$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar los teoremas de área de momentos en un entorno del tramo que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar los Teoremas en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

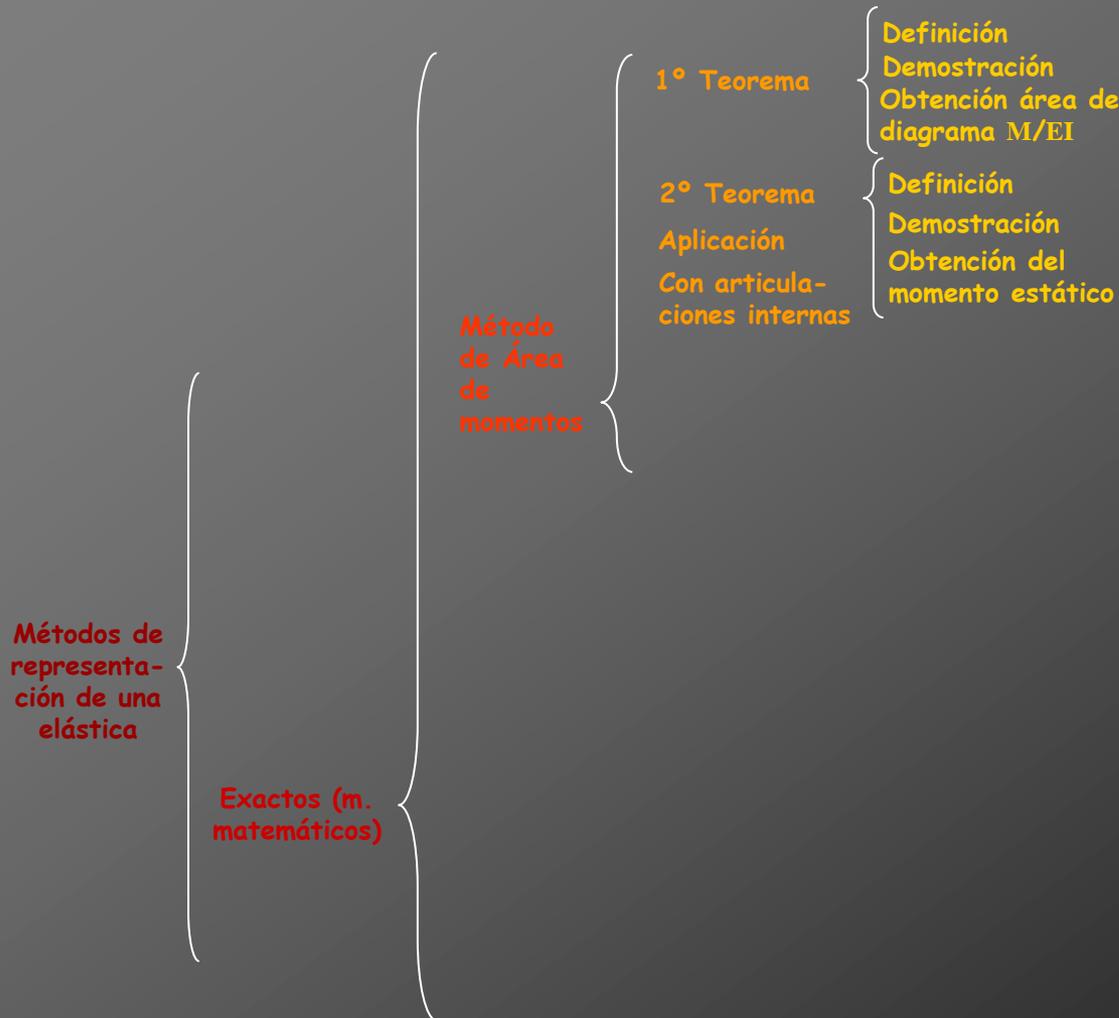


Datos: $y_A \theta_A$

Incógnitas: $y_B \theta_{Bi}$

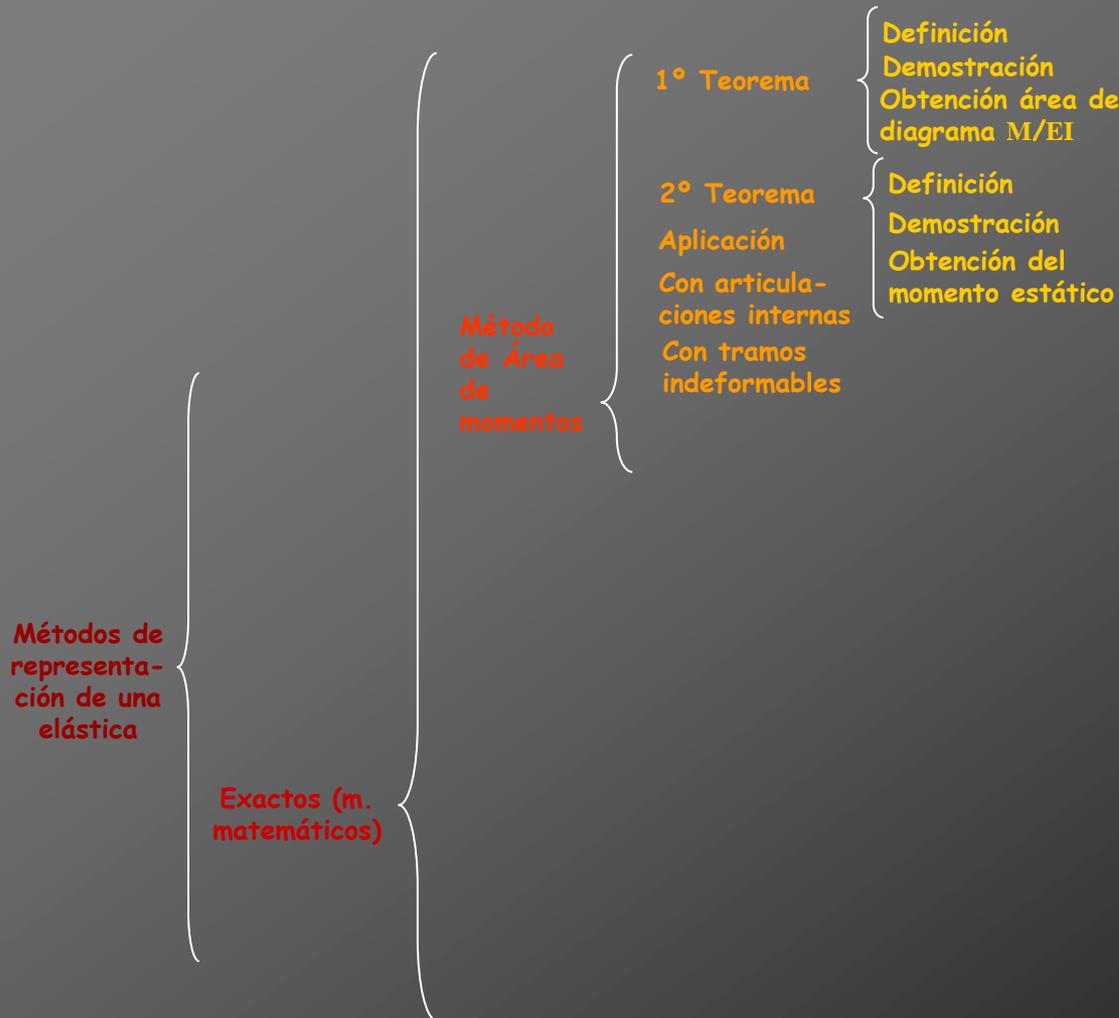
$$[A, B] \left\{ \begin{array}{l} \theta_{Bi} = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} y_B \\ \text{Dato: } y_C \end{array} \right\} [B, C] \left\{ \begin{array}{l} \theta_{Bd} \\ \theta_C \end{array} \right\} \longrightarrow [B, D] \left\{ \begin{array}{l} \theta_D \\ y_D \end{array} \right\}$$

Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Estructuras con tramos indeformables



Estructuras con tramos indeformables

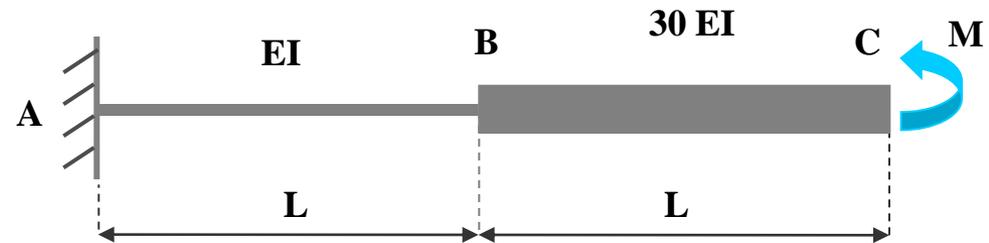
Si existe algún tramo que pueda considerarse indeformable, el diagrama de momentos que actúe en él no se tendrá en cuenta

Estructuras con tramos indeformables

Si existe algún tramo que pueda considerarse indeformable, el diagrama de momentos que actúe en él no se tendrá en cuenta

Ejemplo

El tramo BC se considera indeformable



Estructuras con tramos indeformables

Si existe algún tramo que pueda considerarse indeformable, el diagrama de momentos que actúe en él no se tendrá en cuenta

Ejemplo

El tramo BC se considera indeformable

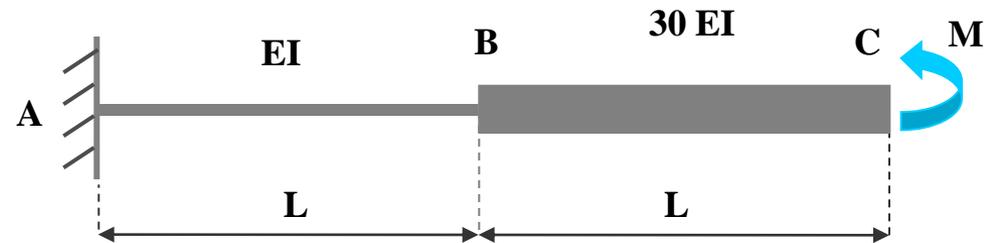


Diagrama de momentos de la estructura

Estructuras con tramos indeformables

Si existe algún tramo que pueda considerarse indeformable, el diagrama de momentos que actúe en él no se tendrá en cuenta

Ejemplo

El tramo BC se considera indeformable

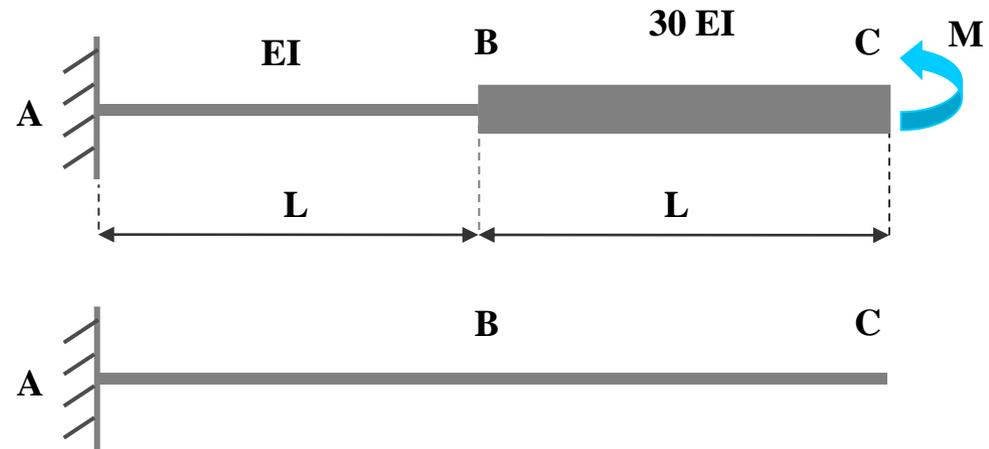


Diagrama de momentos de la estructura

Estructuras con tramos indeformables

Si existe algún tramo que pueda considerarse indeformable, el diagrama de momentos que actúe en él no se tendrá en cuenta

Ejemplo

El tramo BC se considera indeformable

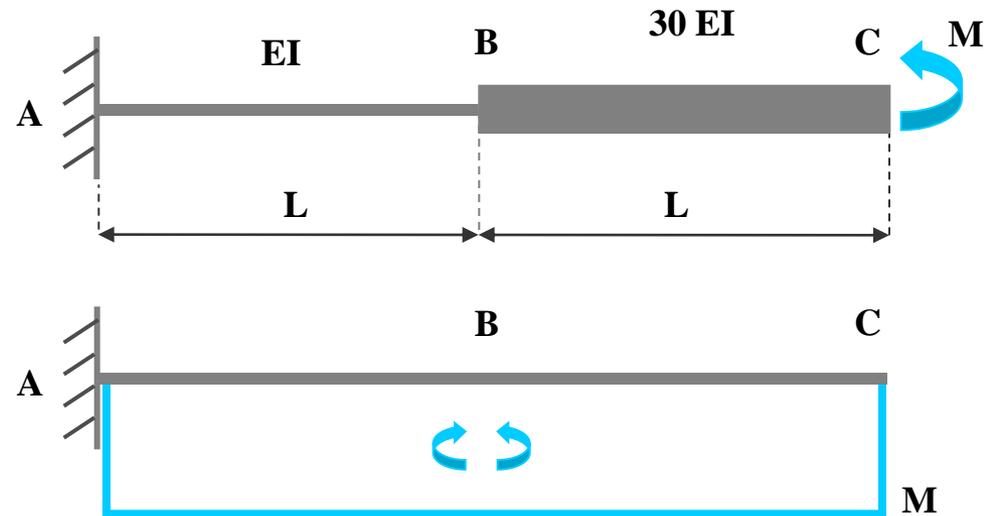


Diagrama de momentos de la estructura

Estructuras con tramos indeformables

Si existe algún tramo que pueda considerarse indeformable, el diagrama de momentos que actúe en él no se tendrá en cuenta

Ejemplo

El tramo BC se considera indeformable

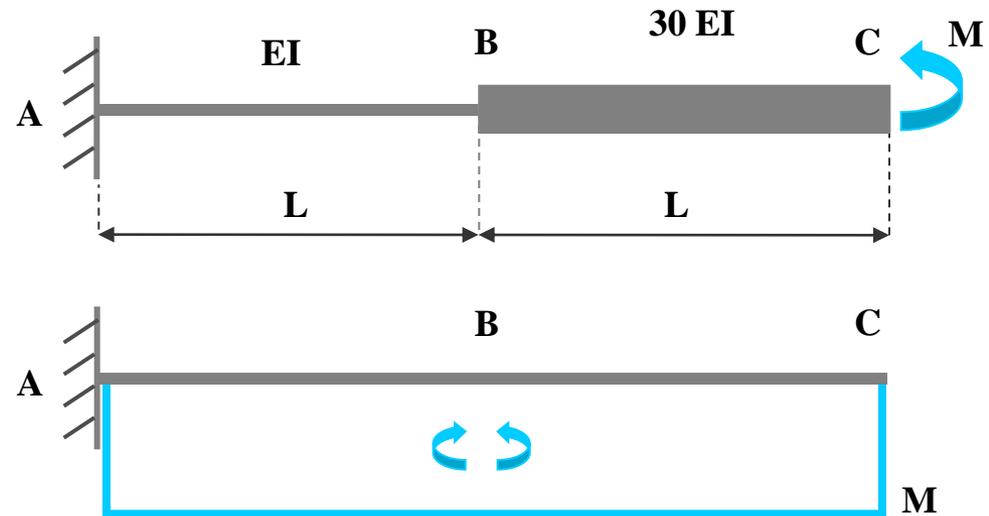


Diagrama de momentos de la estructura

Diagrama de momentos simplificado para calcular la deformada

Estructuras con tramos indeformables

Si existe algún tramo que pueda considerarse indeformable, el diagrama de momentos que actúe en él no se tendrá en cuenta

Ejemplo

El tramo BC se considera indeformable

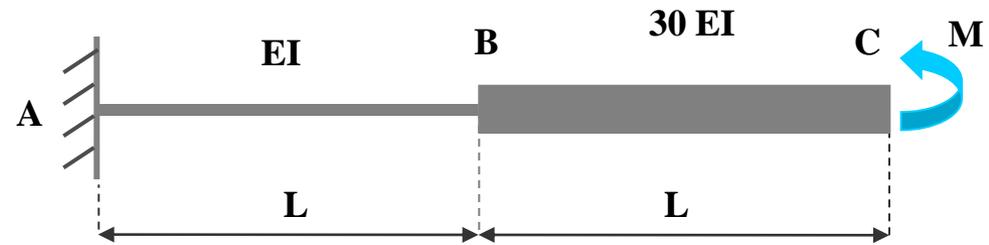


Diagrama de momentos de la estructura

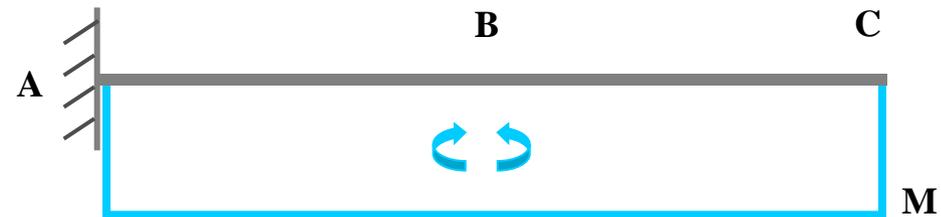


Diagrama de momentos simplificado para calcular la deformada



Estructuras con tramos indeformables

Si existe algún tramo que pueda considerarse indeformable, el diagrama de momentos que actúe en él no se tendrá en cuenta

Ejemplo

El tramo BC se considera indeformable

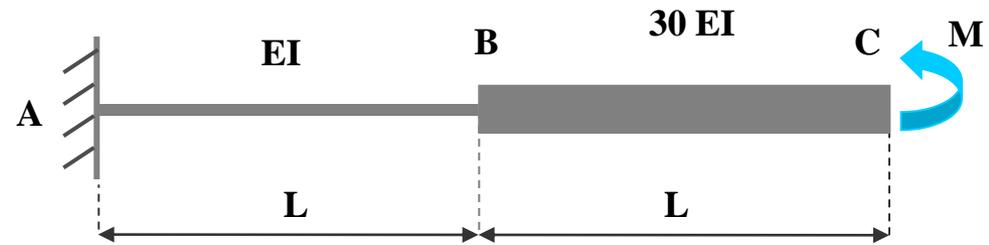


Diagrama de momentos de la estructura

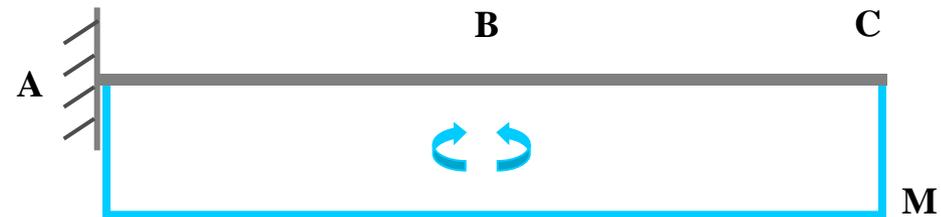
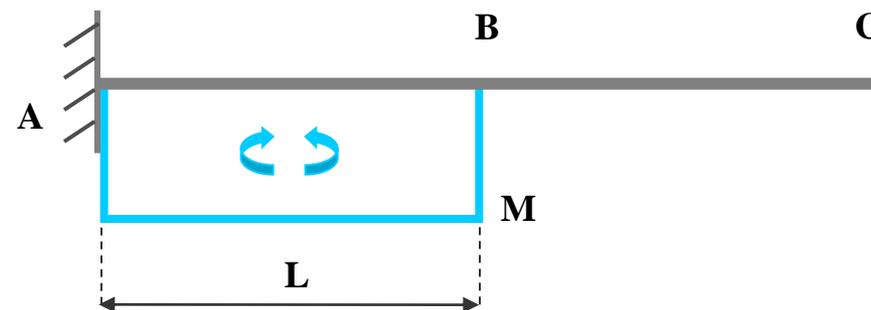
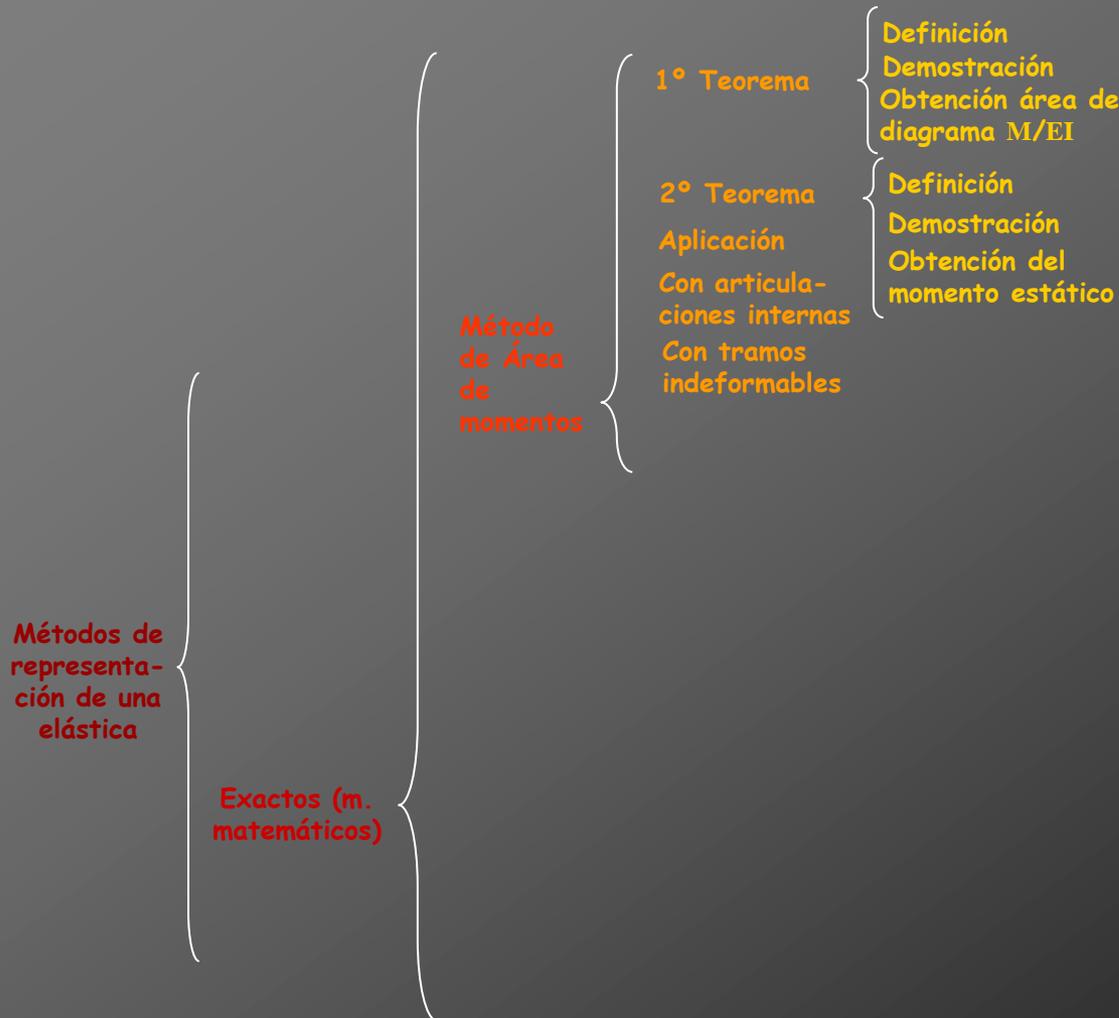


Diagrama de momentos simplificado para calcular la deformada

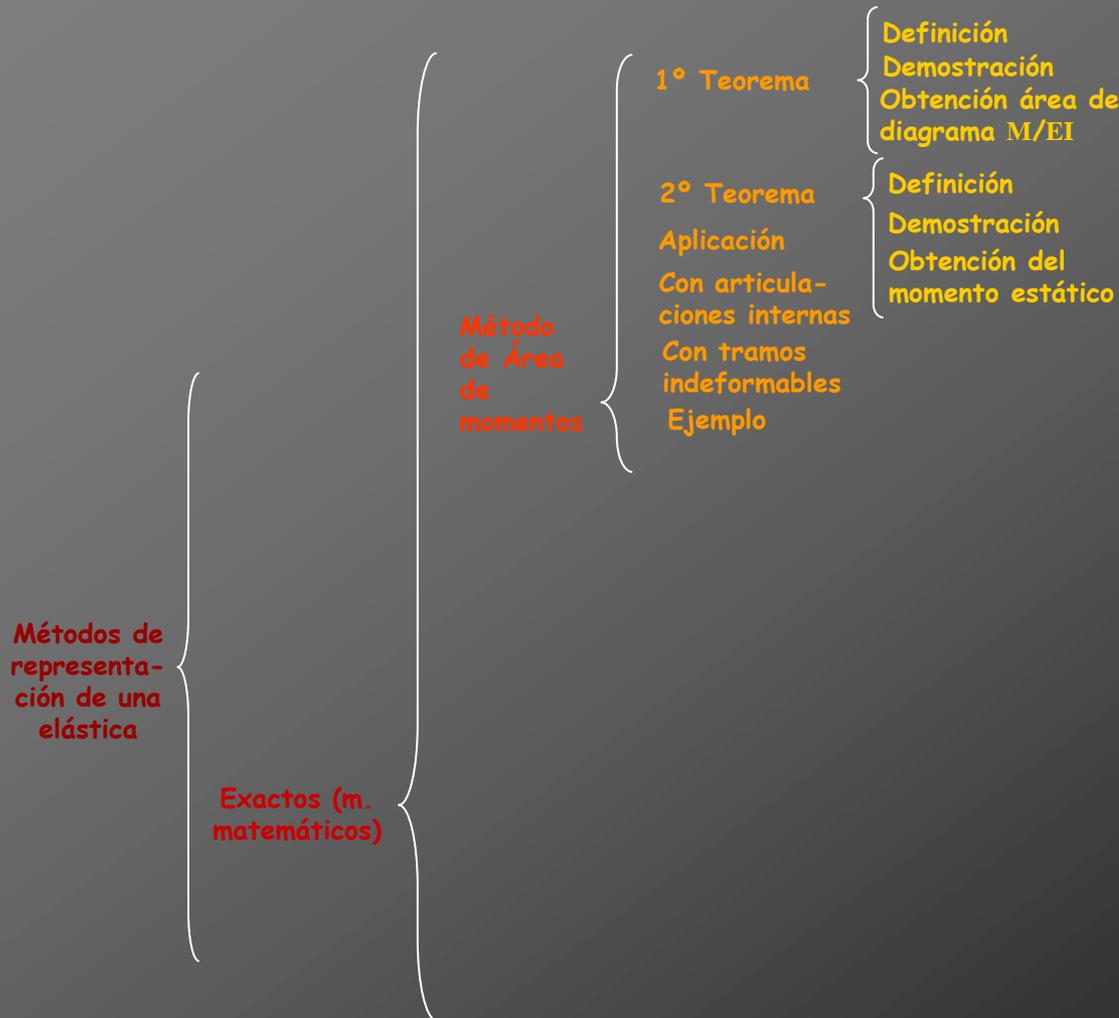




Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Ejemplo

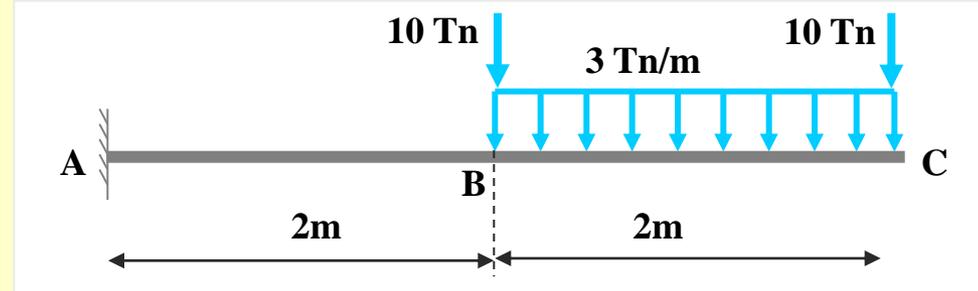


Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

Ejemplo

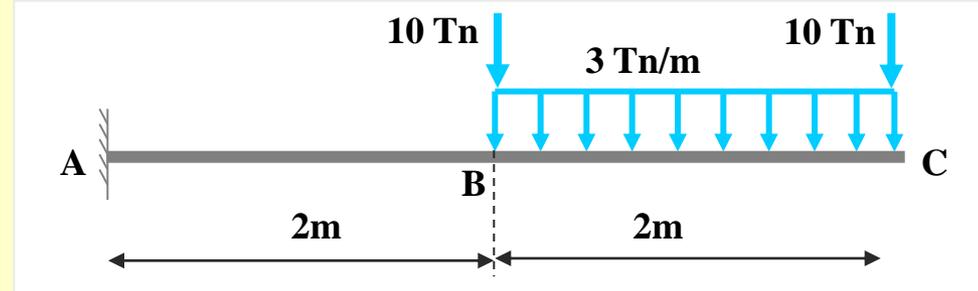
Calcular de la siguiente estructura:



Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

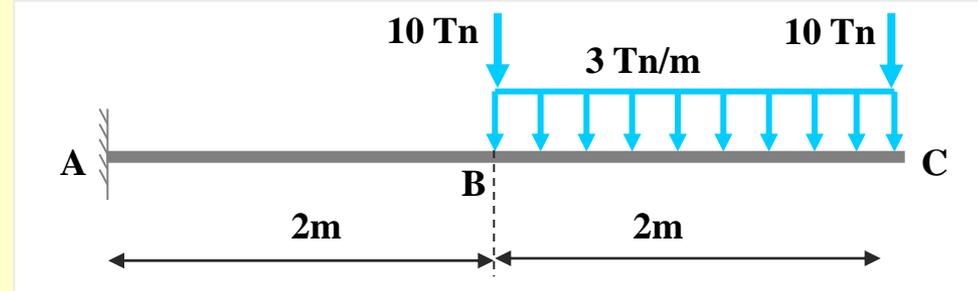
-El valor del giro en C



Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

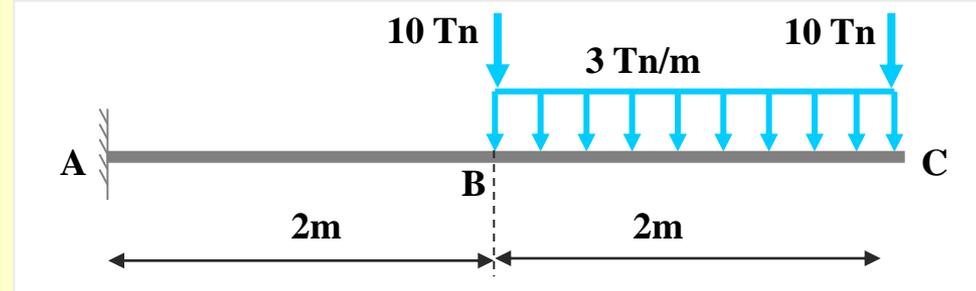
- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

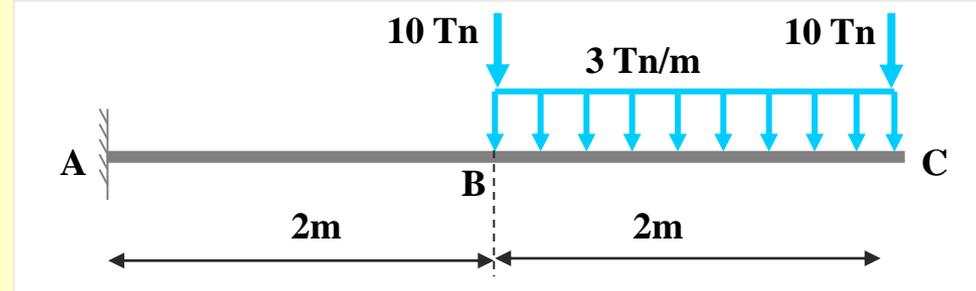
- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C

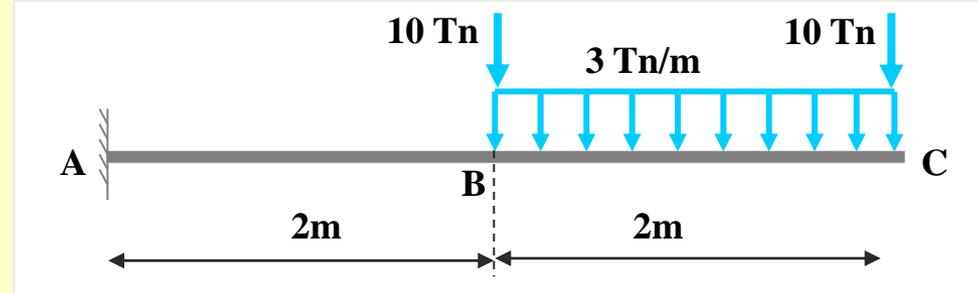


Interpretación de la
estructura:

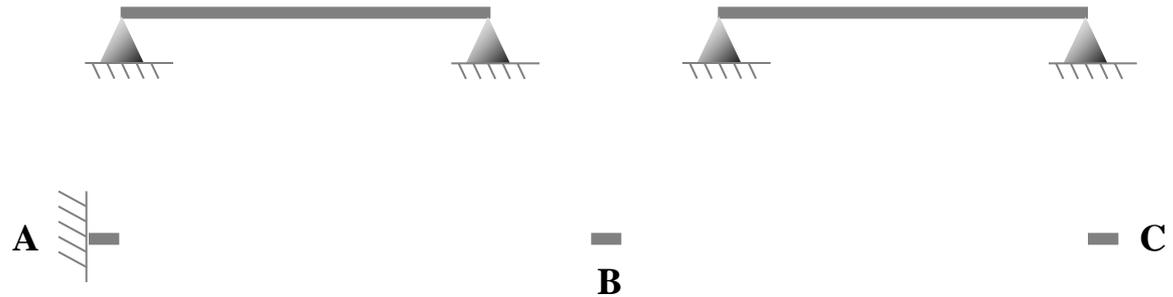
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



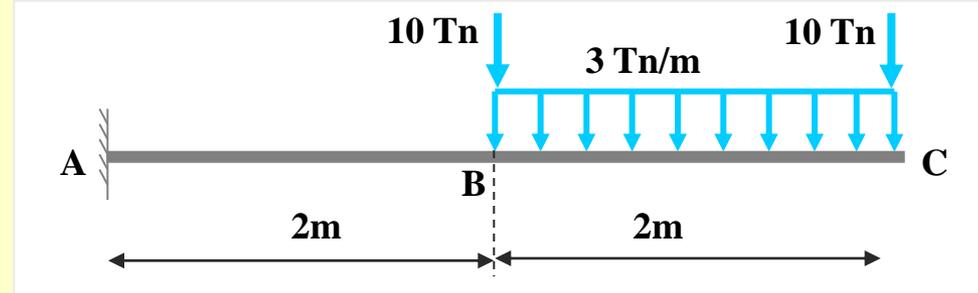
Interpretación de la estructura:



Ejemplo

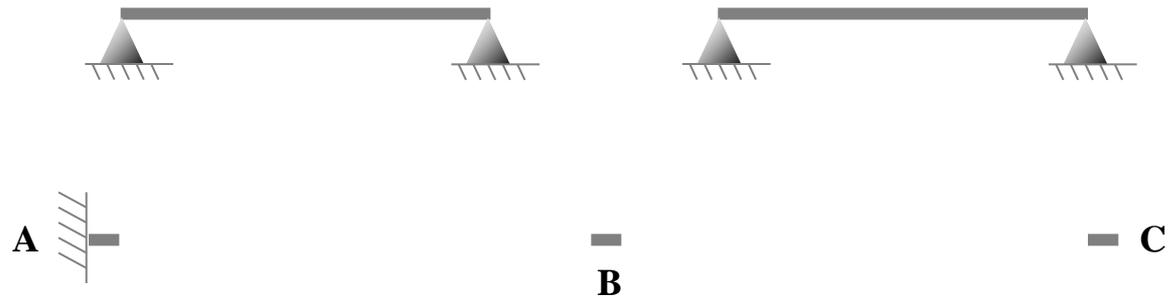
Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:

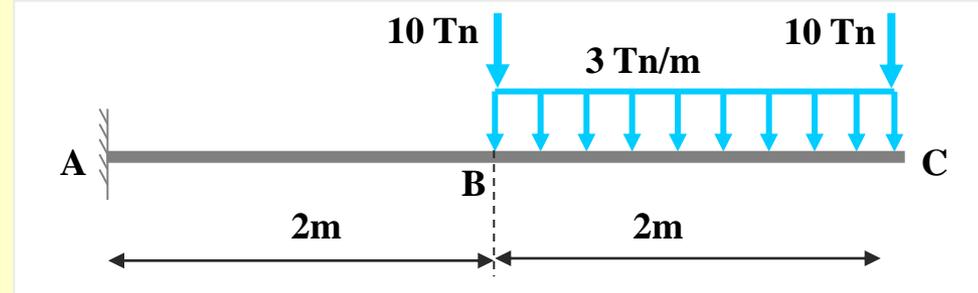
un conjunto de vigas biapoyadas y de nudos



Ejemplo

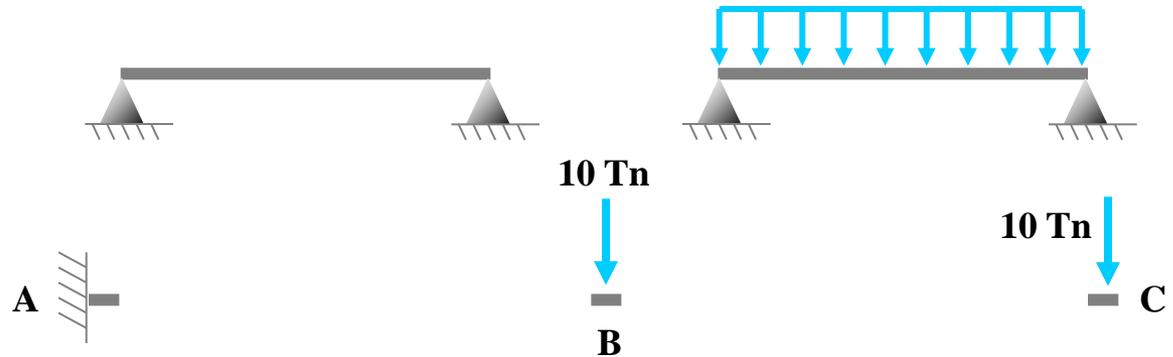
Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:

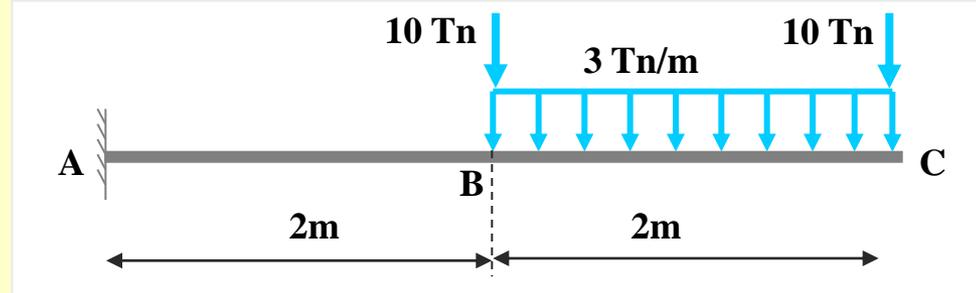
un conjunto de vigas biapoyadas y de nudos



Ejemplo

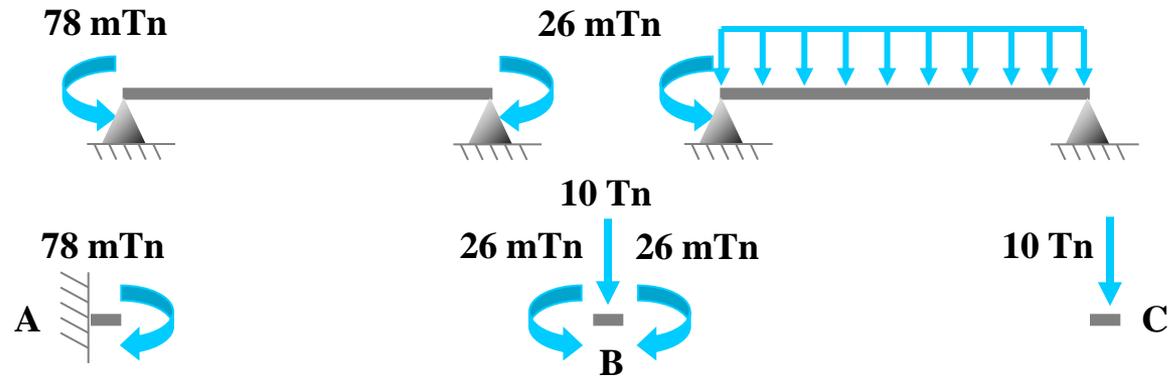
Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:

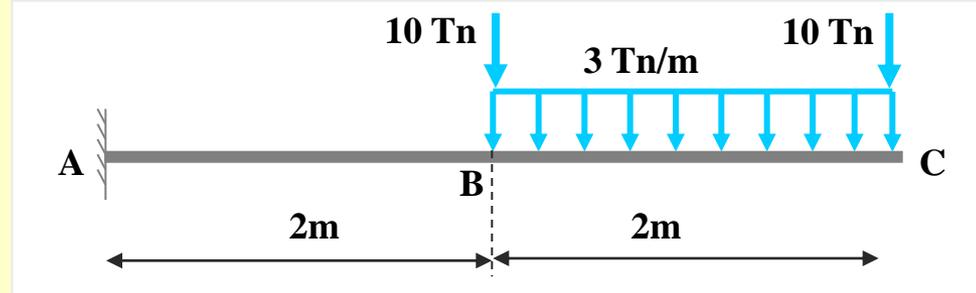
un conjunto de vigas biapoyadas y de nudos



Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:

un conjunto de vigas biapoyadas y de nudos

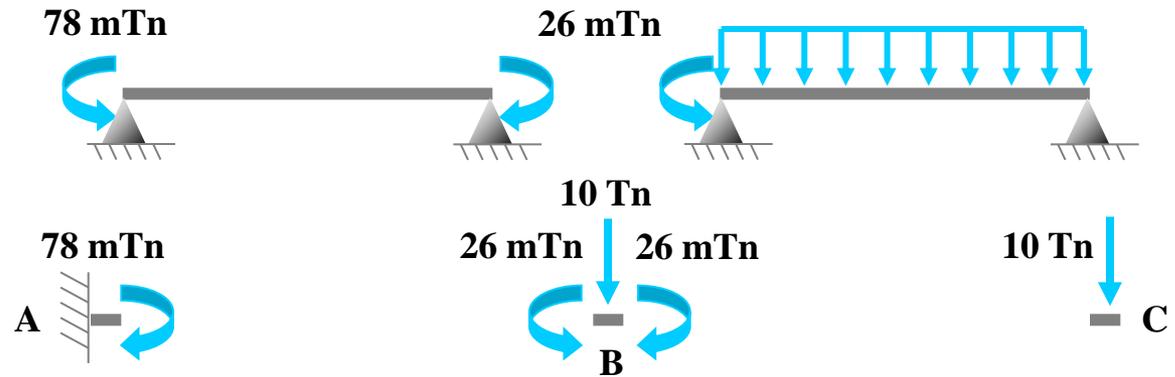
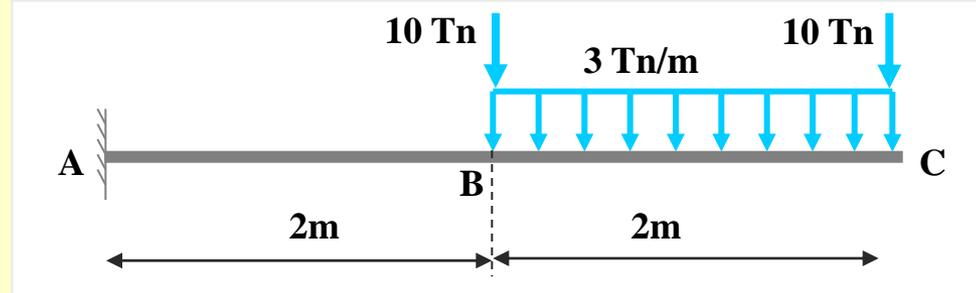


Diagrama de momentos descompuesto:

Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

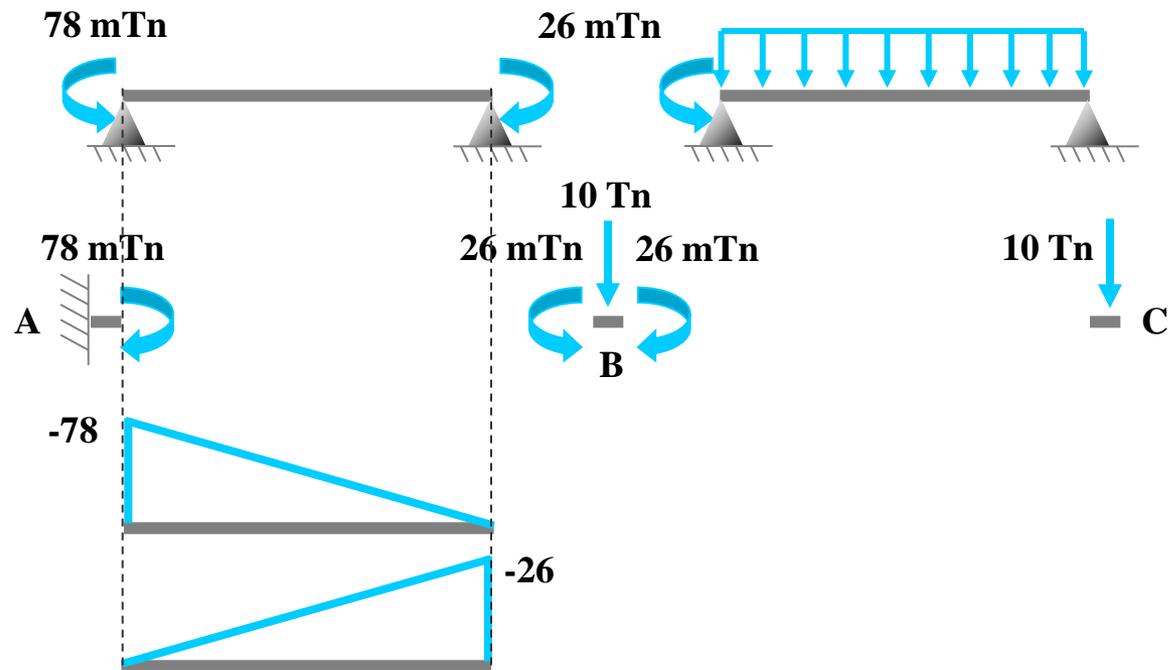
- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:

un conjunto de vigas biapoyadas y de nudos

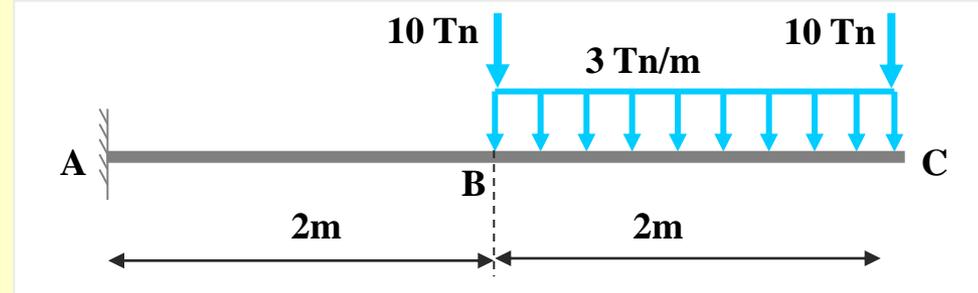
Diagrama de momentos descompuesto:



Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

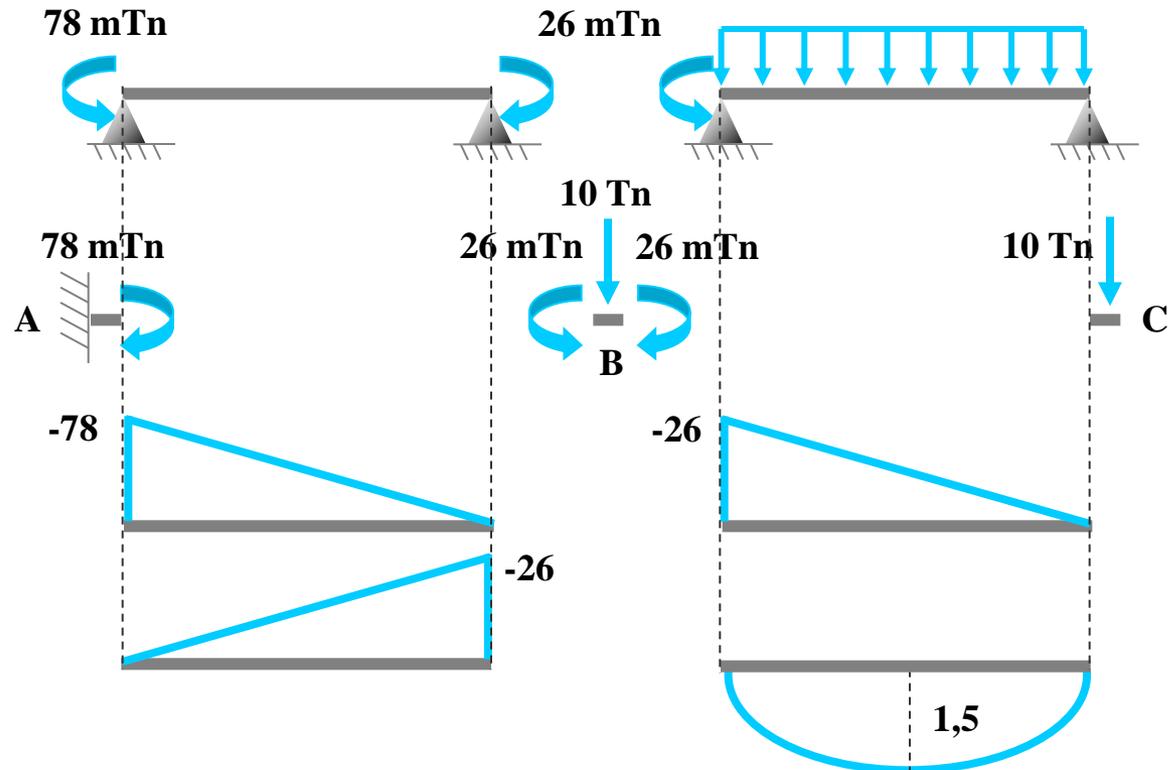
- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:

un conjunto de vigas biapoyadas y de nudos

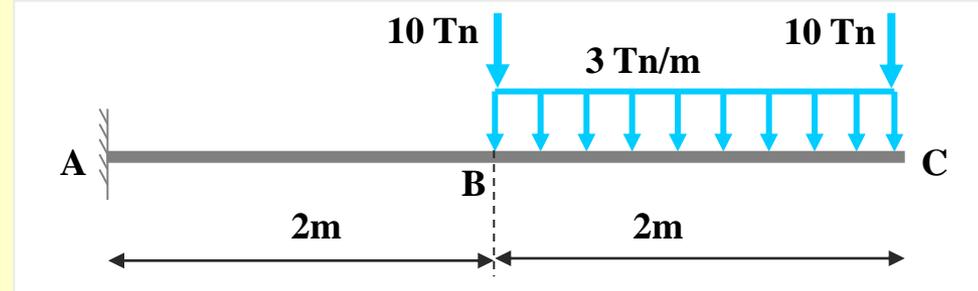
Diagrama de momentos descompuesto:



Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C

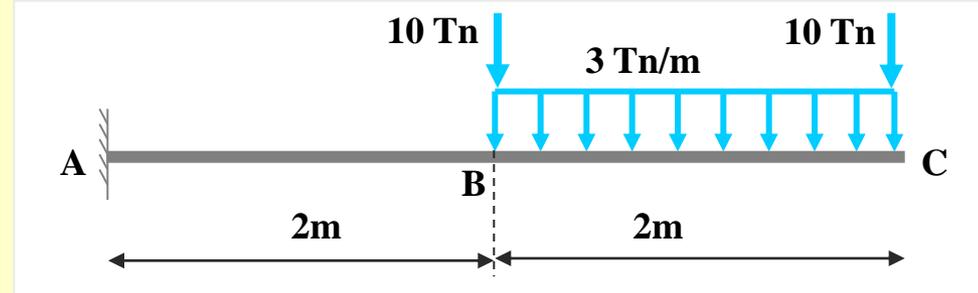


Estructura con diagrama de momentos/EI
descompuesto:

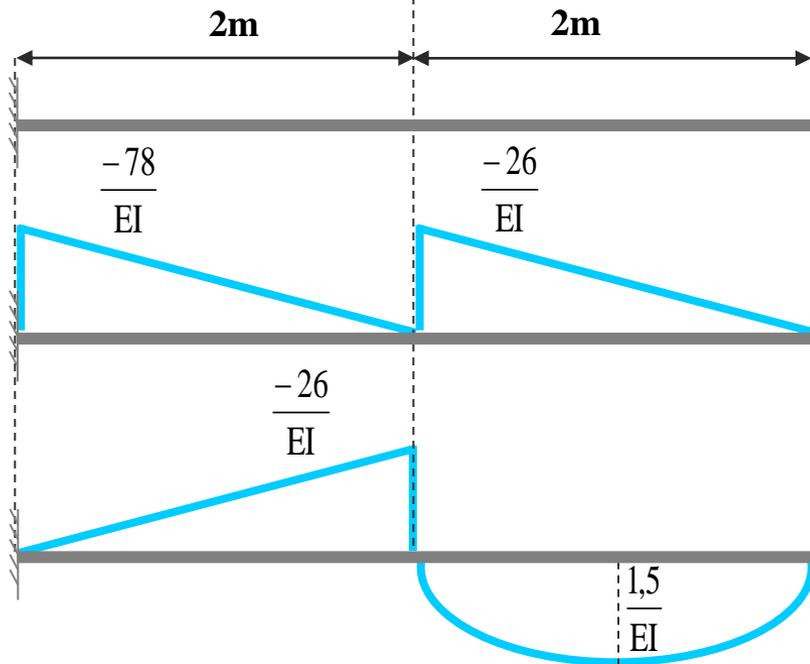
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



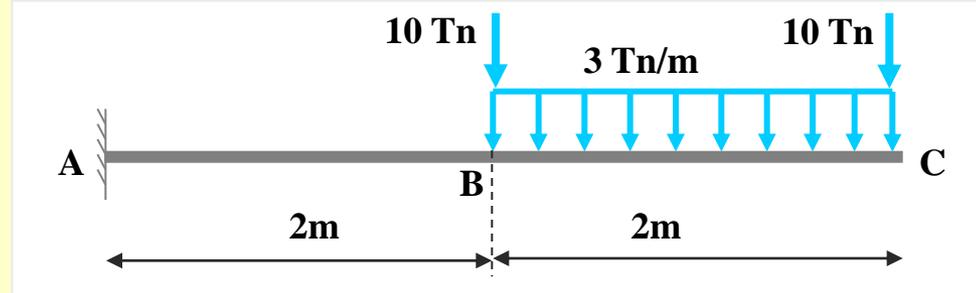
Estructura con diagrama de momentos/EI descompuesto:



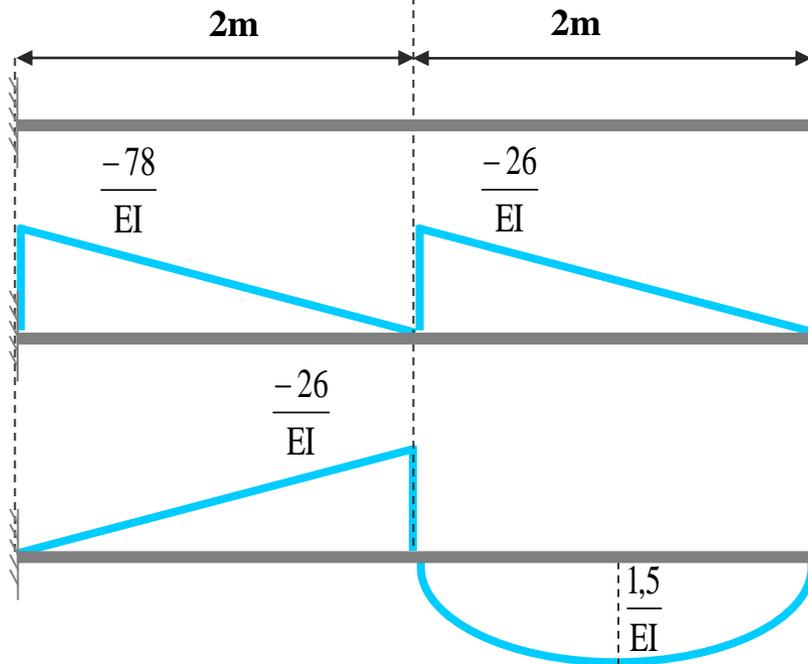
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Estructura con diagrama de momentos/EI descompuesto:

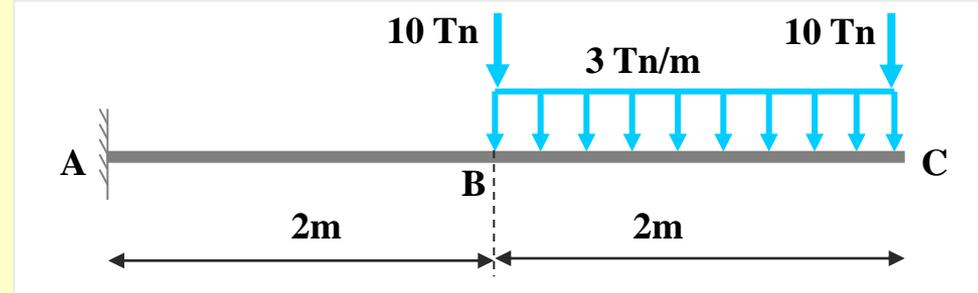


Entorno de estructura elegido: el comprendido entre las secciones A y B. Datos conocidos: Giro y flecha en A; diagrama M/EI entre A y B

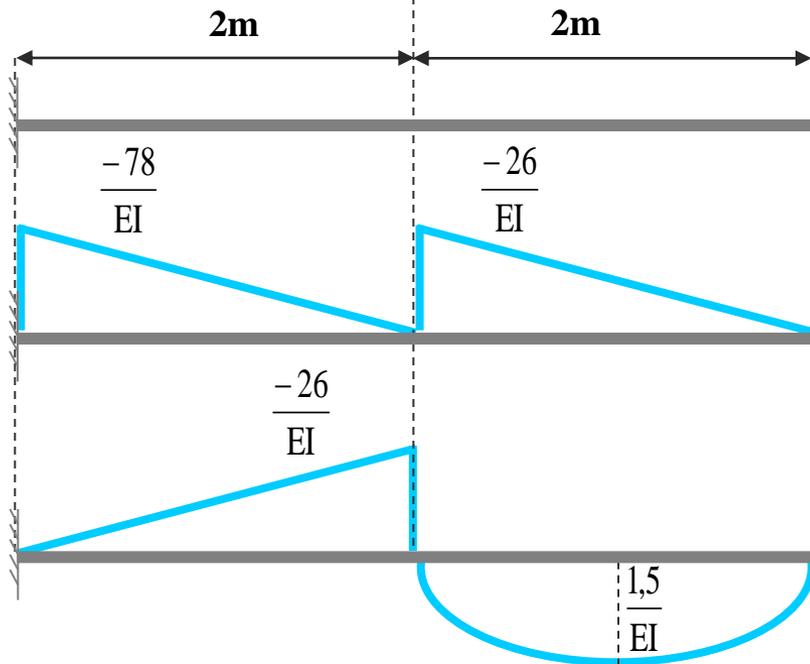
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Estructura con diagrama de momentos/EI descompuesto:



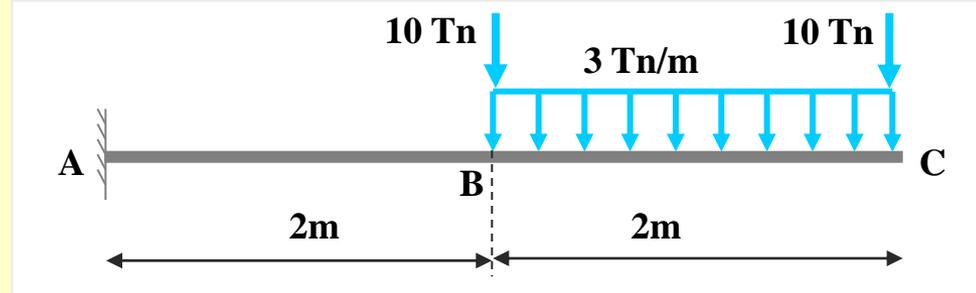
Entorno de estructura elegido: el comprendido entre las secciones A y B. Datos conocidos: Giro y flecha en A; diagrama M/EI entre A y B

Ecuaciones de los teoremas:

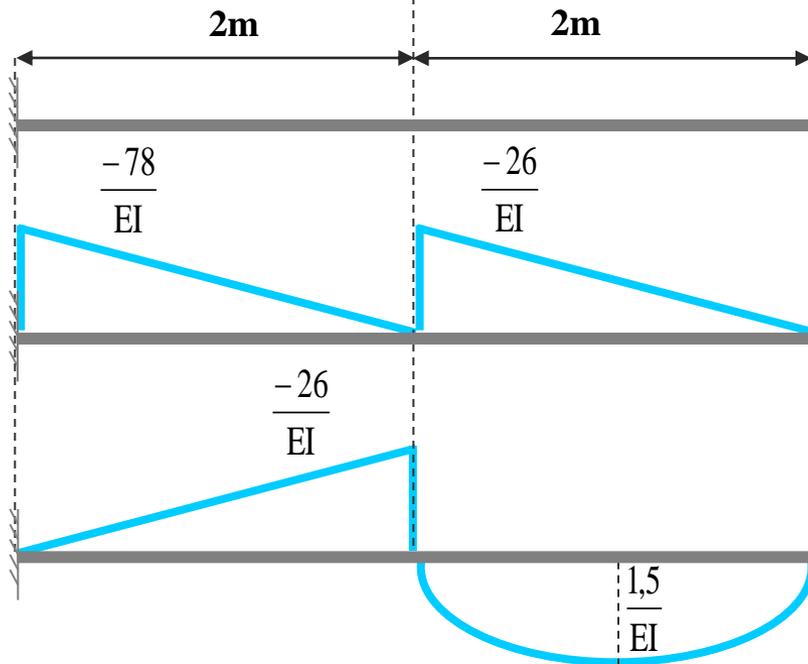
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Estructura con diagrama de momentos/EI descompuesto:



Entorno de estructura elegido: el comprendido entre las secciones A y B. Datos conocidos: Giro y flecha en A; diagrama M/EI entre A y B

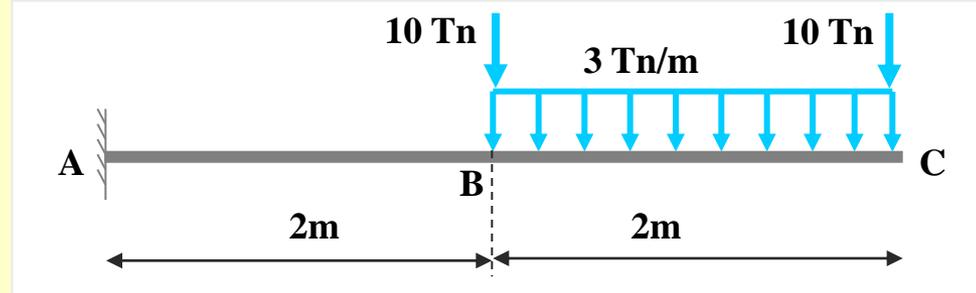
Ecuaciones de los teoremas:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \end{array} \right.$$

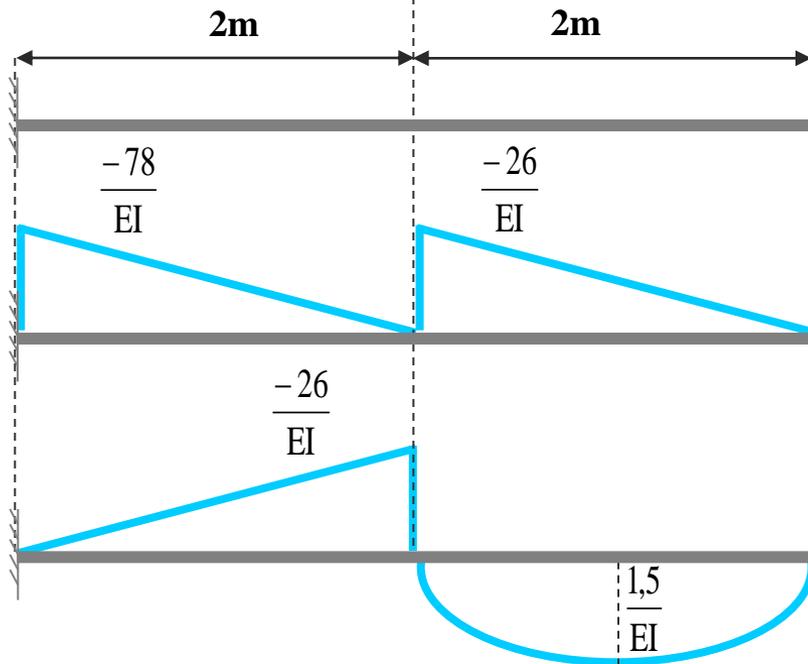
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Estructura con diagrama de momentos/EI descompuesto:



Entorno de estructura elegido: el comprendido entre las secciones A y B. Datos conocidos: Giro y flecha en A; diagrama M/EI entre A y B

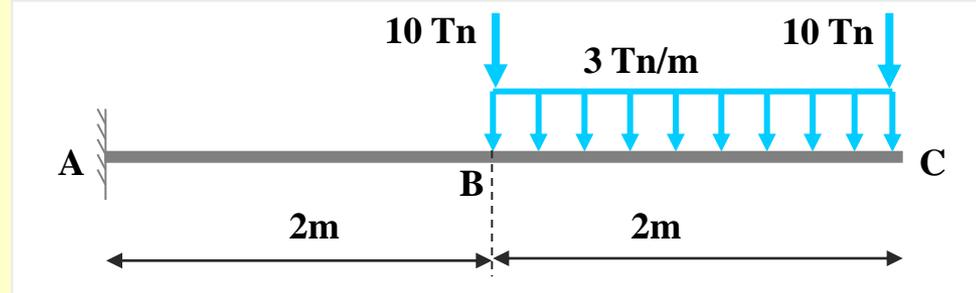
Ecuaciones de los teoremas:

$$\begin{cases} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{cases}$$

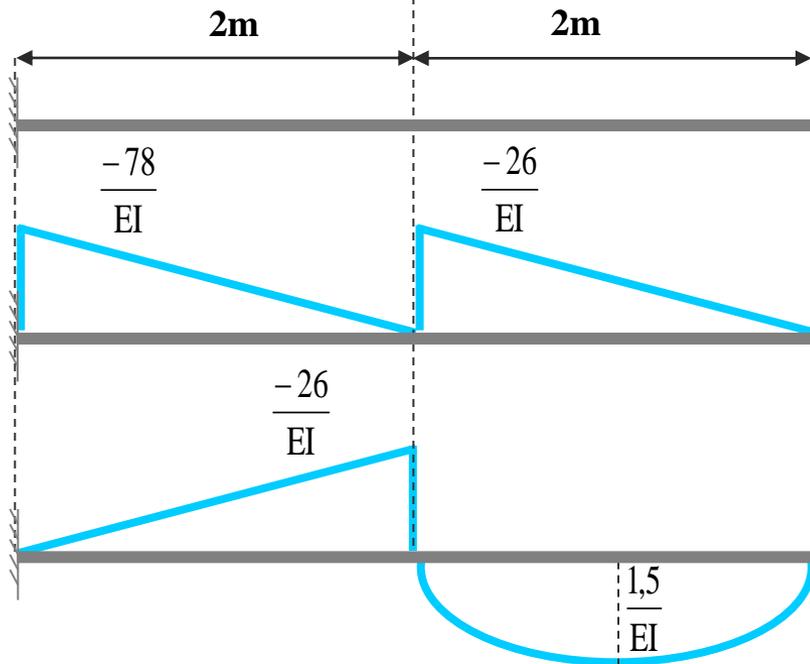
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Estructura con diagrama de momentos/EI descompuesto:



Entorno de estructura elegido: el comprendido entre las secciones A y B. Datos conocidos: Giro y flecha en A; diagrama M/EI entre A y B

Ecuaciones de los teoremas:

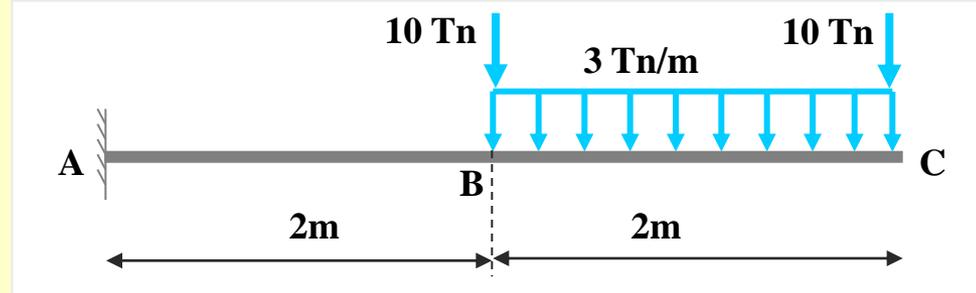
$$\begin{cases} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{cases}$$

$$\theta_B = 0 - \left[-\frac{78}{EI} \cdot \frac{2}{2} - \frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} - \frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} + 2 \left(2 \cdot 1 \cdot \frac{1,5}{EI} \cdot \frac{1}{3} \right) \right]$$

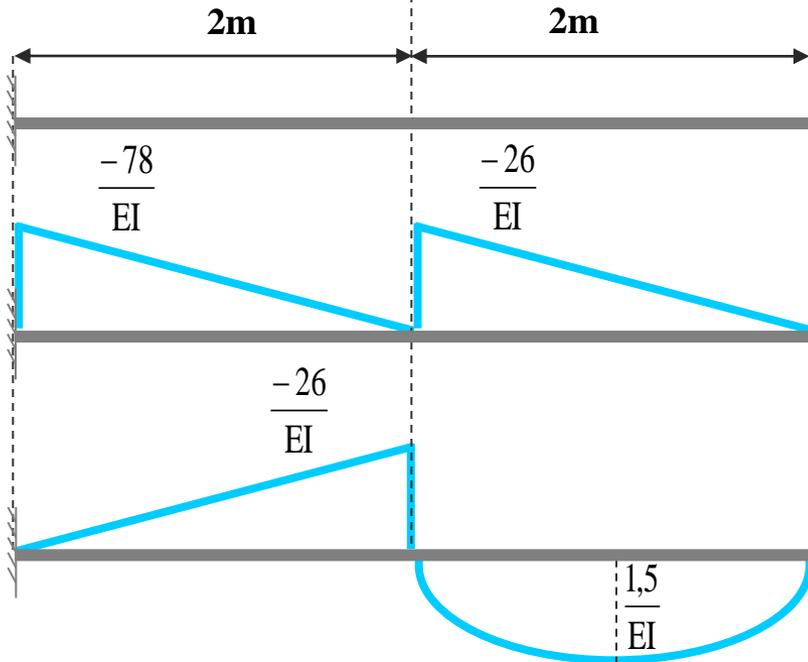
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Estructura con diagrama de momentos/EI descompuesto:



Entorno de estructura elegido: el comprendido entre las secciones A y B. Datos conocidos: Giro y flecha en A; diagrama M/EI entre A y B

Ecuaciones de los teoremas:

$$\begin{cases} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{cases}$$

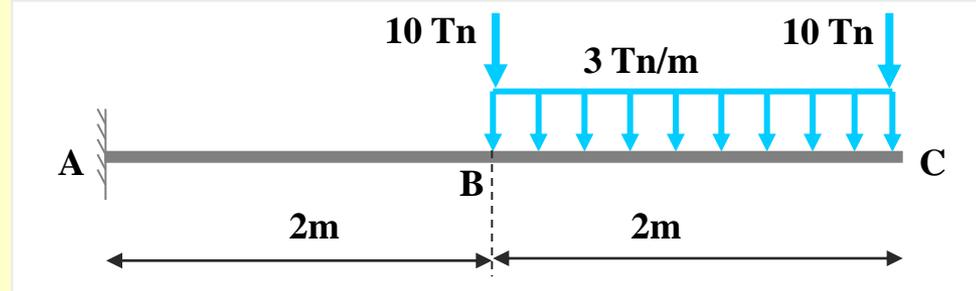
$$\theta_B = 0 - \left[-\frac{78}{EI} \cdot \frac{2}{2} - \frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} - \frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} + 2 \left(2 \cdot 1 \cdot \frac{1,5}{EI} \cdot \frac{1}{3} \right) \right]$$

$$\theta_B = \frac{128}{EI} \curvearrowright$$

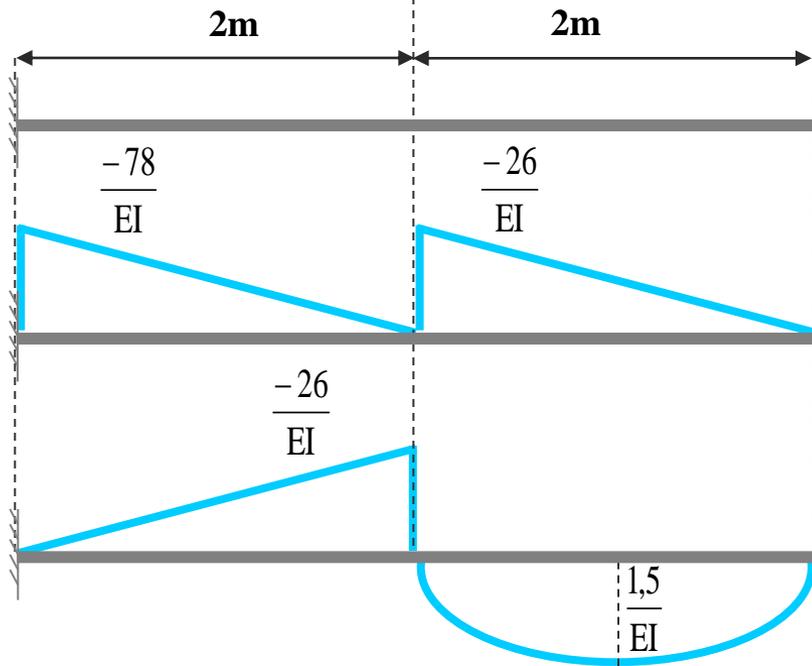
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Estructura con diagrama de momentos/EI descompuesto:



Entorno de estructura elegido: el comprendido entre las secciones A y B. Datos conocidos: Giro y flecha en A; diagrama M/EI entre A y B

Ecuaciones de los teoremas:

$$\begin{cases} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{cases}$$

$$\theta_B = 0 - \left[-\frac{78}{EI} \cdot \frac{2}{2} - \frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} - \frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} + 2 \left(2 \cdot 1 \cdot \frac{1,5}{EI} \cdot \frac{1}{3} \right) \right]$$

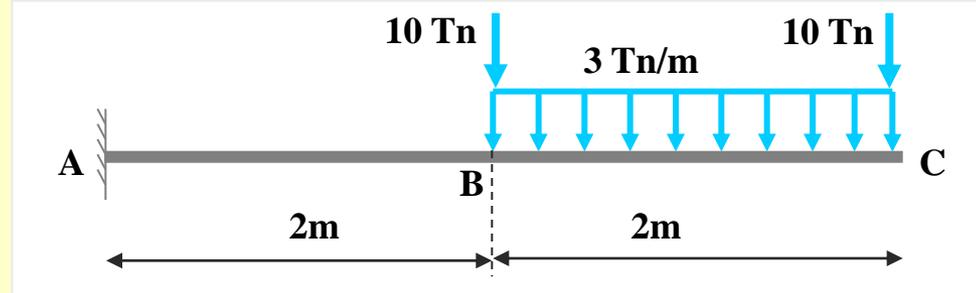
$$\theta_B = \frac{128}{EI} \curvearrowright$$

$$y_B = 0 - \left[-\frac{78}{EI} \cdot \frac{2}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2 + 2 \right) - \frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2 \right) \right] - \left[-\frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 2 + 2 \right) + 2 \left(2 \cdot 1 \cdot \frac{1,5}{EI} \cdot \frac{1}{3} \right) \cdot 1 \right]$$

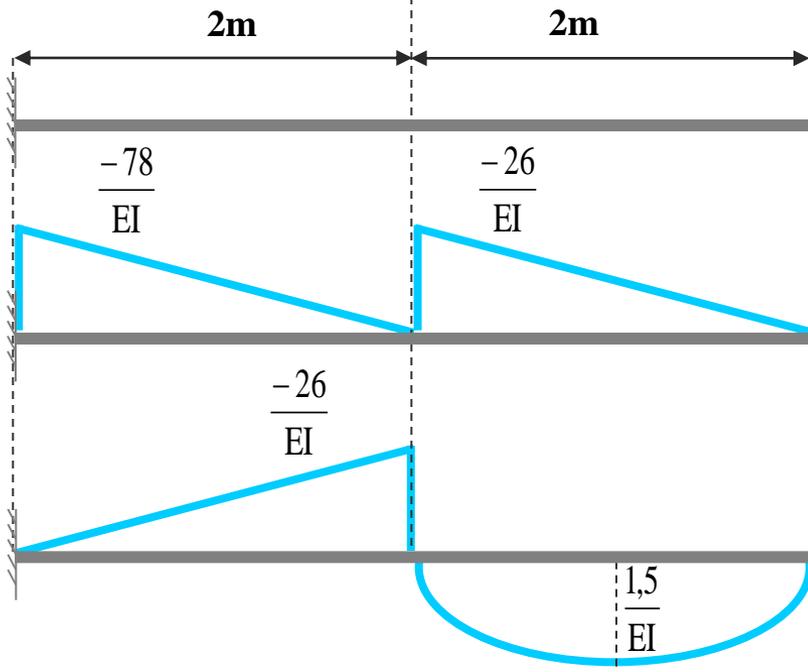
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Estructura con diagrama de momentos/EI descompuesto:



Entorno de estructura elegido: el comprendido entre las secciones A y B. Datos conocidos: Giro y flecha en A; diagrama M/EI entre A y B

Ecuaciones de los teoremas:

$$\begin{cases} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{cases}$$

$$\theta_B = 0 - \left[-\frac{78}{EI} \cdot \frac{2}{2} - \frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} - \frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} + 2 \left(2 \cdot 1 \cdot \frac{1,5}{EI} \cdot \frac{1}{3} \right) \right]$$

$$\theta_B = \frac{128}{EI} \curvearrowright$$

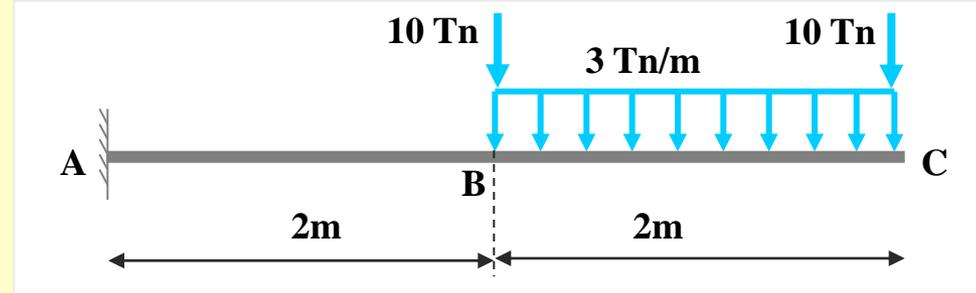
$$y_B = 0 - \left[-\frac{78}{EI} \cdot \frac{2}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2 + 2 \right) - \frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2 \right) \right] - \left[-\frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 2 + 2 \right) + 2 \left(2 \cdot 1 \cdot \frac{1,5}{EI} \cdot \frac{1}{3} \right) \cdot 1 \right]$$

$$y_B = \frac{362}{EI} \downarrow$$

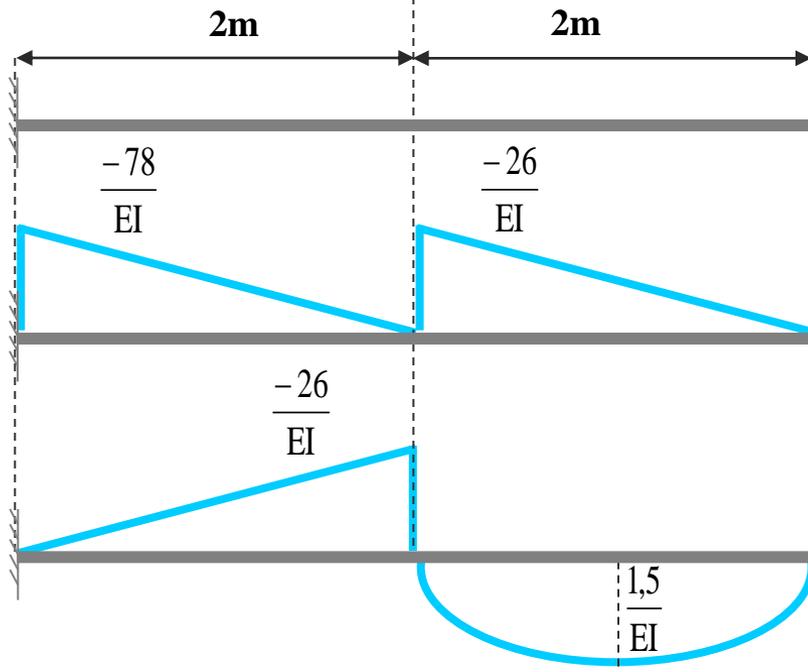
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Estructura con diagrama de momentos/EI descompuesto:



Entorno de estructura elegido: el comprendido entre las secciones A y B. Datos conocidos: Giro y flecha en A; diagrama M/EI entre A y B

Ecuaciones de los teoremas:

$$\begin{cases} \theta_B = \theta_A - A_{AB} \\ y_B \downarrow = \theta_A L_{AB} + y_A - S_{AB} \end{cases}$$

$$\theta_B = 0 - \left[-\frac{78}{EI} \cdot \frac{2}{2} - \frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} - \frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} + 2 \left(2 \cdot 1 \cdot \frac{1,5}{EI} \cdot \frac{1}{3} \right) \right]$$

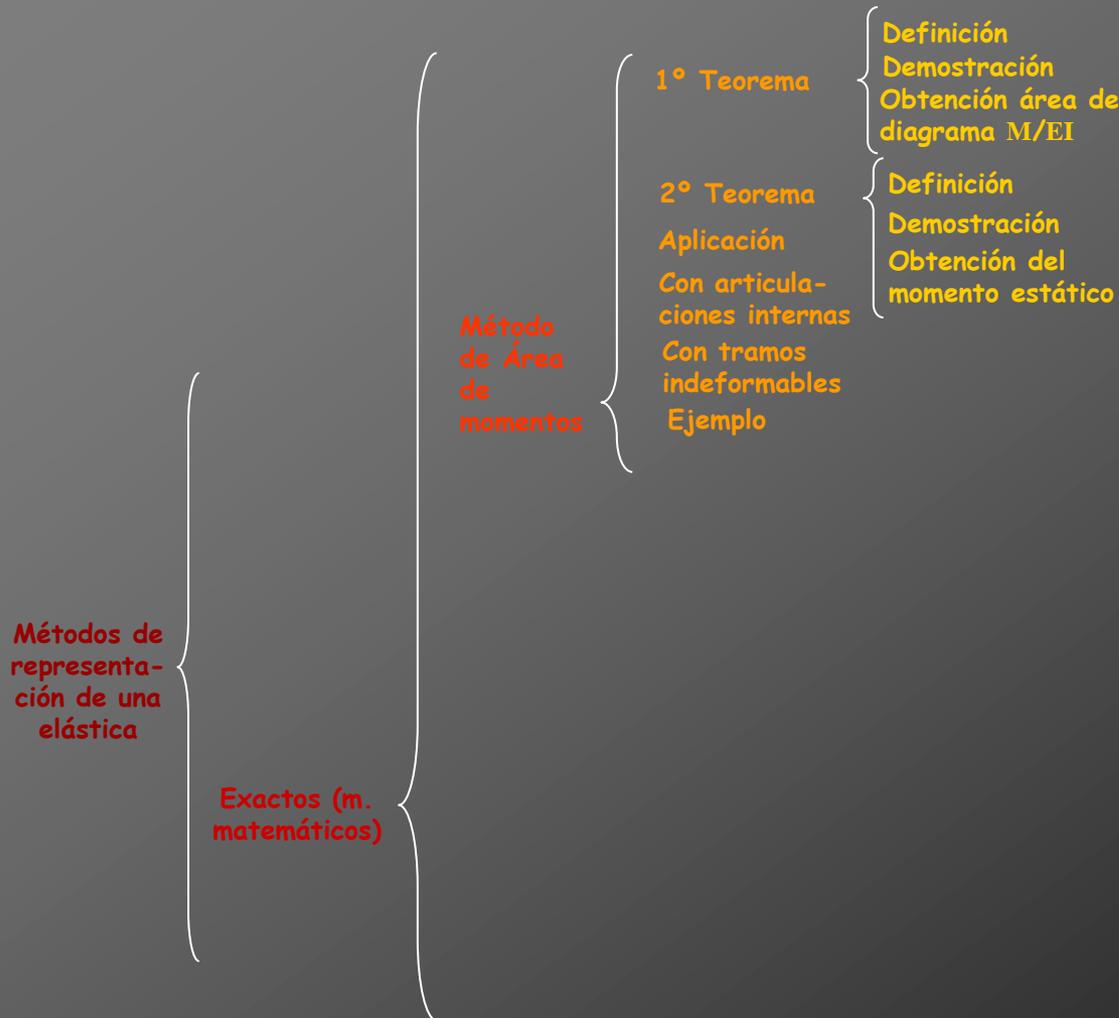
$$\theta_B = \frac{128}{EI} \curvearrowright$$

$$y_B = 0 - \left[-\frac{78}{EI} \cdot \frac{2}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2 + 2 \right) - \frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2 \right) \right] - \left[-\frac{26}{EI} \cdot \frac{2}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 2 + 2 \right) + 2 \left(2 \cdot 1 \cdot \frac{1,5}{EI} \cdot \frac{1}{3} \right) \cdot 1 \right]$$

$$y_B = \frac{362}{EI} \downarrow$$

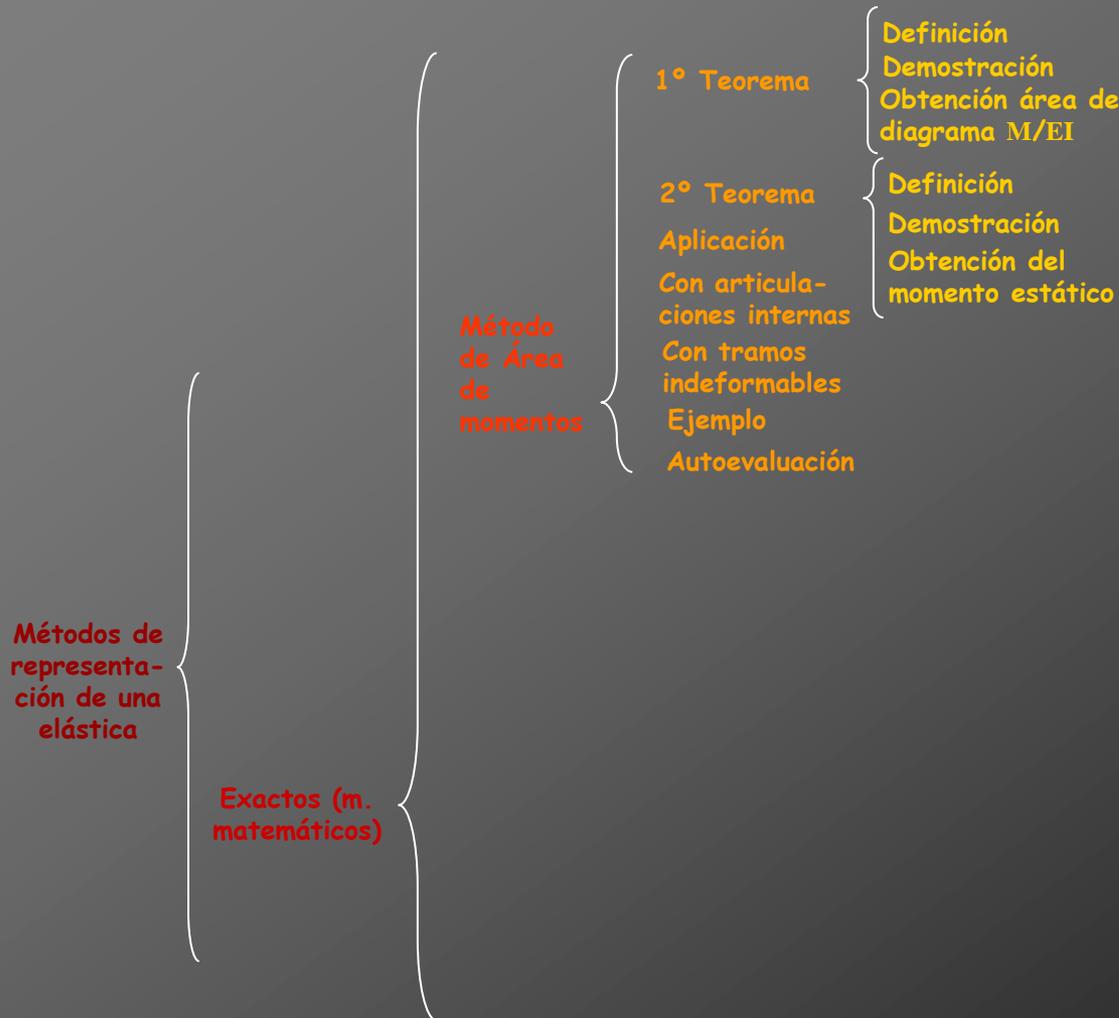


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





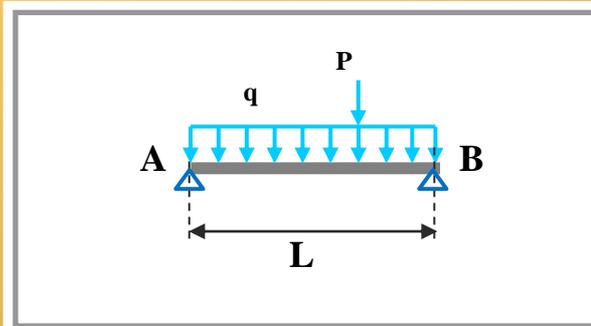
Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





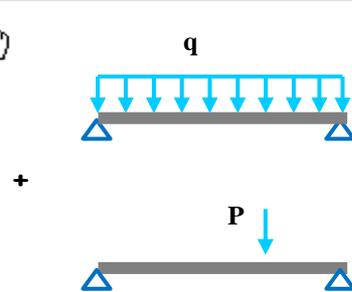
Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

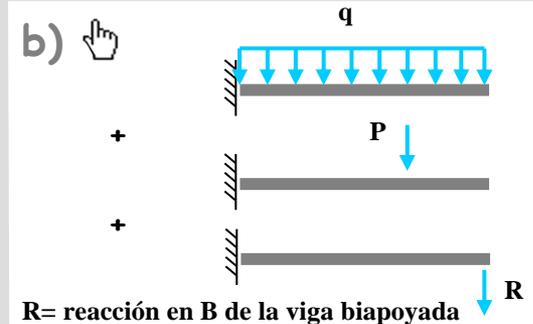


Para calcular la deformada del ejemplo, se descomponen las acciones exteriores de la siguiente manera:

a)



b)



c)

Son correctos los planteamientos a) y b). La deformada resultante debe ser la misma porque los diagramas de esfuerzos totales en ambos casos son iguales

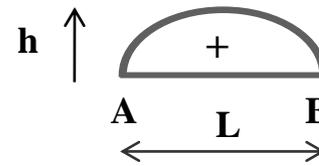
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- **Pregunta 2**
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Parábola de
2º grado

El momento estático S_{BG} del área del dibujo respecto de B es:

a)

$$S_{BG} = \frac{2Lh}{3}$$

b)

$$S_{BG} = \frac{L^2h}{3}$$

c)

$$S_{BG} = \frac{L^2h}{2}$$

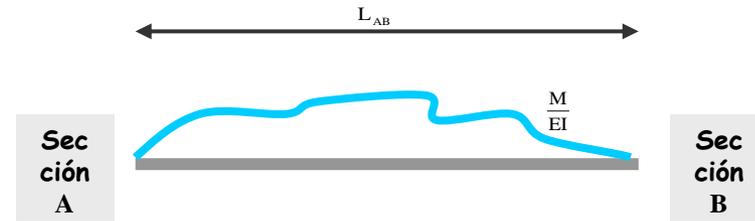
d)

$$S_{BG} = \frac{Lh}{3}$$



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- **Pregunta 3**
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Señalar la afirmación correcta

a)

El giro relativo entre dos secciones depende, entre otros factores, de la rigidez E del material: a mayor rigidez mayor giro relativo

b)

En el 1º Teorema de área de momentos se considera la hipótesis de deformación de Bernoulli para los elementos diferenciales solicitados a flexión pura

c)

El 2º Teorema es:

$$y_B \downarrow = \theta_B L_{AB} + y_A - S_{AB}$$

d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- **Pregunta 4**
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

Señalar la afirmación correcta

a)

Cuando un tramo se considera indeformable, los giros de cualquier sección de dicho tramo son iguales entre sí e iguales al giro de la directriz

b)

En la expresión del 2º Teorema, al calcular la flecha en el extremo de un tramo no se considera la rotación de dicho, en caso de existir

c)

Los casos a) y b) son correctos

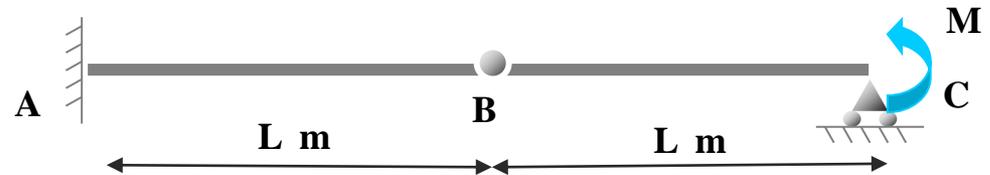
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- **Pregunta 5**
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Empleando los teoremas de área de momentos se obtienen los siguientes giros en B:

a)

$$\theta_{B_i} = \frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

$$\theta_{B_d} = \frac{ML}{6EI} \curvearrowright$$

b)

$$\theta_{B_i} = \frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

$$\theta_{B_d} = -\frac{ML}{6EI} \curvearrowright$$

c)

$$\theta_{B_i} = \frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

$$\theta_{B_d} = -\frac{ML}{3EI} \curvearrowright$$

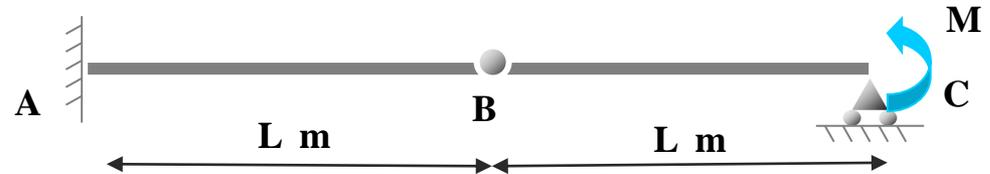
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- **Pregunta 6**
- Pregunta 7



Empleando los teoremas de área de momentos se obtienen las siguientes flechas:

a)

$$y_B = \frac{ML^3}{3EI} \downarrow$$

b)

$$y_B = \frac{ML^3}{2EI} \downarrow$$

c)

$$y_B = \frac{ML^2}{3EI} \downarrow$$

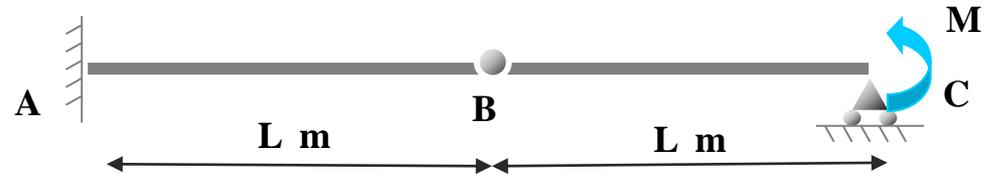
d)

$$y_B = \frac{L^3}{3EI} \downarrow$$



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- **Pregunta 7**



Empleando los teoremas de área de momentos se obtienen el siguiente giro en C:

a)

$$\theta_C = -\frac{ML}{3EI} \curvearrowright$$

b)

$$\theta_C = -\frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

c)

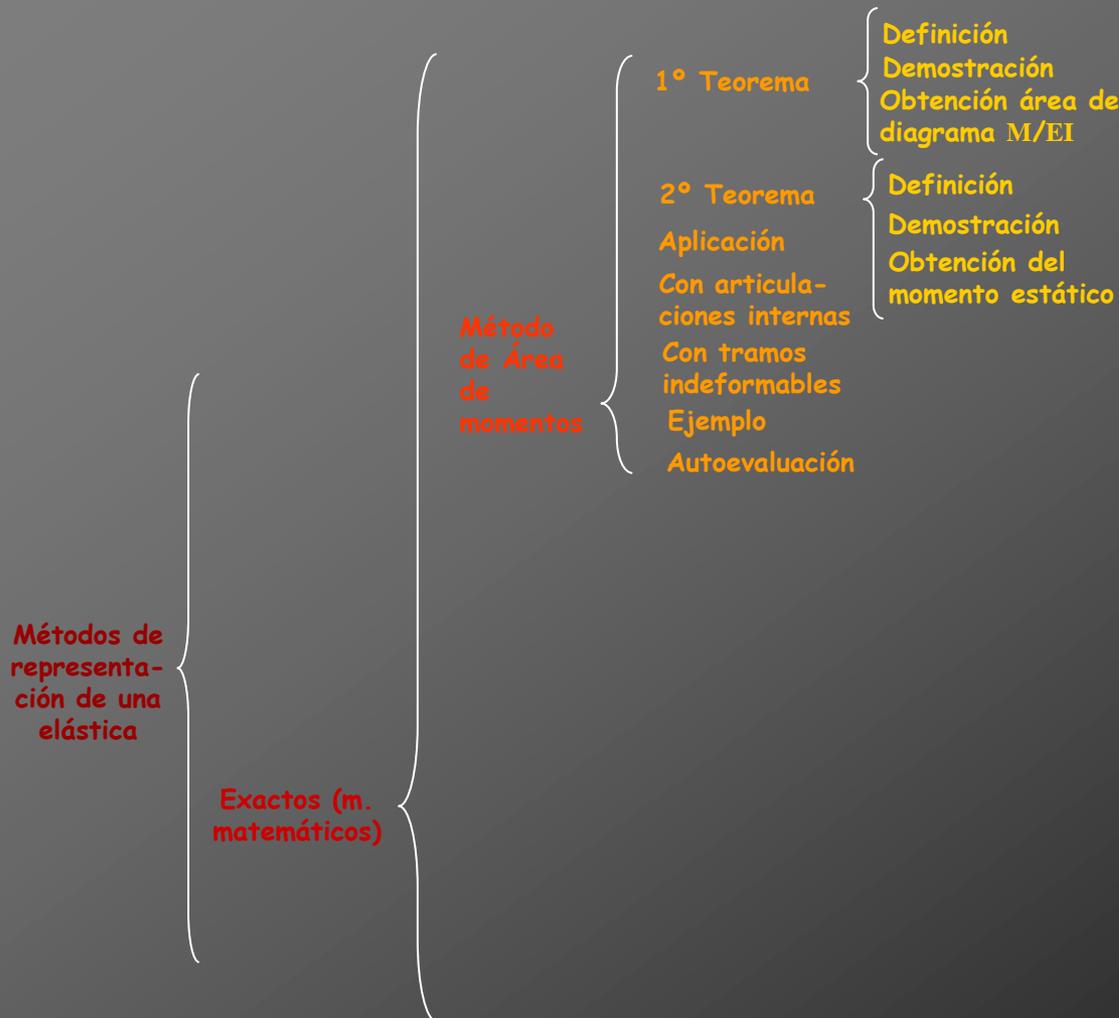
$$\theta_C = \frac{ML}{3EI} \curvearrowright$$

d)

$$\theta_C = -\frac{ML}{5EI} \curvearrowright$$

Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos

Índice



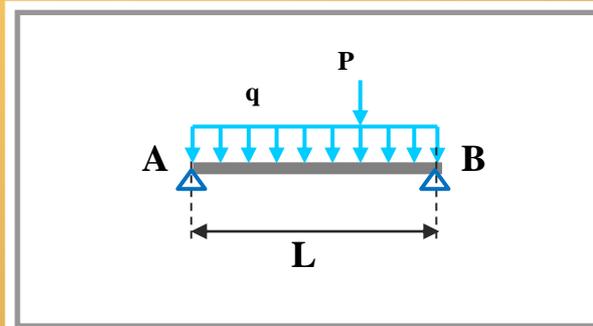


Anexos



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

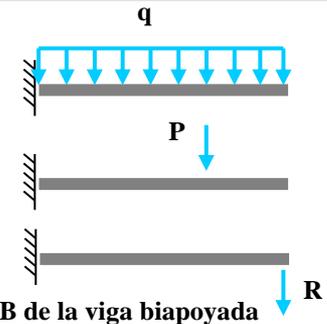


Para calcular la deformada del ejemplo, se descomponen las acciones exteriores de la siguiente manera:

a)



b)



c)

Son correctos los planteamientos a) y b). La deformada resultante debe ser la misma porque los diagramas de esfuerzos totales en ambos casos son iguales

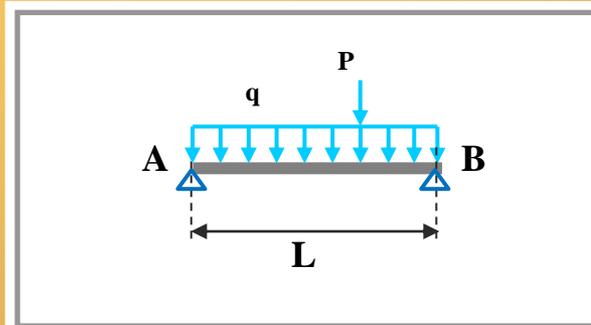
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



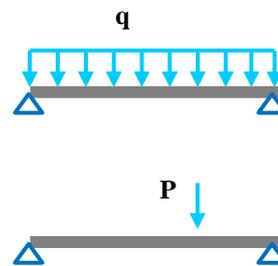
Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Para calcular la deformada del ejemplo, se descomponen las acciones exteriores de la siguiente manera:

a)



b)

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

R= reacción en B de la viga biapoyada

c)

Son correctos los planteamientos a) y b). La deformada resultante debe ser la misma porque los diagramas de esfuerzos totales en ambos casos son iguales

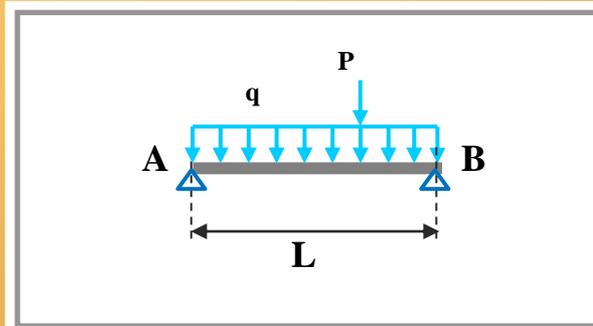
d)

Ninguna de las anteriores es correcta

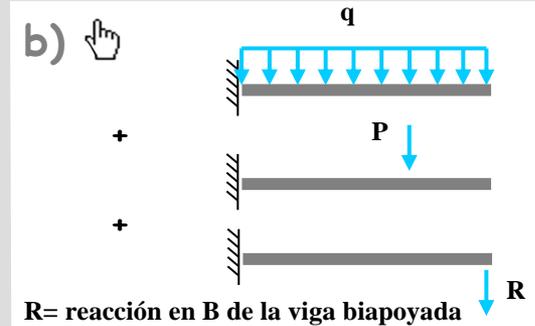
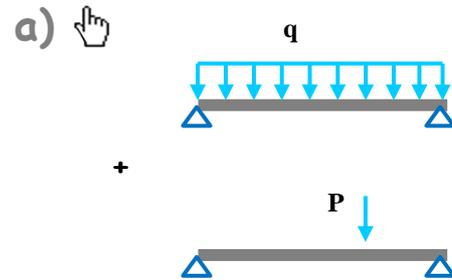


Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Para calcular la deformada del ejemplo, se descomponen las acciones exteriores de la siguiente manera:



c)

Son c...
 plante...
 defor...
 la mis...
 de es...
 casos...
 ser
 nas
 bos

Respuesta incorrecta

Pulsar para volver

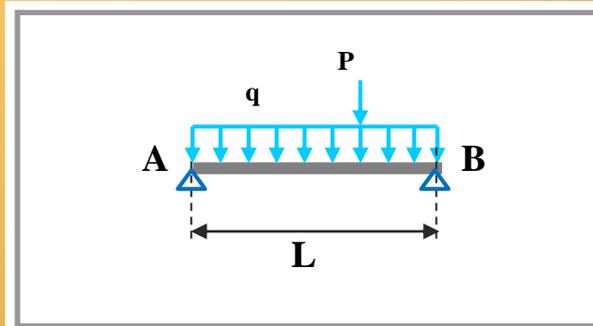
d)

Ninguna de las anteriores es correcta

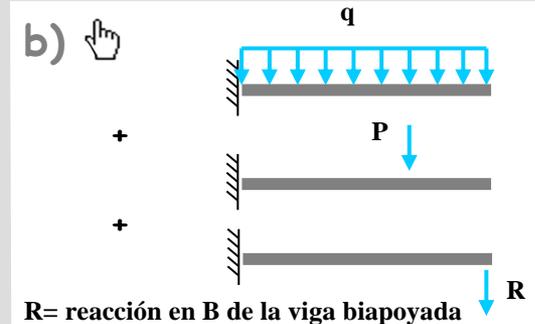
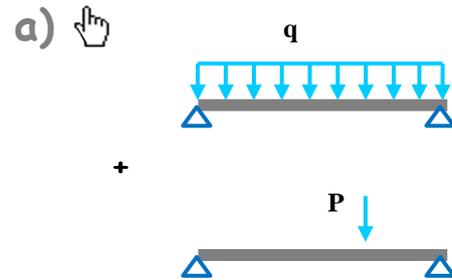


Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Para calcular la deformada del ejemplo, se descomponen las acciones exteriores de la siguiente manera:



c)

Son correctos los planteamientos a) y b). La deformada resultante debe ser la misma porque los diagramas de esfuerzos totales en ambos casos son iguales

d)

Ninguno de los anteriores es correcto

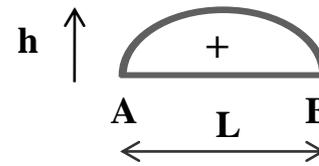
Respuesta incorrecta

Pulsar para volver



Autoevaluación

- Pregunta 1
- **Pregunta 2**
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Parábola de
2º grado

El momento estático S_{BG} del área del dibujo respecto de B es:

a)

Respuesta
incorrecta
Pulsar para volver



b)

$$S_{BG} = \frac{L^2 h}{3}$$

c)

$$S_{BG} = \frac{L^2 h}{2}$$

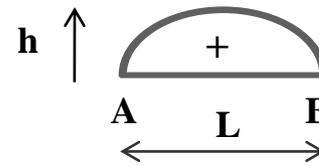
d)

$$S_{BG} = \frac{Lh}{3}$$



Autoevaluación

- Pregunta 1
- **Pregunta 2**
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Parábola de
2º grado

El momento estático S_{BG} del área del dibujo respecto de B es:

a)

$$S_{BG} = \frac{2Lh}{3}$$

b)

Respuesta
correcta
Pulsar para volver



c)

$$S_{BG} = \frac{L^2h}{2}$$

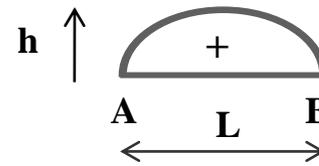
d)

$$S_{BG} = \frac{Lh}{3}$$



Autoevaluación

- Pregunta 1
- **Pregunta 2**
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Parábola de
2º grado

El momento estático S_{BG} del área del dibujo respecto de B es:

a)

$$S_{BG} = \frac{2Lh}{3}$$

b)

$$S_{BG} = \frac{L^2h}{3}$$

c)

Respuesta
incorrecta
Pulsar para volver



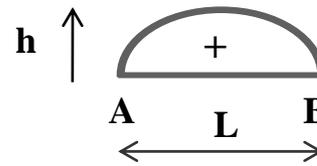
d)

$$S_{BG} = \frac{Lh}{3}$$



Autoevaluación

- Pregunta 1
- **Pregunta 2**
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Parábola de
2º grado

El momento estático S_{BG} del área del dibujo respecto de B es:

a)

$$S_{BG} = \frac{2Lh}{3}$$

b)

$$S_{BG} = \frac{L^2h}{3}$$

c)

$$S_{BG} = \frac{L^2h}{2}$$

d)

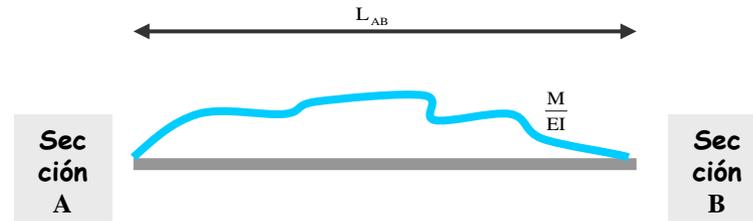
Respuesta
incorrecta
Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- **Pregunta 3**
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Señalar la afirmación correcta

a)

Respuesta incorrecta
 Pulsar para volver

b)

En el 1º Teorema de área de momentos se considera la hipótesis de deformación de Bernoulli para los elementos diferenciales solicitados a flexión pura

c)

El 2º Teorema es:

$$y_B \downarrow = \theta_B L_{AB} + y_A - S_{AB}$$

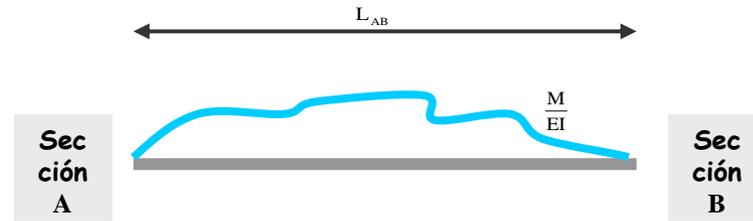
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- **Pregunta 3**
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Señalar la afirmación correcta

a)

El giro relativo entre dos secciones depende, entre otros factores, de la rigidez E del material: a mayor rigidez mayor giro relativo

b)

En c... a de
mon... de
hipó... de
Ber... tos
dife...
flexión para

Respuesta correcta
 Pulsar para volver

c)

El 2º Teorema es:

$$y_B \downarrow = \theta_B L_{AB} + y_A - S_{AB}$$

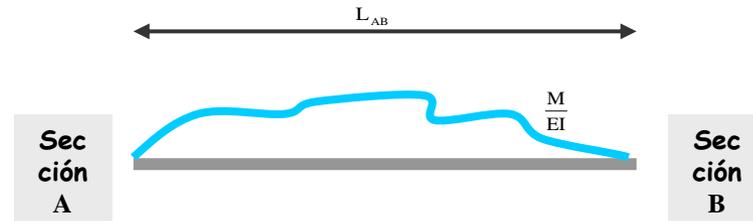
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- **Pregunta 3**
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Señalar la afirmación correcta

a)

El giro relativo entre dos secciones depende, entre otros factores, de la rigidez E del material: a mayor rigidez mayor giro relativo

b)

En el 1º Teorema de área de momentos se considera la hipótesis de deformación de Bernoulli para los elementos diferenciales solicitados a flexión pura

c)

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

y_B

y_B

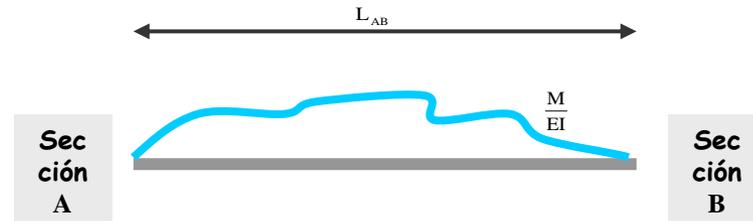
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- **Pregunta 3**
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Señalar la afirmación correcta

a)

El giro relativo entre dos secciones depende, entre otros factores, de la rigidez E del material: a mayor rigidez mayor giro relativo

b)

En el 1º Teorema de área de momentos se considera la hipótesis de deformación de Bernoulli para los elementos diferenciales solicitados a flexión pura

c)

El 2º Teorema es:

$$y_B \downarrow = \theta_B L_{AB} + y_A - S_{AB}$$

d)

Ninguna de las anteriores es correcta

Respuesta incorrecta

Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- **Pregunta 4**
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

Señalar la afirmación correcta

a)

Cuando se aplica un momento a un eje de inercia indefinido, cualquier punto del cuerpo que sea equidistante al eje de giro de los centros de masa...

**Respuesta
correcta**

Pulsar para volver



b)

En la expresión del 2º Teorema, al calcular la flecha en el extremo de un tramo no se considera la rotación de dicho, en caso de existir

c)

Los casos a) y b) son correctos

d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- **Pregunta 4**
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

Señalar la afirmación correcta

a)

Cuando un tramo se considera indeformable, los giros de cualquier sección de dicho tramo son iguales entre sí e iguales al giro de la directriz

b)

En la Teoría de la Elasticidad, el desplazamiento en el eje longitudinal de un elemento se considera que es igual al desplazamiento de la directriz

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver



c)

Los casos a) y b) son correctos

d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- **Pregunta 4**
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

Señalar la afirmación correcta

a)

Cuando un tramo se considera indeformable, los giros de cualquier sección de dicho tramo son iguales entre sí e iguales al giro de la directriz

b)

En la expresión del 2º Teorema, al calcular la flecha en el extremo de un tramo no se considera la rotación de dicho, en caso de existir

c)

Los c
corre

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver



d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- **Pregunta 4**
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

Señalar la afirmación correcta

a)

Cuando un tramo se considera indeformable, los giros de cualquier sección de dicho tramo son iguales entre sí e iguales al giro de la directriz

b)

En la expresión del 2º Teorema, al calcular la flecha en el extremo de un tramo no se considera la rotación de dicho, en caso de existir

c)

Los casos a) y b) son correctos

d)

Ning
corr

Respuesta incorrecta

Pulsar para volver

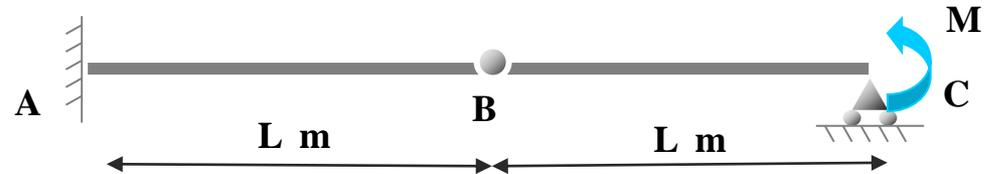


es



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- **Pregunta 5**
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Empleando los teoremas de área de momentos se obtienen los siguientes giros en B:

a)

ML

Respuesta incorrecta

Pulsar para volver

b)

$$\theta_{Bi} = \frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

$$\theta_{Bd} = -\frac{ML}{6EI} \curvearrowright$$

c)

$$\theta_{Bi} = \frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

$$\theta_{Bd} = -\frac{ML}{3EI} \curvearrowright$$

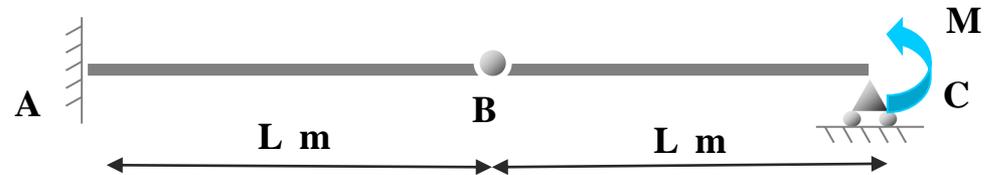
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- **Pregunta 5**
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Empleando los teoremas de área de momentos se obtienen los siguientes giros en B:

a)

$$\theta_{Bi} = \frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

$$\theta_{Bd} = \frac{ML}{6EI} \curvearrowright$$

b)

~~MI~~
Respuesta correcta
 Pulsar para volver

~~0EI~~

c)

$$\theta_{Bi} = \frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

$$\theta_{Bd} = -\frac{ML}{3EI} \curvearrowright$$

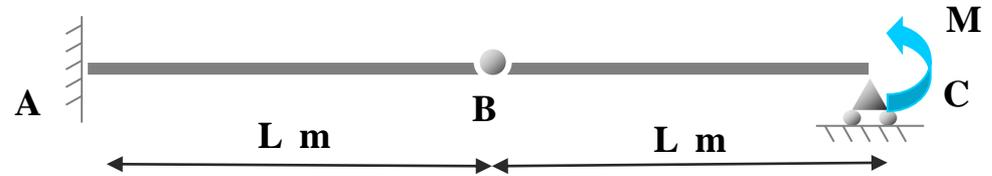
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- **Pregunta 5**
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Empleando los teoremas de área de momentos se obtienen los siguientes giros en B:

a)

$$\theta_{Bi} = \frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

$$\theta_{Bd} = \frac{ML}{6EI} \curvearrowright$$

b)

$$\theta_{Bi} = \frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

$$\theta_{Bd} = -\frac{ML}{6EI} \curvearrowright$$

c)

Respuesta incorrecta
 Pulsar para volver

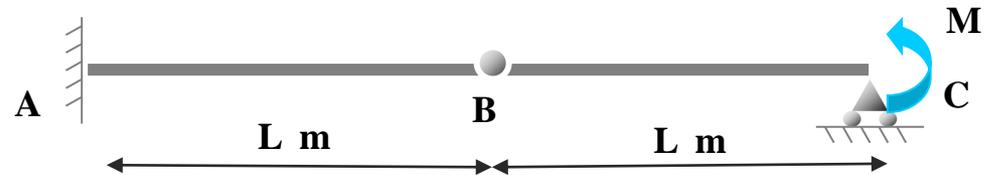
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- **Pregunta 5**
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Empleando los teoremas de área de momentos se obtienen los siguientes giros en B:

a)

$$\theta_{Bi} = \frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

$$\theta_{Bd} = \frac{ML}{6EI} \curvearrowright$$

b)

$$\theta_{Bi} = \frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

$$\theta_{Bd} = -\frac{ML}{6EI} \curvearrowright$$

c)

$$\theta_{Bi} = \frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

$$\theta_{Bd} = -\frac{ML}{3EI} \curvearrowright$$

d)

Ninguna de las respuestas es correcta

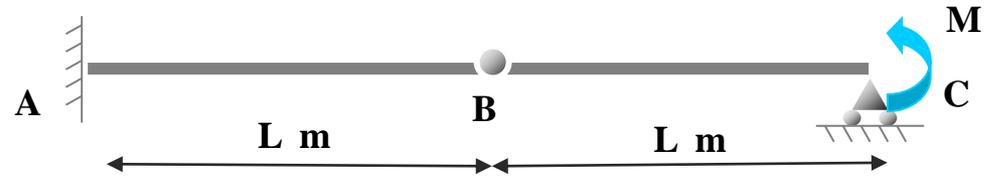
Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- **Pregunta 6**
- Pregunta 7



Empleando los teoremas de área de momentos se obtienen las siguientes flechas:

a)

Respuesta incorrecta
 Pulsar para volver

b)

$$y_B = \frac{ML^3}{2EI} \downarrow$$

c)

$$y_B = \frac{ML^2}{3EI} \downarrow$$

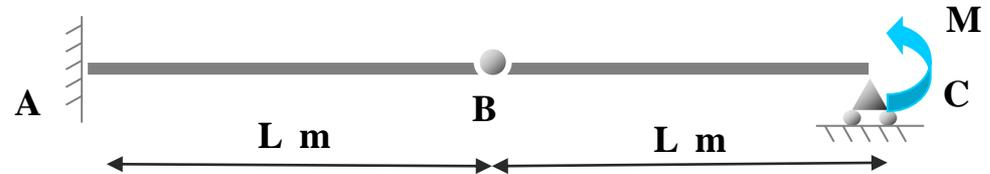
d)

$$y_B = \frac{L^3}{3EI} \downarrow$$



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- **Pregunta 6**
- Pregunta 7



Empleando los teoremas de área de momentos se obtienen las siguientes flechas:

a)

$$y_B = \frac{ML^3}{3EI} \downarrow$$

b)

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver



c)

$$y_B = \frac{ML^2}{3EI} \downarrow$$

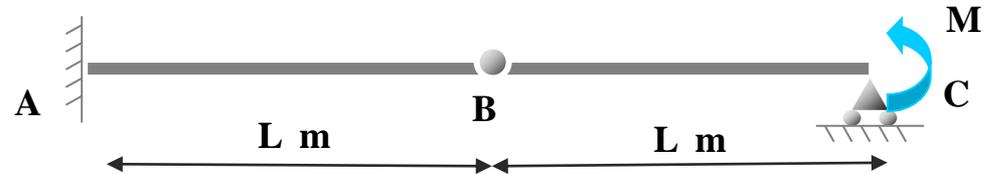
d)

$$y_B = \frac{L^3}{3EI} \downarrow$$



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- **Pregunta 6**
- Pregunta 7



Empleando los teoremas de área de momentos se obtienen las siguientes flechas:

a)

$$y_B = \frac{ML^3}{3EI} \downarrow$$

b)

$$y_B = \frac{ML^3}{2EI} \downarrow$$

c)

Respuesta correcta
Pulsar para volver

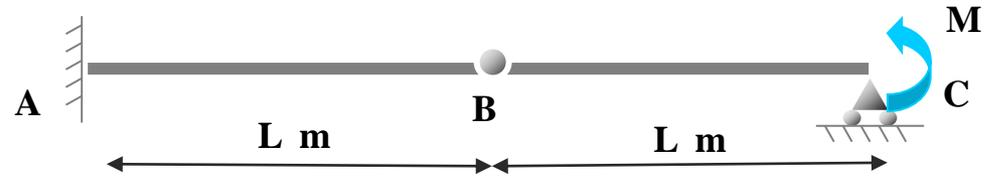
d)

$$y_B = \frac{L^3}{3EI} \downarrow$$



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- **Pregunta 6**
- Pregunta 7



Empleando los teoremas de área de momentos se obtienen las siguientes flechas:

a)

$$y_B = \frac{ML^3}{3EI} \downarrow$$

b)

$$y_B = \frac{ML^3}{2EI} \downarrow$$

c)

$$y_B = \frac{ML^2}{3EI} \downarrow$$

d)

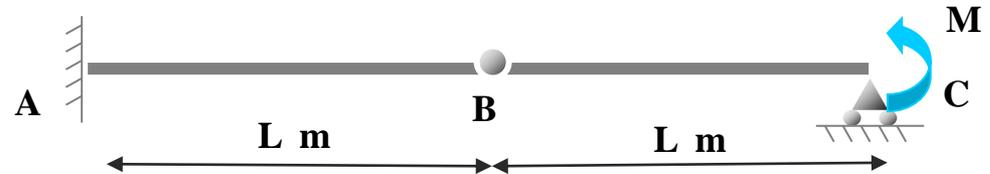
Respuesta incorrecta
Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- **Pregunta 7**



Empleando los teoremas de área de momentos se obtienen el siguiente giro en C:

a)

**Respuesta
correcta**
Pulsar para volver

b)

$$\theta_C = -\frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

c)

$$\theta_C = \frac{ML}{3EI} \curvearrowright$$

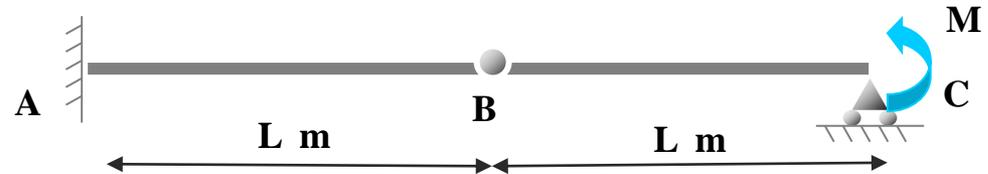
d)

$$\theta_C = -\frac{ML}{5EI} \curvearrowright$$



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- **Pregunta 7**



Empleando los teoremas de área de momentos se obtienen el siguiente giro en C:

a)

$$\theta_C = -\frac{ML}{3EI} \curvearrowright$$

b)

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver



c)

$$\theta_C = \frac{ML}{3EI} \curvearrowright$$

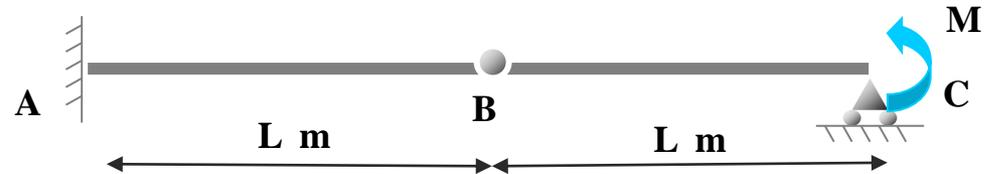
d)

$$\theta_C = -\frac{ML}{5EI} \curvearrowright$$



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- **Pregunta 7**



Empleando los teoremas de área de momentos se obtienen el siguiente giro en C:

a)

$$\theta_C = -\frac{ML}{3EI} \curvearrowright$$

b)

$$\theta_C = -\frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

c)

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

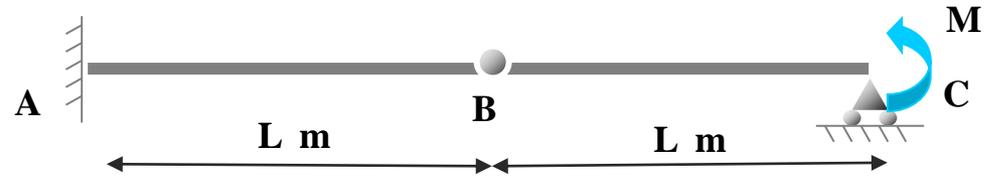
d)

$$\theta_C = -\frac{ML}{5EI} \curvearrowright$$



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- **Pregunta 7**



Empleando los teoremas de área de momentos se obtienen el siguiente giro en C:

a)

$$\theta_C = -\frac{ML}{3EI} \curvearrowright$$

b)

$$\theta_C = -\frac{ML}{2EI} \curvearrowright$$

c)

$$\theta_C = \frac{ML}{3EI} \curvearrowright$$

d)

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

