



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos

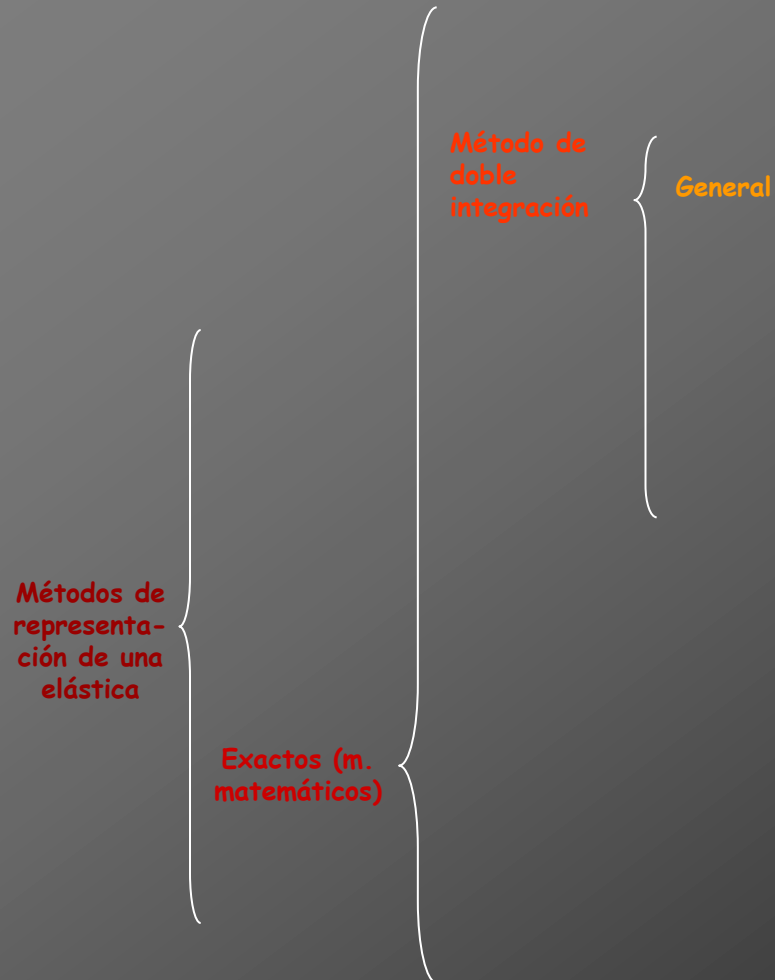
Métodos de
representación de una
elástica

Exactos (m.
matemáticos)

Método de
doble
integración

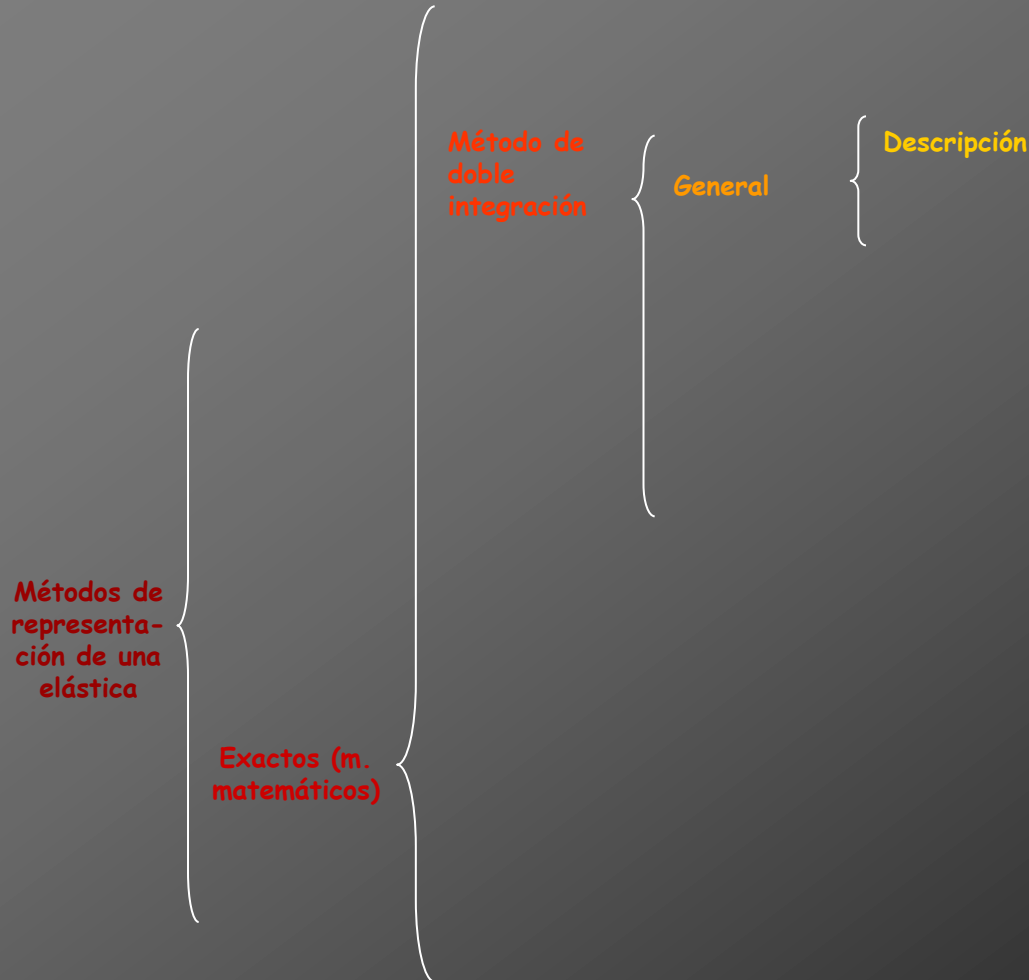


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Descripción del método



Descripción del método

Se describe esquemáticamente el proceso a seguir para determinar la ecuación de la elástica y la de los giros:



Descripción del método

Se describe esquemáticamente el proceso a seguir para determinar la ecuación de la elástica y la de los giros:

Ecuación
diferencial de la
elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$



Descripción del método

Se describe esquemáticamente el proceso a seguir para determinar la ecuación de la elástica y la de los giros:

Ecuación
diferencial de la
elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

m = ley de momentos flectores respecto de un SR situado normalmente en a la izquierda del tramo

Ecuación de giros

Descripción del método

Se describe esquemáticamente el proceso a seguir para determinar la ecuación de la elástica y la de los giros:

Ecuación
diferencial de la
elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

m = ley de momentos flectores respecto de un SR situado normalmente en a la izquierda del tramo

Primera
integración



Ecuación de giros

$$\theta_x = \frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C$$

Descripción del método

Se describe esquemáticamente el proceso a seguir para determinar la ecuación de la elástica y la de los giros:

Ecuación
diferencial de la
elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

m = ley de momentos flectores respecto de un SR situado normalmente en a la izquierda del tramo

Primera
integración



Ecuación de giros

$$\theta_x = \frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$



Descripción del método

Se describe esquemáticamente el proceso a seguir para determinar la ecuación de la elástica y la de los giros:

Ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

m = ley de momentos flectores respecto de un SR situado normalmente en a la izquierda del tramo

Primera integración



Ecuación de giros

$$\theta_x = \frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

C = cte de integración

Descripción del método

Se describe esquemáticamente el proceso a seguir para determinar la ecuación de la elástica y la de los giros:

Ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

m = ley de momentos flectores respecto de un SR situado normalmente en a la izquierda del tramo

Primera integración

Ecuación de giros

$$\theta_x = \frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

C = cte de integración

Ecuación de flechas

Descripción del método

Se describe esquemáticamente el proceso a seguir para determinar la ecuación de la elástica y la de los giros:

Ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

m = ley de momentos flectores respecto de un SR situado normalmente en a la izquierda del tramo

Primera integración

Ecuación de giros

$$\theta_x = \frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

C = cte de integración

Segunda integración

Ecuación de flechas

$$y_x = -\int \left[\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \right] dx + D$$



Descripción del método

Se describe esquemáticamente el proceso a seguir para determinar la ecuación de la elástica y la de los giros:

Ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

m = ley de momentos flectores respecto de un SR situado normalmente en a la izquierda del tramo

Primera integración

Ecuación de giros

$$\theta_x = \frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

C = cte de integración

Segunda integración

Ecuación de flechas

$$y_x = -\int \left[\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \right] dx + D$$

D = cte de integración

Descripción del método

Se describe esquemáticamente el proceso a seguir para determinar la ecuación de la elástica y la de los giros:

Ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

m = ley de momentos flectores respecto de un SR situado normalmente en a la izquierda del tramo

Primera integración

Ecuación de giros

$$\theta_x = \frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

C = cte de integración

Los valores de las constantes C y D se obtienen conociendo las condiciones de contorno

Segunda integración

Ecuación de flechas

$$y_x = -\int \left[\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \right] dx + D$$

D = cte de integración

Descripción del método

Se describe esquemáticamente el proceso a seguir para determinar la ecuación de la elástica y la de los giros:

Ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

m = ley de momentos flectores respecto de un SR situado normalmente en a la izquierda del tramo

Primera integración

Ecuación de giros

$$\theta_x = \frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

C = cte de integración

Los valores de las constantes C y D se obtienen conociendo las condiciones de contorno

condiciones de contorno: son los valores de los movimientos conocidos (giros o flechas) de la estructura

Segunda integración

Ecuación de flechas

$$y_x = -\int \left[\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \right] dx + D$$

D = cte de integración



Descripción del método

Se describe esquemáticamente el proceso a seguir para determinar la ecuación de la elástica y la de los giros:

Ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

m = ley de momentos flectores respecto de un SR situado normalmente en a la izquierda del tramo

Primera integración

Ecuación de giros

$$\theta_x = \frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

C = cte de integración

Los valores de las constantes C y D se obtienen conociendo las condiciones de contorno

condiciones de contorno: son los valores de los movimientos conocidos (giros o flechas) de la estructura

Segunda integración

Ecuación de flechas

$$y_x = -\int \left[\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \right] dx + D$$

D = cte de integración

θ_s y_s }
conocidos

Descripción del método

Se describe esquemáticamente el proceso a seguir para determinar la ecuación de la elástica y la de los giros:

Ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

m = ley de momentos flectores respecto de un SR situado normalmente en a la izquierda del tramo

Primera integración

Ecuación de giros

$$\theta_x = \frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

C = cte de integración

Los valores de las constantes C y D se obtienen conociendo las condiciones de contorno

condiciones de contorno: son los valores de los movimientos conocidos (giros o flechas) de la estructura

Segunda integración

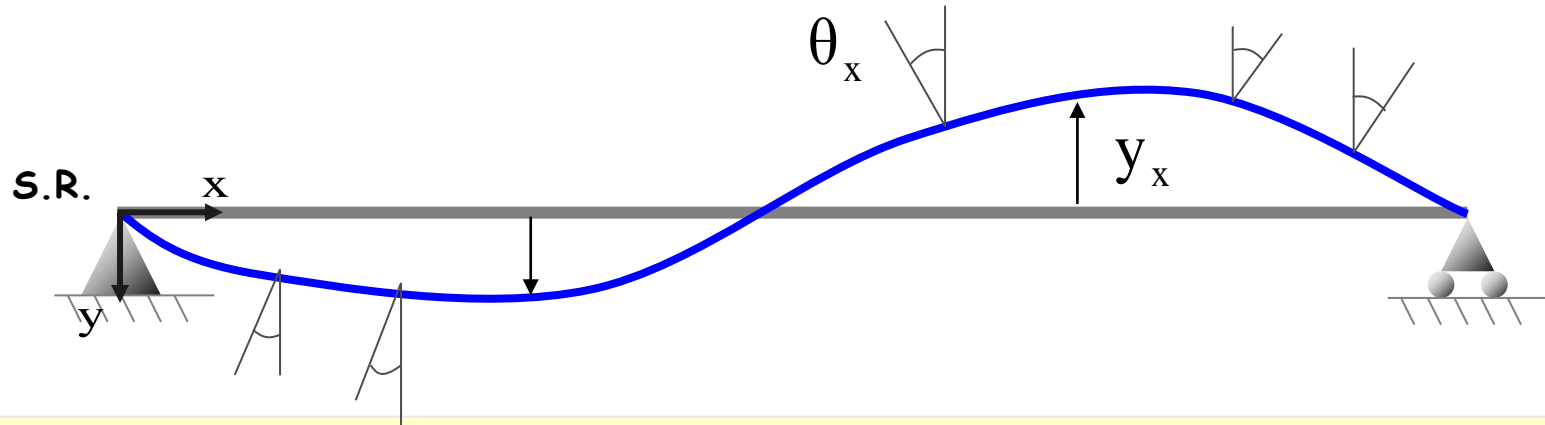
Ecuación de flechas

$$y_x = -\int \left[\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \right] dx + D$$

D = cte de integración

θ_s y_s } Están situados en los apoyos de la estructura
conocidos

Descripción del método

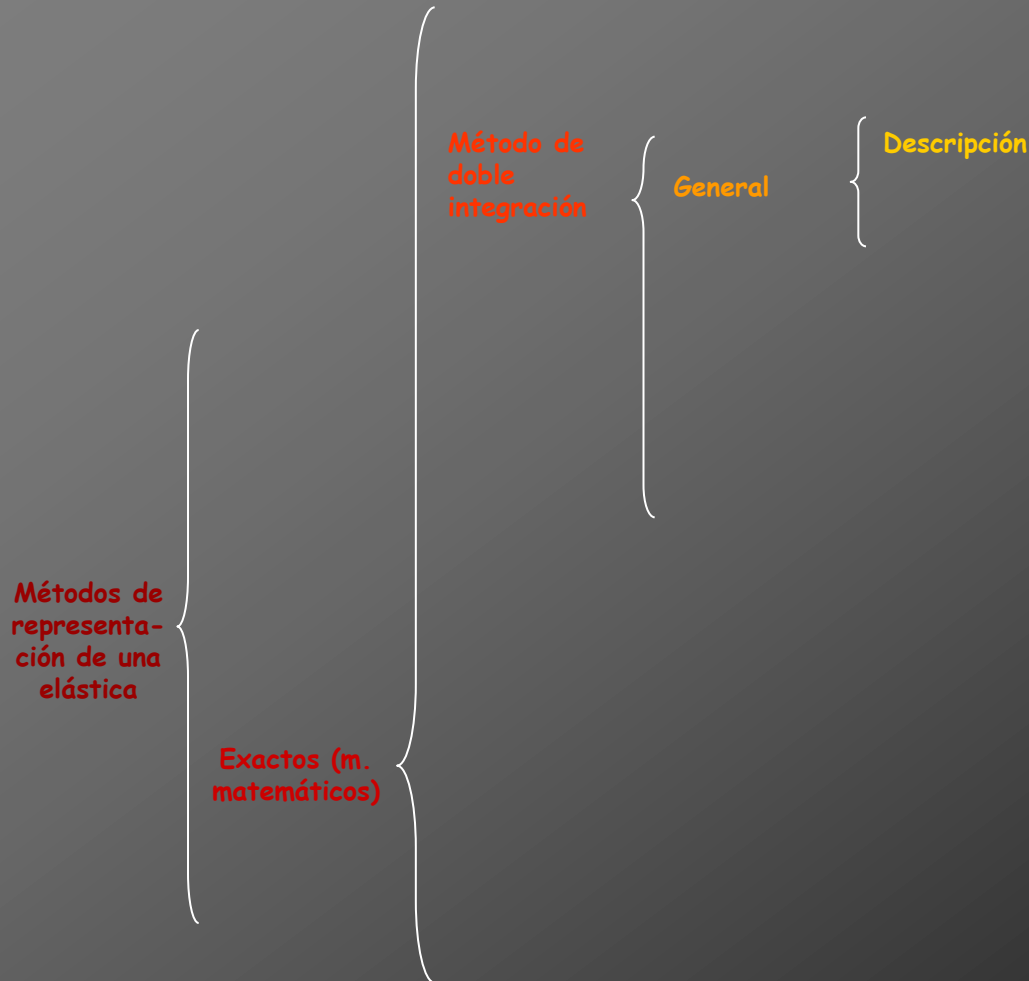


$$\theta_x = \frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C$$

$$y_x = -\int \left[\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \right] dx + D$$

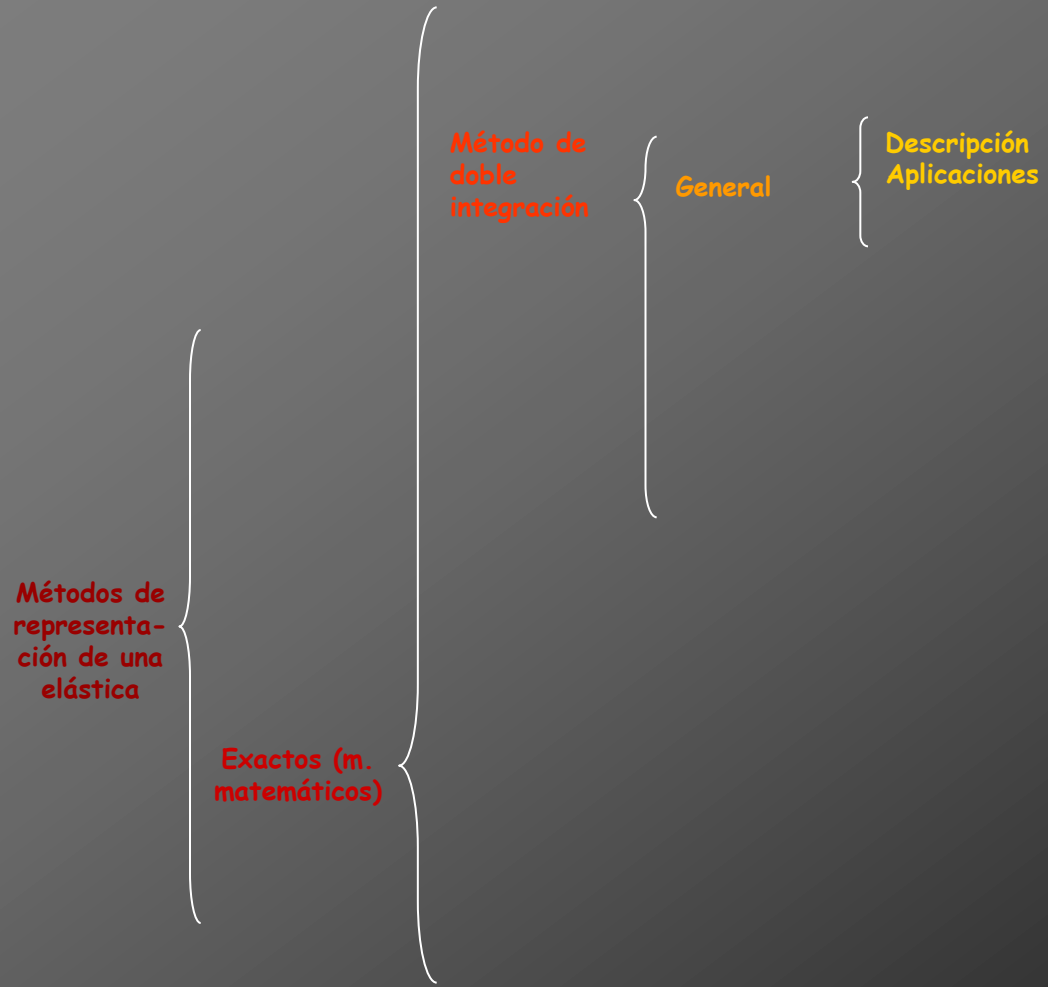


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



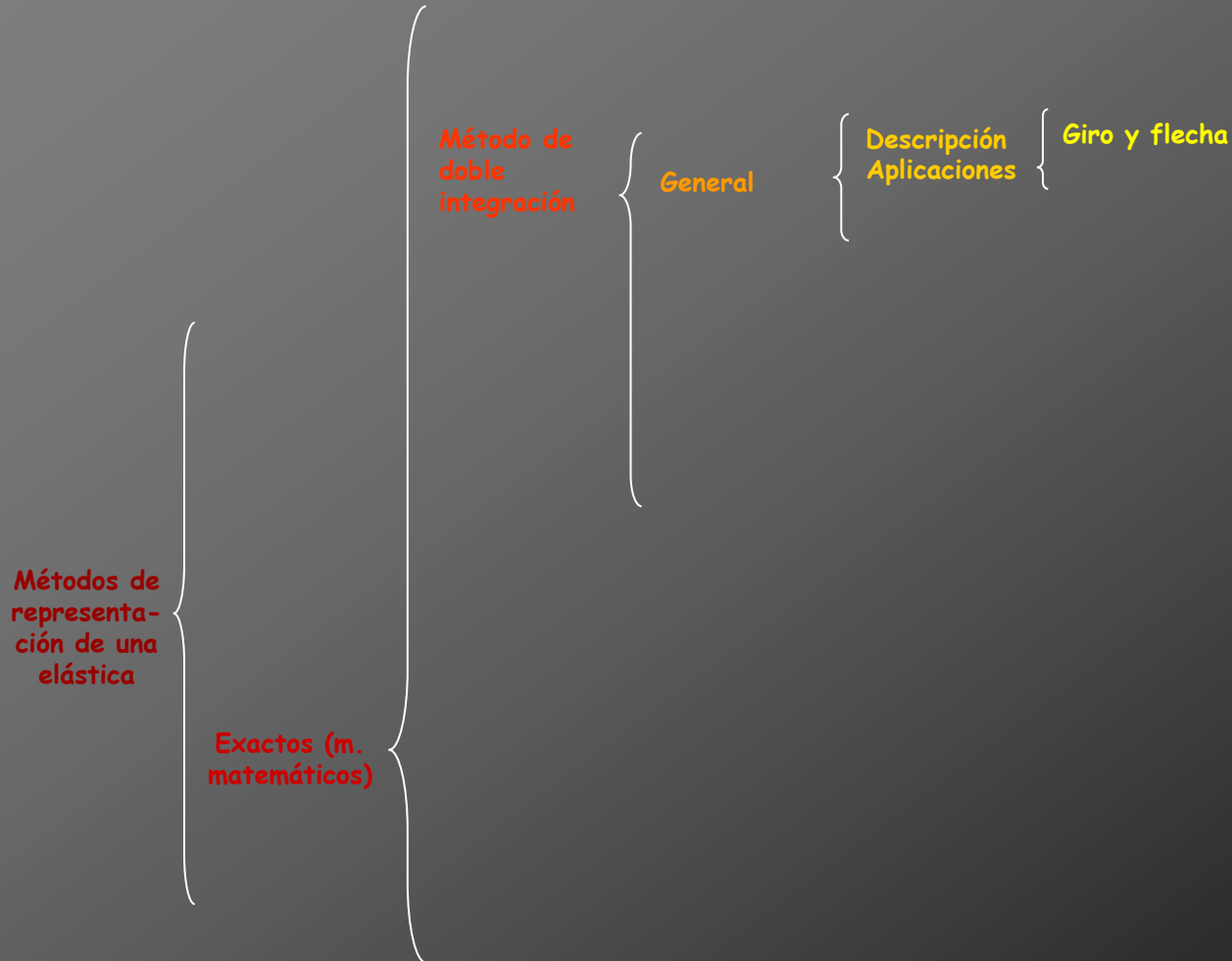


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Giro y flecha cualesquiera

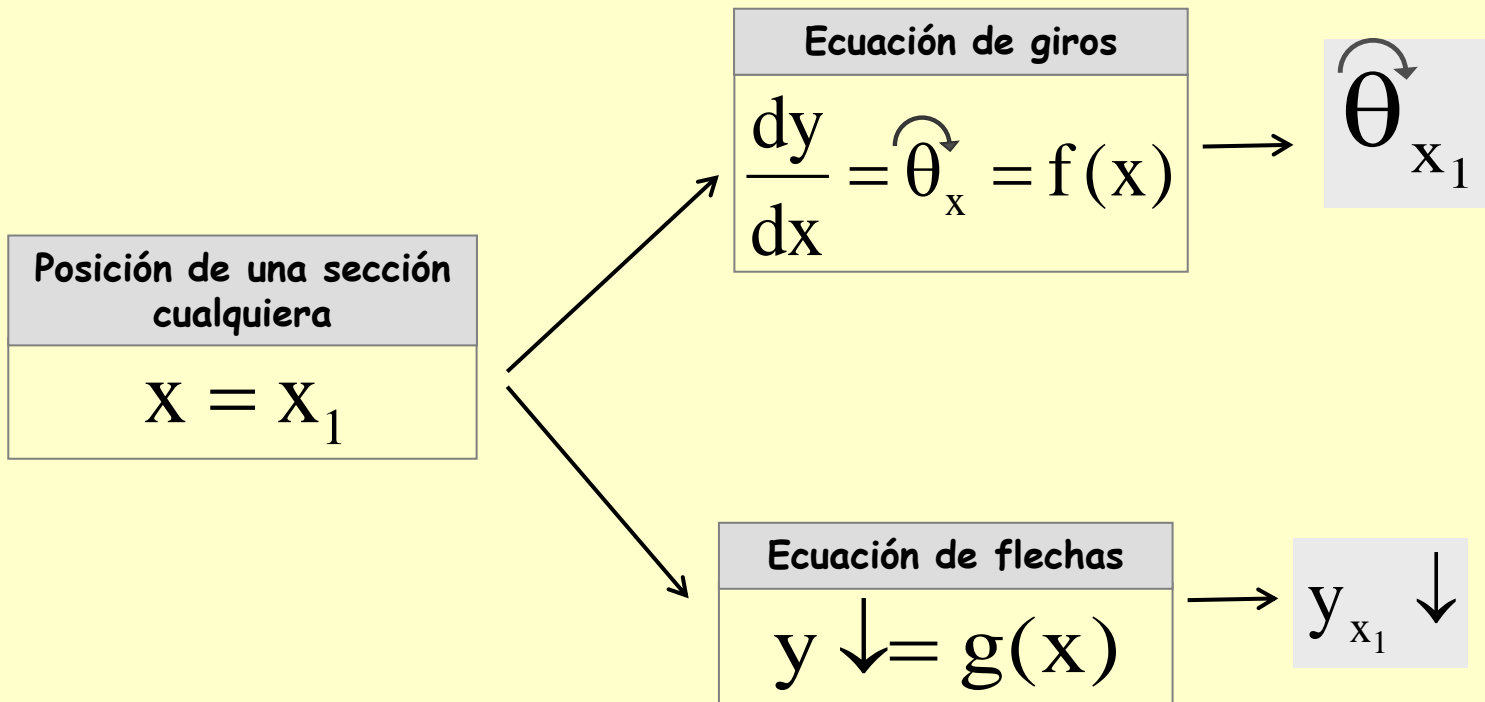


Giro y flecha cualesquiera

Se obtienen directamente de las expresiones generales del giro y de la flecha, ya calculadas anteriormente

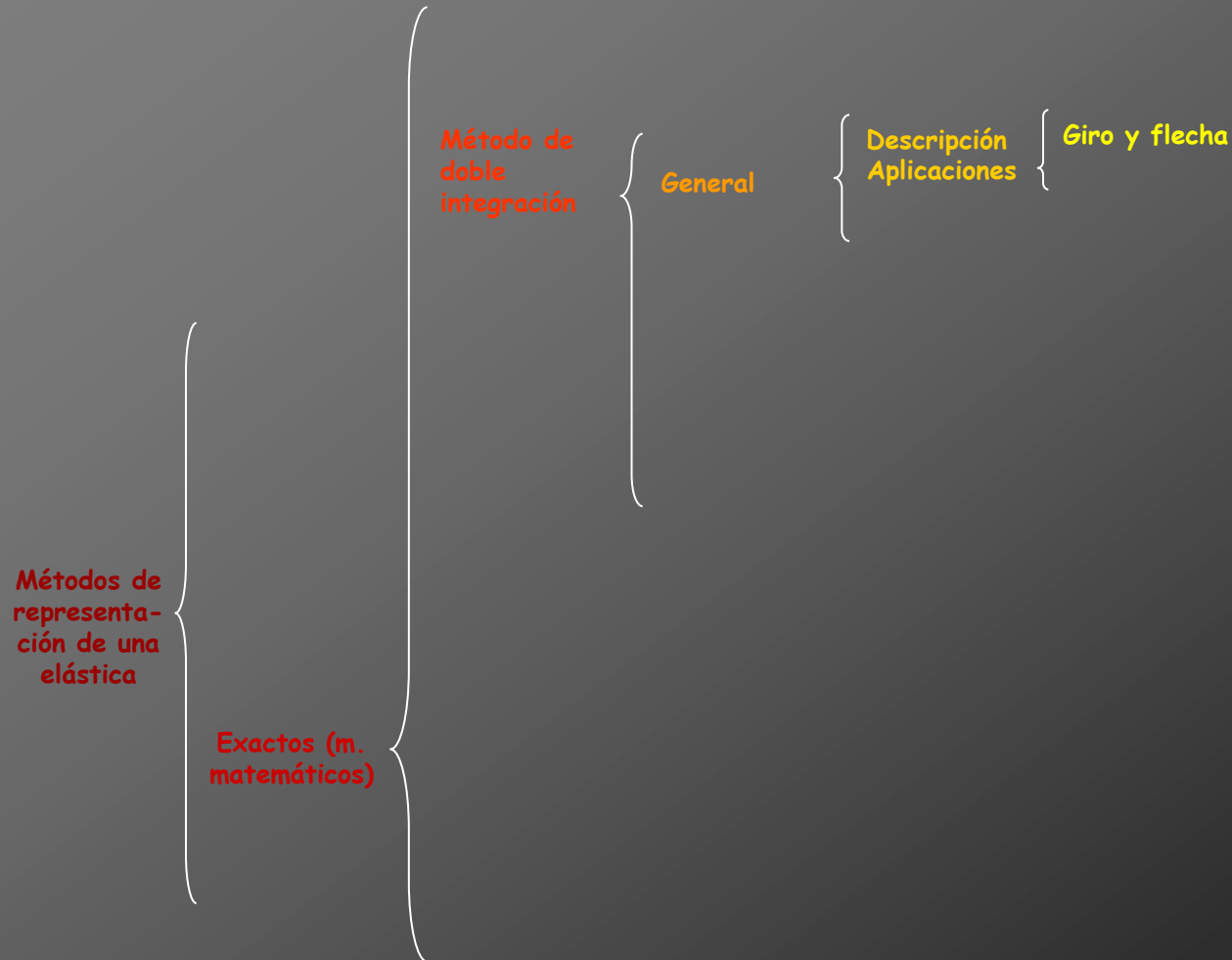
Giro y flecha cualesquiera

Se obtienen directamente de las expresiones generales del giro y de la flecha, ya calculadas anteriormente



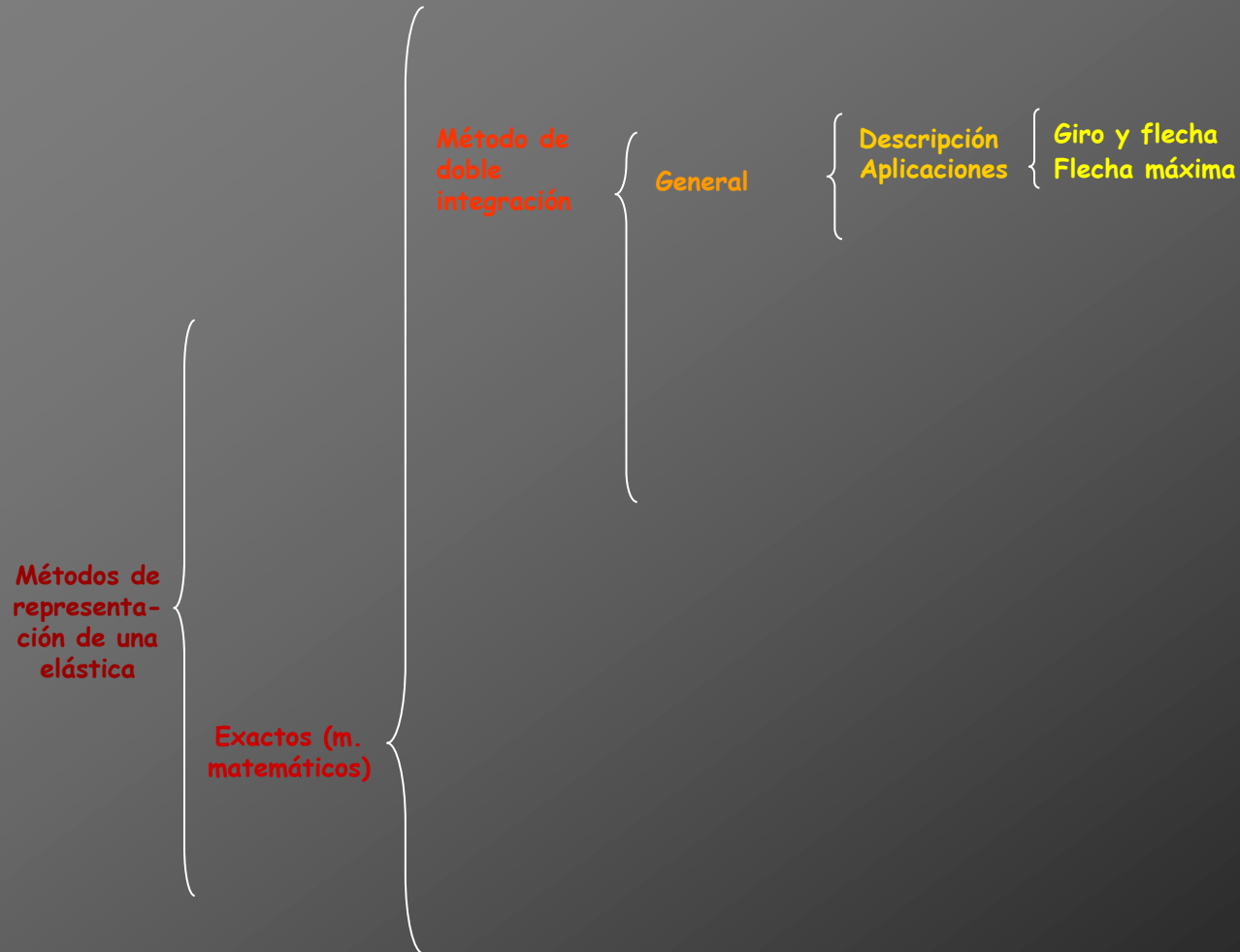


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Flecha máxima



Flecha máxima

Lugar donde se produce la flecha máxima

$$\overset{\curvearrowright}{\theta} = 0$$

Ecuación de los giros

$$\frac{dy}{dx} = \overset{\curvearrowright}{\theta}_x = f(x)$$



Flecha máxima

Lugar donde se produce la flecha máxima

$$\theta = 0$$

Ecuación de los giros

$$\frac{dy}{dx} = \theta_x = f(x)$$

Posición de la flecha máxima

Flecha máxima

Lugar donde se produce la flecha máxima

$$\theta = 0$$

Ecuación de los giros

$$\frac{dy}{dx} = \theta_x = f(x)$$

Ecuación de la elástica

$$y \downarrow = g(x)$$

Posición de la flecha máxima

Flecha máxima

Lugar donde se produce la flecha máxima

$$\theta = 0$$

Ecuación de los giros

$$\frac{dy}{dx} = \theta_x = f(x)$$

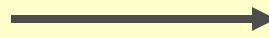
Ecuación de la elástica

$$y \downarrow = g(x)$$

Posición de la flecha máxima

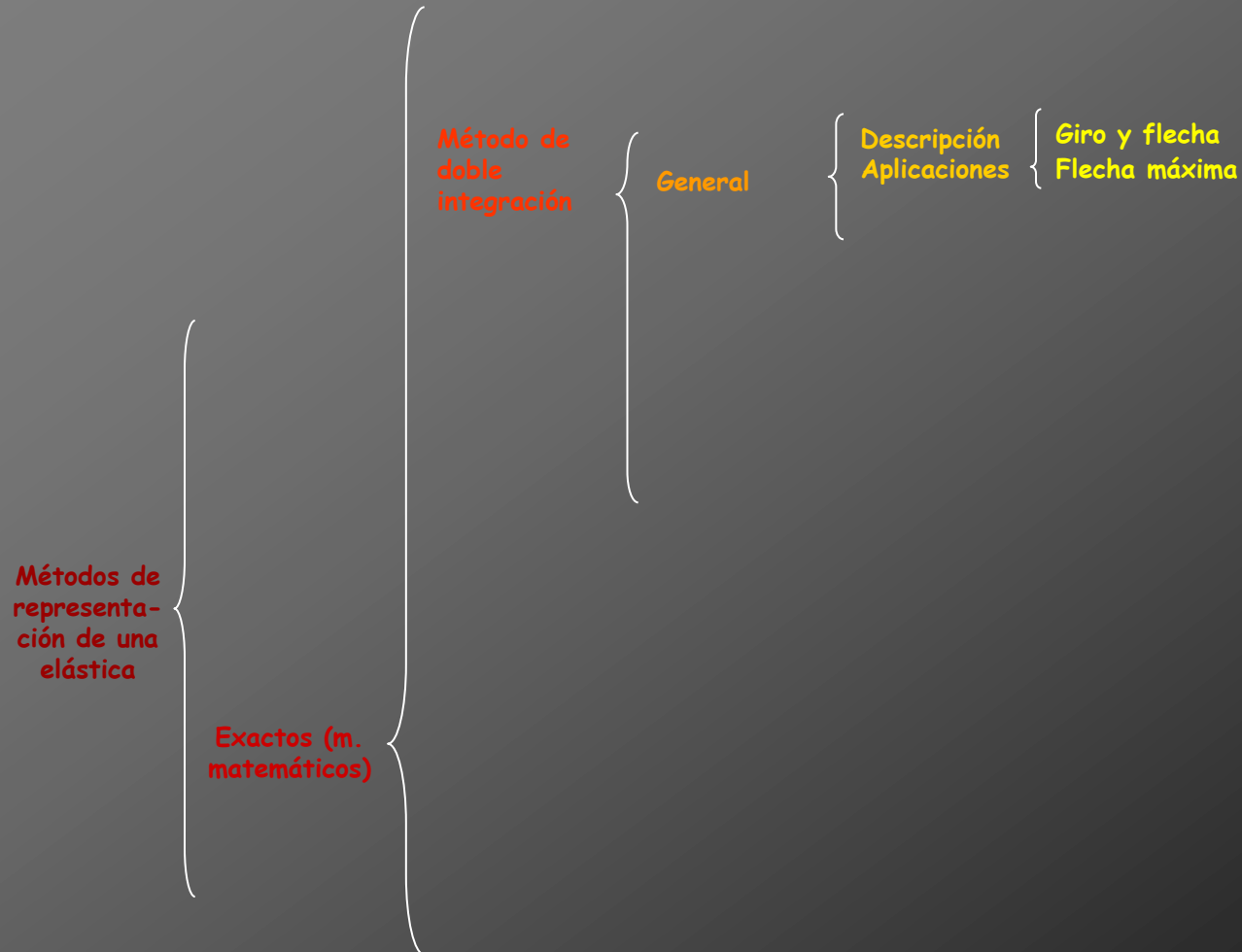


$$y_{\max} \downarrow$$



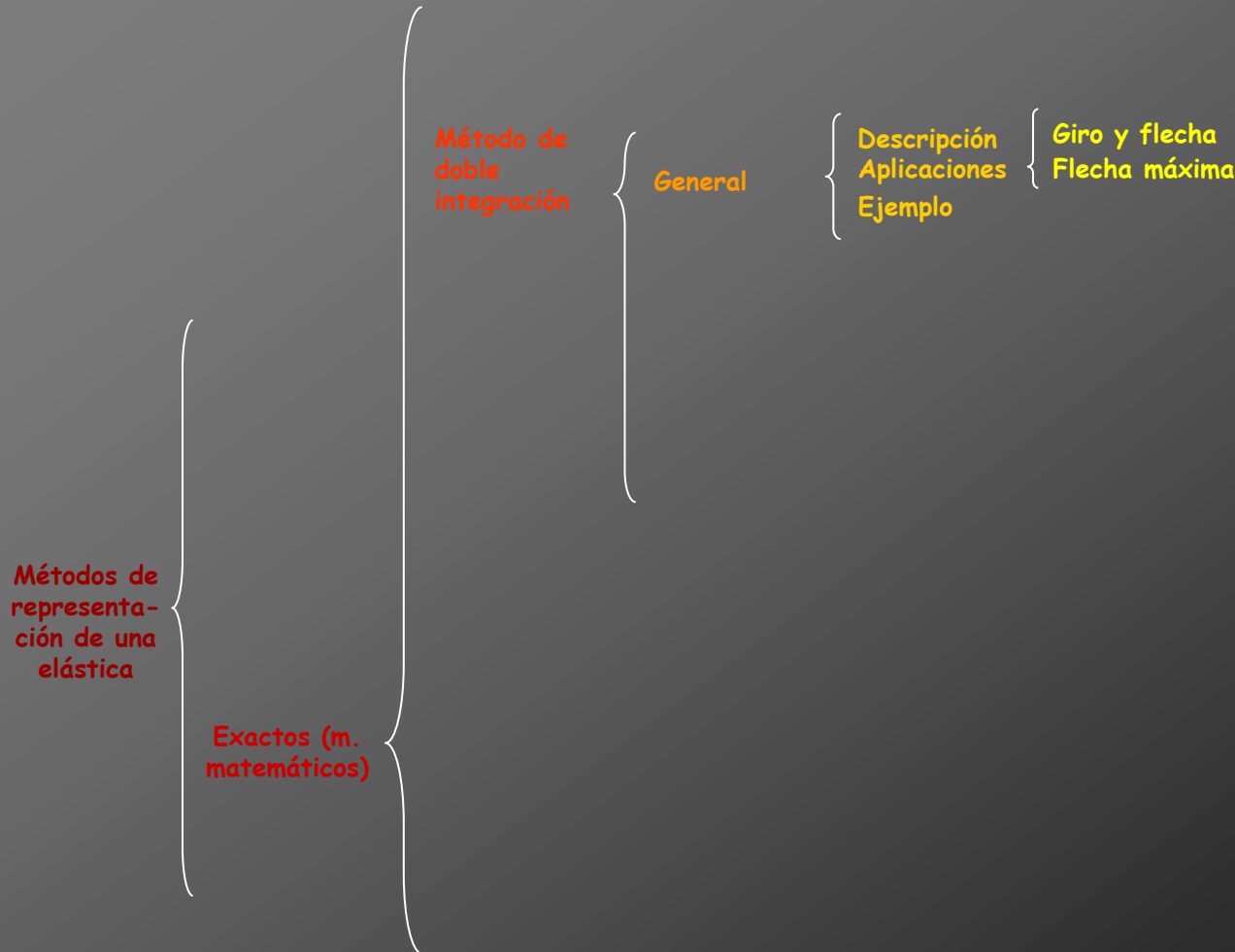


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





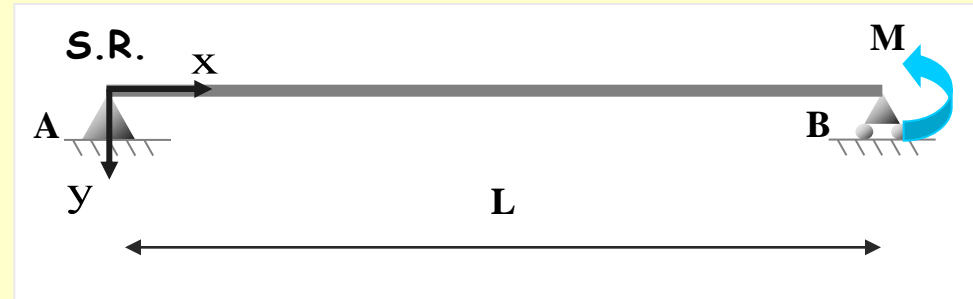
Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





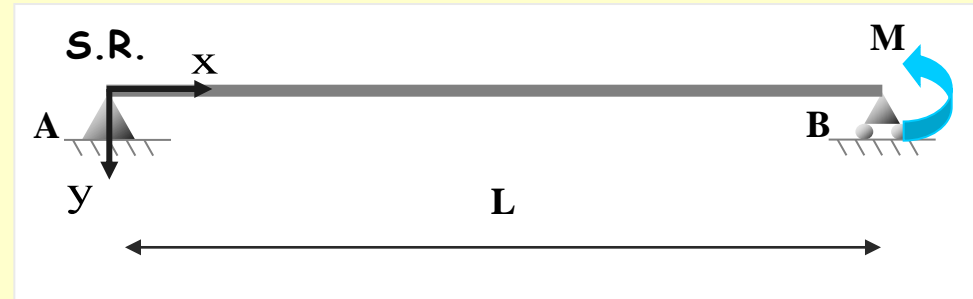
Ejemplo

Ejemplo



Ejemplo

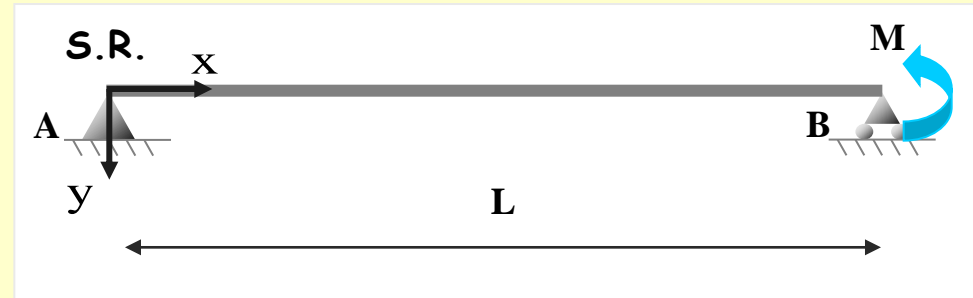
Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:



Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

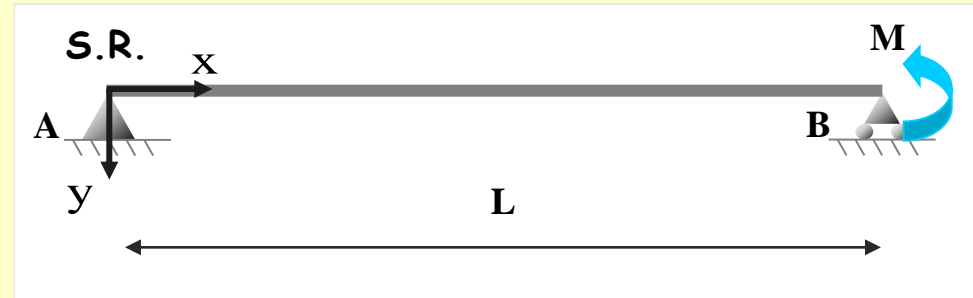
- Los valores exactos de los giros en los apoyos



Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

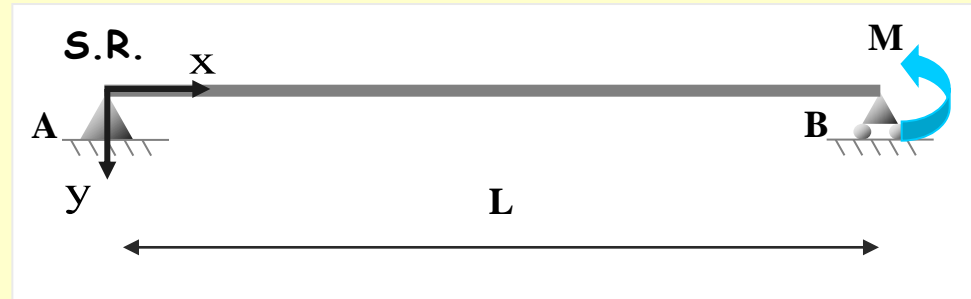
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima



Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

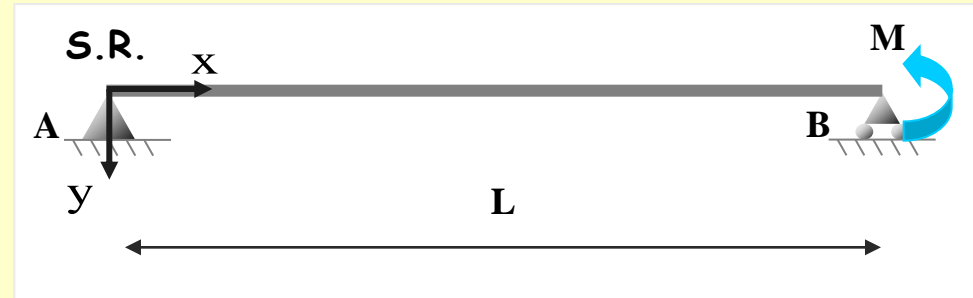
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

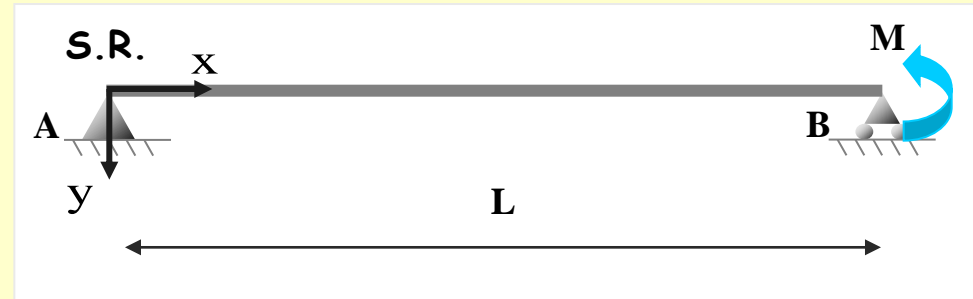
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

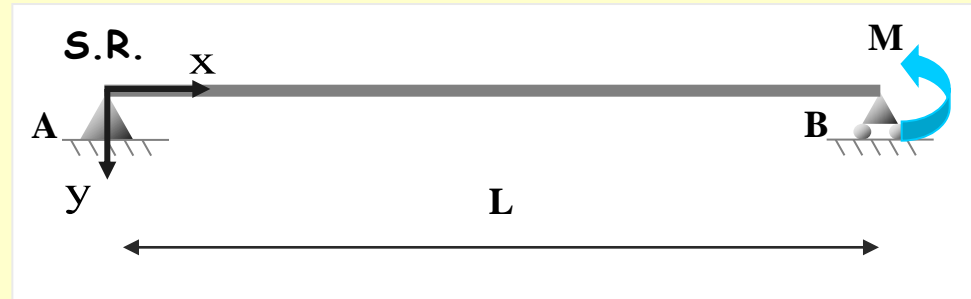
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas

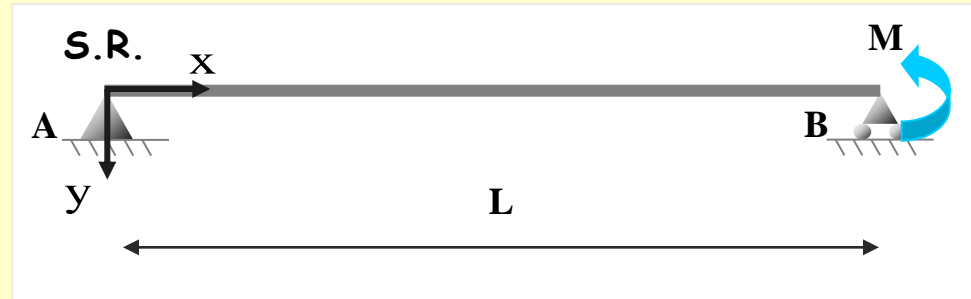


Ecuación
diferencial de
la elástica

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



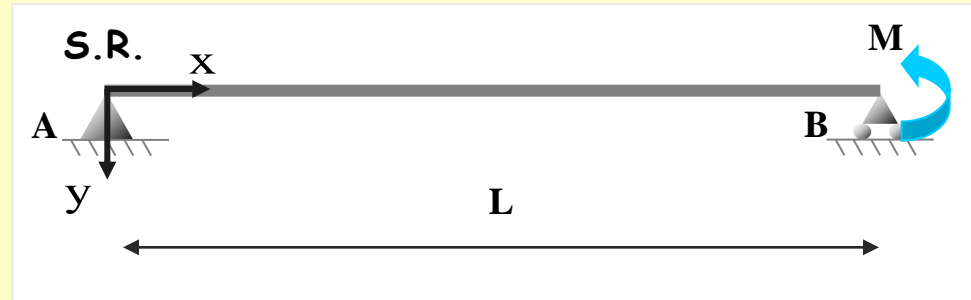
Ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Ecuación diferencial de la elástica

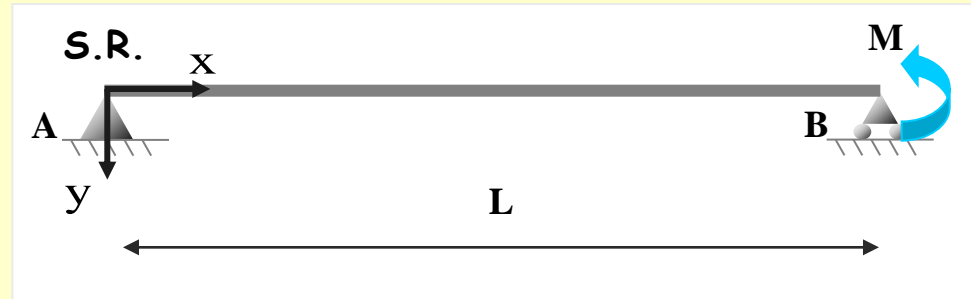
$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

Ecuación de momentos

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

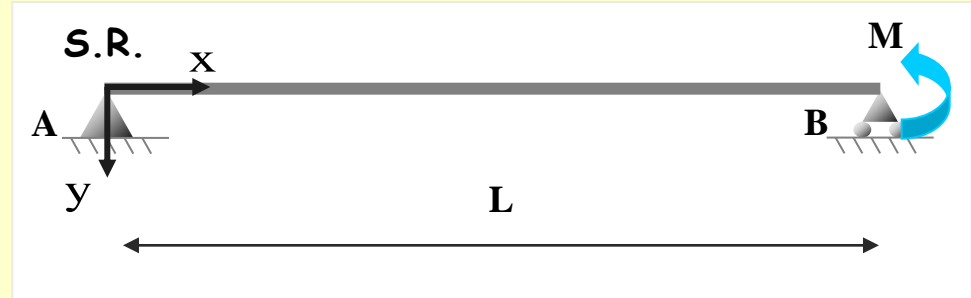
Ecuación de momentos

$$m = \frac{M}{L} x$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas

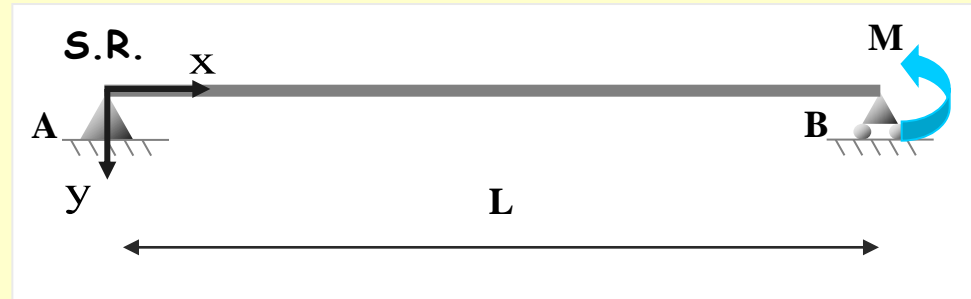


$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial de la elástica} \\ \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \\ \text{Ecuación de momentos} \\ m = \frac{M}{L} x \end{array} \right\} -\frac{EIL}{M} \frac{d^2 y}{dx^2} = x$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



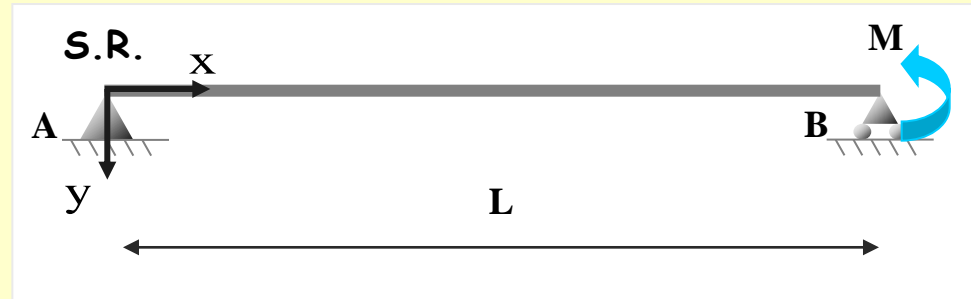
$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial de la elástica} \\ \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \\ \\ \text{Ecuación de momentos} \\ m = \frac{M}{L} x \end{array} \right\} -\frac{EIL}{M} \frac{d^2 y}{dx^2} = x$$

Primera integración:

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial de la elástica} \\ \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \\ \\ \text{Ecuación de momentos} \\ m = \frac{M}{L} x \end{array} \right\} -\frac{EIL}{M} \frac{d^2 y}{dx^2} = x$$

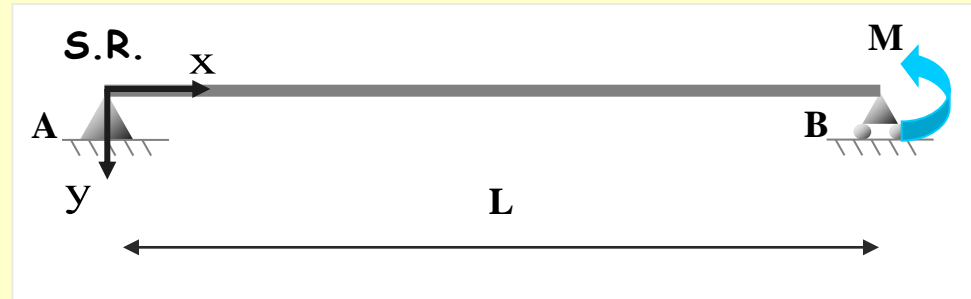
↓

Primera integración: $-\frac{EIL}{M} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2} + C$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial de la elástica} \\ \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \\ \text{Ecuación de momentos} \\ m = \frac{M}{L}x \end{array} \right\} -\frac{EIL}{M} \frac{d^2y}{dx^2} = x$$

Primera integración:

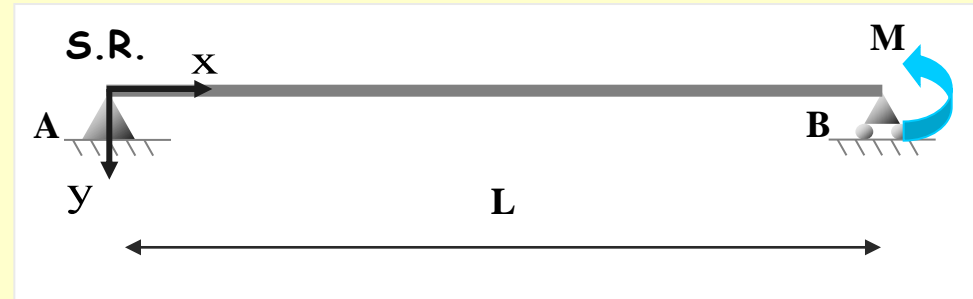
$$-\frac{EIL}{M} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2} + C$$

Segunda integración:

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial de la elástica} \\ \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \end{array} \right\} -\frac{EIL}{M} \frac{d^2y}{dx^2} = x$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación de momentos} \\ m = \frac{M}{L} x \end{array} \right\} \downarrow$$

$$\text{Primera integración: } -\frac{EIL}{M} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2} + C$$

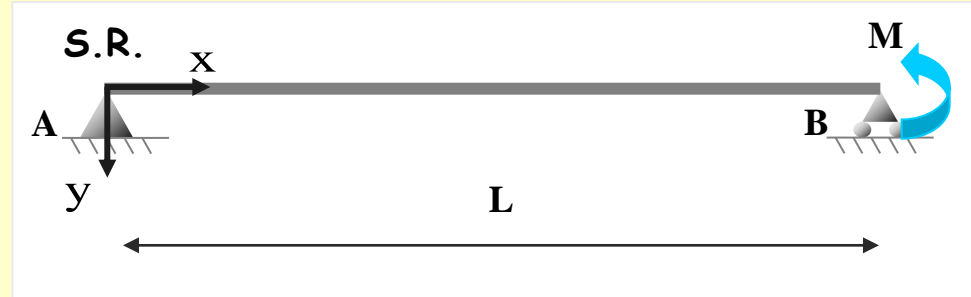
$$\downarrow$$

$$\text{Segunda integración: } -\frac{EIL}{M} y = \frac{x^3}{6} + Cx + D$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial de la elástica} \\ \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \\ \text{Ecuación de momentos} \\ m = \frac{M}{L}x \end{array} \right\} -\frac{EIL}{M} \frac{d^2y}{dx^2} = x$$

Primera integración:

$$-\frac{EIL}{M} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2} + C$$

Segunda integración:

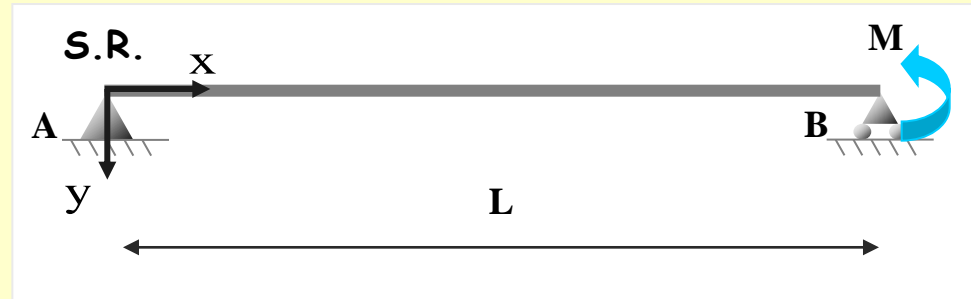
$$-\frac{EIL}{M} y = \frac{x^3}{6} + Cx + D$$

Condiciones de contorno:

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial de la elástica} \\ \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{EIL}{M} \frac{d^2 y}{dx^2} = x \\ \downarrow \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación de momentos} \\ m = \frac{M}{L} x \end{array} \right\}$$

$$\text{Primera integración: } -\frac{EIL}{M} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2} + C$$

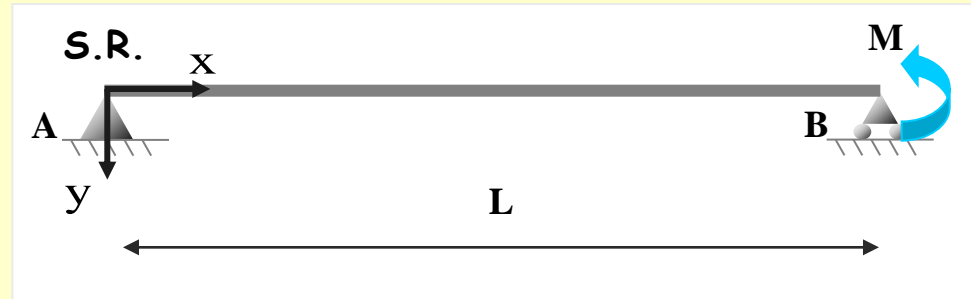
$$\text{Segunda integración: } -\frac{EIL}{M} y = \frac{x^3}{6} + Cx + D$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Condiciones de contorno:} \\ x = 0 \rightarrow y = 0 \end{array} \right\}$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial de la elástica} \\ \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \\ \text{Ecuación de momentos} \\ m = \frac{M}{L} x \end{array} \right\} -\frac{EIL}{M} \frac{d^2 y}{dx^2} = x$$

Primera integración:

$$-\frac{EIL}{M} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2} + C$$

Segunda integración:

$$-\frac{EIL}{M} y = \frac{x^3}{6} + Cx + D$$

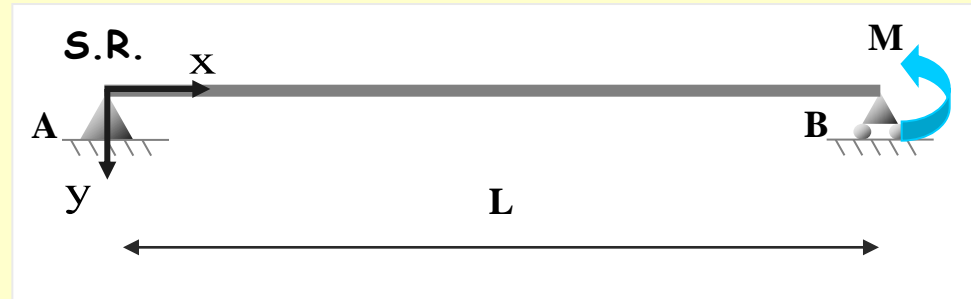
Condiciones de contorno:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \rightarrow y = 0 \\ x = L \rightarrow y = 0 \end{array} \right.$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial de la elástica} \\ \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{EIL}{M} \frac{d^2 y}{dx^2} = x \\ \downarrow \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación de momentos} \\ m = \frac{M}{L} x \end{array} \right\}$$

$$\text{Primera integración: } -\frac{EIL}{M} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2} + C$$

$$\downarrow$$

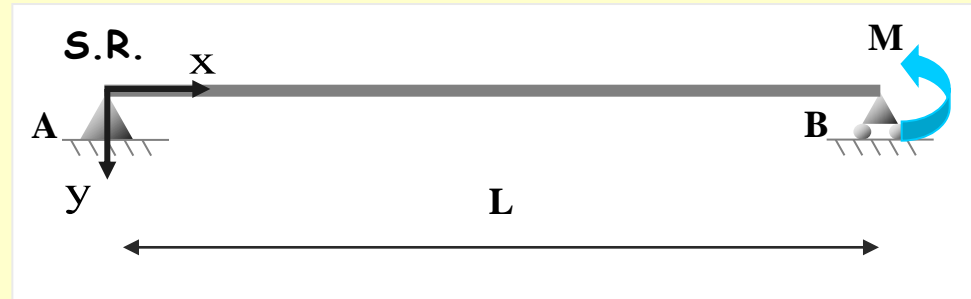
$$\text{Segunda integración: } -\frac{EIL}{M} y = \frac{x^3}{6} + Cx + D$$

$$\text{Condiciones de contorno: } \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \rightarrow y = 0 \longrightarrow D = 0 \\ x = L \rightarrow y = 0 \end{array} \right.$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial de la elástica} \\ \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{EIL}{M} \frac{d^2 y}{dx^2} = x \\ \downarrow \end{array}$$

Ecuación de momentos

$$m = \frac{M}{L} x$$

Primera integración:

$$-\frac{EIL}{M} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2} + C$$

Segunda integración:

$$-\frac{EIL}{M} y = \frac{x^3}{6} + Cx + D$$

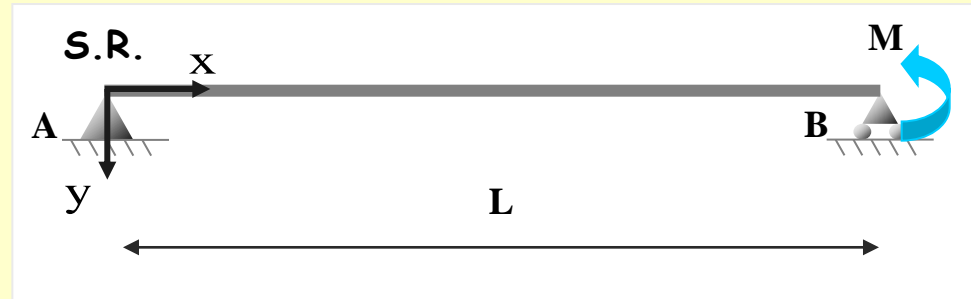
Condiciones de contorno:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \rightarrow y = 0 \longrightarrow D = 0 \\ x = L \rightarrow y = 0 \longrightarrow C = -\frac{L^2}{6} \end{array} \right.$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial de la elástica} \\ \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{EIL}{M} \frac{d^2 y}{dx^2} = x \\ \downarrow \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación de momentos} \\ m = \frac{M}{L} x \end{array} \right\}$$

Primera integración:

$$-\frac{EIL}{M} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2} + C$$

Segunda integración:

$$-\frac{EIL}{M} y = \frac{x^3}{6} + Cx + D$$

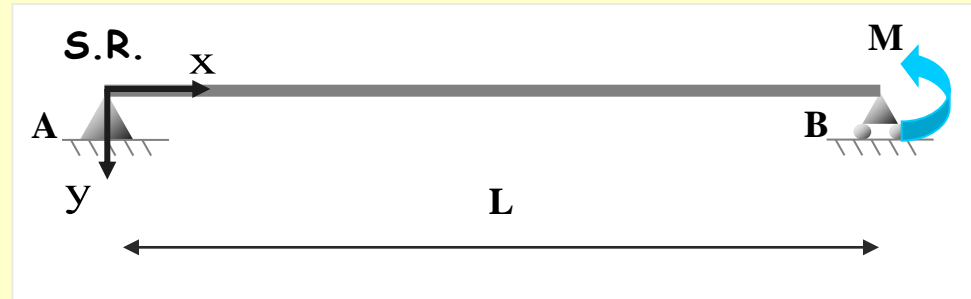
Condiciones de contorno:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \rightarrow y = 0 \longrightarrow D = 0 \\ x = L \rightarrow y = 0 \longrightarrow C = -\frac{L^2}{6} \end{array} \right.$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial de la elástica} \\ \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{EIL}{M} \frac{d^2 y}{dx^2} = x \\ \downarrow \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación de momentos} \\ m = \frac{M}{L} x \end{array} \right\}$$

$$\text{Primera integración: } -\frac{EIL}{M} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2} + C$$

$$\text{Segunda integración: } -\frac{EIL}{M} y = \frac{x^3}{6} + Cx + D$$

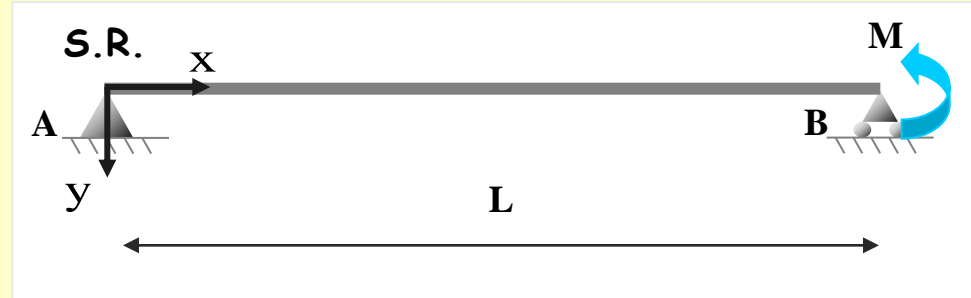
$$\left. \begin{array}{l} \text{Condiciones de contorno:} \\ \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \rightarrow y = 0 \longrightarrow D = 0 \\ x = L \rightarrow y = 0 \longrightarrow C = -\frac{L^2}{6} \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

$$\theta_x = \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right)$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial de la elástica} \\ \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{EIL}{M} \frac{d^2 y}{dx^2} = x \\ \downarrow \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación de momentos} \\ m = \frac{M}{L} x \end{array} \right\}$$

$$\text{Primera integración: } -\frac{EIL}{M} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2} + C$$

$$\text{Segunda integración: } -\frac{EIL}{M} y = \frac{x^3}{6} + Cx + D$$

$$\text{Condiciones de contorno: } \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow D = 0 \\ x = L \rightarrow y = 0 \rightarrow C = -\frac{L^2}{6} \end{array} \right.$$

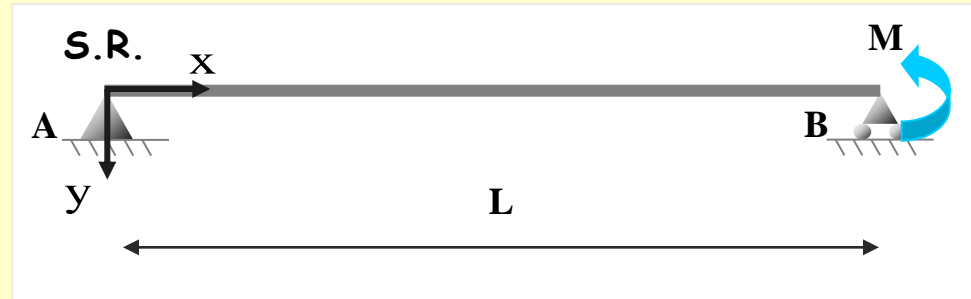
$$\theta_x = \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right)$$

$$y_x = \frac{M}{6EIL} (-x^3 + L^2 x)$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial de la elástica} \\ \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{EIL}{M} \frac{d^2 y}{dx^2} = x \\ \downarrow \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación de momentos} \\ m = \frac{M}{L} x \end{array} \right\}$$

Primera integración: $-\frac{EIL}{M} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2} + C$

Segunda integración: $-\frac{EIL}{M} y = \frac{x^3}{6} + Cx + D$

Condiciones de contorno: $\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow D = 0 \\ x = L \rightarrow y = 0 \rightarrow C = -\frac{L^2}{6} \end{array} \right.$

$$\theta_x = \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right)$$

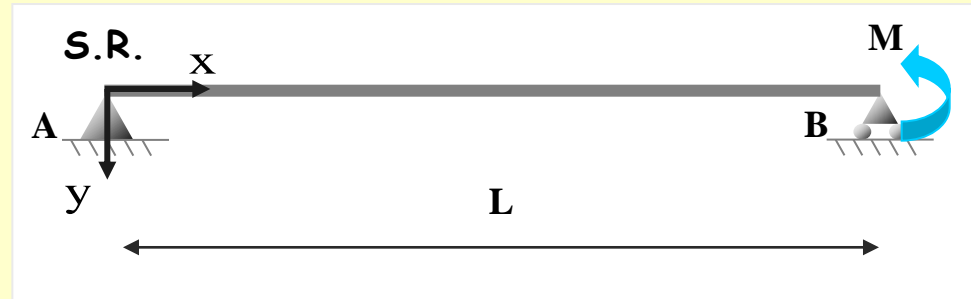
$$y_x = \frac{M}{6EIL} (-x^3 + L^2 x)$$

$$\theta_{A(x=0)} = \frac{ML}{6EI} \curvearrowright$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



$$\left. \begin{array}{l} \text{Ecuación diferencial de la elástica} \\ \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \\ \text{Ecuación de momentos} \\ m = \frac{M}{L} x \end{array} \right\} -\frac{EIL}{M} \frac{d^2 y}{dx^2} = x$$

Primera integración:

$$-\frac{EIL}{M} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2} + C$$

Segunda integración:

$$-\frac{EIL}{M} y = \frac{x^3}{6} + Cx + D$$

Condiciones de contorno:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow D = 0 \\ x = L \rightarrow y = 0 \rightarrow C = -\frac{L^2}{6} \end{array} \right.$$

$$\theta_x = \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right)$$

$$\theta_{A(x=0)} = \frac{ML}{6EI} \curvearrowright$$

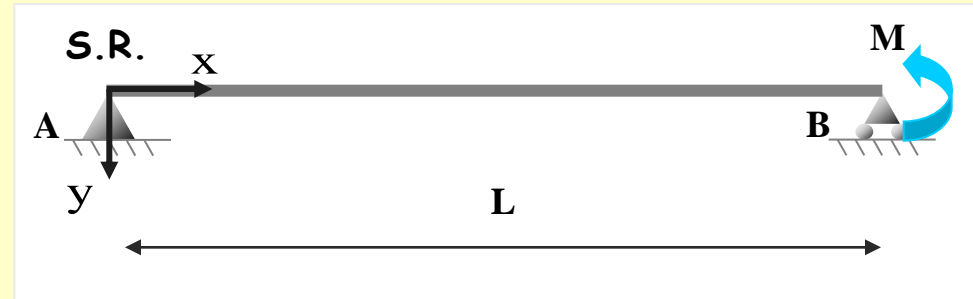
$$y_x = \frac{M}{6EIL} (-x^3 + L^2 x)$$

$$\theta_{B(x=L)} = -\frac{ML}{3EI} \curvearrowleft$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

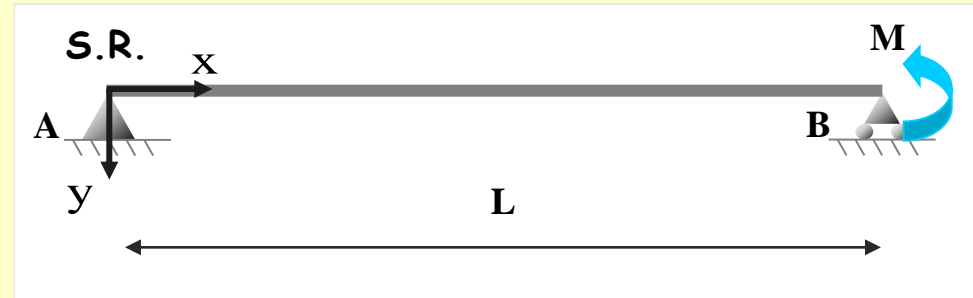
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

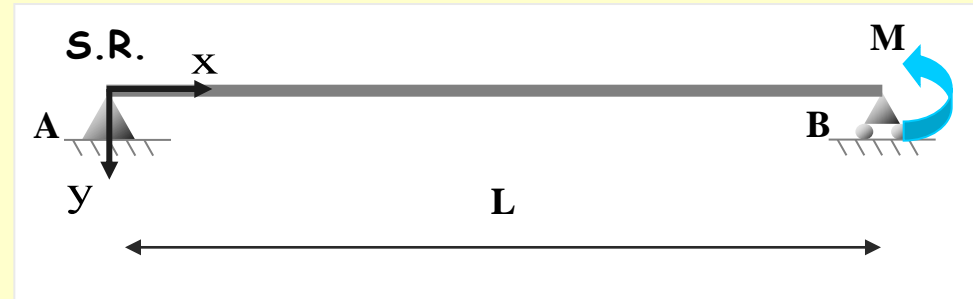
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas

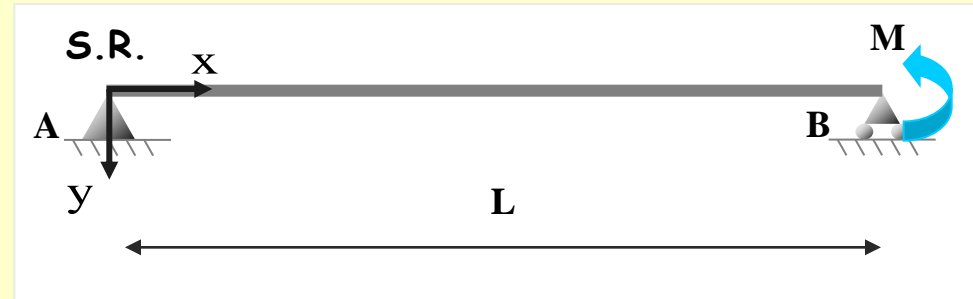


$$\theta_x = \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right)$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



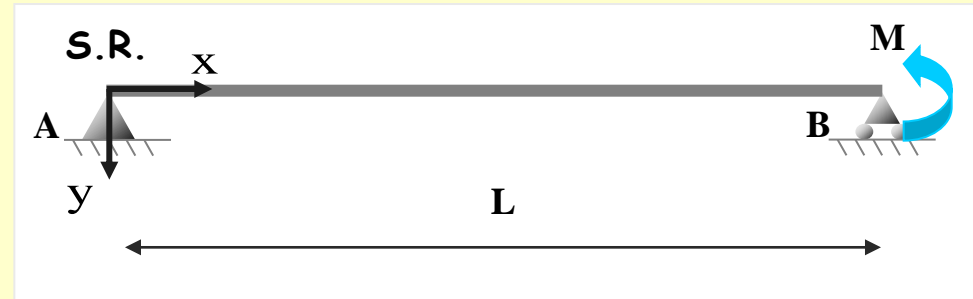
$$\theta_x = \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right)$$

$$y_{\max} \rightarrow \theta_x = 0$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas

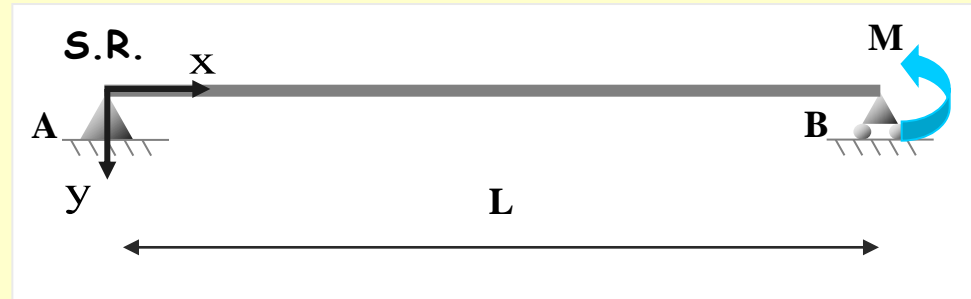


$$\left. \begin{aligned} \theta_x &= \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right) \\ y_{\max} &\rightarrow \theta_x = 0 \end{aligned} \right\} -\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} = 0$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas

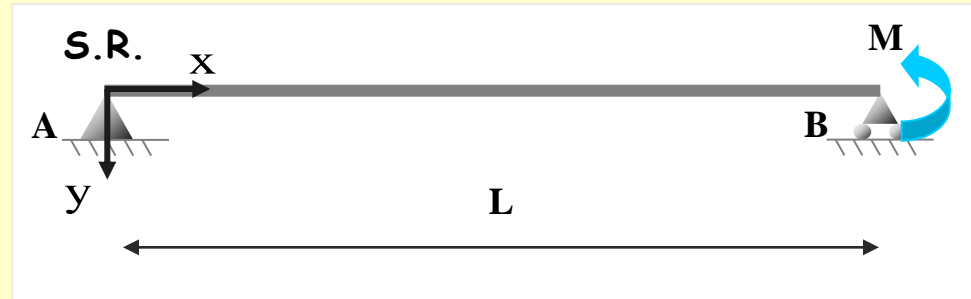


$$\left. \begin{aligned} \theta_x &= \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right) \\ y_{\max} &\rightarrow \theta_x = 0 \end{aligned} \right\} -\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} = 0 \rightarrow x = -\frac{L}{\sqrt{3}} \quad \text{Se descarta por estar a la izquierda de A}$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



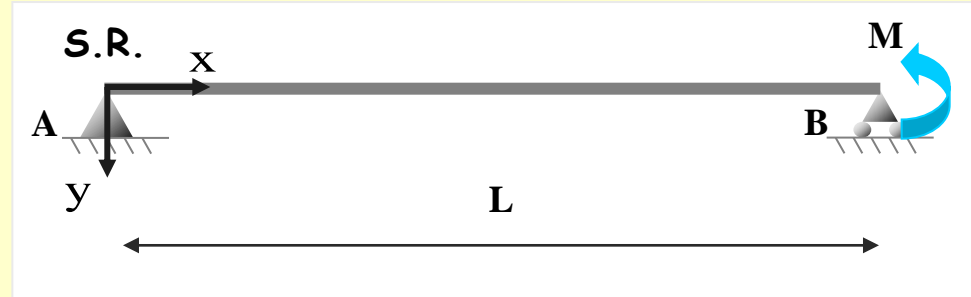
$$\left. \begin{aligned} \theta_x &= \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right) \\ y_{\max} &\rightarrow \theta_x = 0 \end{aligned} \right\} -\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} = 0$$

$$\begin{aligned} &\nearrow x = -\frac{L}{\sqrt{3}} \quad \text{Se descarta por estar a la izquierda de A} \\ &\searrow x = \frac{L}{\sqrt{3}} \quad \text{válido} \end{aligned}$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



$$\left. \begin{aligned} \theta_x &= \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right) \\ y_{\max} \rightarrow \theta_x &= 0 \end{aligned} \right\} -\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} = 0$$

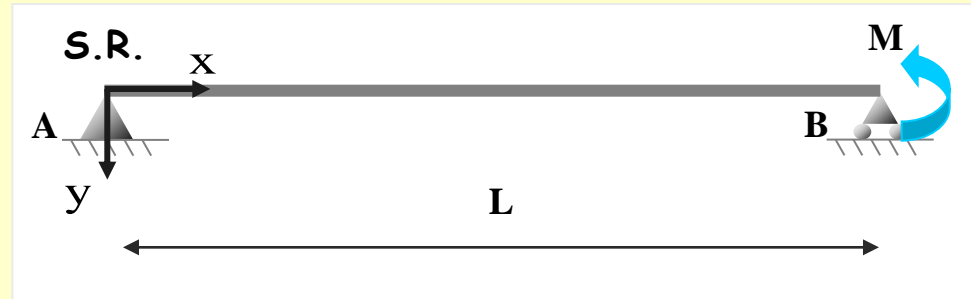
$$\begin{aligned} &\nearrow x = -\frac{L}{\sqrt{3}} \quad \text{Se descarta por estar a la izquierda de A} \\ &\searrow x = \frac{L}{\sqrt{3}} \quad \text{válido} \end{aligned}$$

$$y_x = \frac{M}{6EIL} (-x^3 + L^2x)$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



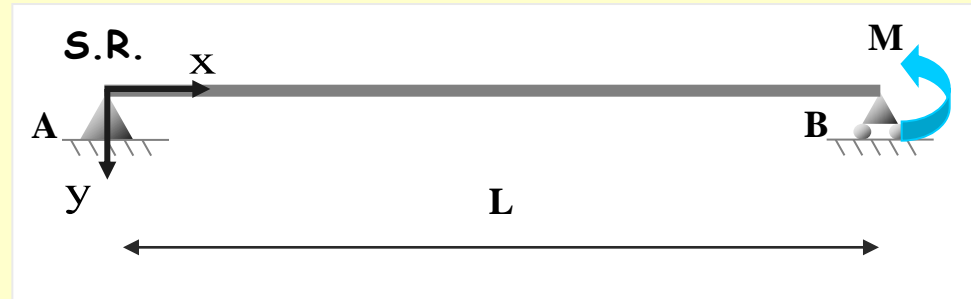
$$\left. \begin{aligned} \theta_x &= \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right) \\ y_{\max} \rightarrow \theta_x &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} -\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} &= 0 \\ &\swarrow \quad \searrow \\ x &= -\frac{L}{\sqrt{3}} && \text{Se descarta por estar a la izquierda de A} \\ x &= \frac{L}{\sqrt{3}} && \text{válido} \end{aligned} \right\} y_{\max} = \frac{ML^2}{9\sqrt{3}EI} \downarrow$$

$$y_x = \frac{M}{6EIL} (-x^3 + L^2x)$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

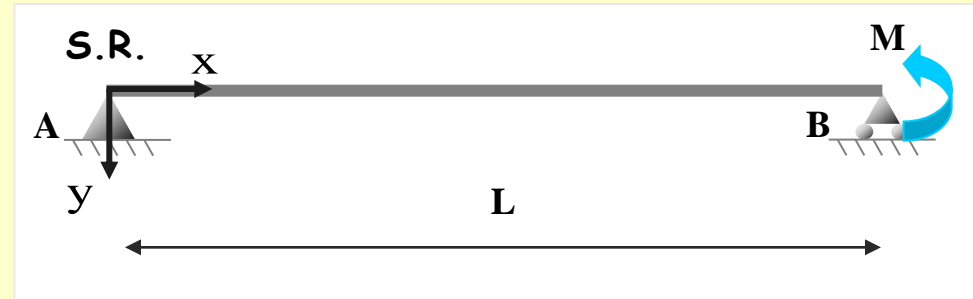
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

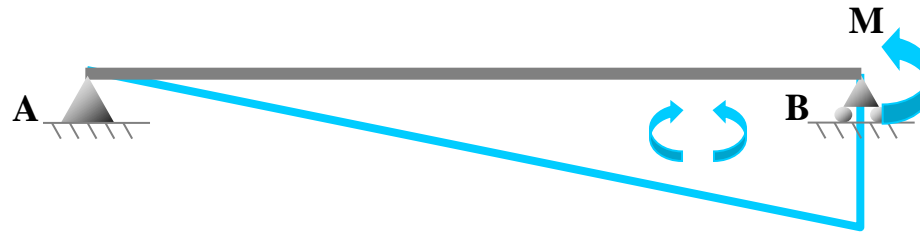
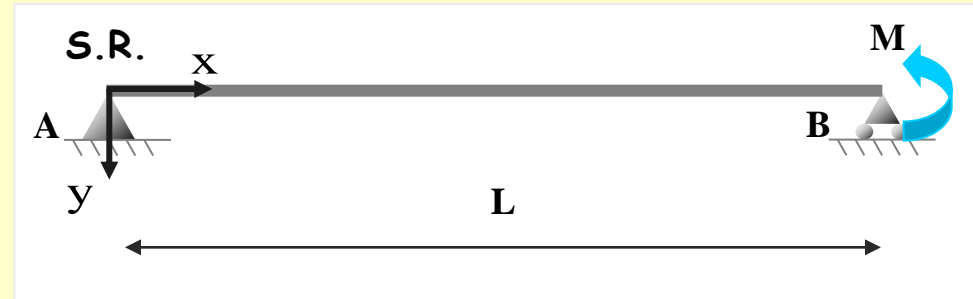
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

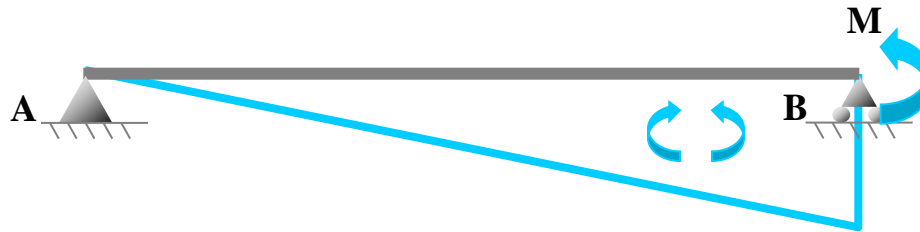
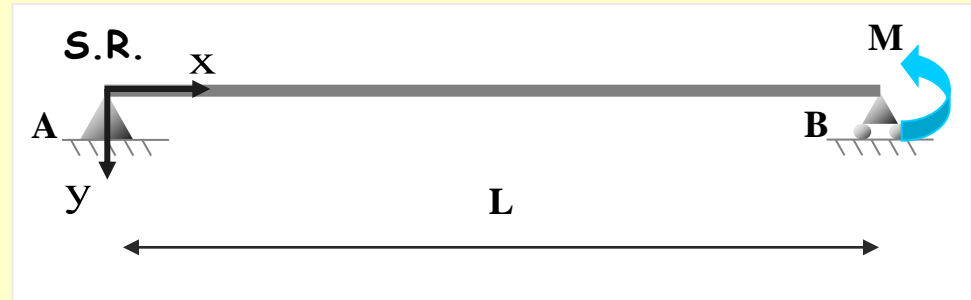
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

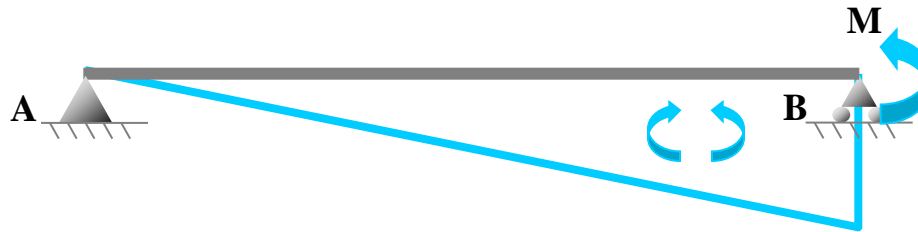
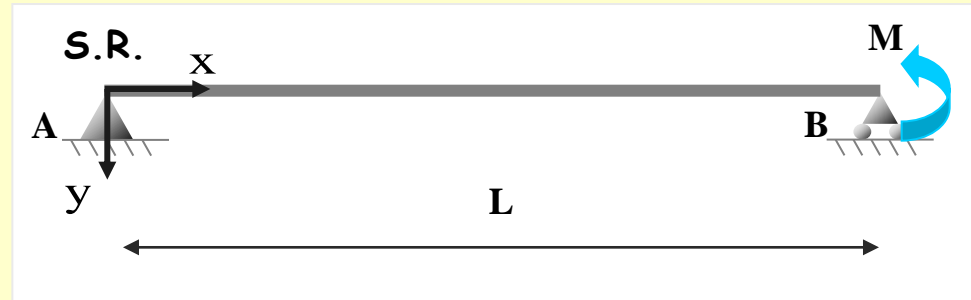
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas

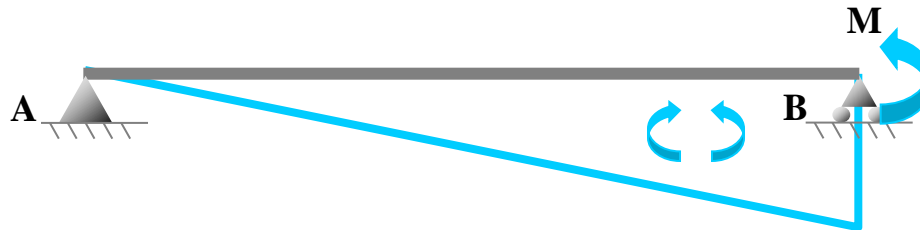
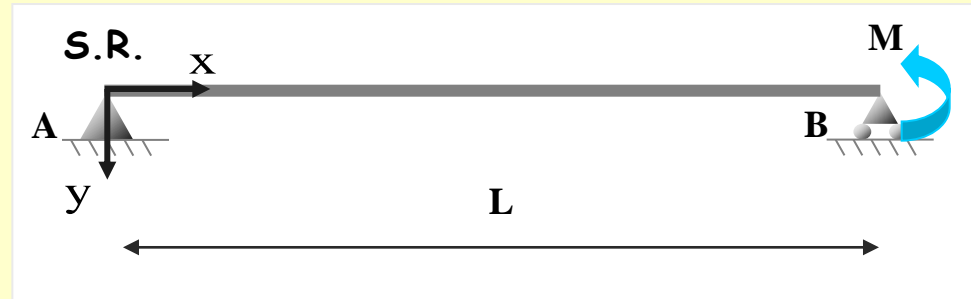


Representación aproximada de la deformada:

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



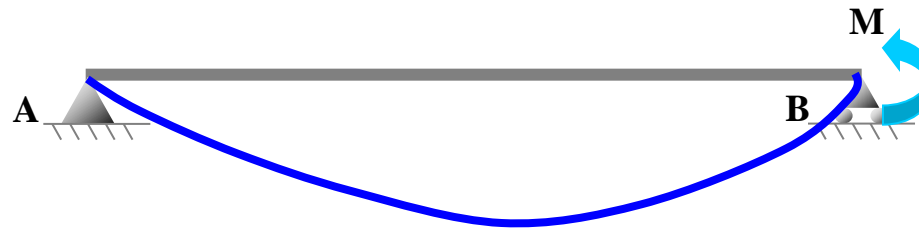
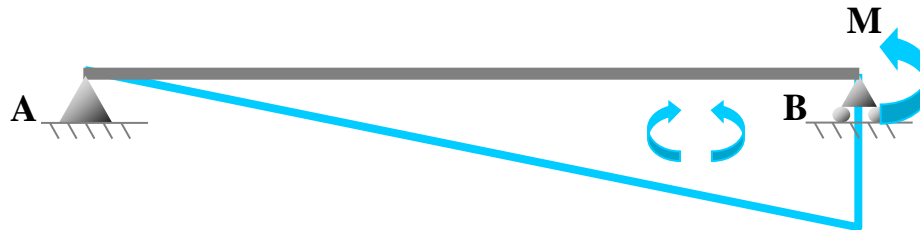
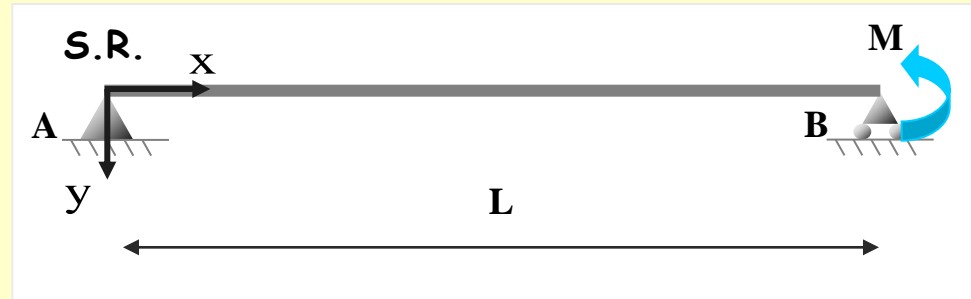
Representación aproximada de la deformada:

La curvatura de la directriz va creciendo desde un valor nulo en el apoyo A hasta un valor máximo en B

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



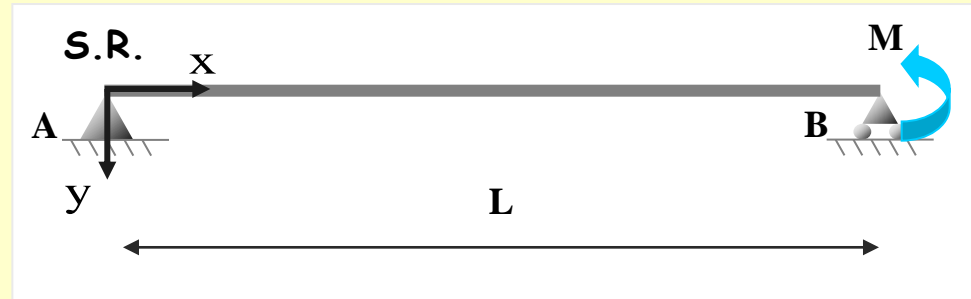
Representación aproximada de la deformada:

La curvatura de la directriz va creciendo desde un valor nulo en el apoyo A hasta un valor máximo en B

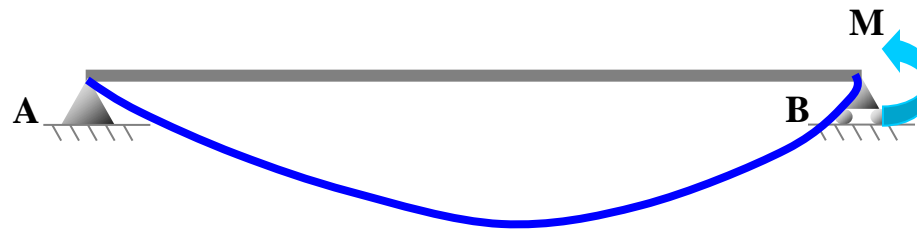
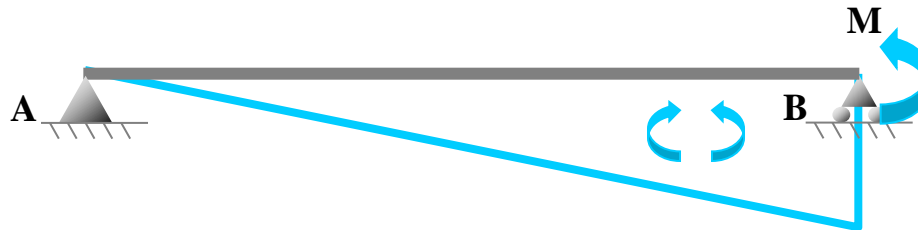
Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Representación de los movimientos calculados en la deformada aproximada:



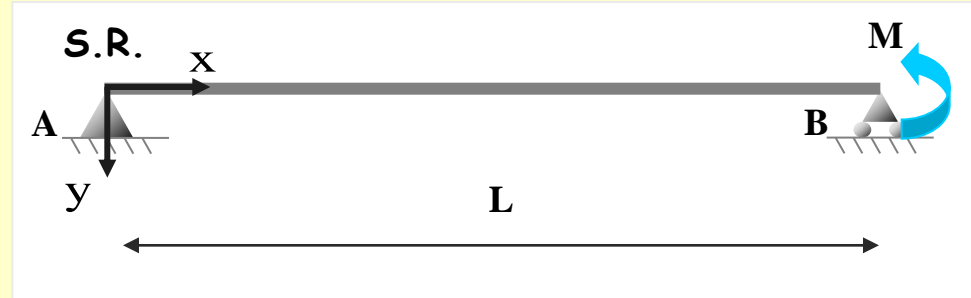
Representación aproximada de la deformada:

La curvatura de la directriz va creciendo desde un valor nulo en el apoyo A hasta un valor máximo en B

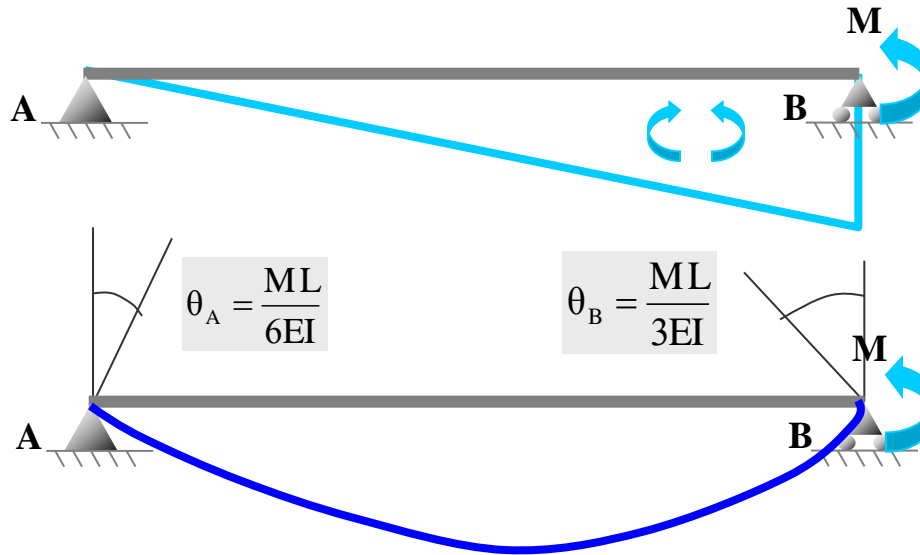
Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Representación de los movimientos calculados en la deformada aproximada:



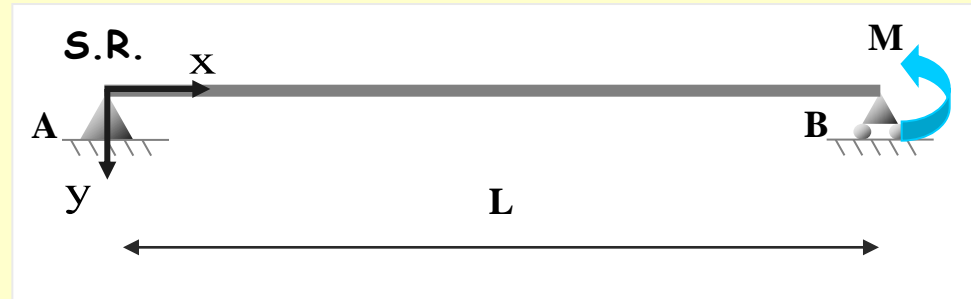
Representación aproximada de la deformada:

La curvatura de la directriz va creciendo desde un valor nulo en el apoyo A hasta un valor máximo en B

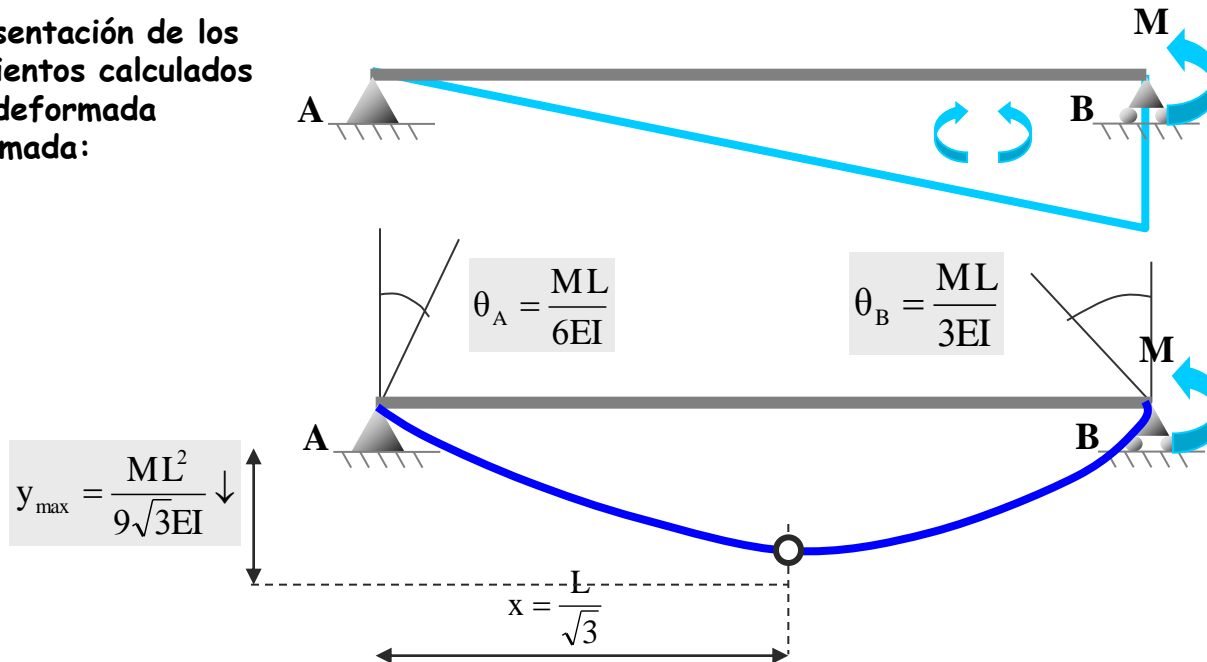
Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Representación de los movimientos calculados en la deformada aproximada:



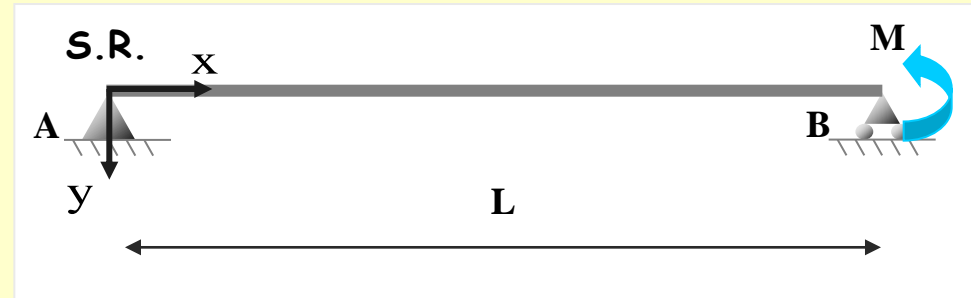
Representación aproximada de la deformada:

La curvatura de la directriz va creciendo desde un valor nulo en el apoyo A hasta un valor máximo en B

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

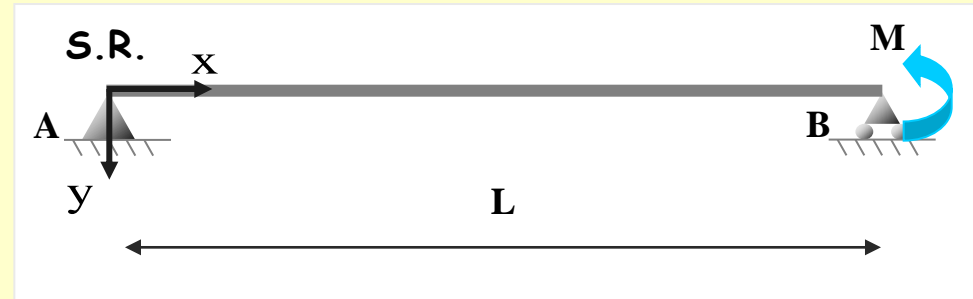
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

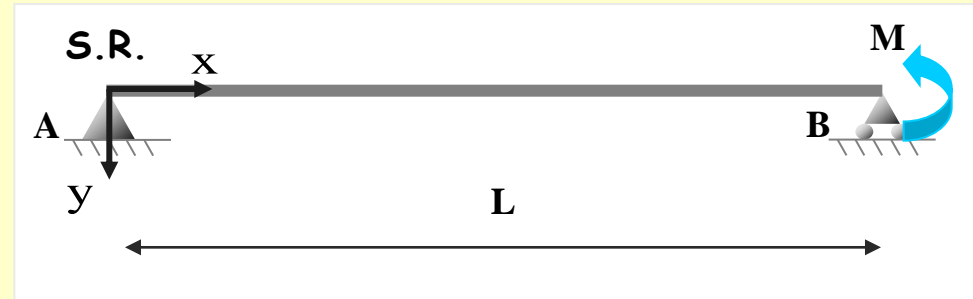
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



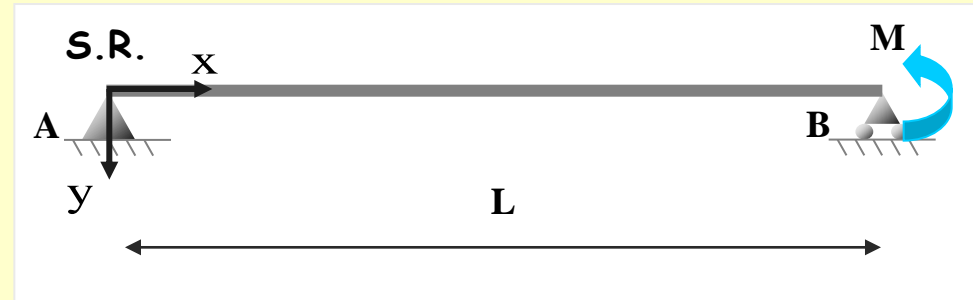
Debido a las deformaciones



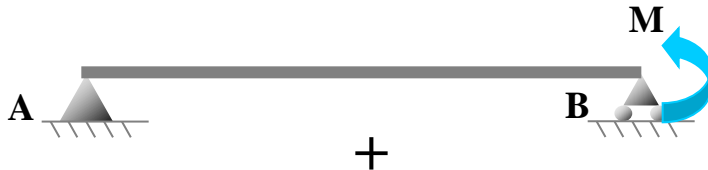
Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Debido a las deformaciones



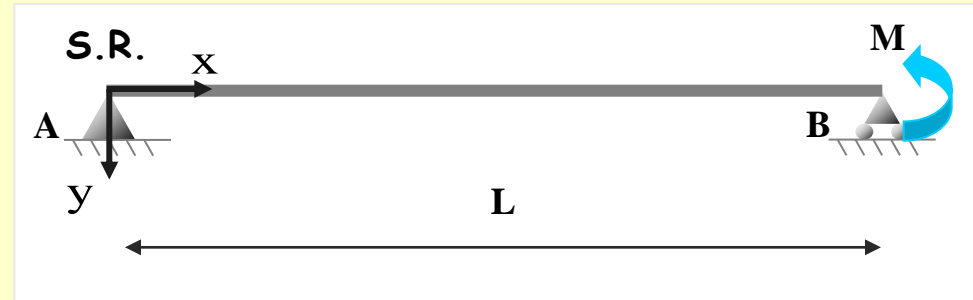
Debido al asiento



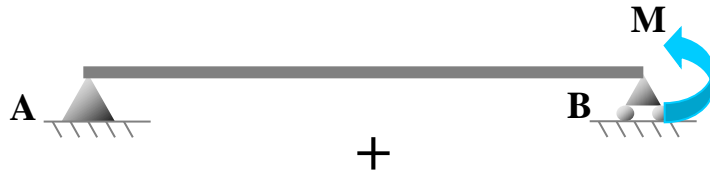
Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Debido a las deformaciones



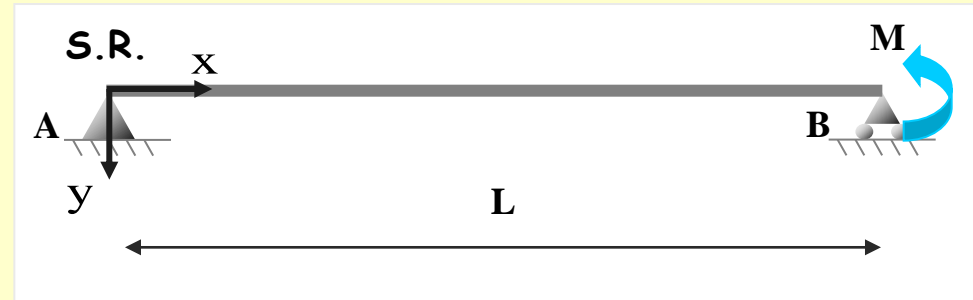
Debido al asiento



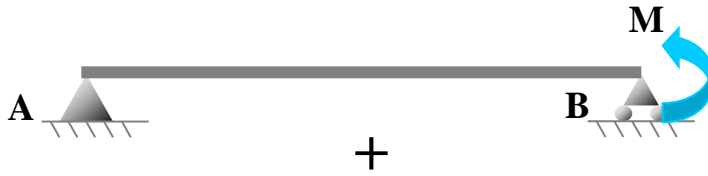
Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

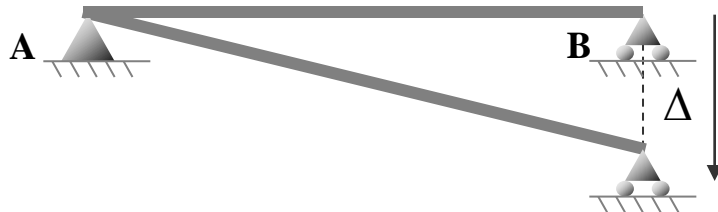
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Debido a las deformaciones



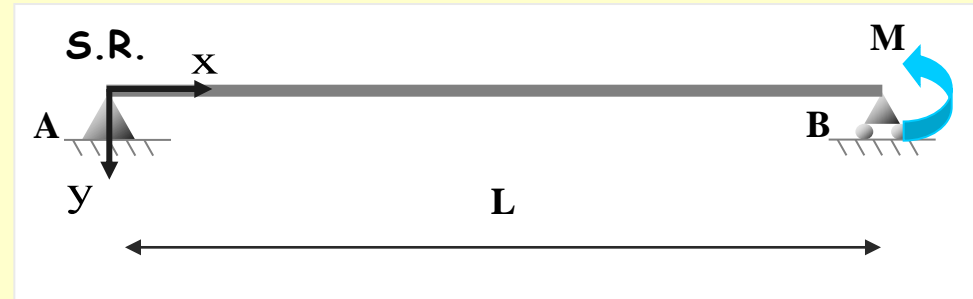
Debido al asiento



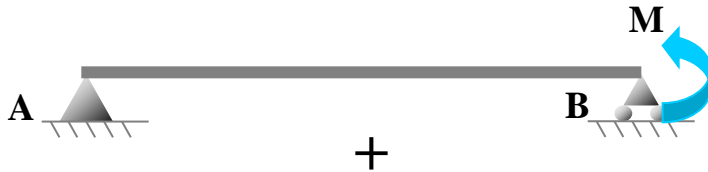
Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

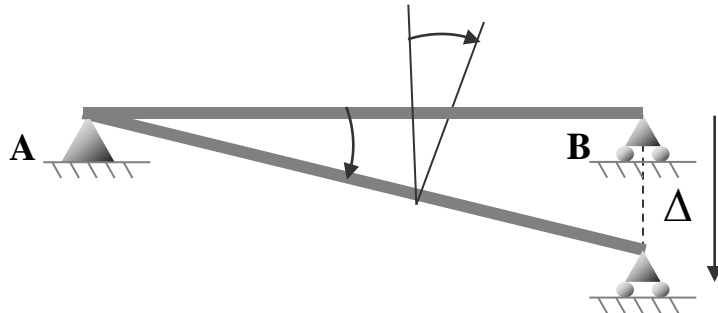
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Debido a las deformaciones



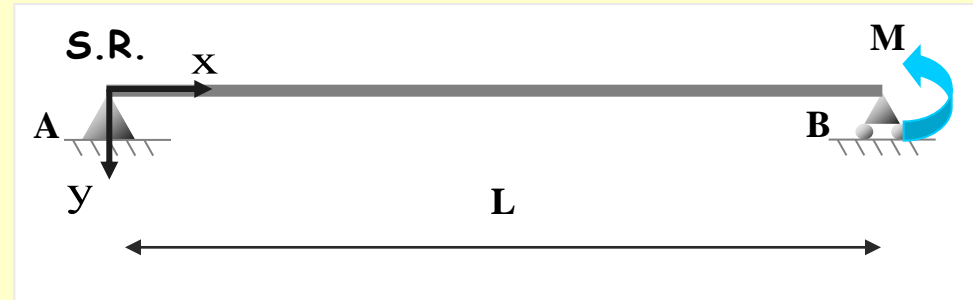
Debido al asiento



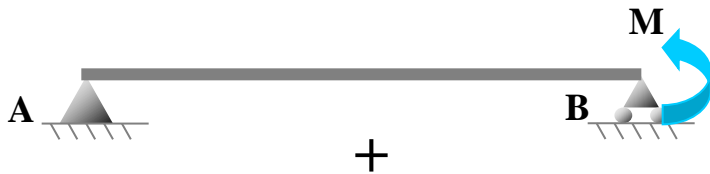
Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas

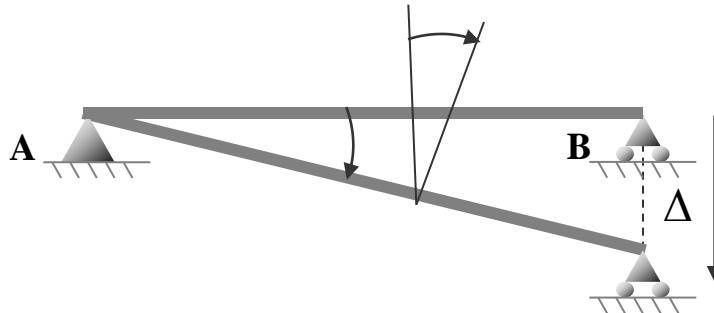


Debido a las deformaciones



$$\theta_x = \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right)$$

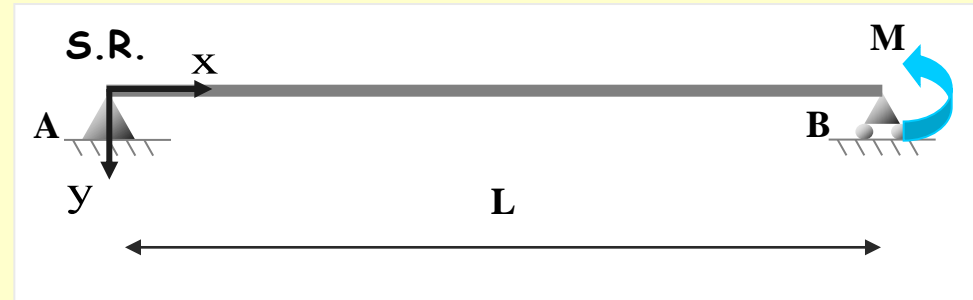
Debido al asiento



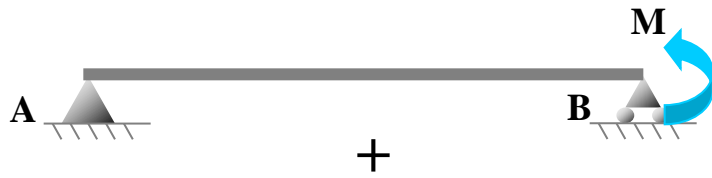
Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

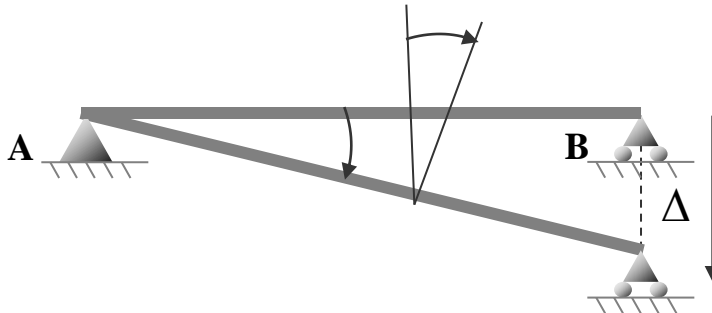
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Debido a las deformaciones



Debido al asiento



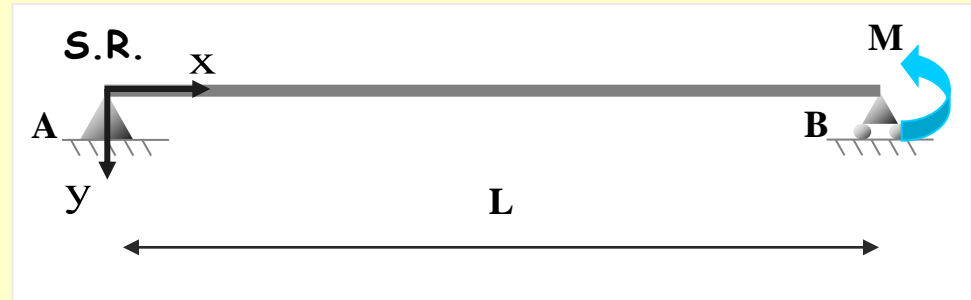
$$\theta_x = \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right)$$

$$y_x = \frac{M}{6EIL} \left(-x^3 + L^2x \right)$$

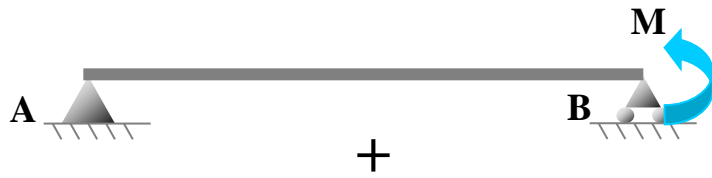
Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



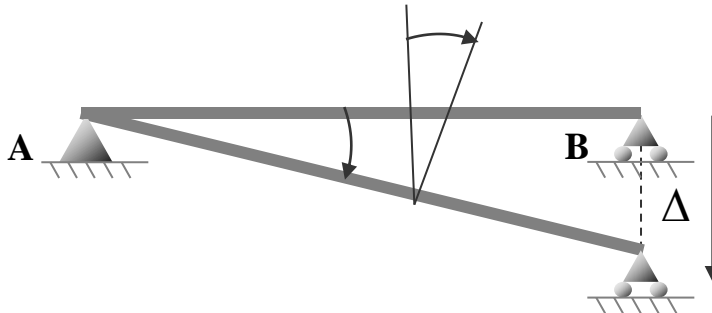
Debido a las deformaciones



$$\theta_x = \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right)$$

$$y_x = \frac{M}{6EIL} \left(-x^3 + L^2x \right)$$

Debido al asiento

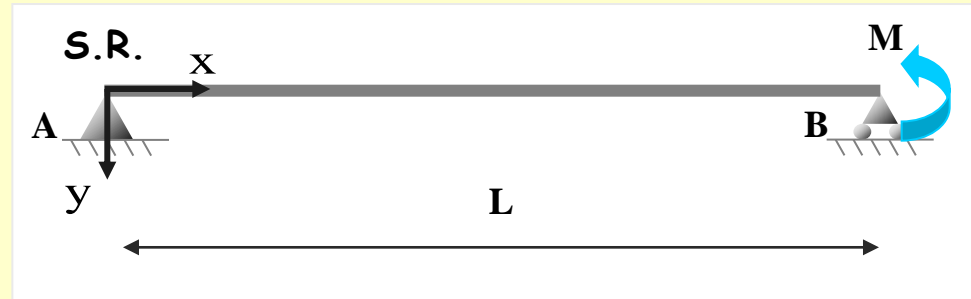


$$\theta_x = \frac{\Delta}{L}$$

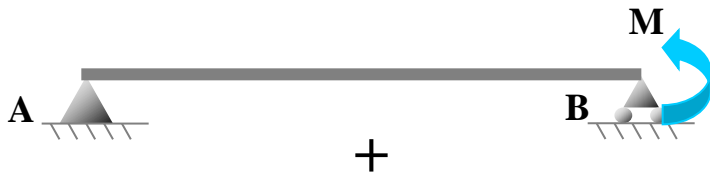
Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

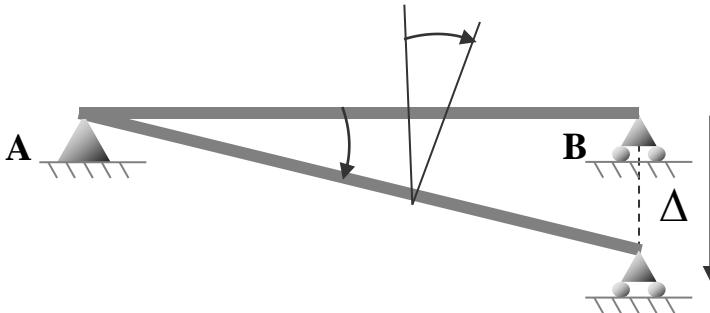
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Debido a las deformaciones



Debido al asiento



$$\theta_x = \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right)$$

$$y_x = \frac{M}{6EIL} \left(-x^3 + L^2x \right)$$

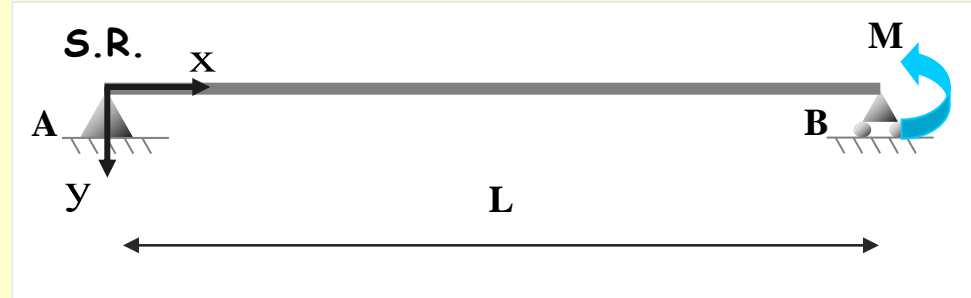
$$\theta_x = \frac{\Delta}{L}$$

$$y_x = \frac{\Delta}{L} x$$

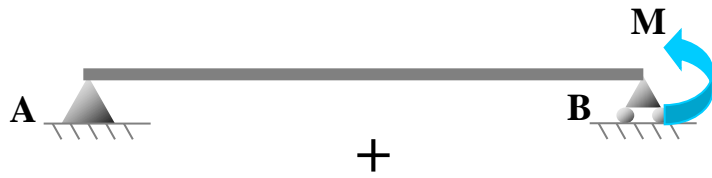
Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

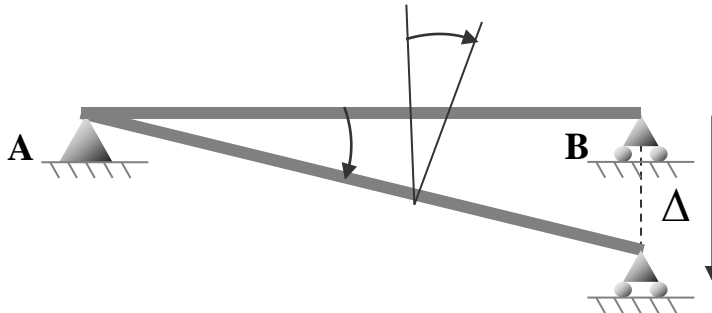
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Debido a las deformaciones



Debido al asiento



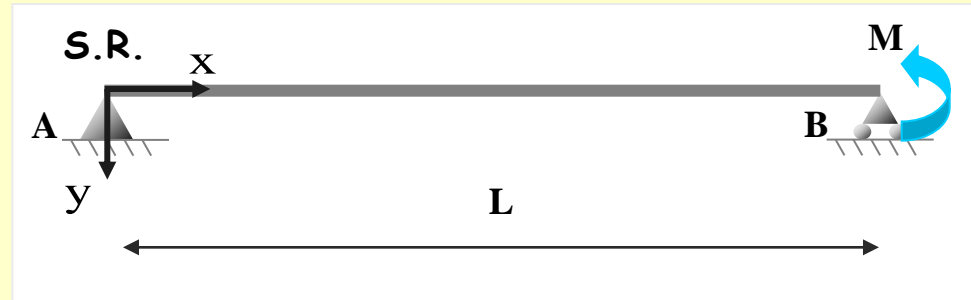
$$\left. \begin{aligned} \theta_x &= \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right) \\ y_x &= \frac{M}{6EIL} \left(-x^3 + L^2x \right) \end{aligned} \right\} \theta_x = \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right) + \frac{\Delta}{L}$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_x &= \frac{\Delta}{L} \\ y_x &= \frac{\Delta}{L} x \end{aligned} \right\}$$

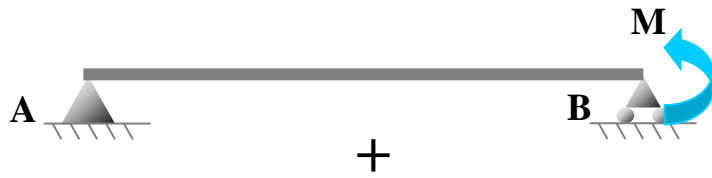
Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

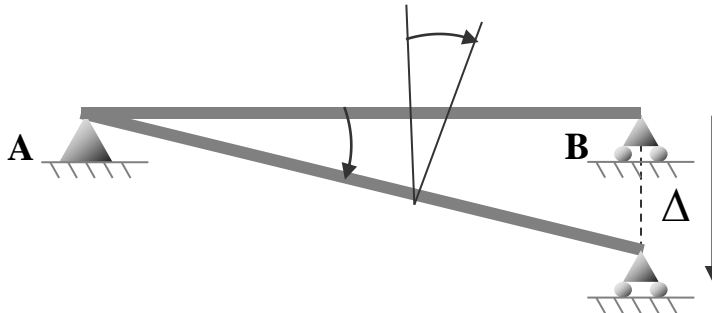
- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



Debido a las deformaciones



Debido al asiento



$$\theta_x = \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right)$$

$$y_x = \frac{M}{6EIL} (-x^3 + L^2x)$$

$$\theta_x = \frac{\Delta}{L}$$

$$y_x = \frac{\Delta}{L} x$$

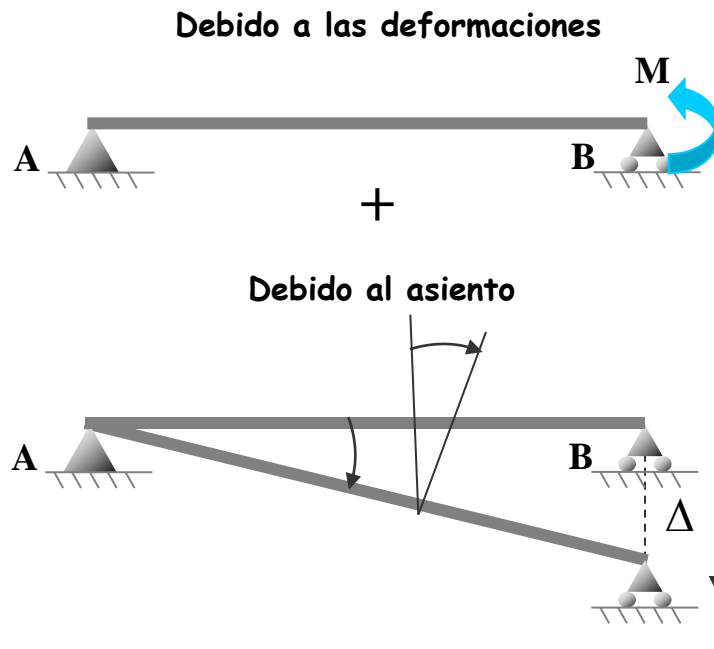
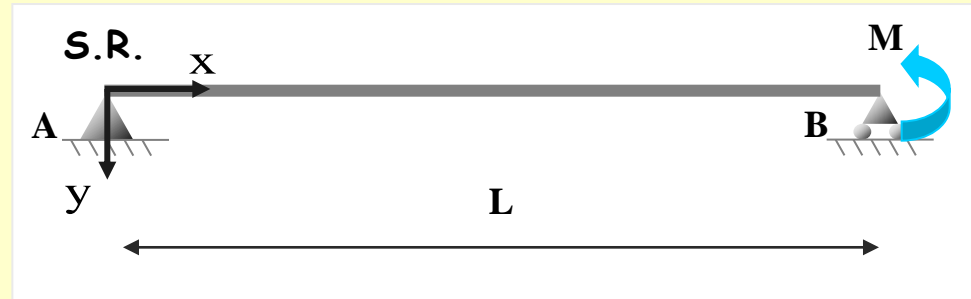
$$\theta_x = \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right) + \frac{\Delta}{L}$$

$$y_x = \frac{M}{6EIL} (-x^3 + L^2x) + \frac{\Delta}{L} x$$

Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas



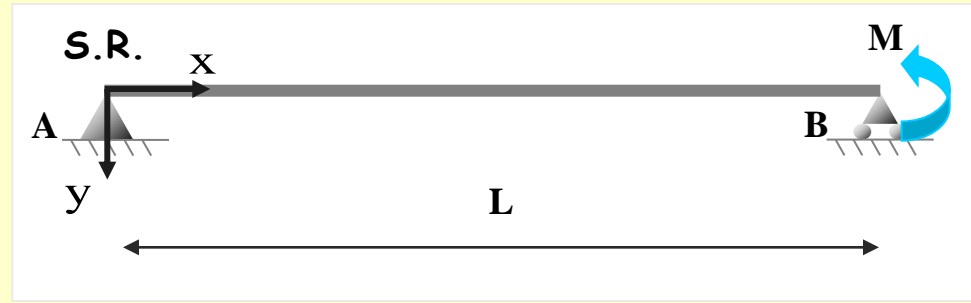
$$\left. \begin{aligned} \theta_x &= \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right) \\ y_x &= \frac{M}{6EIL} (-x^3 + L^2x) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \theta_x &= \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right) + \frac{\Delta}{L} \\ y_x &= \frac{M}{6EIL} (-x^3 + L^2x) + \frac{\Delta}{L} x \end{aligned}$$

Cuando el diagrama de momentos presente diferentes dominios es recomendable utilizar funciones de singularidad

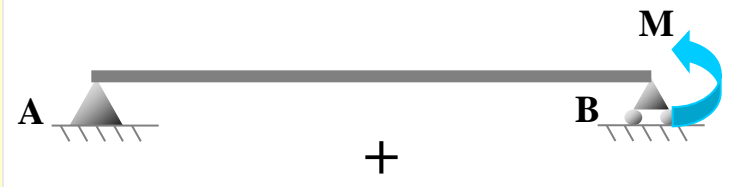
Ejemplo

Dibujar aproximadamente la deformada de la estructura indicando:

- Los valores exactos de los giros en los apoyos
- El valor y la posición de la flecha máxima
- Si se produjera un asiento Δ conocido en B, calcular la ecuación de los giros y de las flechas

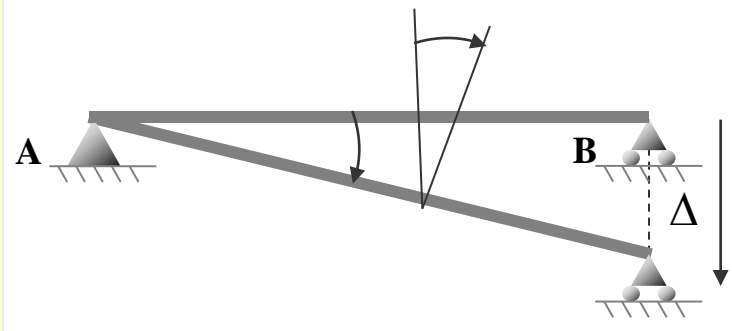


Debido a las deformaciones



+

Debido al asiento



$$\theta_x = \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right)$$

$$y_x = \frac{M}{6EIL} \left(-x^3 + L^2x \right)$$

$$\theta_x = \frac{\Delta}{L}$$

$$y_x = \frac{\Delta}{L} x$$

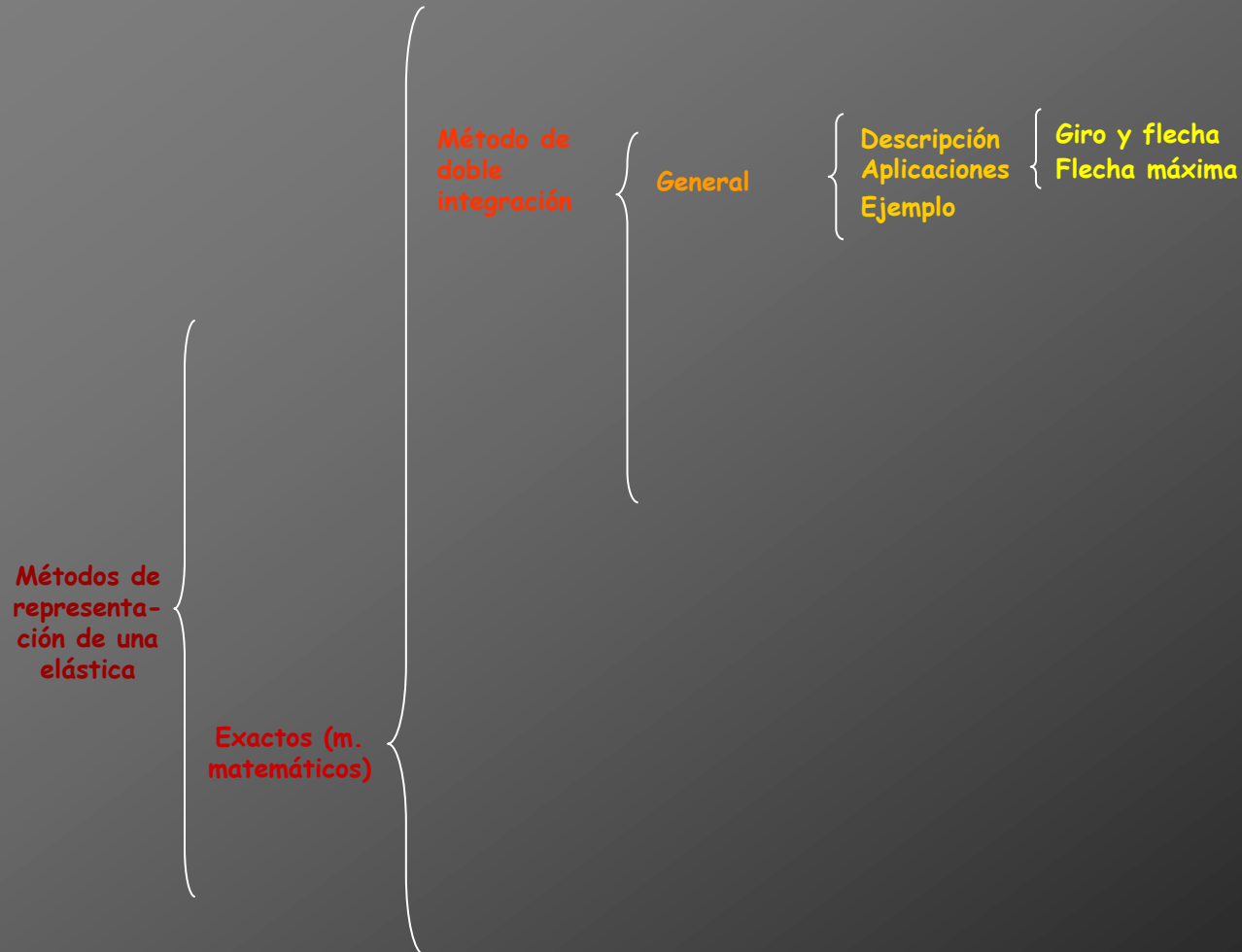
$$\theta_x = \frac{M}{EIL} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{6} \right) + \frac{\Delta}{L}$$

$$y_x = \frac{M}{6EIL} \left(-x^3 + L^2x \right) + \frac{\Delta}{L} x$$

Cuando el diagrama de momentos presente diferentes dominios es recomendable utilizar funciones de singularidad

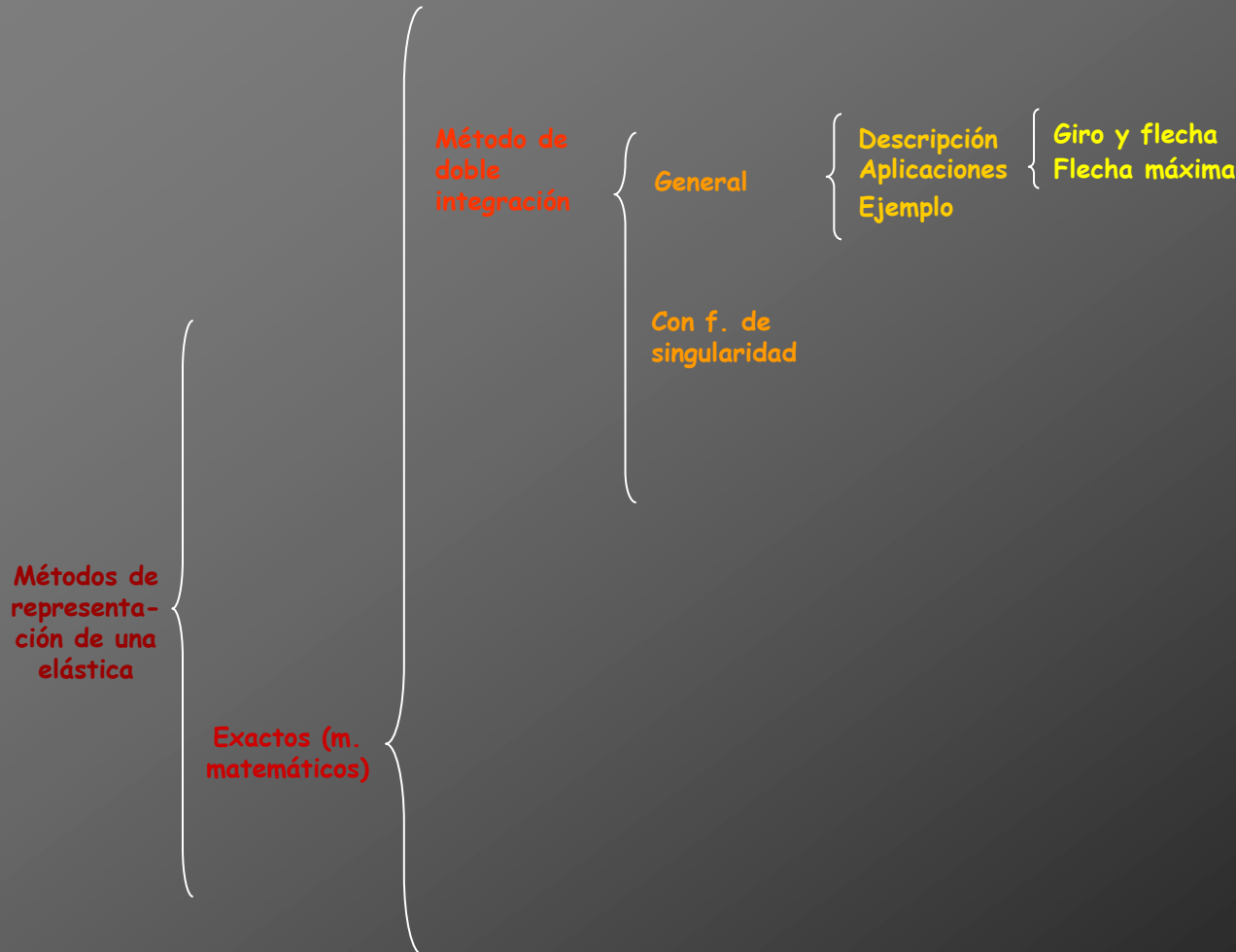


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



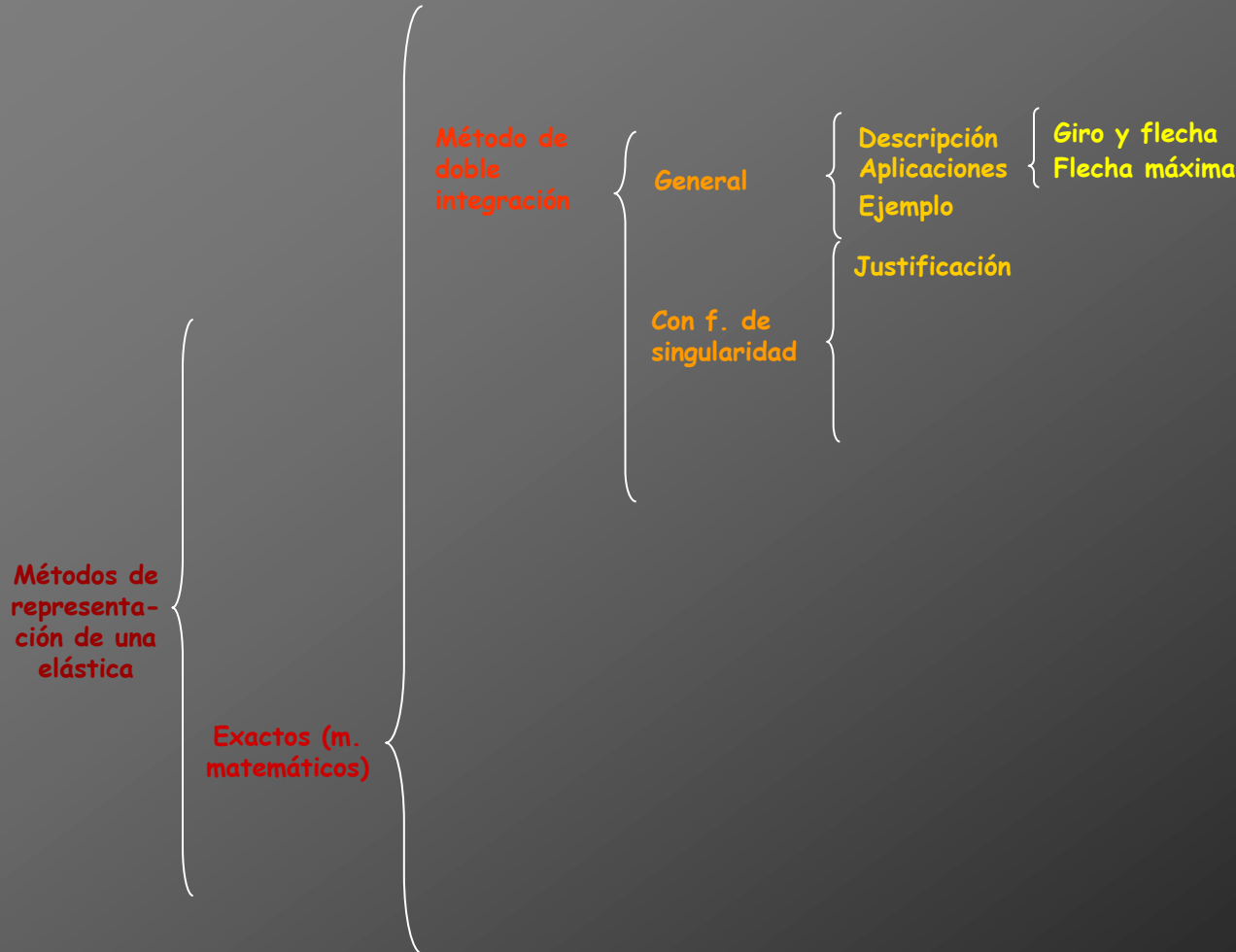


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Justificación



Justificación

Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



Justificación

Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano

Ejemplo

Justificación

Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano

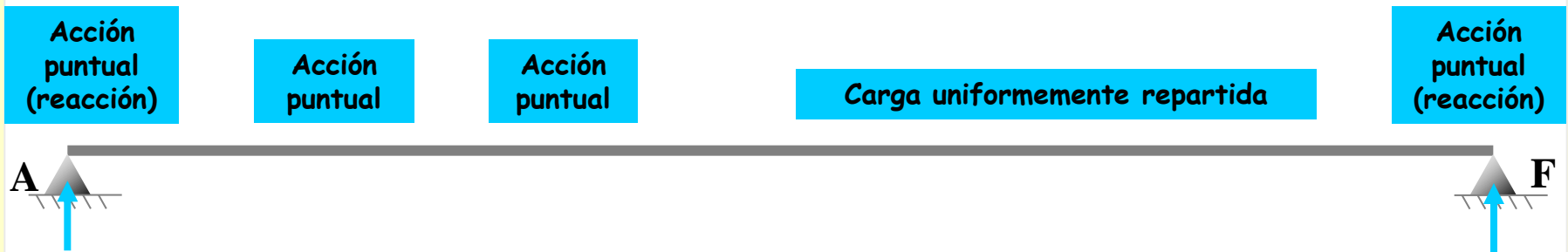
Ejemplo



Justificación

Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano

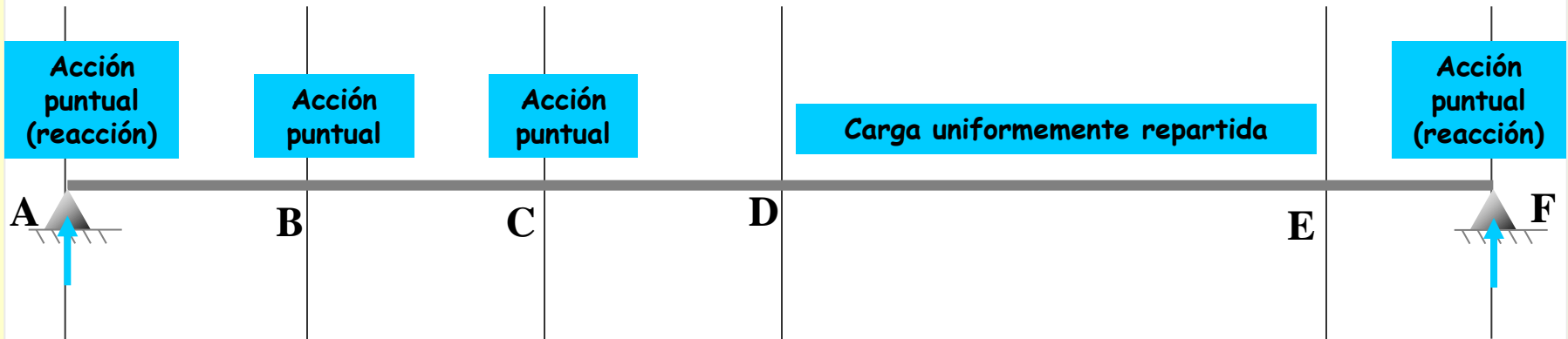
Ejemplo



Justificación

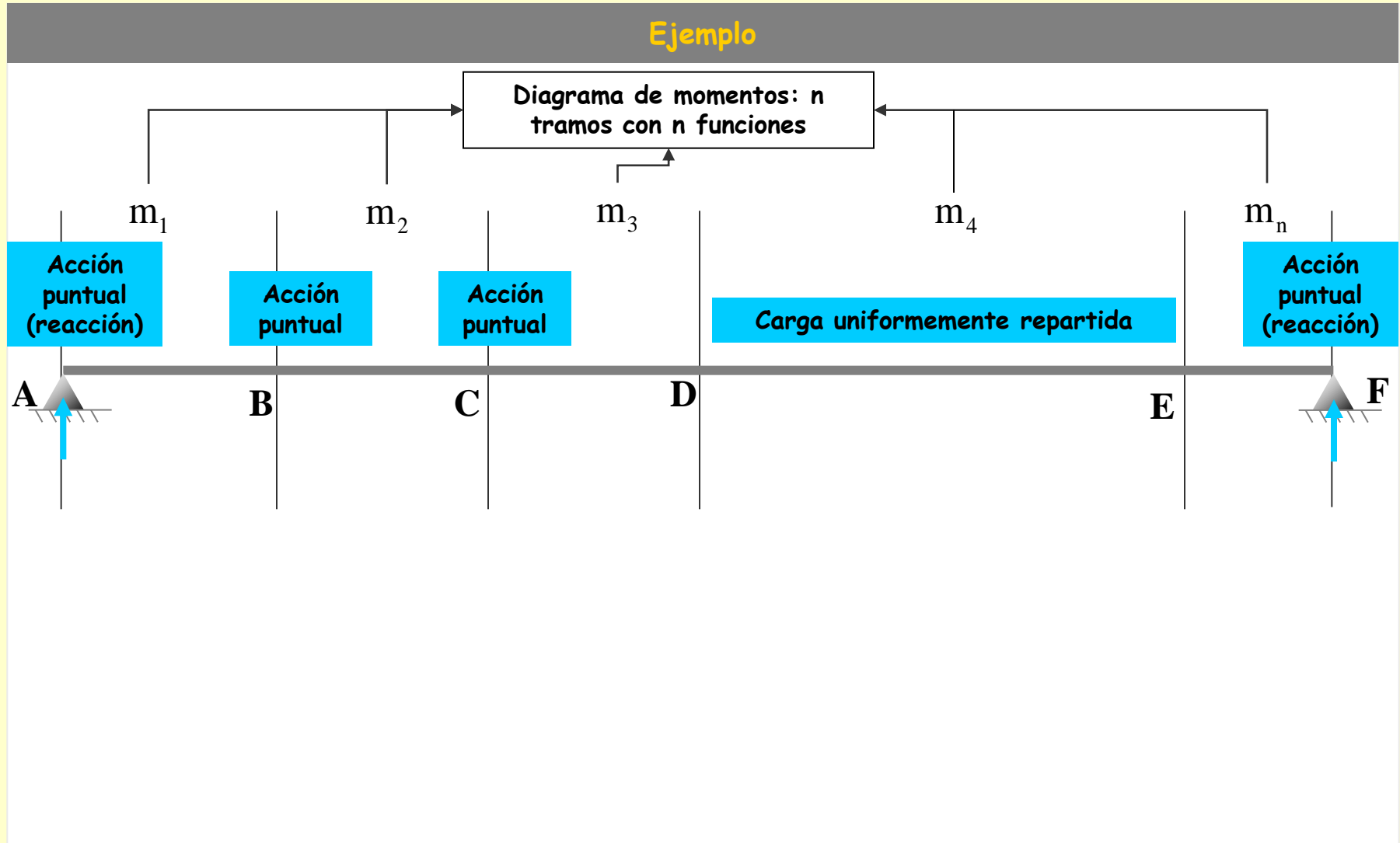
Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano

Ejemplo



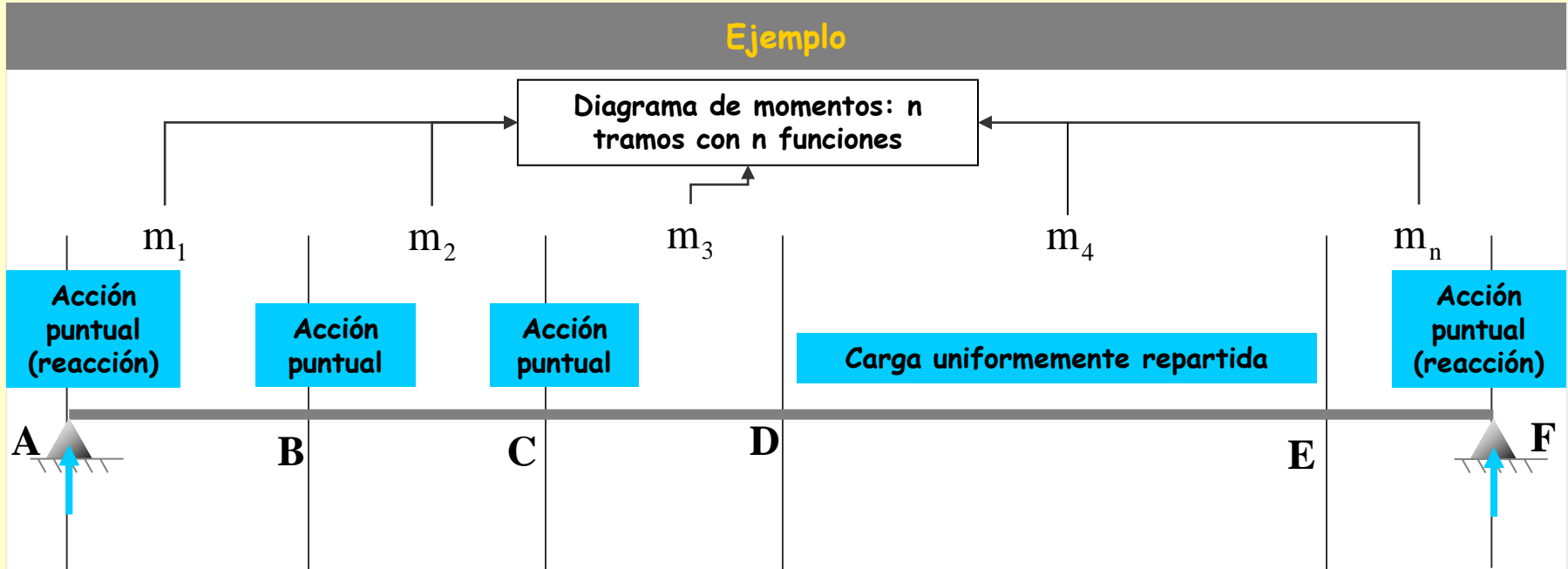
Justificación

Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



Justificación

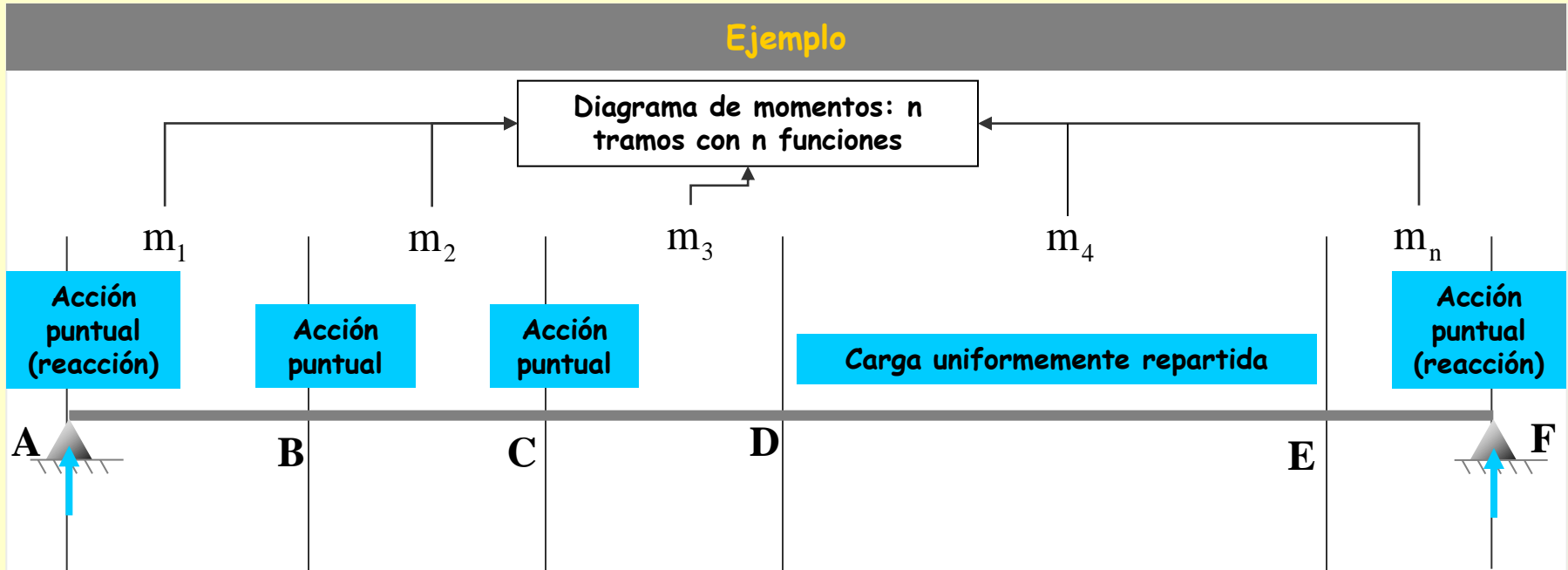
Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



$$M \begin{cases} m_1 & A < x < B \\ m_2 & B < x < C \\ m_3 & C < x < D \\ m_4 & D < x < E \\ m_5 & E < x < F \end{cases}$$

Justificación

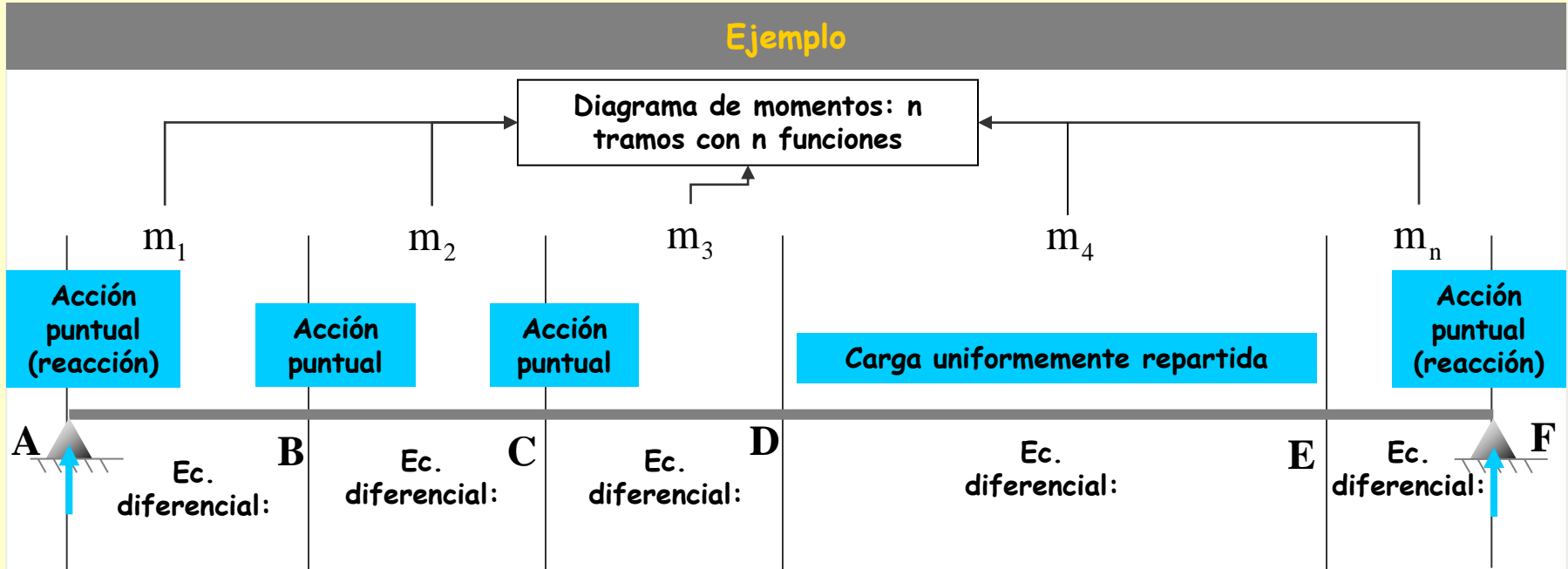
Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



$$M \begin{cases} m_1 & A < x < B \\ m_2 & B < x < C \\ m_3 & C < x < D \\ m_4 & D < x < E \\ m_5 & E < x < F \end{cases} \quad \mathbf{m_{1,2,3,4,n} = \text{leyes de momentos flectores producidas por las cargas exteriores en cada tramo}}$$

Justificación

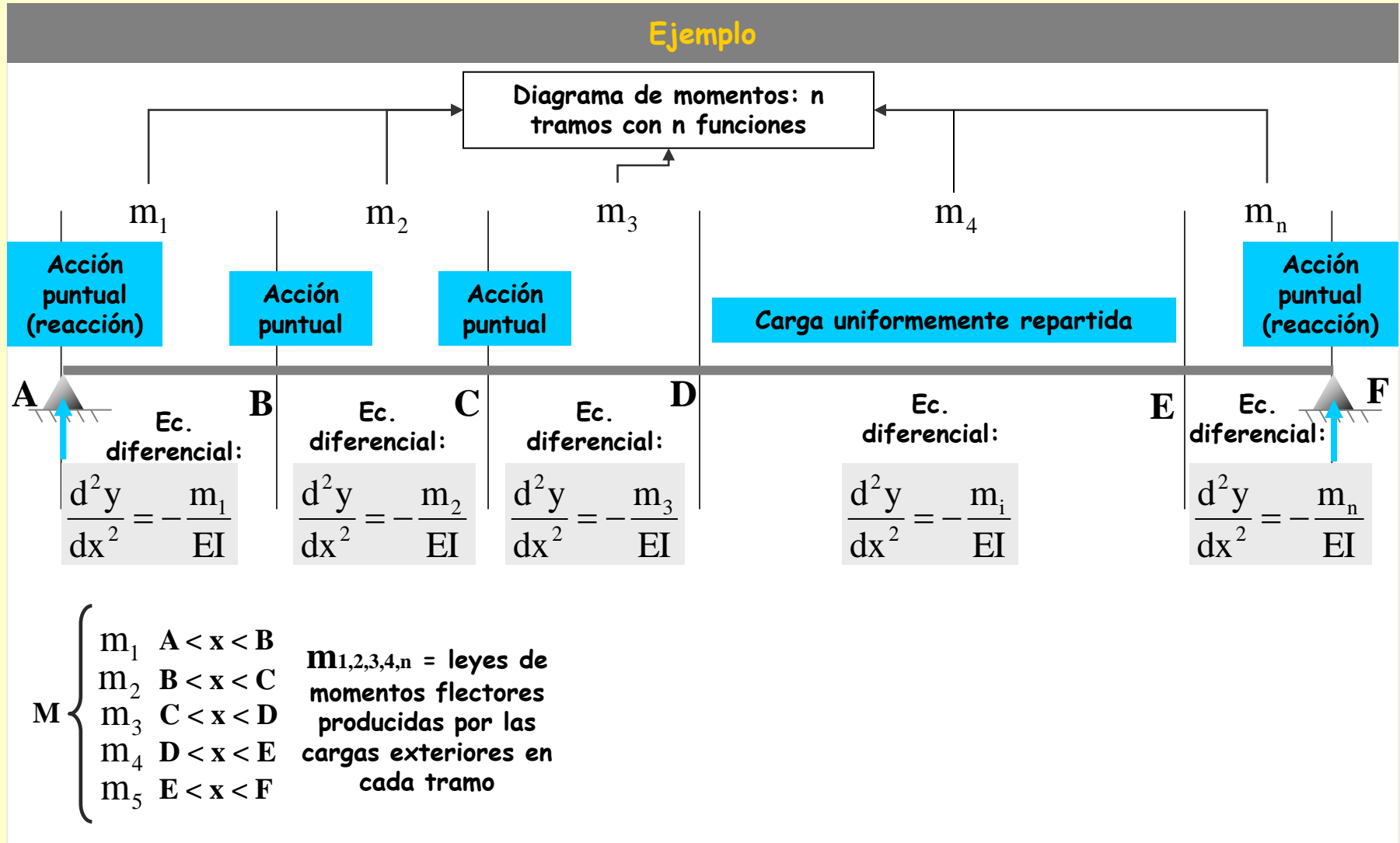
Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



$$M \begin{cases} m_1 & A < x < B \\ m_2 & B < x < C \\ m_3 & C < x < D \\ m_4 & D < x < E \\ m_5 & E < x < F \end{cases} \quad \mathbf{m_{1,2,3,4,n} = \text{leyes de momentos flectores producidas por las cargas exteriores en cada tramo}}$$

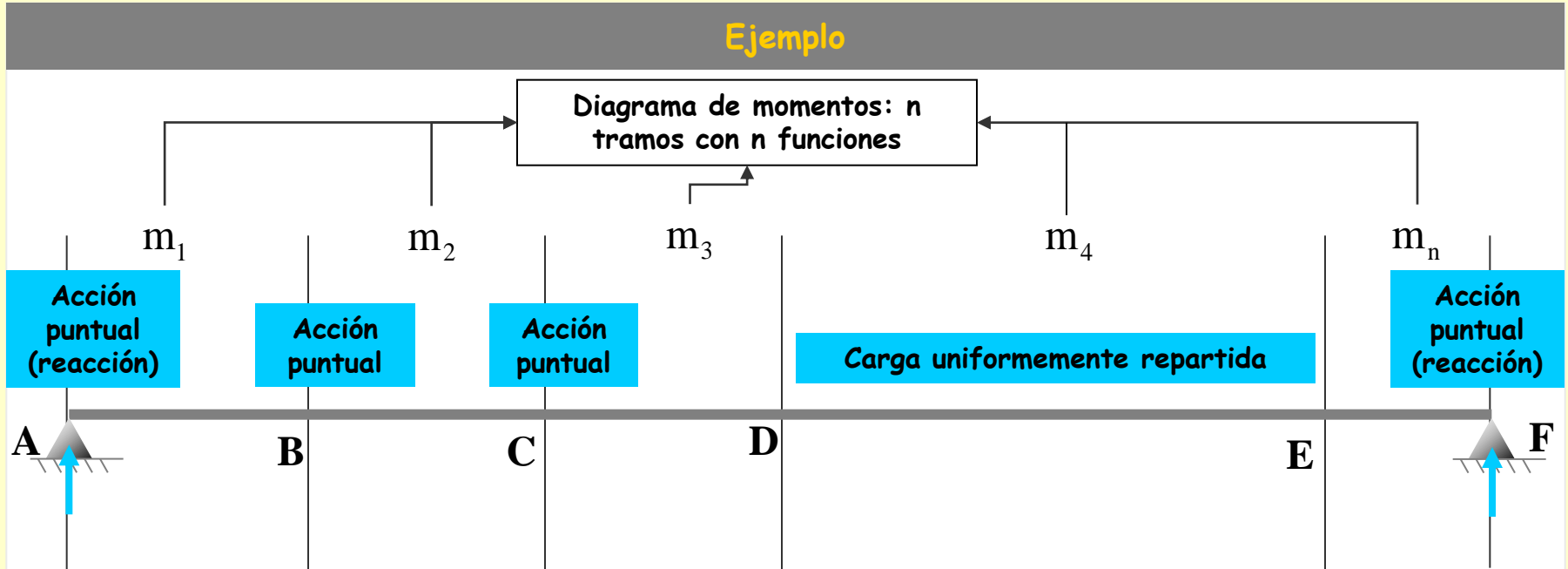
Justificación

Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



Justificación

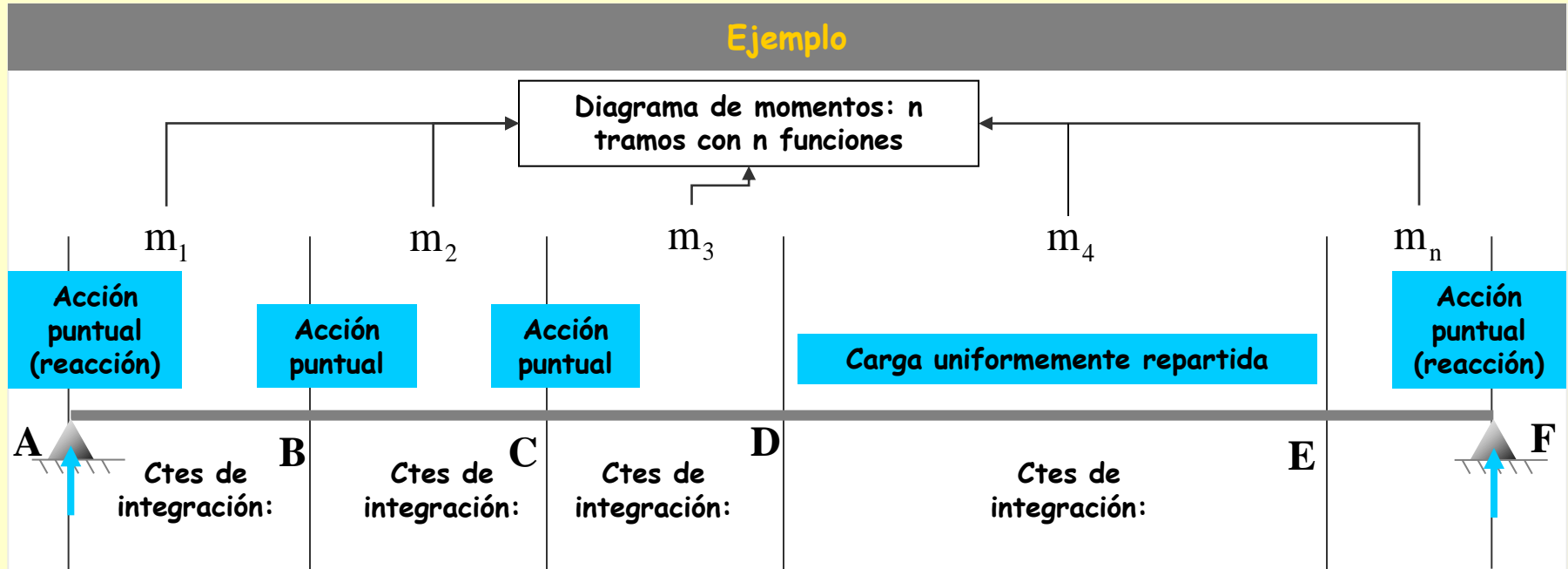
Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



$$M \begin{cases} m_1 & A < x < B \\ m_2 & B < x < C \\ m_3 & C < x < D \\ m_4 & D < x < E \\ m_5 & E < x < F \end{cases} \quad \mathbf{m_{1,2,3,4,n} = \text{leyes de momentos flectores producidas por las cargas exteriores en cada tramo}}$$

Justificación

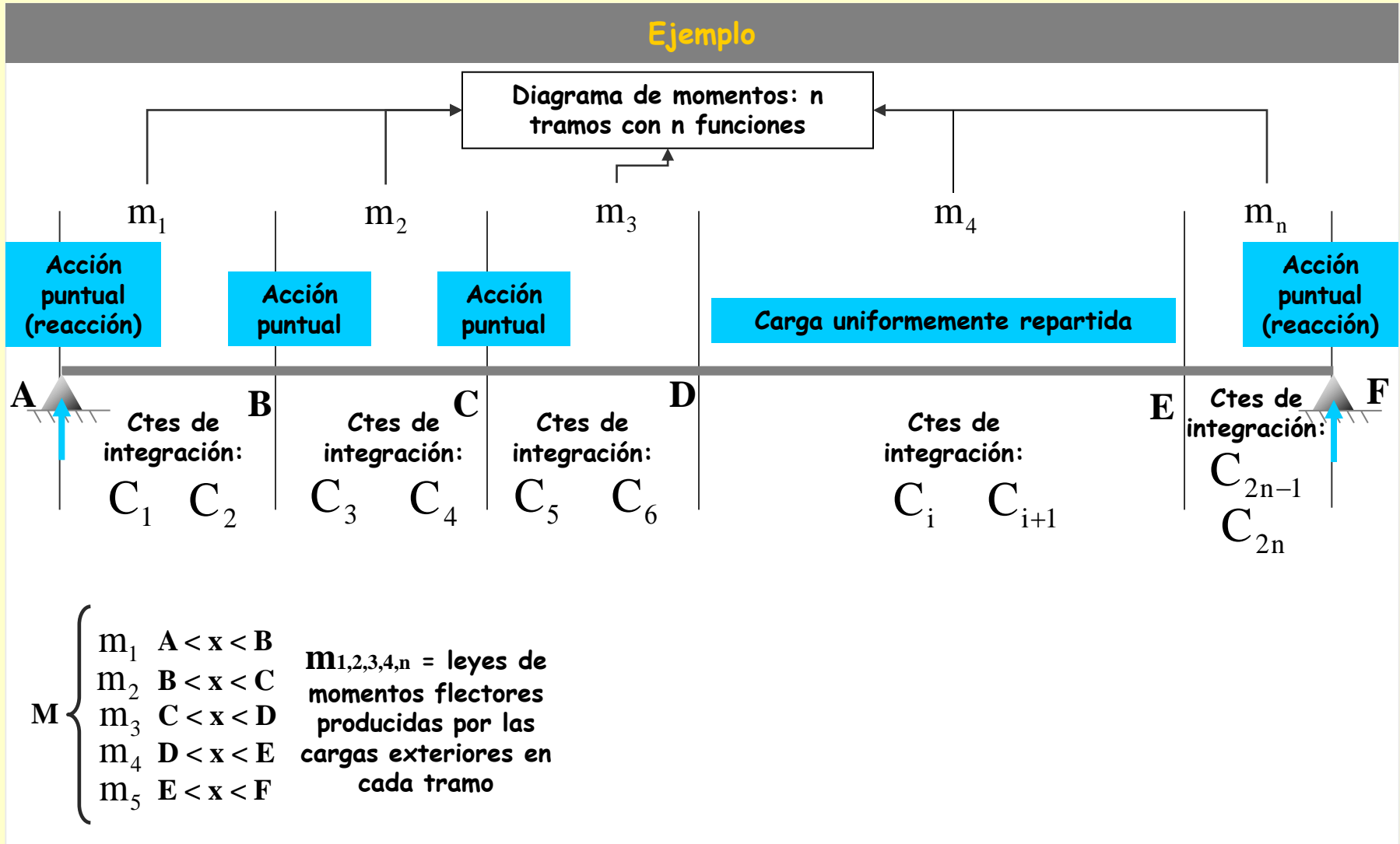
Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



$$M \begin{cases} m_1 & A < x < B \\ m_2 & B < x < C \\ m_3 & C < x < D \\ m_4 & D < x < E \\ m_5 & E < x < F \end{cases} \quad \mathbf{m_{1,2,3,4,n}} = \text{leyes de momentos flectores producidas por las cargas exteriores en cada tramo}$$

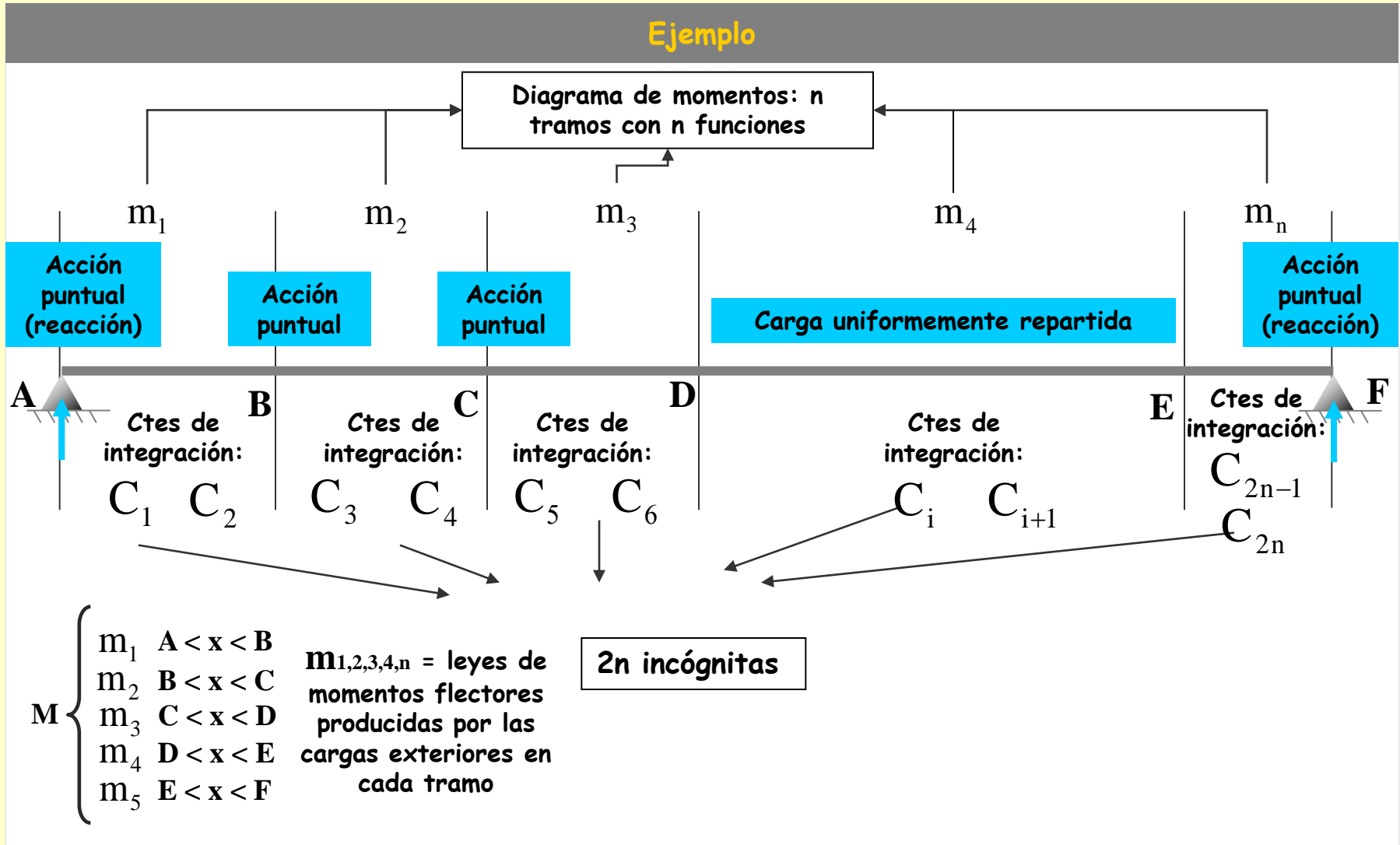
Justificación

Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



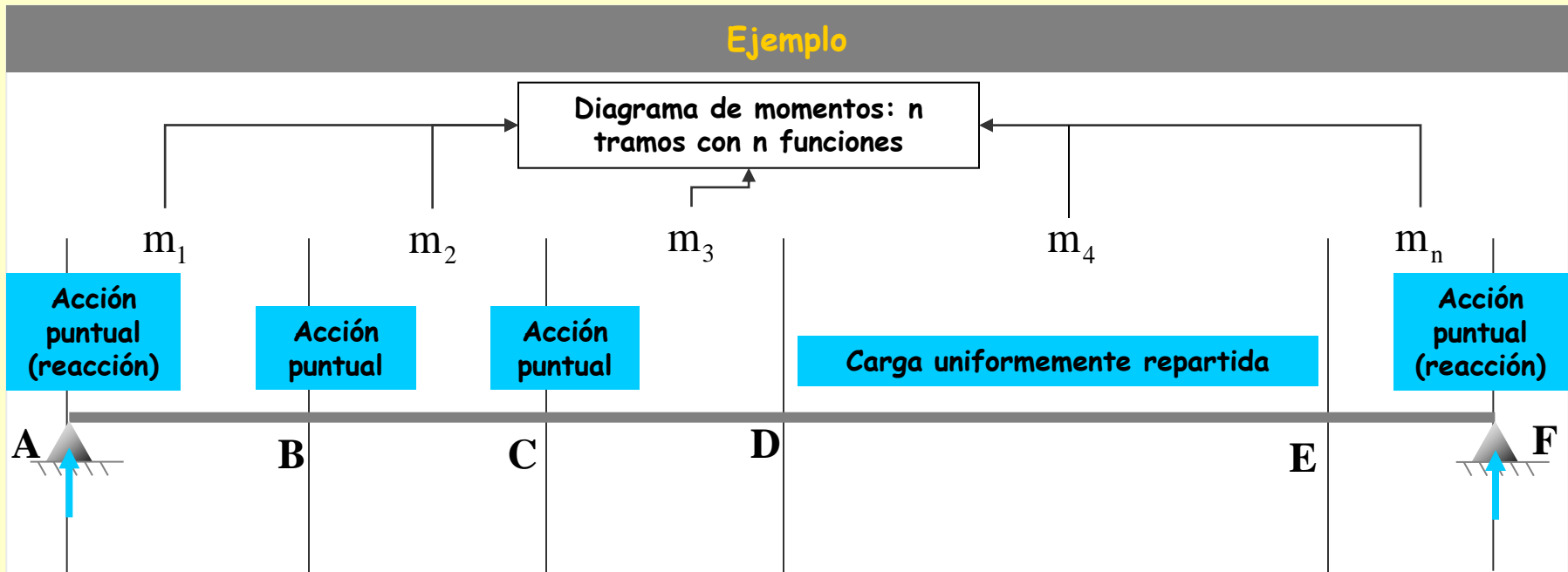
Justificación

Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



Justificación

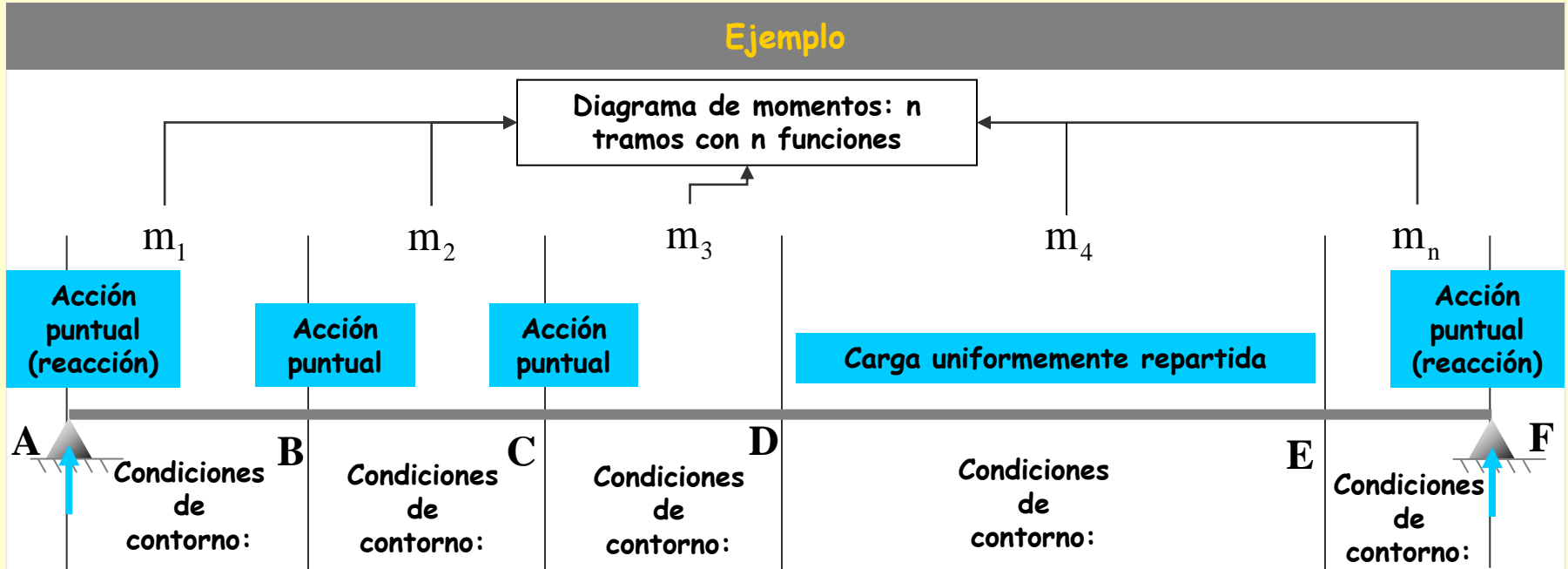
Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



M	{	m_1	$A < x < B$	$m_{1,2,3,4,n}$ = leyes de momentos flectores producidas por las cargas exteriores en cada tramo	2n incógnitas
		m_2	$B < x < C$		
		m_3	$C < x < D$		
		m_4	$D < x < E$		
		m_5	$E < x < F$		

Justificación

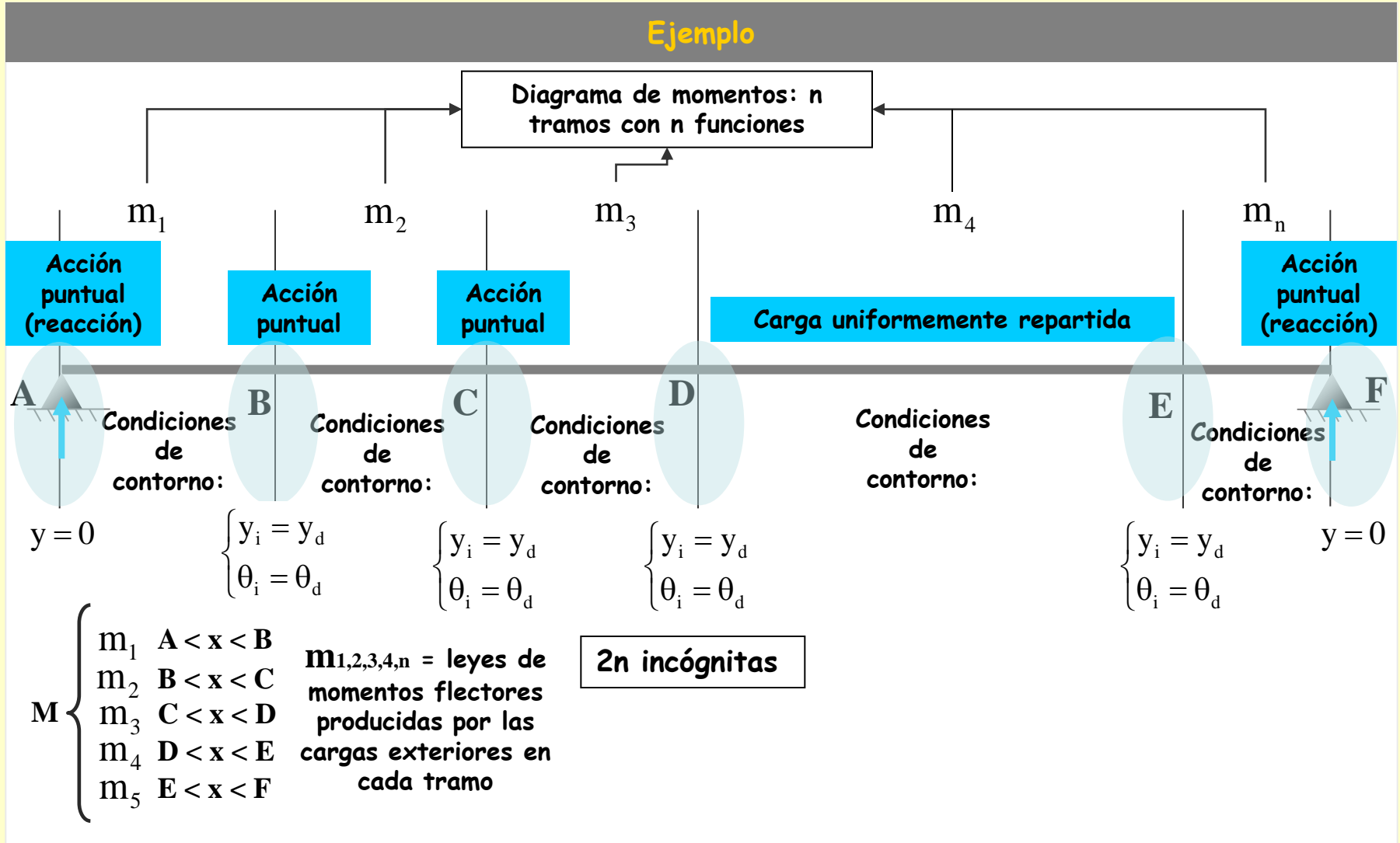
Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



$$M \begin{cases} m_1 & A < x < B \\ m_2 & B < x < C \\ m_3 & C < x < D \\ m_4 & D < x < E \\ m_5 & E < x < F \end{cases} \quad \begin{array}{l} m_{1,2,3,4,n} = \text{leyes de} \\ \text{momentos flectores} \\ \text{producidas por las} \\ \text{cargas exteriores en} \\ \text{cada tramo} \end{array} \quad \boxed{2n \text{ incógnitas}}$$

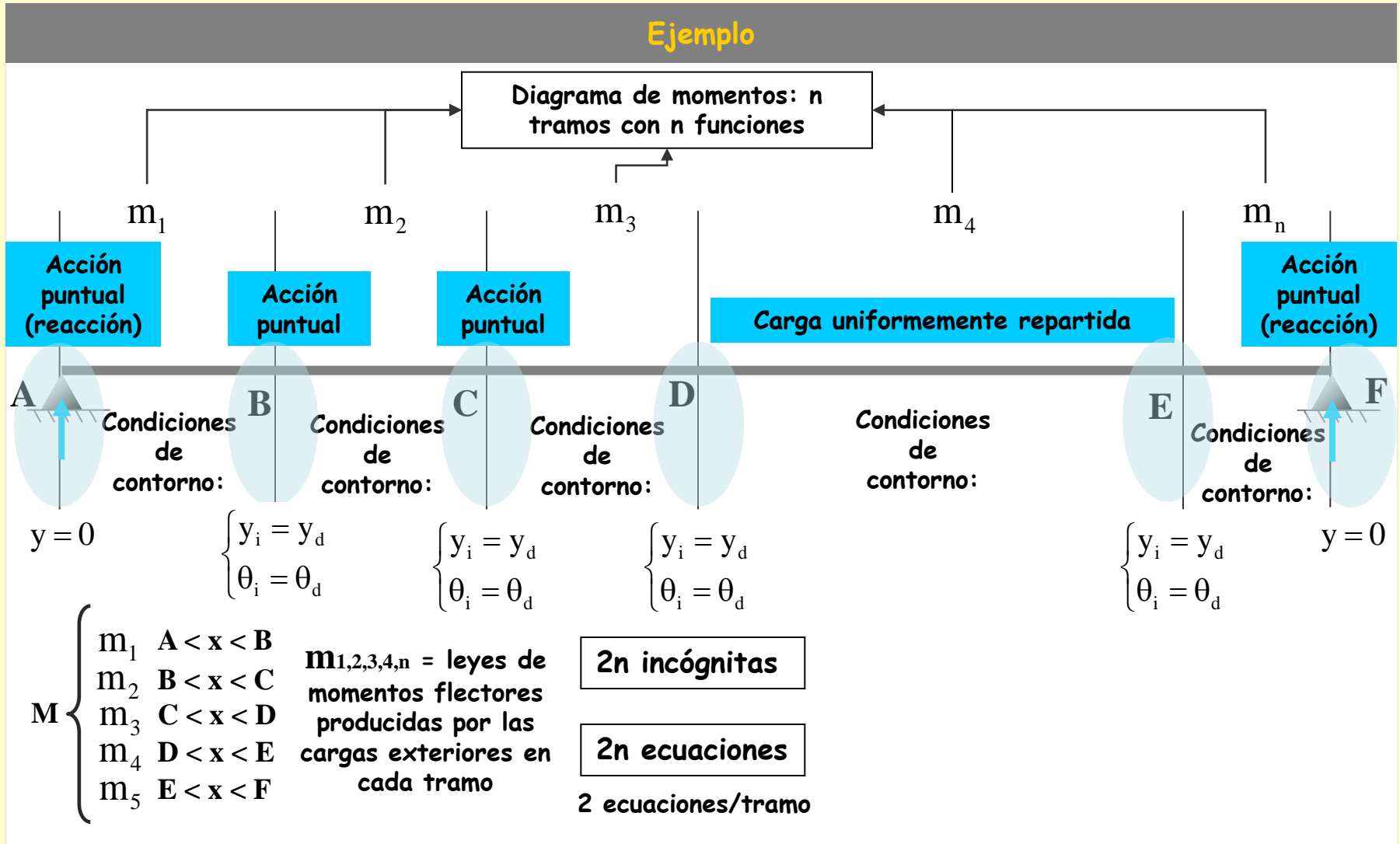
Justificación

Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



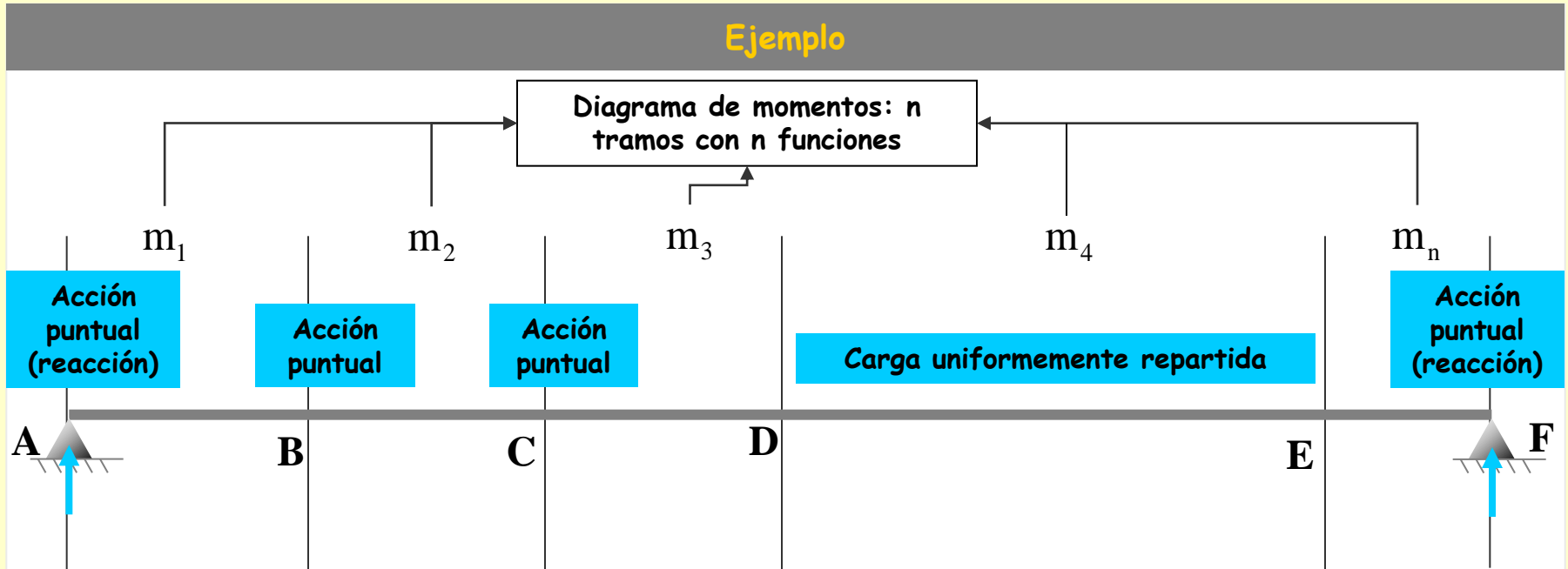
Justificación

Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



Justificación

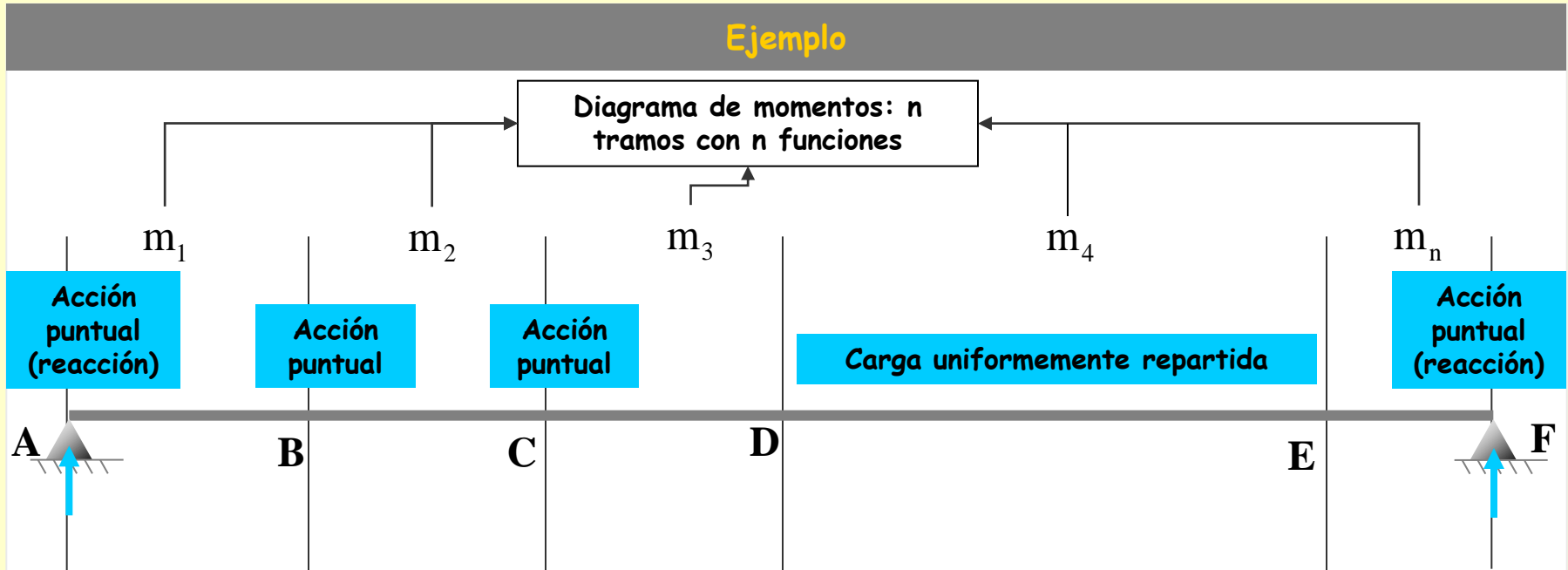
Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



M	{	m_1	$A < x < B$	$m_{1,2,3,4,n}$ = leyes de momentos flectores producidas por las cargas exteriores en cada tramo	2n incógnitas
		m_2	$B < x < C$		
		m_3	$C < x < D$		
		m_4	$D < x < E$		
		m_5	$E < x < F$		
				2 ecuaciones/tramo	2n ecuaciones

Justificación

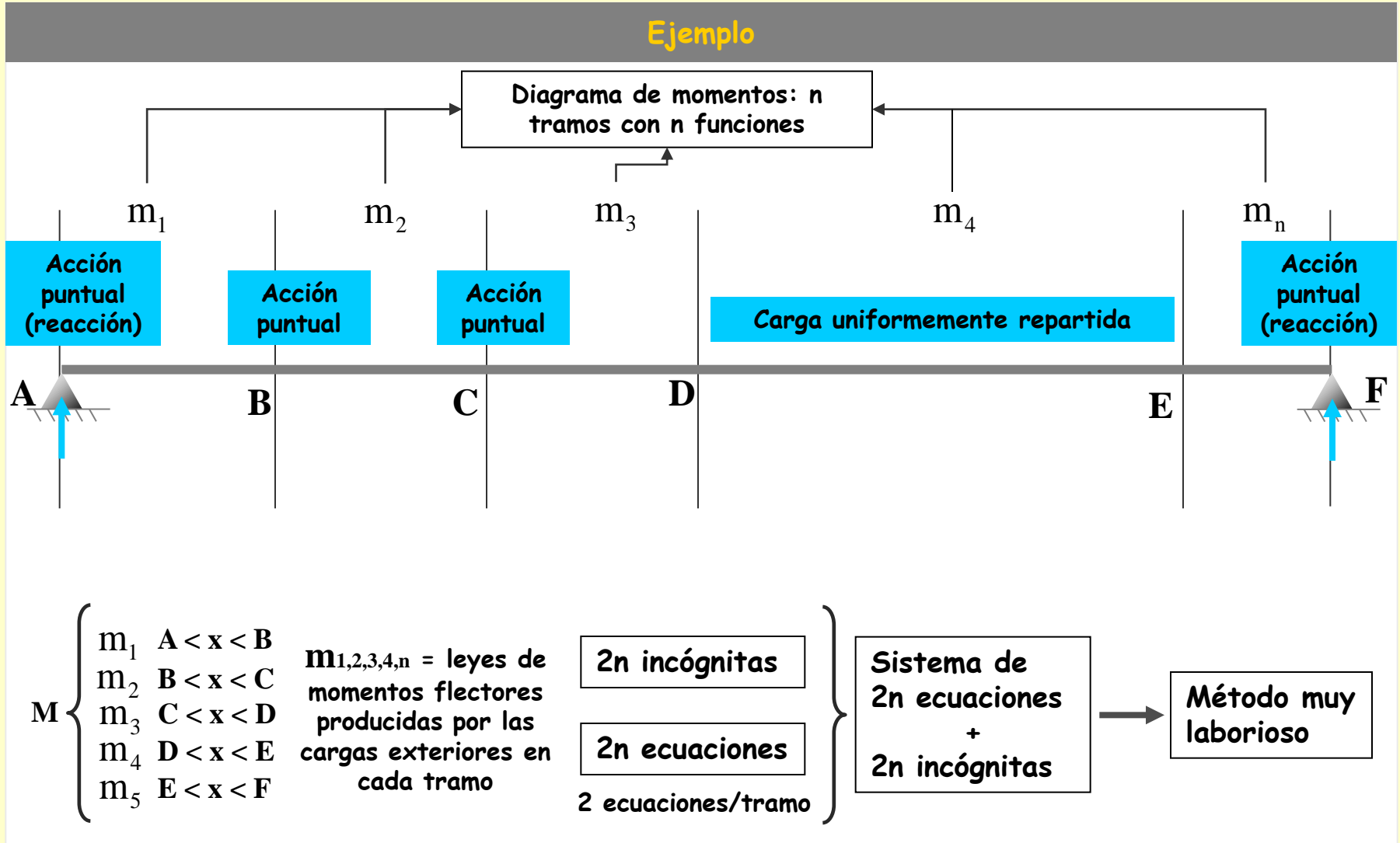
Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



M	{	m_1 $A < x < B$	$m_{1,2,3,4,n}$ = leyes de momentos flectores producidas por las cargas exteriores en cada tramo	2n incógnitas	}	Sistema de 2n ecuaciones + 2n incógnitas
		m_2 $B < x < C$		2n ecuaciones		
		m_3 $C < x < D$		2 ecuaciones/tramo		
		m_4 $D < x < E$				
		m_5 $E < x < F$				

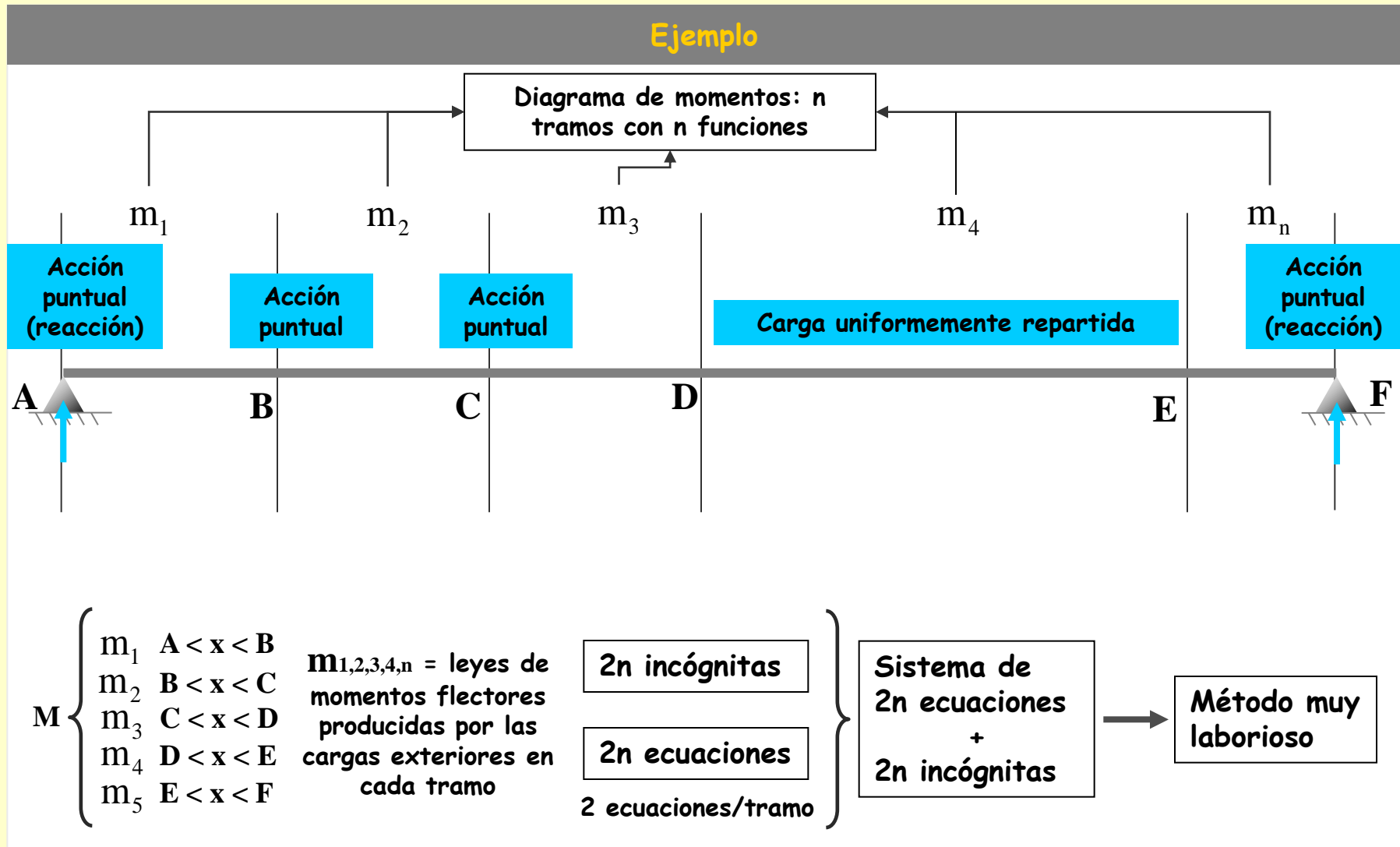
Justificación

Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



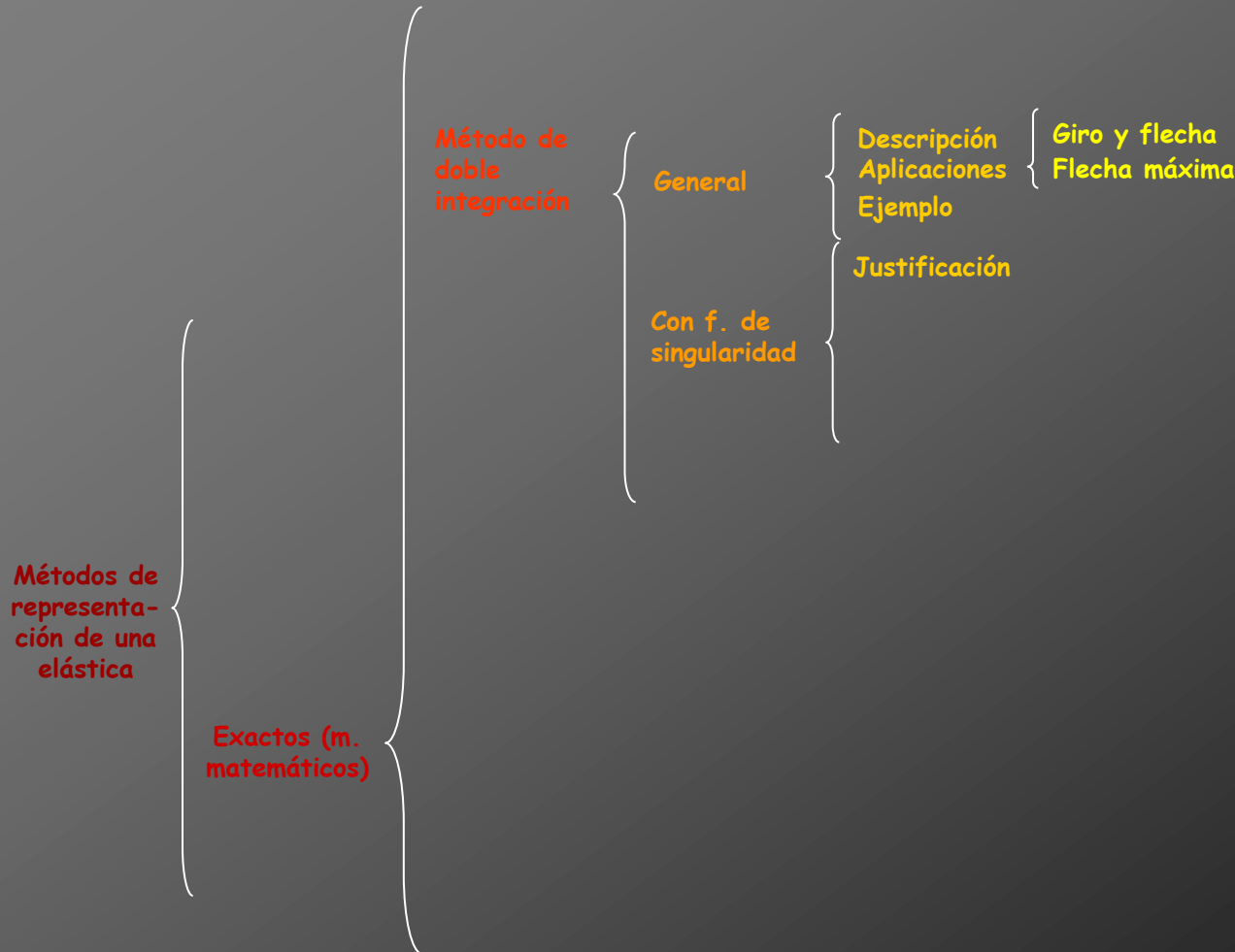
Justificación

Las funciones de singularidad se utilizan cuando el método general resulte muy laborioso. Esto sucede en presencia de múltiples acciones puntuales y/o cargas repartidas que estén actuando sin cubrir todo el vano



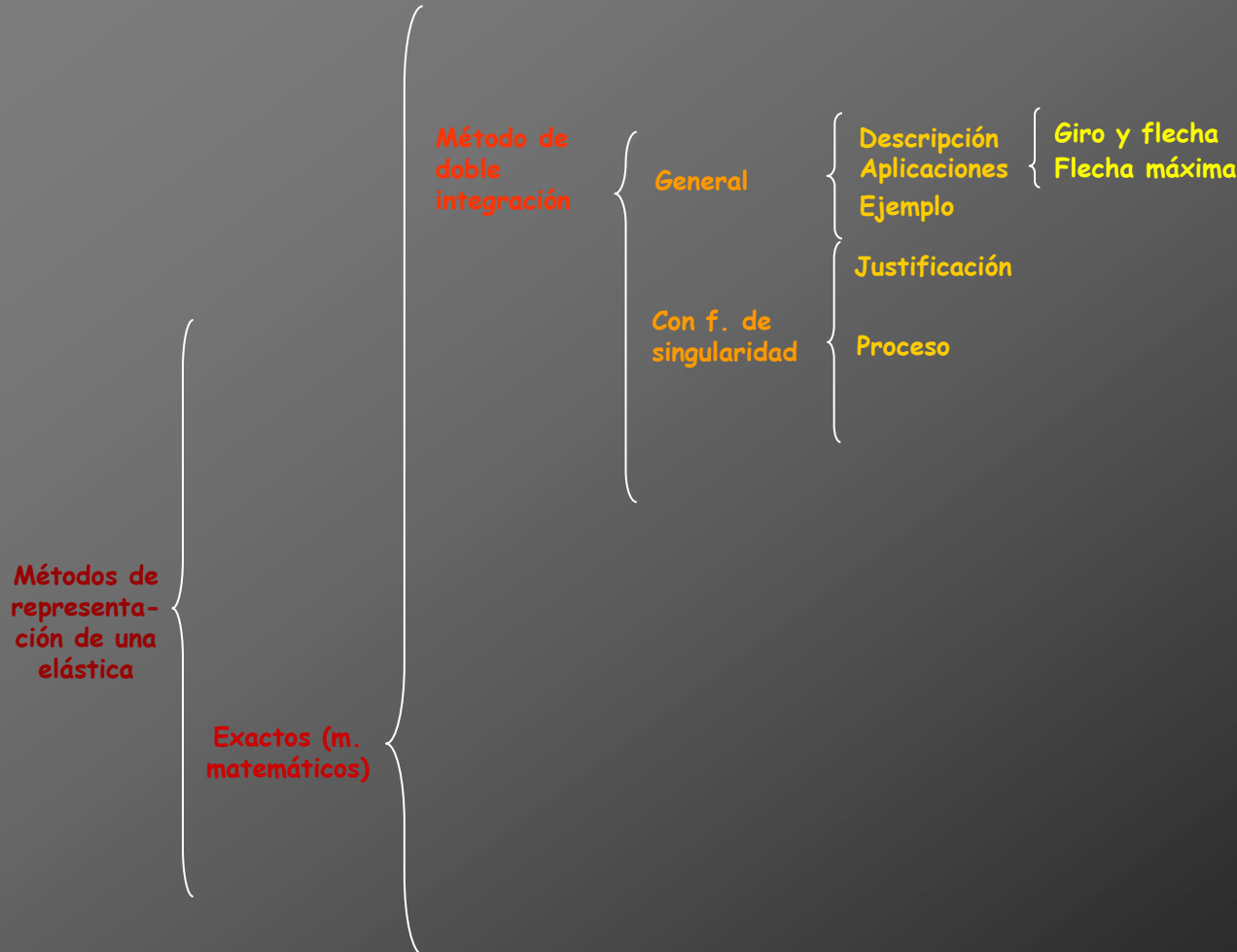


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



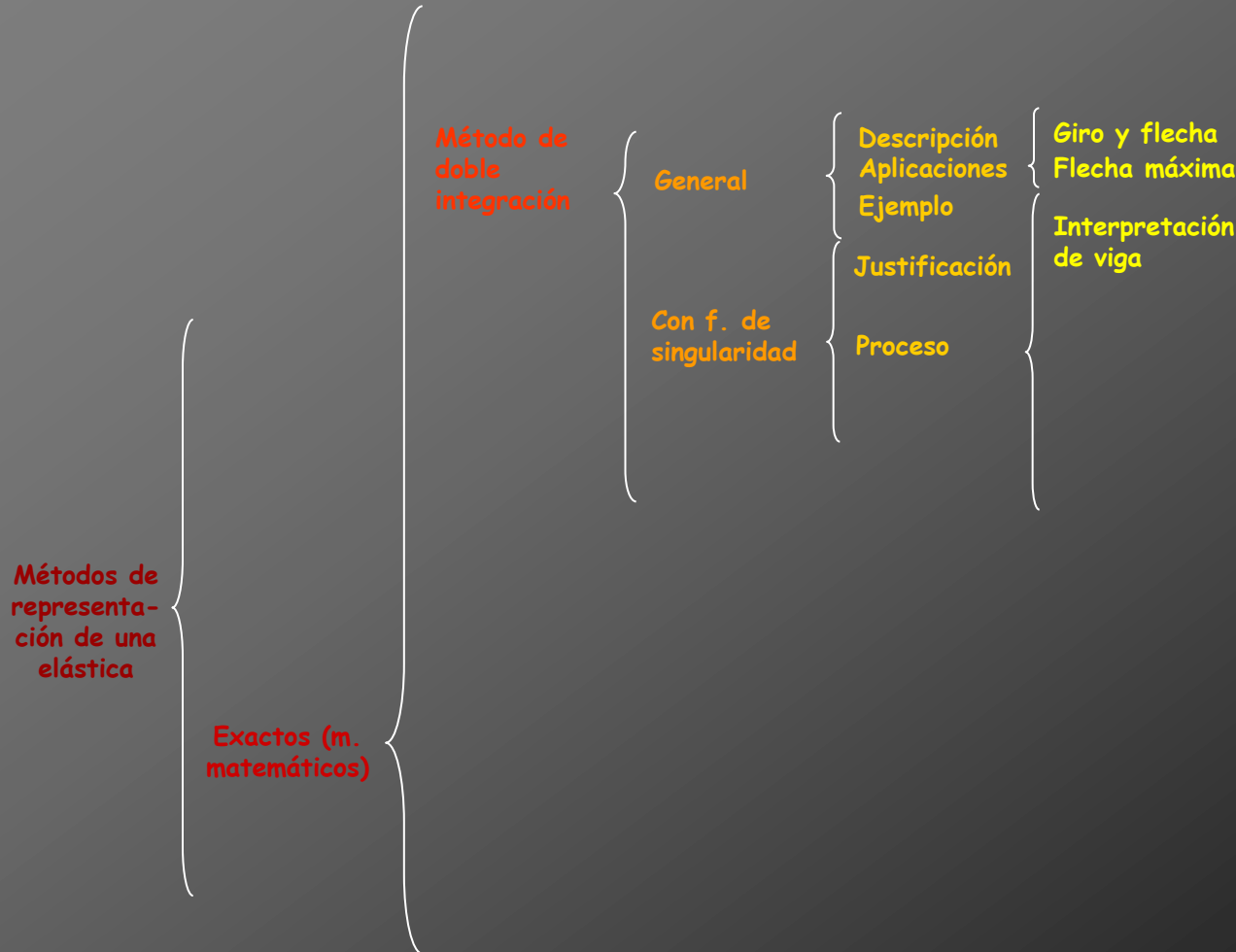


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Interpretación de la viga



Interpretación de la viga

La viga se puede interpretar como si fuera un voladizo que tiene su extremo derecho empotrado y que está sometido a las acciones exteriores y a las reacciones correspondientes de la estructura original



Interpretación de la viga

La viga se puede interpretar como si fuera un voladizo que tiene su extremo derecho empotrado y que está sometido a las acciones exteriores y a las reacciones correspondientes de la estructura original

Esta interpretación es factible porque en un tramo sin enlaces de sustentación pero equilibrado con un conjunto de acciones exteriores, si se dispone cualquier combinación de apoyos que lo transforme en diferentes estructuras isostáticas, los diagramas de solicitaciones resultantes permanecerán iguales a los del tramo sin apoyos, ya que nunca se producirán reacciones exteriores

Interpretación de la viga

La viga se puede interpretar como si fuera un voladizo que tiene su extremo derecho empotrado y que está sometido a las acciones exteriores y a las reacciones correspondientes de la estructura original

Esta interpretación es factible porque en un tramo sin enlaces de sustentación pero equilibrado con un conjunto de acciones exteriores, si se dispone cualquier combinación de apoyos que lo transforme en diferentes estructuras isostáticas, los diagramas de solicitaciones resultantes permanecerán iguales a los del tramo sin apoyos, ya que nunca se producirán reacciones exteriores

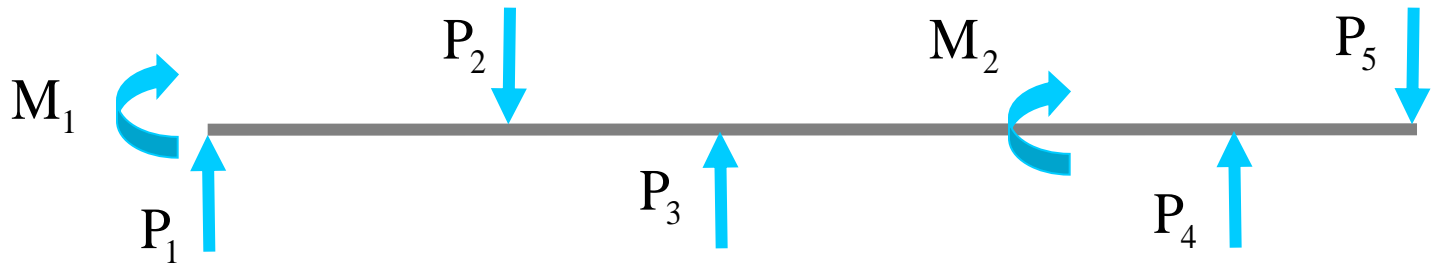
Tramo
equilibrado

Interpretación de la viga

La viga se puede interpretar como si fuera un voladizo que tiene su extremo derecho empotrado y que está sometido a las acciones exteriores y a las reacciones correspondientes de la estructura original

Esta interpretación es factible porque en un tramo sin enlaces de sustentación pero equilibrado con un conjunto de acciones exteriores, si se dispone cualquier combinación de apoyos que lo transforme en diferentes estructuras isostáticas, los diagramas de solicitaciones resultantes permanecerán iguales a los del tramo sin apoyos, ya que nunca se producirán reacciones exteriores

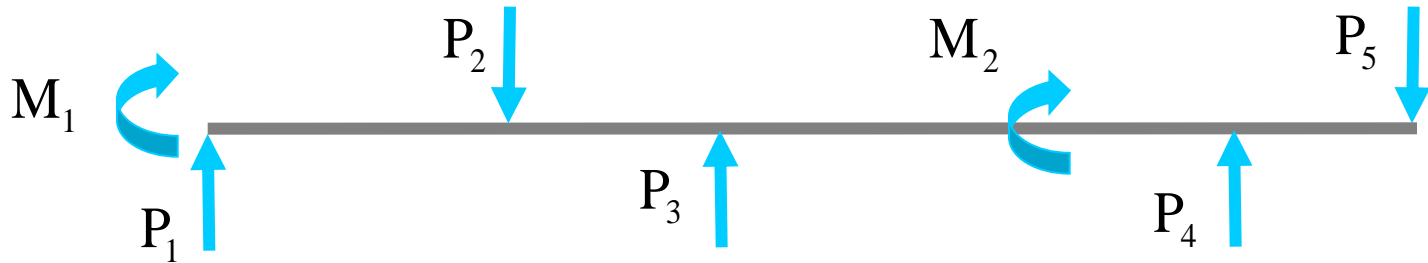
Tramo
equilibrado



Interpretación de la viga

La viga se puede interpretar como si fuera un voladizo que tiene su extremo derecho empotrado y que está sometido a las acciones exteriores y a las reacciones correspondientes de la estructura original. Esta interpretación es factible porque en un tramo sin enlaces de sustentación pero equilibrado con un conjunto de acciones exteriores, si se dispone cualquier combinación de apoyos que lo transforme en diferentes estructuras isostáticas, los diagramas de solicitaciones resultantes permanecerán iguales a los del tramo sin apoyos, ya que nunca se producirán reacciones exteriores.

Tramo equilibrado

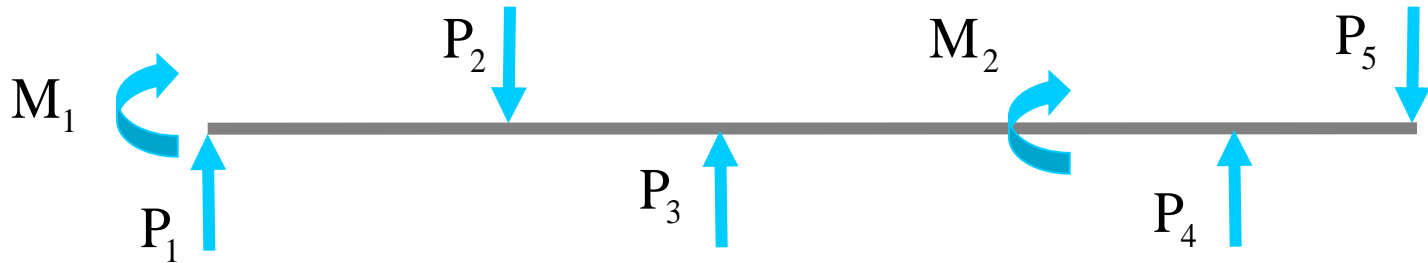


Viga isostática 1 obtenida del tramo

Interpretación de la viga

La viga se puede interpretar como si fuera un voladizo que tiene su extremo derecho empotrado y que está sometido a las acciones exteriores y a las reacciones correspondientes de la estructura original. Esta interpretación es factible porque en un tramo sin enlaces de sustentación pero equilibrado con un conjunto de acciones exteriores, si se dispone cualquier combinación de apoyos que lo transforme en diferentes estructuras isostáticas, los diagramas de solicitaciones resultantes permanecerán iguales a los del tramo sin apoyos, ya que nunca se producirán reacciones exteriores.

Tramo equilibrado



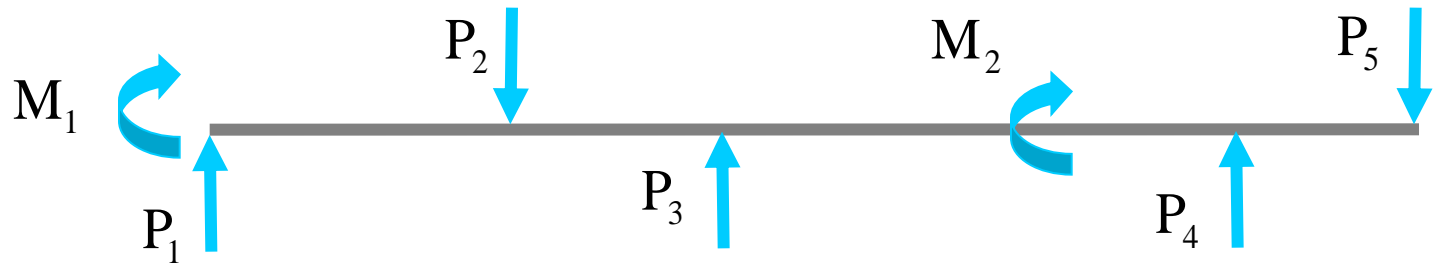
Viga isostática 1 obtenida del tramo



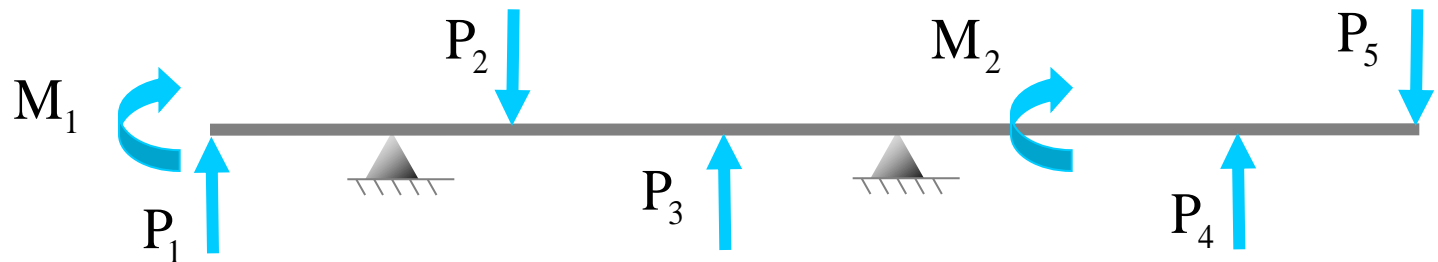
Interpretación de la viga

La viga se puede interpretar como si fuera un voladizo que tiene su extremo derecho empotrado y que está sometido a las acciones exteriores y a las reacciones correspondientes de la estructura original. Esta interpretación es factible porque en un tramo sin enlaces de sustentación pero equilibrado con un conjunto de acciones exteriores, si se dispone cualquier combinación de apoyos que lo transforme en diferentes estructuras isostáticas, los diagramas de solicitaciones resultantes permanecerán iguales a los del tramo sin apoyos, ya que nunca se producirán reacciones exteriores.

Tramo
equilibrado



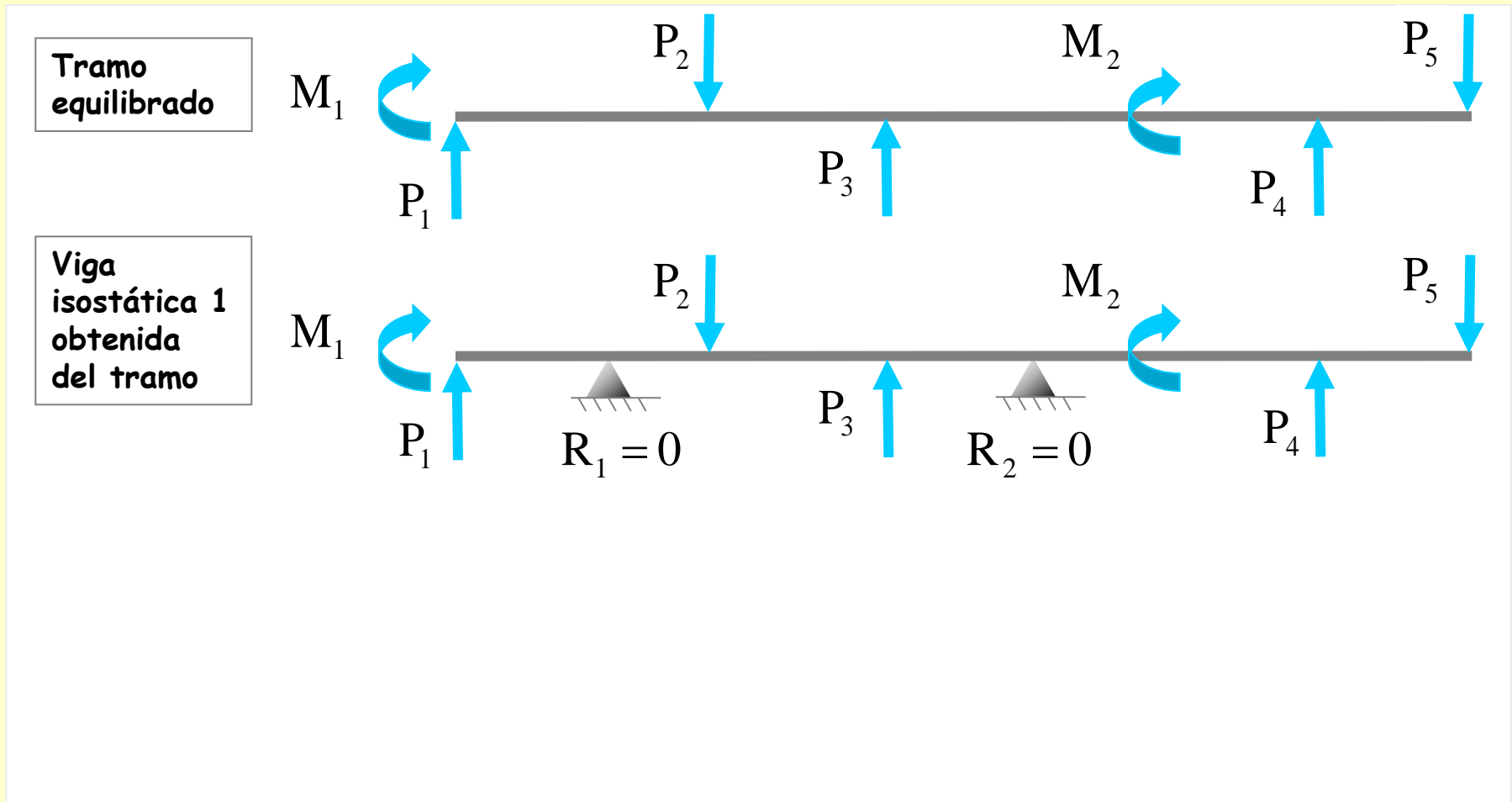
Viga
isostática 1
obtenida
del tramo



Interpretación de la viga

La viga se puede interpretar como si fuera un voladizo que tiene su extremo derecho empotrado y que está sometido a las acciones exteriores y a las reacciones correspondientes de la estructura original

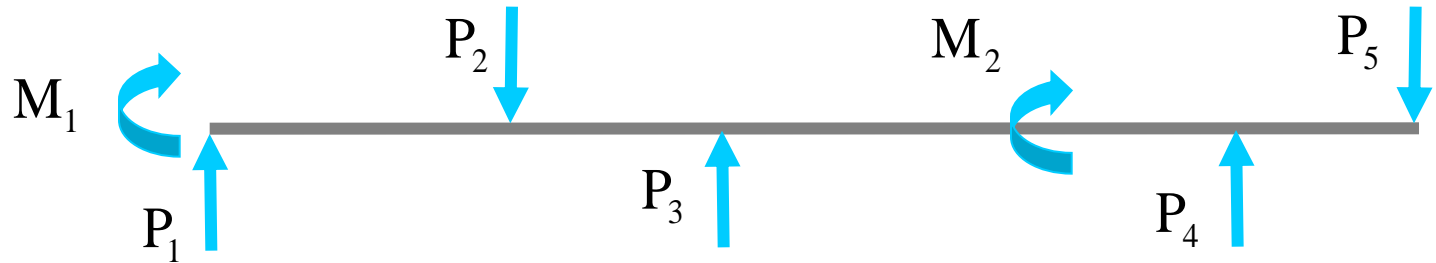
Esta interpretación es factible porque en un tramo sin enlaces de sustentación pero equilibrado con un conjunto de acciones exteriores, si se dispone cualquier combinación de apoyos que lo transforme en diferentes estructuras isostáticas, los diagramas de solicitaciones resultantes permanecerán iguales a los del tramo sin apoyos, ya que nunca se producirán reacciones exteriores



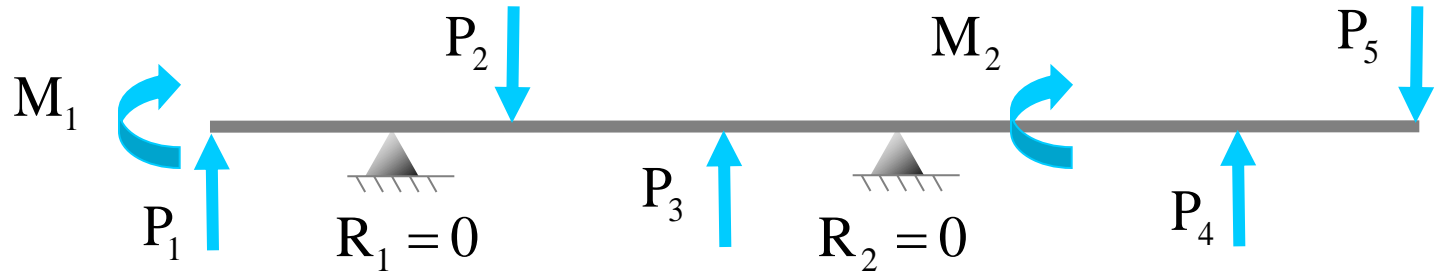
Interpretación de la viga

La viga se puede interpretar como si fuera un voladizo que tiene su extremo derecho empotrado y que está sometido a las acciones exteriores y a las reacciones correspondientes de la estructura original. Esta interpretación es factible porque en un tramo sin enlaces de sustentación pero equilibrado con un conjunto de acciones exteriores, si se dispone cualquier combinación de apoyos que lo transforme en diferentes estructuras isostáticas, los diagramas de solicitaciones resultantes permanecerán iguales a los del tramo sin apoyos, ya que nunca se producirán reacciones exteriores.

Tramo equilibrado



Viga isostática 1 obtenida del tramo

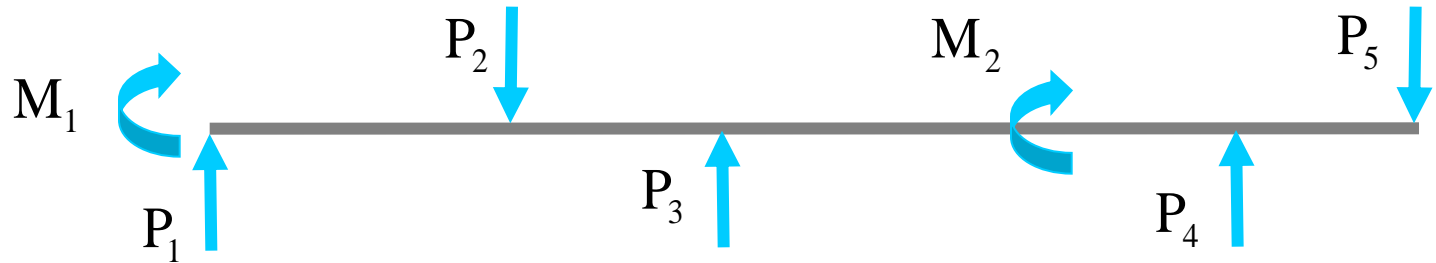


Viga isostática 2 obtenida del tramo

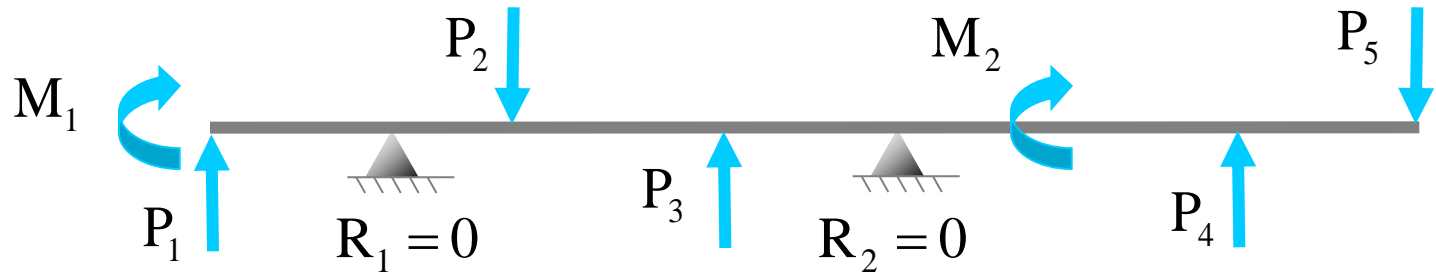
Interpretación de la viga

La viga se puede interpretar como si fuera un voladizo que tiene su extremo derecho empotrado y que está sometido a las acciones exteriores y a las reacciones correspondientes de la estructura original. Esta interpretación es factible porque en un tramo sin enlaces de sustentación pero equilibrado con un conjunto de acciones exteriores, si se dispone cualquier combinación de apoyos que lo transforme en diferentes estructuras isostáticas, los diagramas de solicitaciones resultantes permanecerán iguales a los del tramo sin apoyos, ya que nunca se producirán reacciones exteriores.

Tramo equilibrado



Viga isostática 1 obtenida del tramo

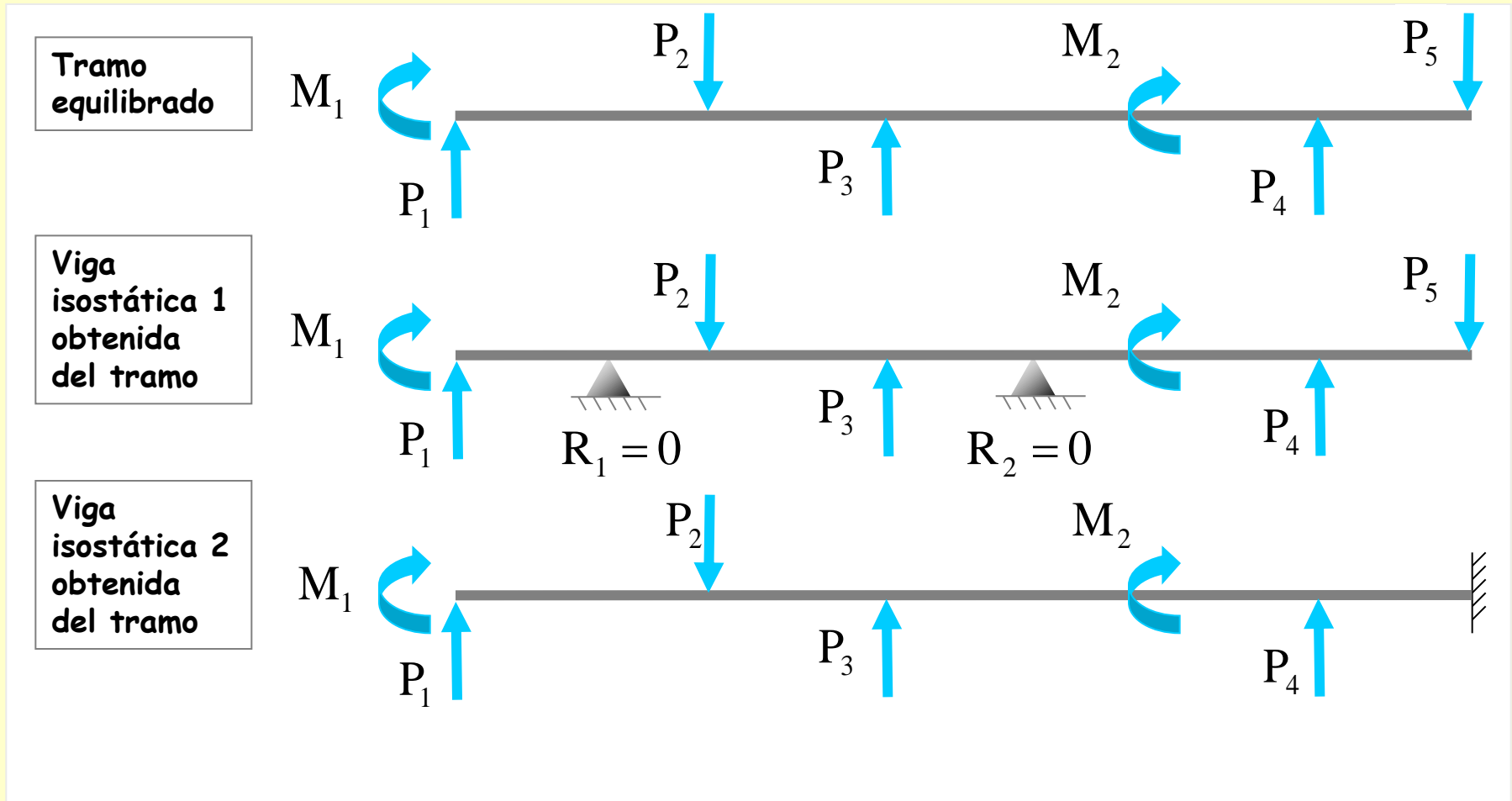


Viga isostática 2 obtenida del tramo



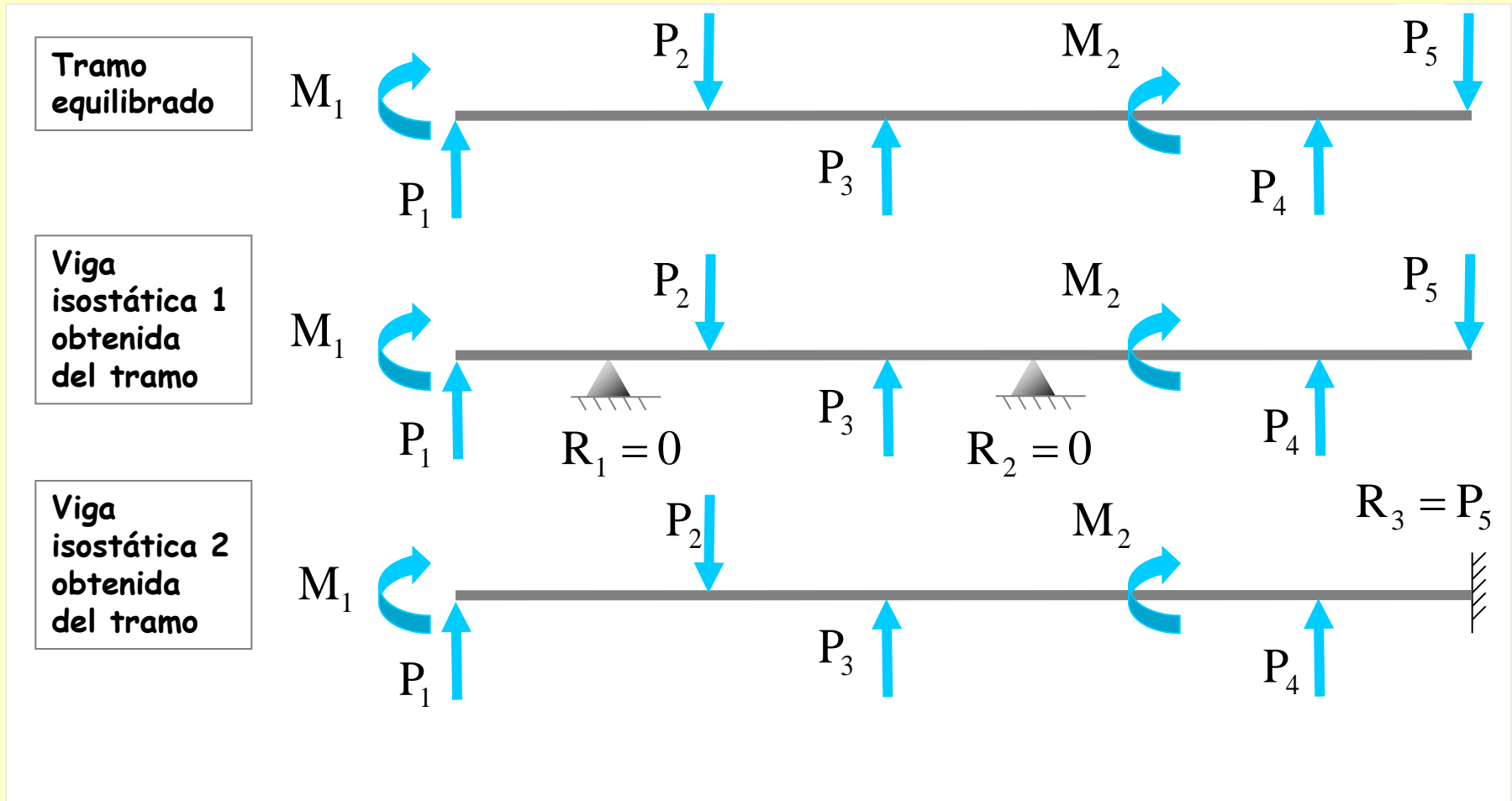
Interpretación de la viga

La viga se puede interpretar como si fuera un voladizo que tiene su extremo derecho empotrado y que está sometido a las acciones exteriores y a las reacciones correspondientes de la estructura original. Esta interpretación es factible porque en un tramo sin enlaces de sustentación pero equilibrado con un conjunto de acciones exteriores, si se dispone cualquier combinación de apoyos que lo transforme en diferentes estructuras isostáticas, los diagramas de solicitaciones resultantes permanecerán iguales a los del tramo sin apoyos, ya que nunca se producirán reacciones exteriores.



Interpretación de la viga

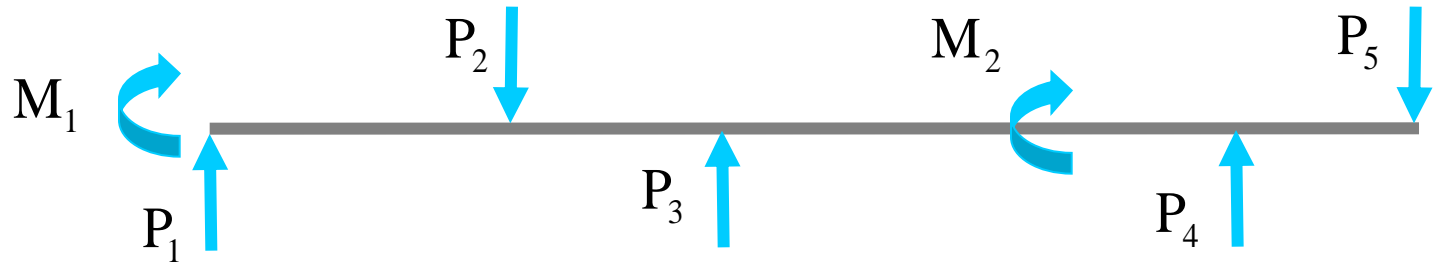
La viga se puede interpretar como si fuera un voladizo que tiene su extremo derecho empotrado y que está sometido a las acciones exteriores y a las reacciones correspondientes de la estructura original. Esta interpretación es factible porque en un tramo sin enlaces de sustentación pero equilibrado con un conjunto de acciones exteriores, si se dispone cualquier combinación de apoyos que lo transforme en diferentes estructuras isostáticas, los diagramas de solicitaciones resultantes permanecerán iguales a los del tramo sin apoyos, ya que nunca se producirán reacciones exteriores.



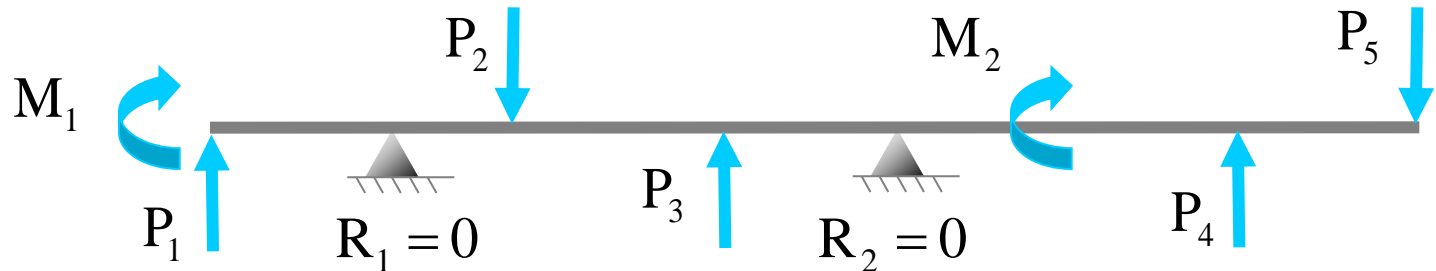
Interpretación de la viga

La viga se puede interpretar como si fuera un voladizo que tiene su extremo derecho empotrado y que está sometido a las acciones exteriores y a las reacciones correspondientes de la estructura original. Esta interpretación es factible porque en un tramo sin enlaces de sustentación pero equilibrado con un conjunto de acciones exteriores, si se dispone cualquier combinación de apoyos que lo transforme en diferentes estructuras isostáticas, los diagramas de solicitaciones resultantes permanecerán iguales a los del tramo sin apoyos, ya que nunca se producirán reacciones exteriores.

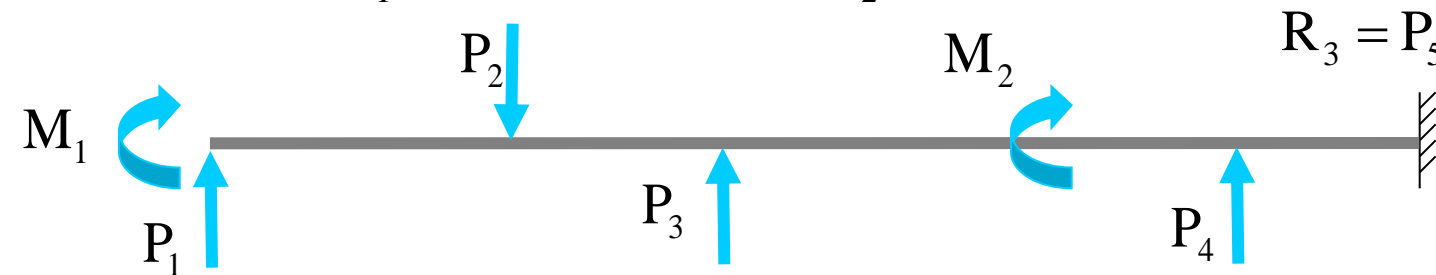
Tramo equilibrado



Viga isostática 1 obtenida del tramo



Viga isostática 2 obtenida del tramo



Los diagramas de solicitaciones son iguales en todos los casos



Interpretación de la viga



Interpretación de la viga

En el caso de una viga biapoyada, la interpretación se realizaría de la siguiente manera:

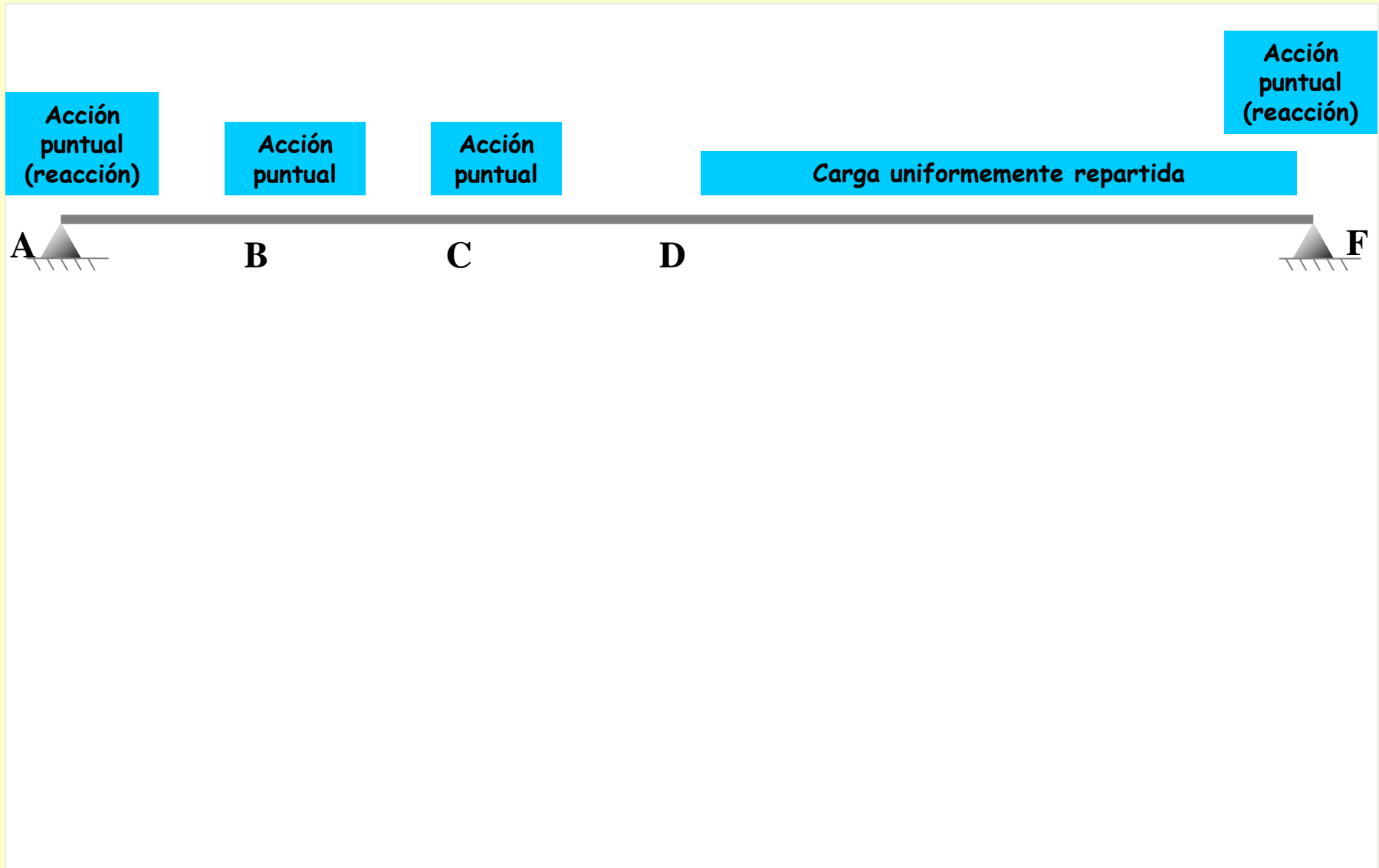
Interpretación de la viga

En el caso de una viga biapoyada, la interpretación se realizaría de la siguiente manera:



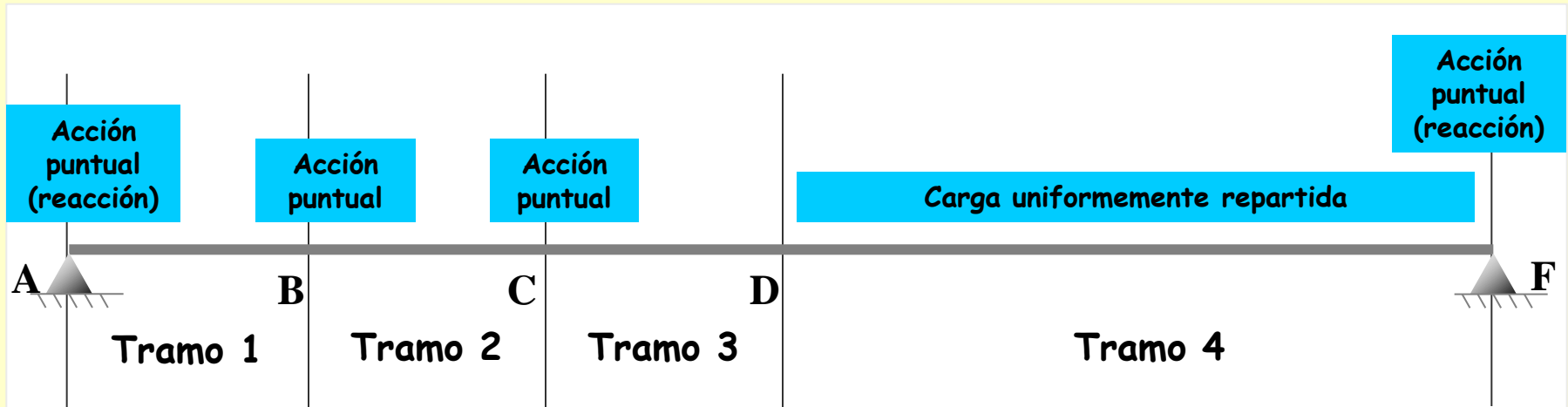
Interpretación de la viga

En el caso de una viga biapoyada, la interpretación se realizaría de la siguiente manera:



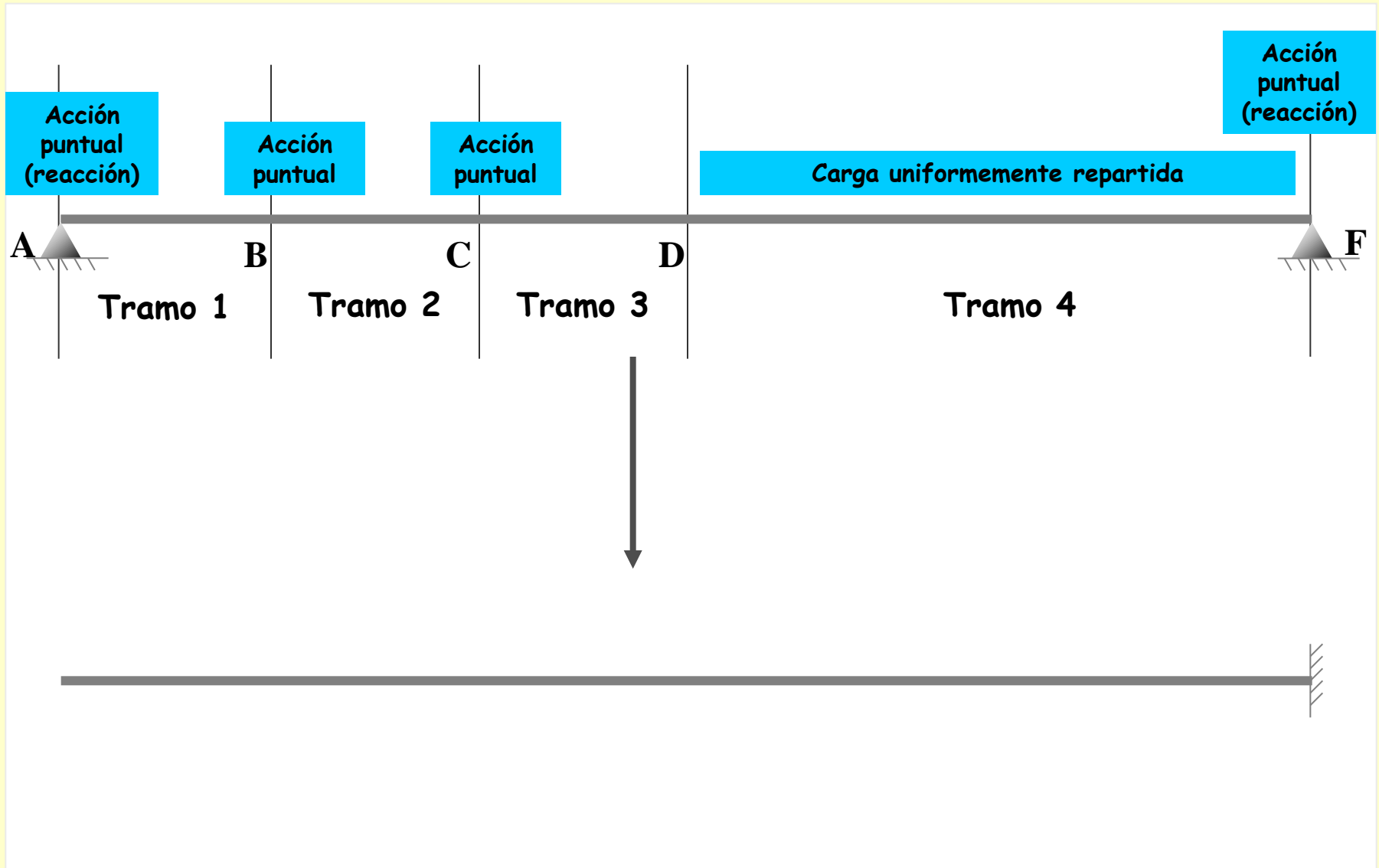
Interpretación de la viga

En el caso de una viga biapoyada, la interpretación se realizaría de la siguiente manera:



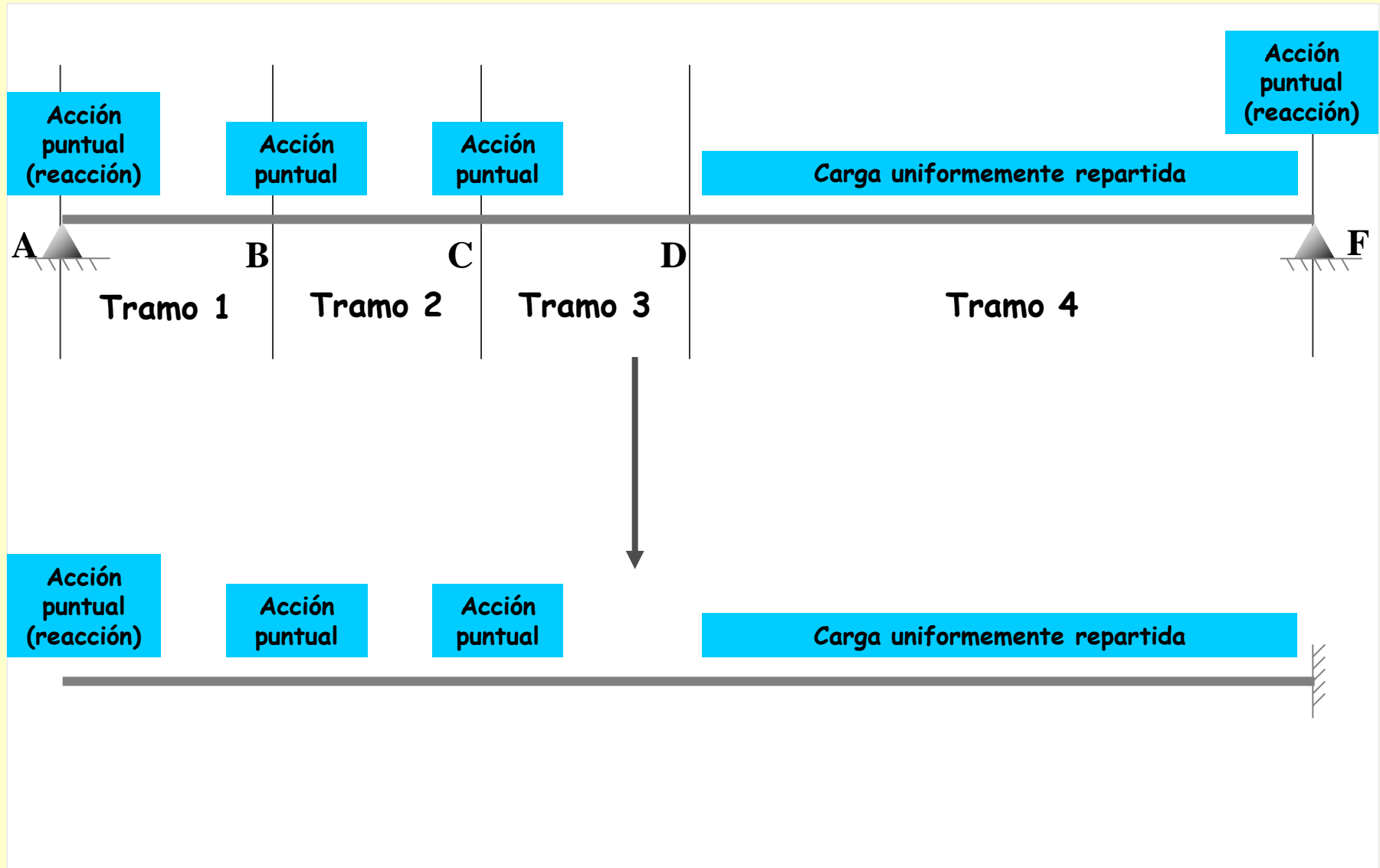
Interpretación de la viga

En el caso de una viga biapoyada, la interpretación se realizaría de la siguiente manera:



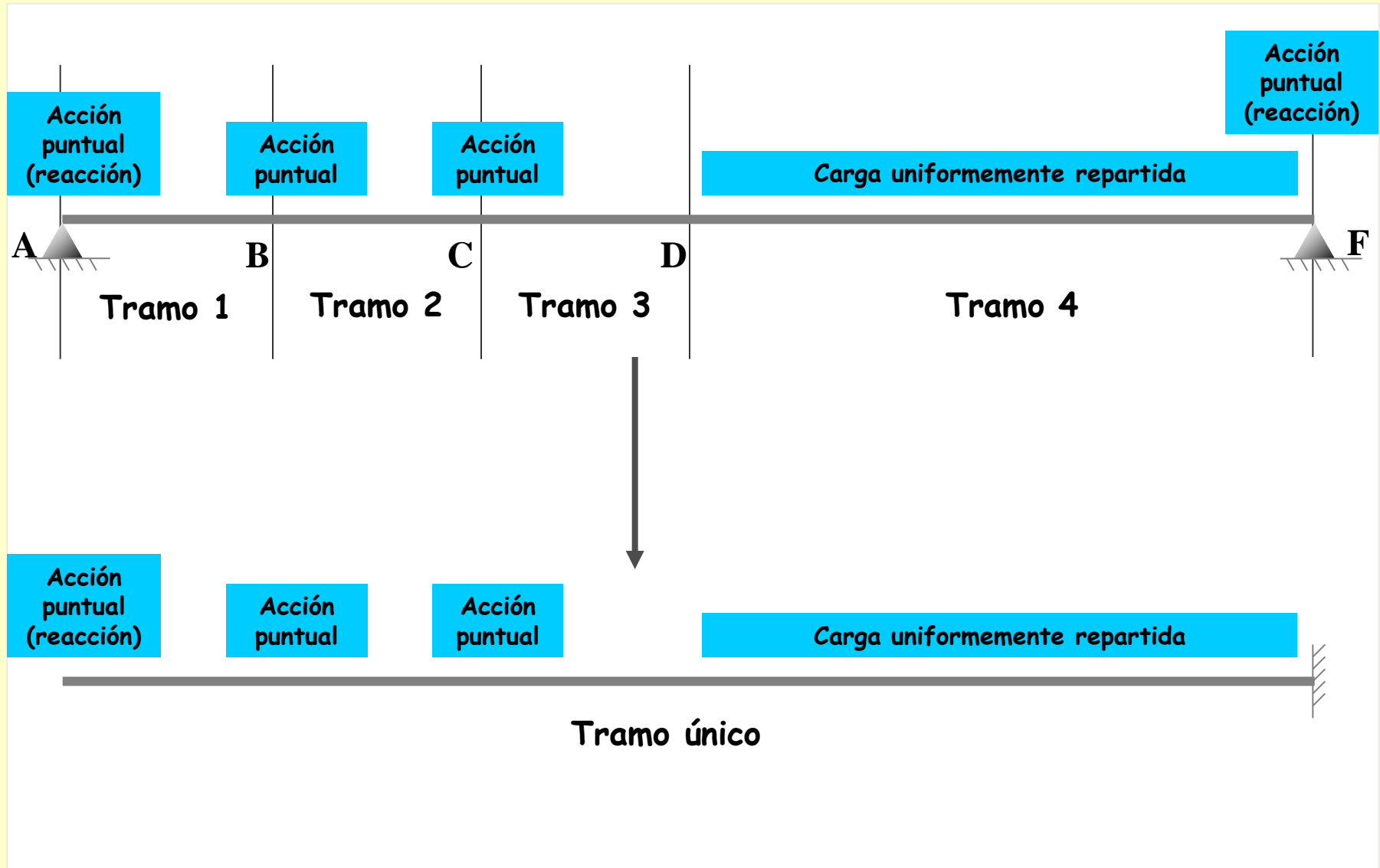
Interpretación de la viga

En el caso de una viga biapoyada, la interpretación se realizaría de la siguiente manera:



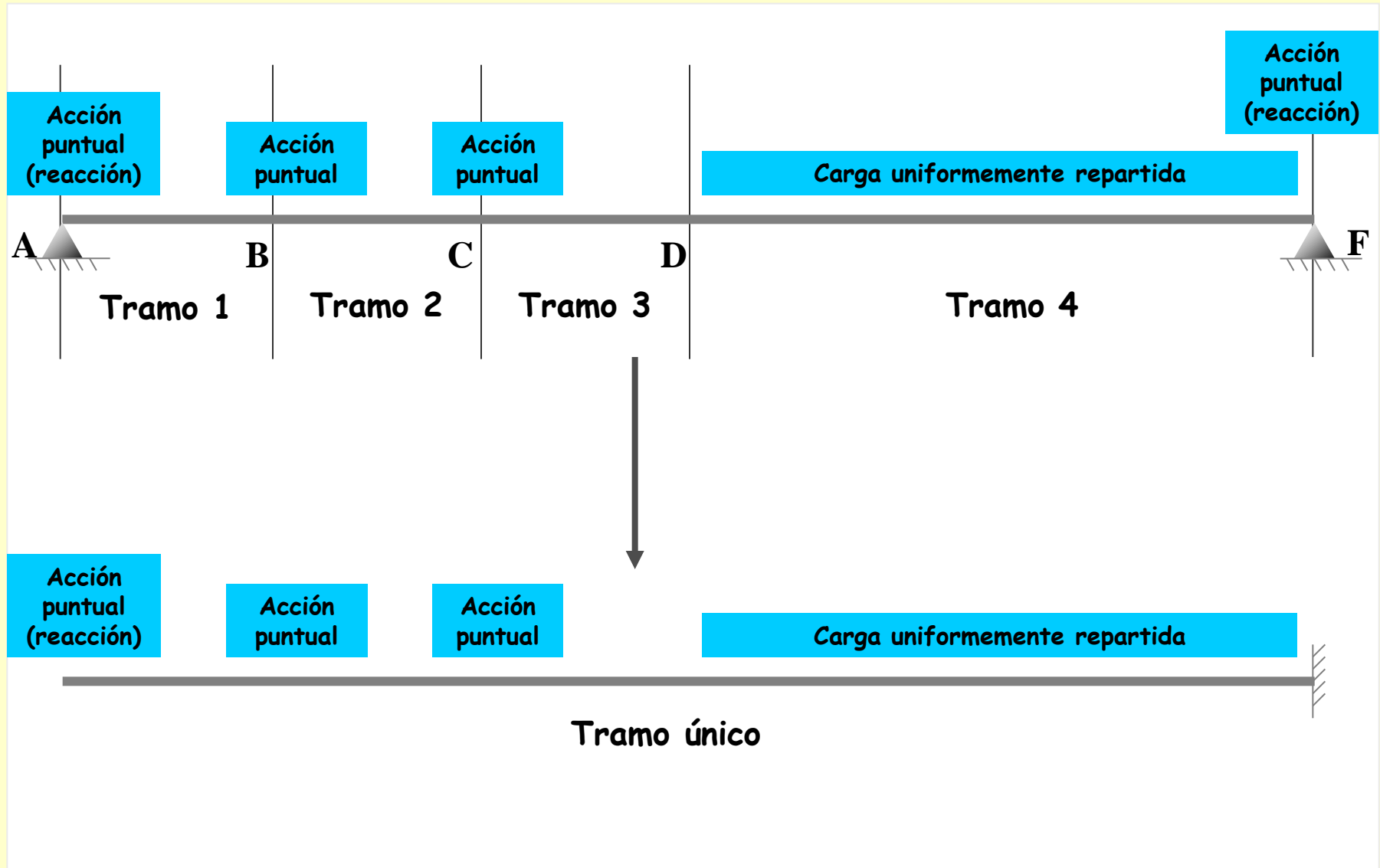
Interpretación de la viga

En el caso de una viga biapoyada, la interpretación se realizaría de la siguiente manera:



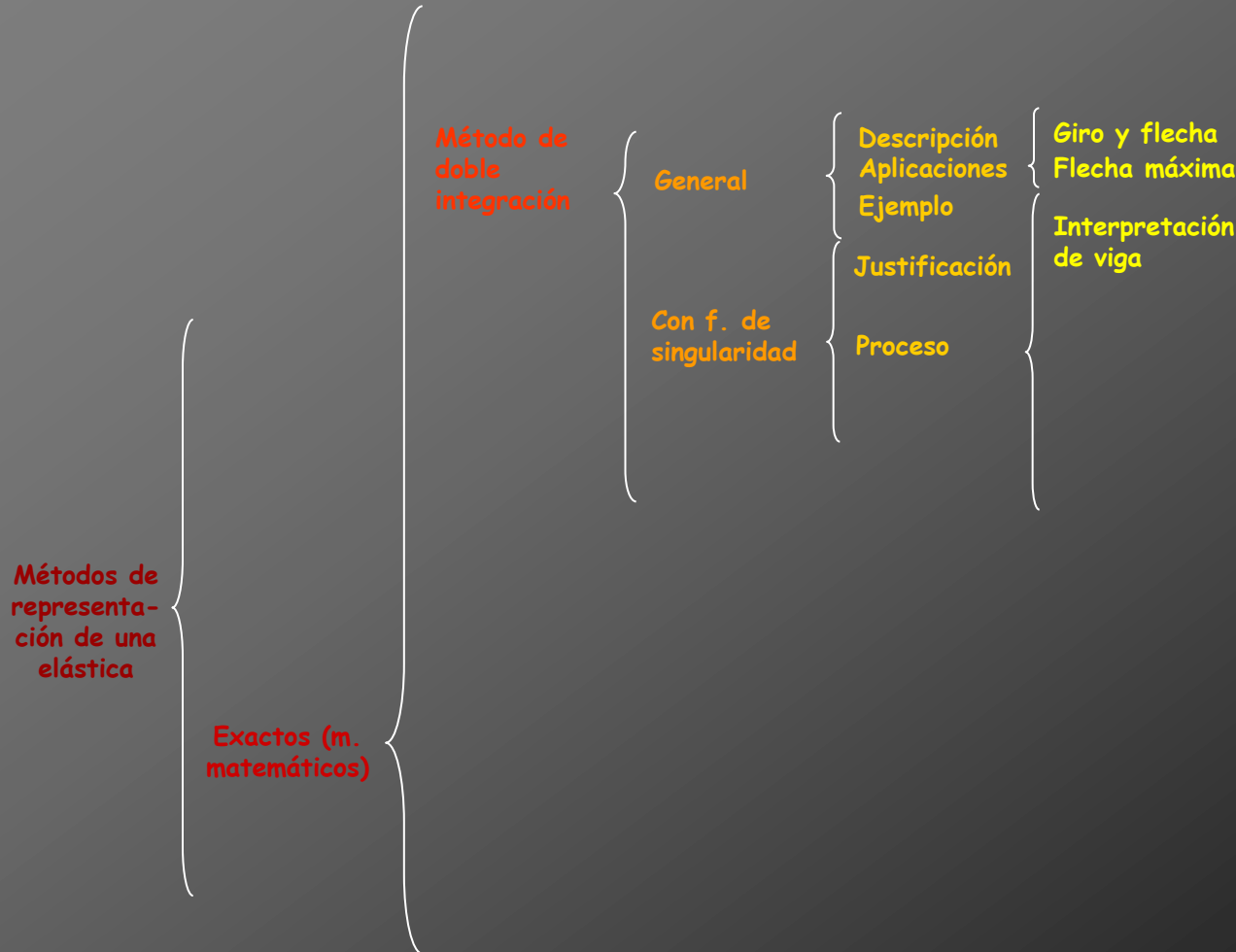
Interpretación de la viga

En el caso de una viga biapoyada, la interpretación se realizaría de la siguiente manera:



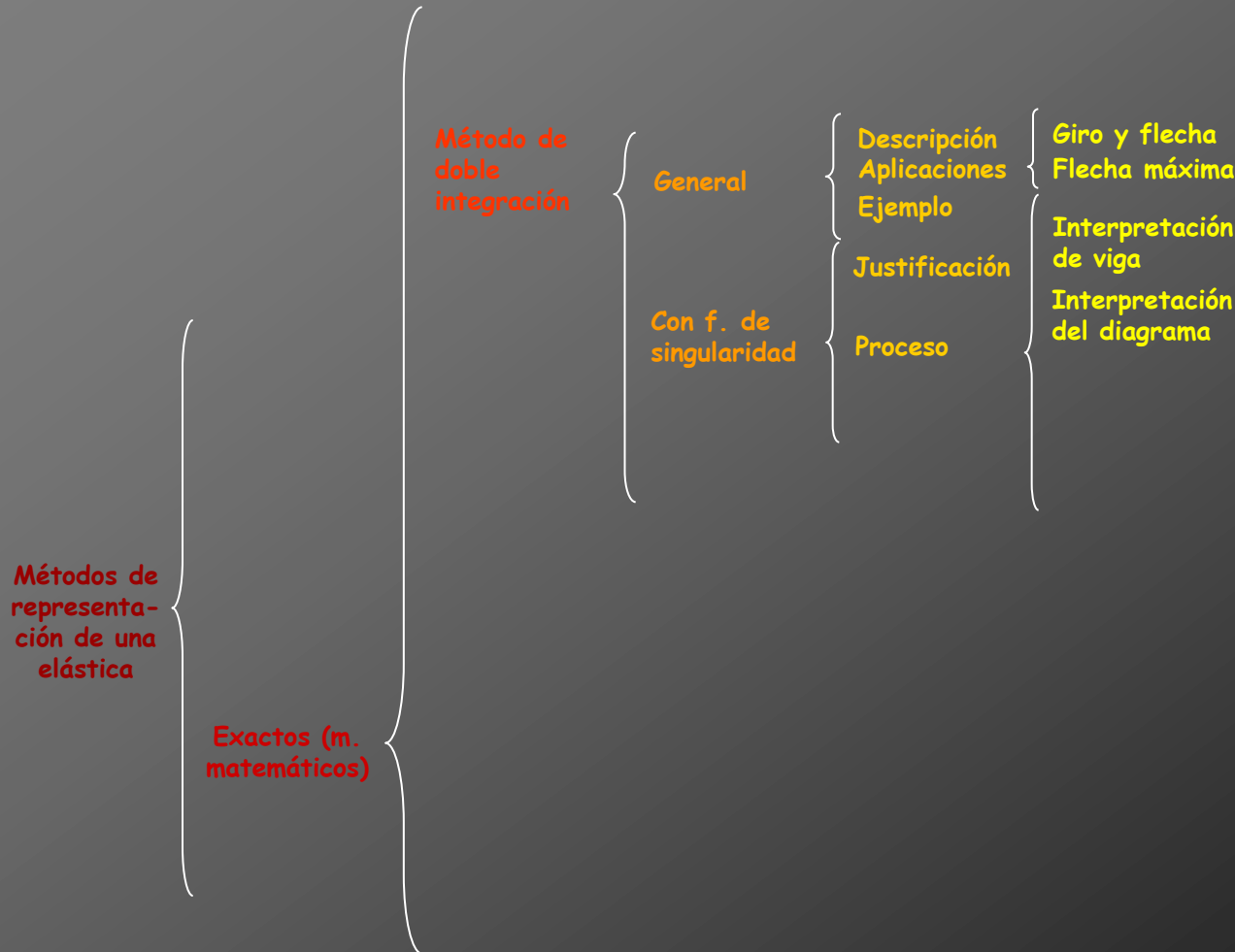


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



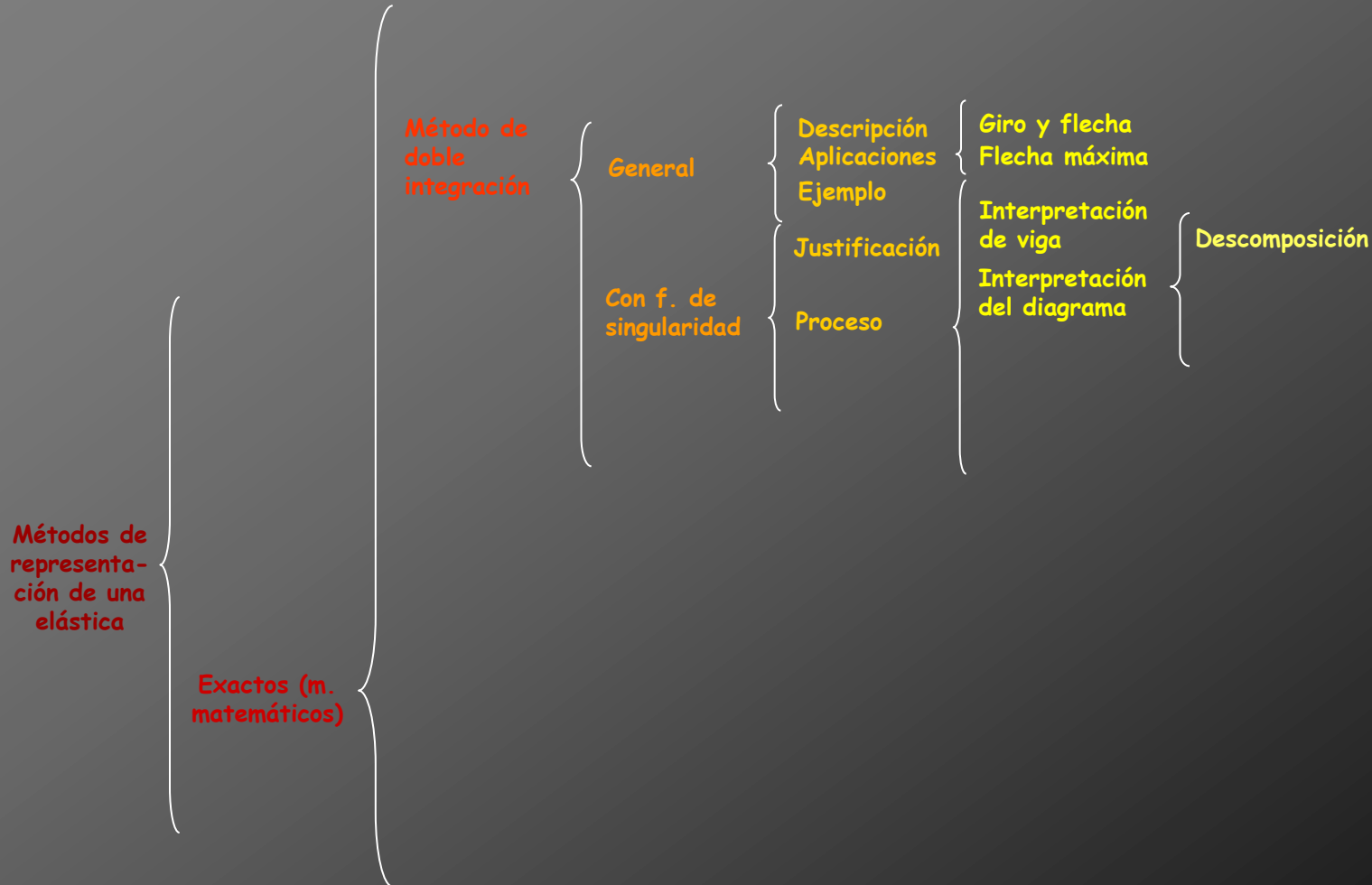


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



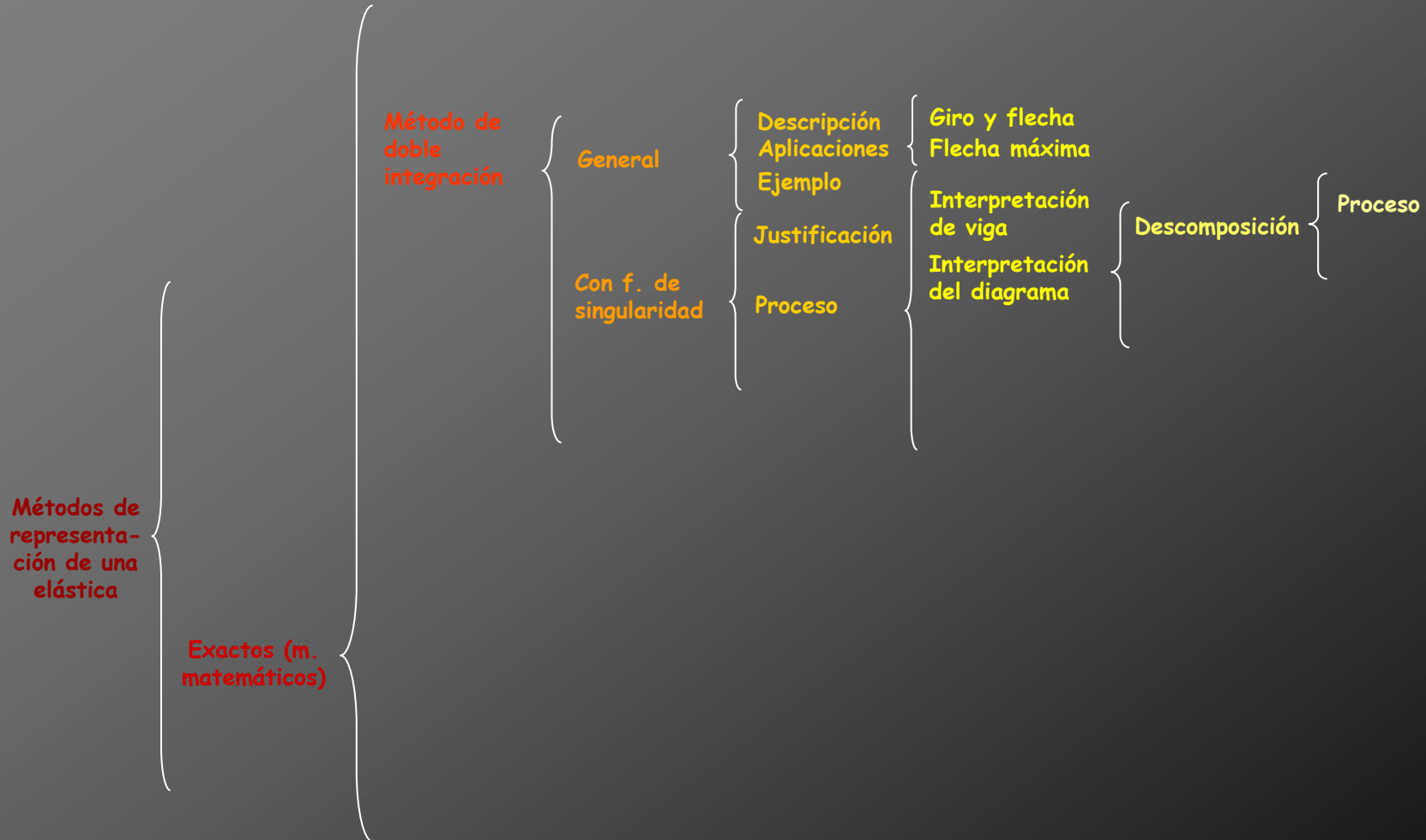


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Proceso



Proceso

Se descompone el diagrama de momentos del voladizo en una suma de diagramas producidos por cada estado de cargas existente



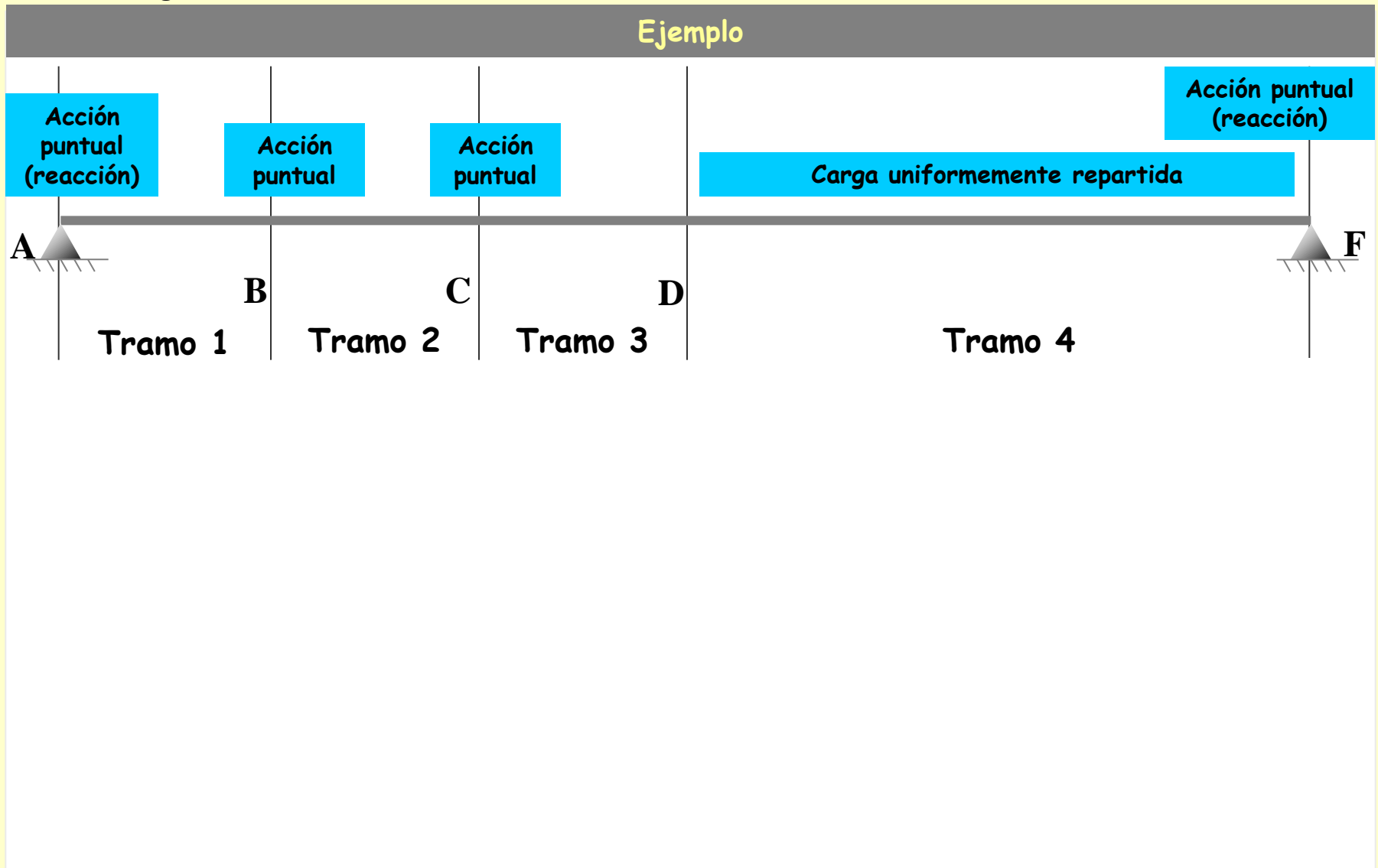
Proceso

Se descompone el diagrama de momentos del voladizo en una suma de diagramas producidos por cada estado de cargas existente

Ejemplo

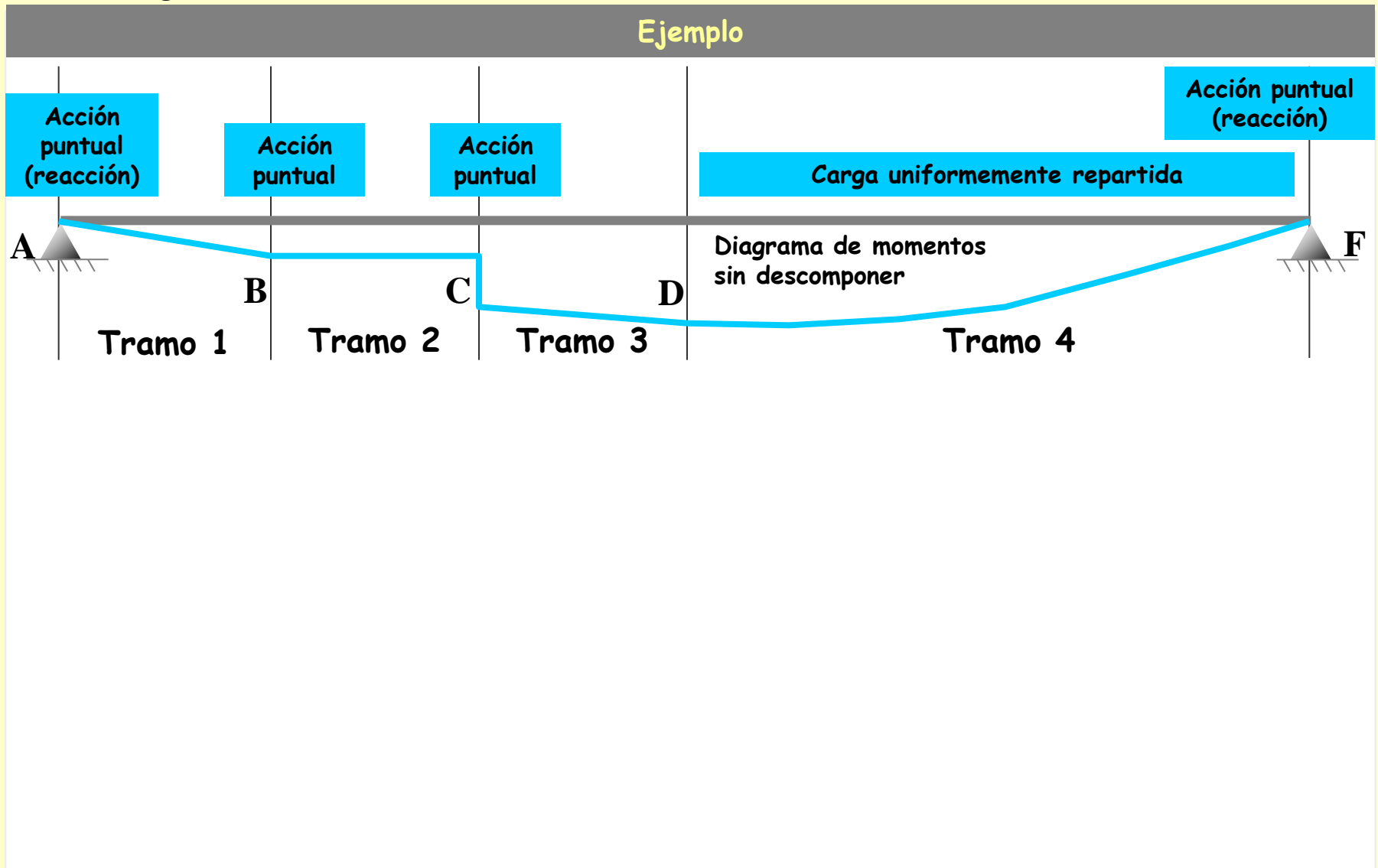
Proceso

Se descompone el diagrama de momentos del voladizo en una suma de diagramas producidos por cada estado de cargas existente



Proceso

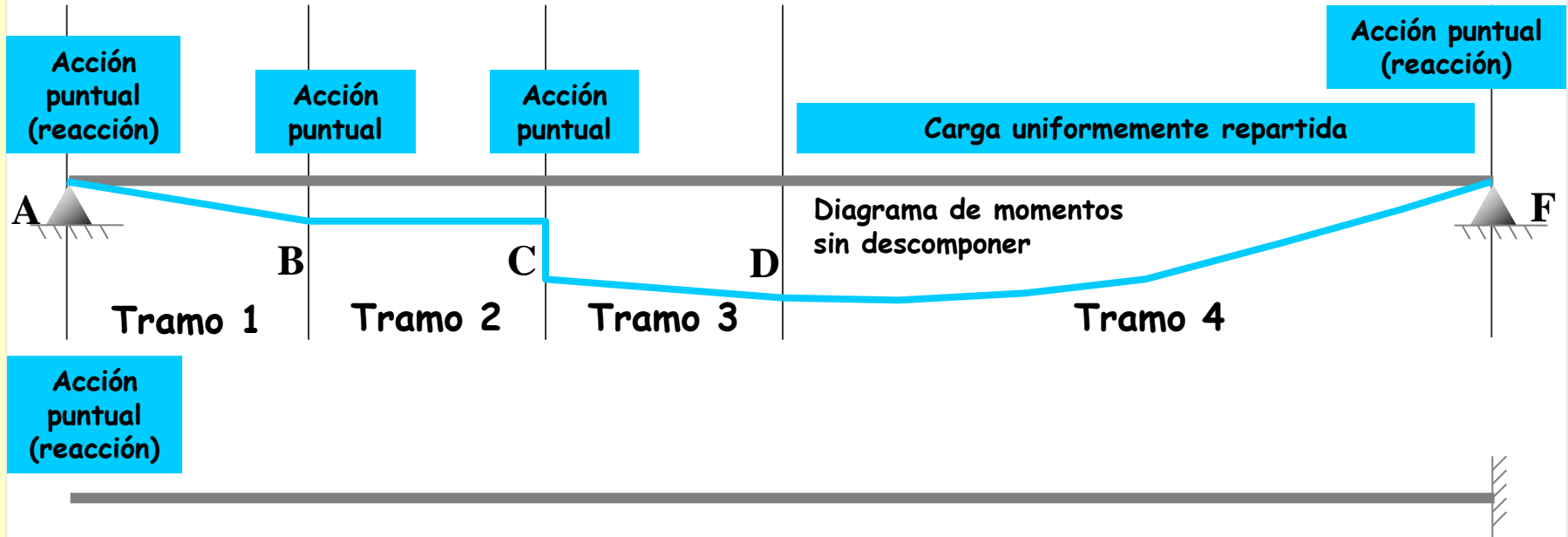
Se descompone el diagrama de momentos del voladizo en una suma de diagramas producidos por cada estado de cargas existente



Proceso

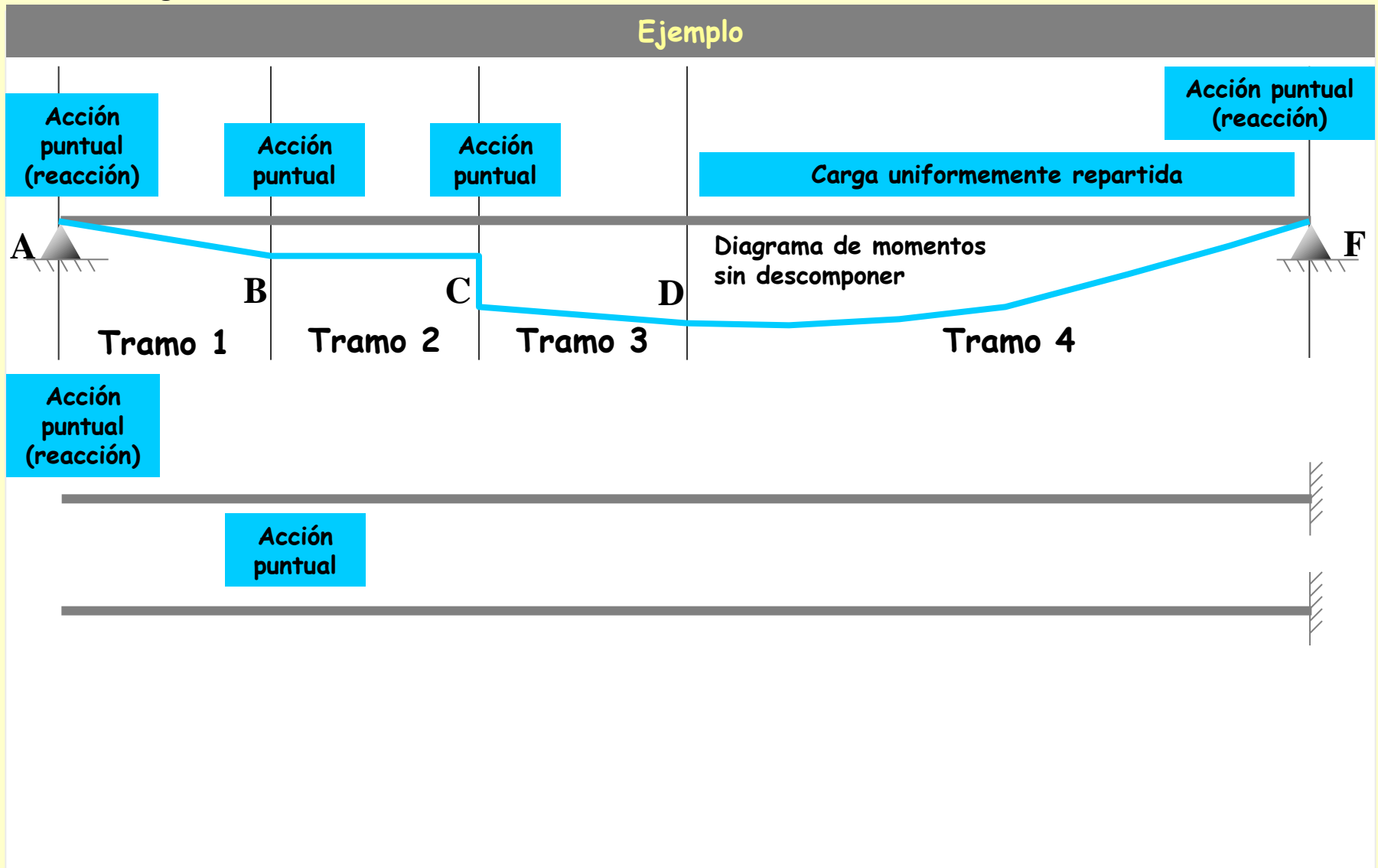
Se descompone el diagrama de momentos del voladizo en una suma de diagramas producidos por cada estado de cargas existente

Ejemplo



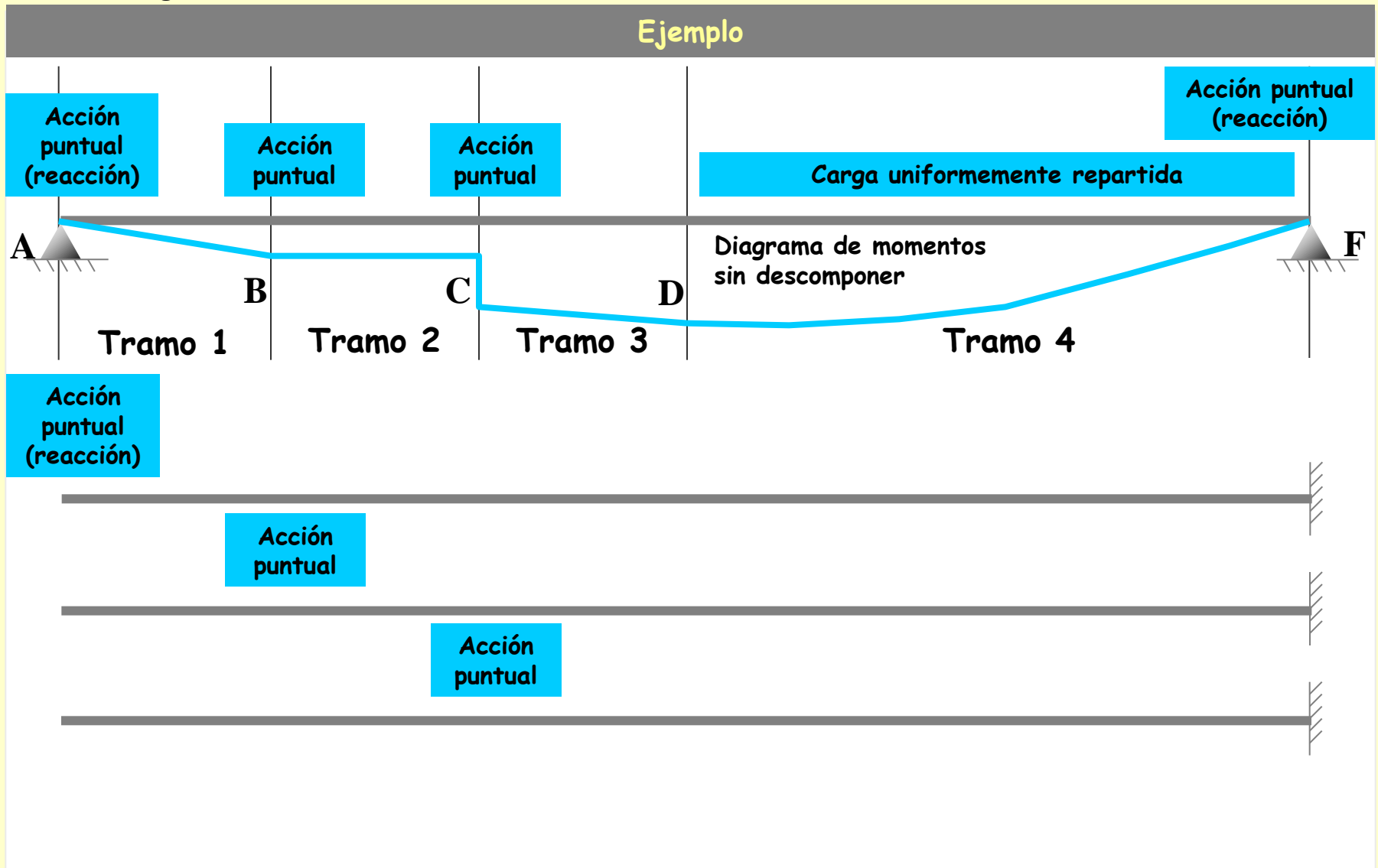
Proceso

Se descompone el diagrama de momentos del voladizo en una suma de diagramas producidos por cada estado de cargas existente



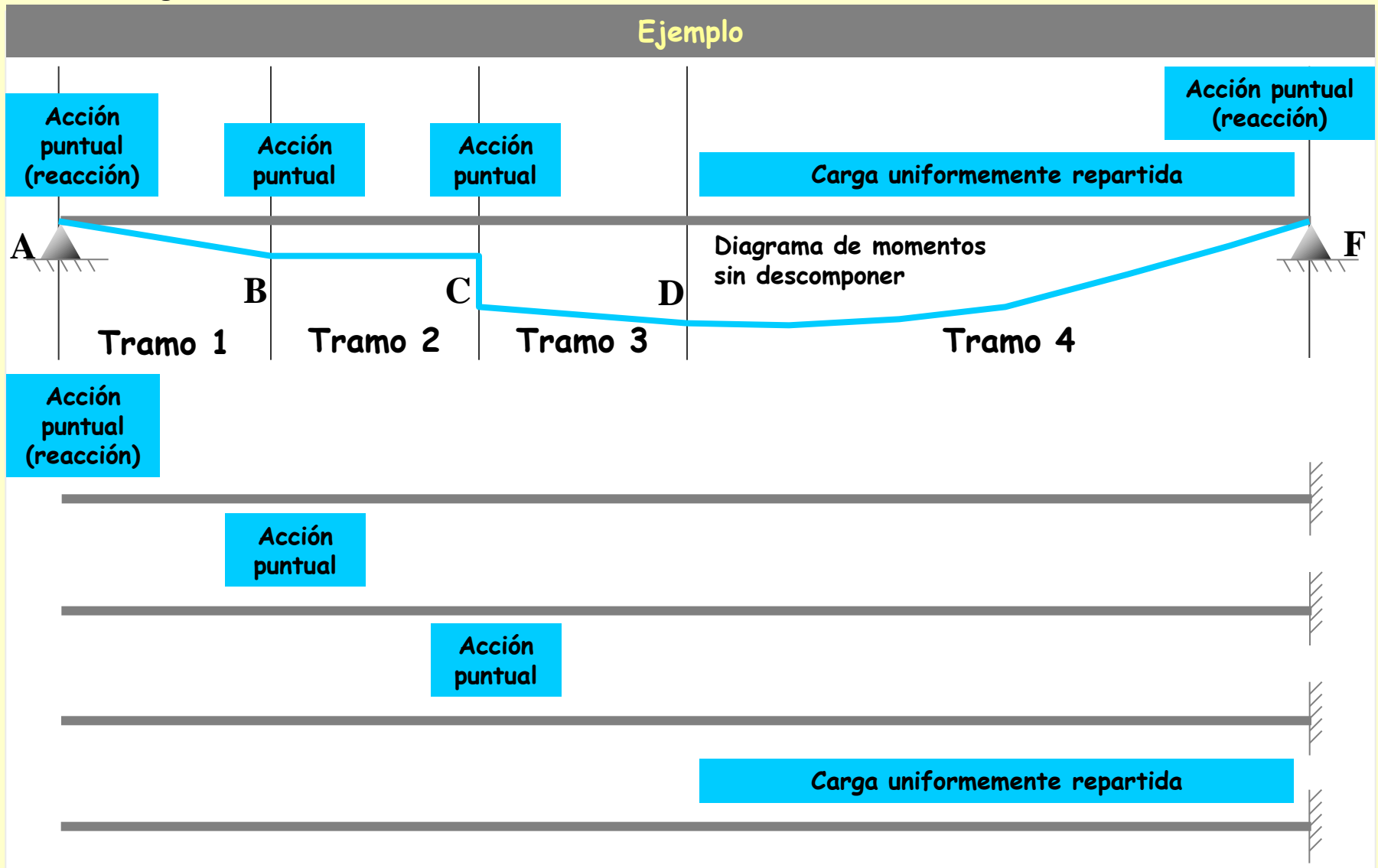
Proceso

Se descompone el diagrama de momentos del voladizo en una suma de diagramas producidos por cada estado de cargas existente



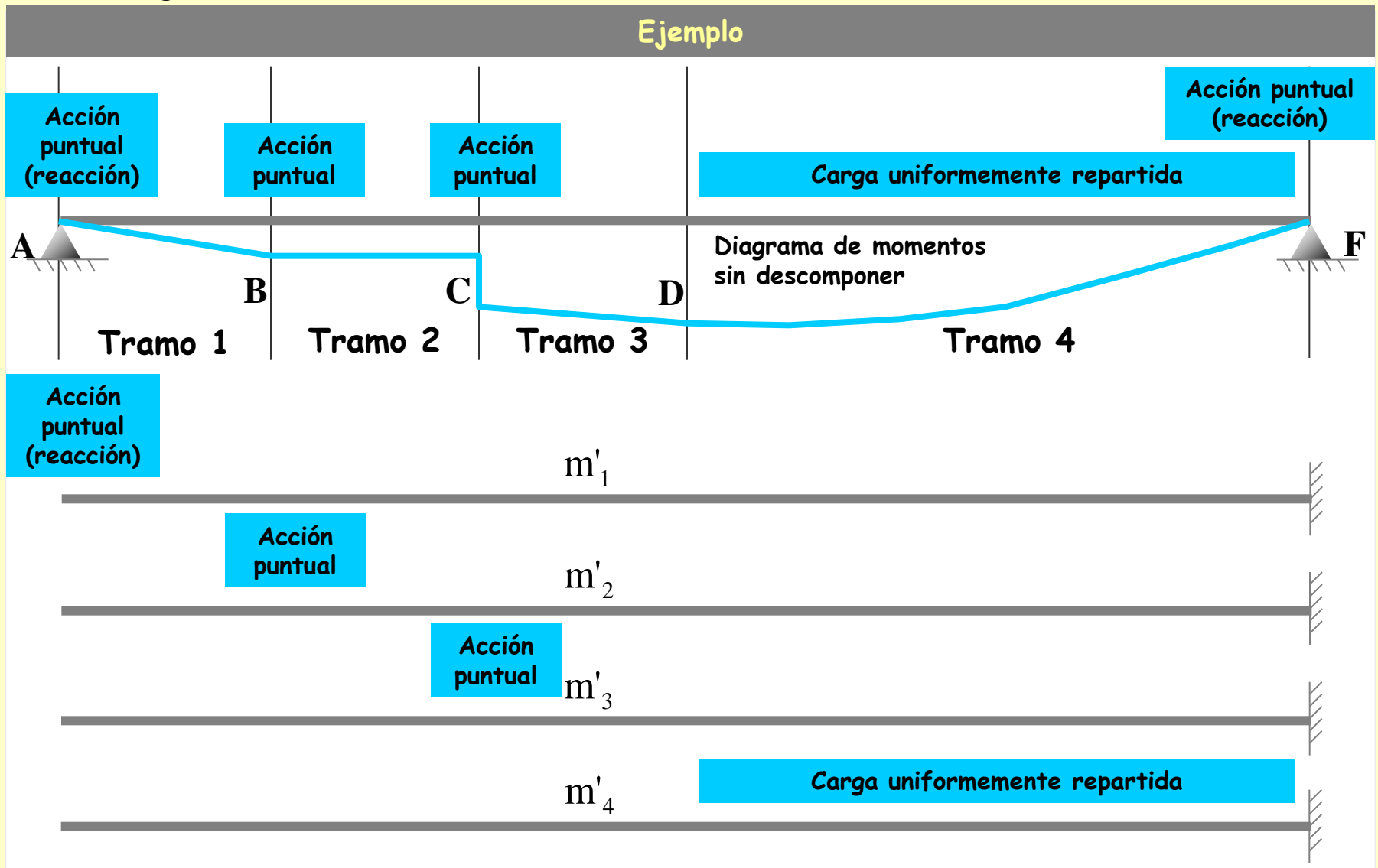
Proceso

Se descompone el diagrama de momentos del voladizo en una suma de diagramas producidos por cada estado de cargas existente



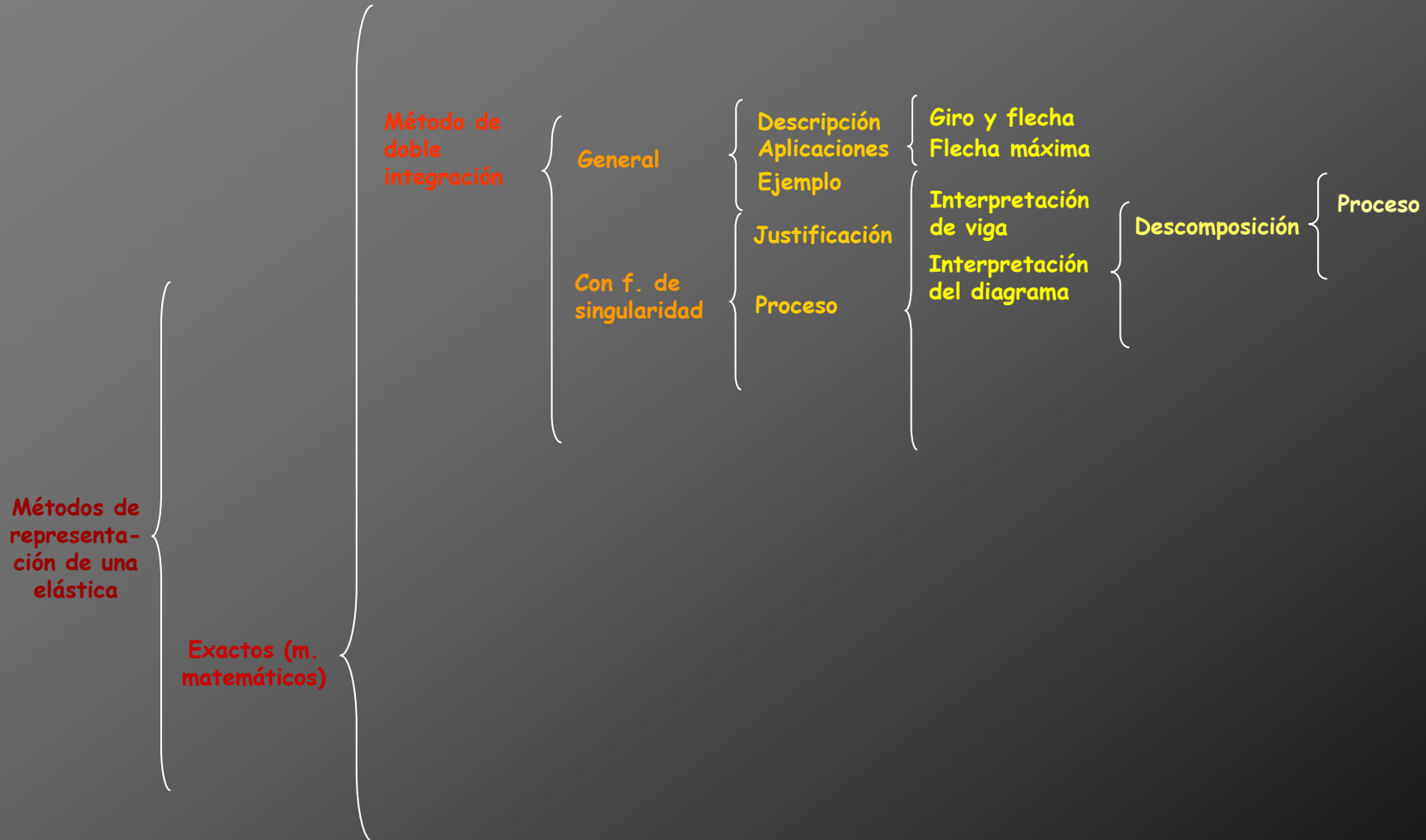
Proceso

Se descompone el diagrama de momentos del voladizo en una suma de diagramas producidos por cada estado de cargas existente



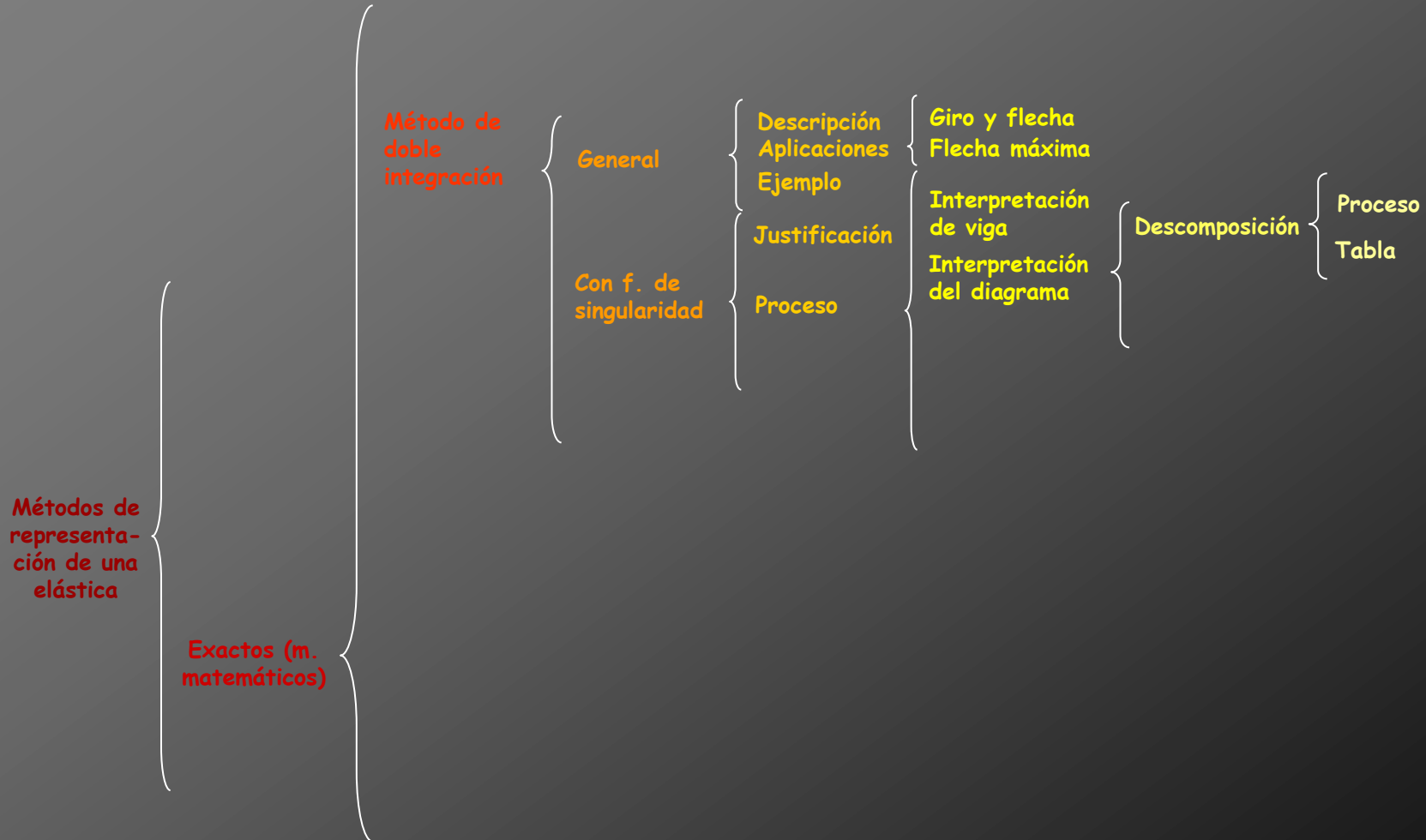


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Tabla



Tabla

Los diagramas parciales tienen siempre dos dominios claramente diferenciados: uno, donde la función es nula y otro, donde la función es una línea. Esta línea puede ser recta horizontal, inclinada, o bien media parábola de 2º grado de eje de simetría vertical. La siguiente tabla recoge estos diagramas asociados a sus correspondientes estados de carga:

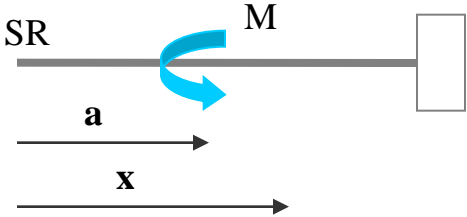
Tabla

Los diagramas parciales tienen siempre dos dominios claramente diferenciados: uno, donde la función es nula y otro, donde la función es una línea. Esta línea puede ser recta horizontal, inclinada, o bien media parábola de 2º grado de eje de simetría vertical. La siguiente tabla recoge estos diagramas asociados a sus correspondientes estados de carga:

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Diagrama de momentos por cada estado de carga			

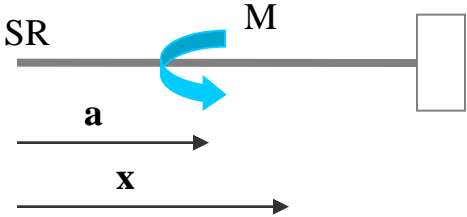
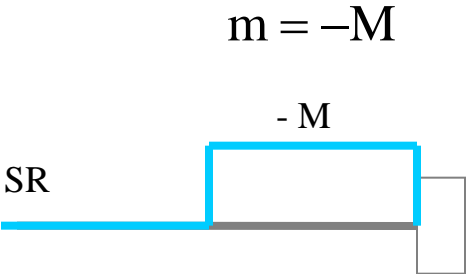
Tabla

Los diagramas parciales tienen siempre dos dominios claramente diferenciados: uno, donde la función es nula y otro, donde la función es una línea. Esta línea puede ser recta horizontal, inclinada, o bien media parábola de 2º grado de eje de simetría vertical. La siguiente tabla recoge estos diagramas asociados a sus correspondientes estados de carga:

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
			
Diagrama de momentos por cada estado de carga			

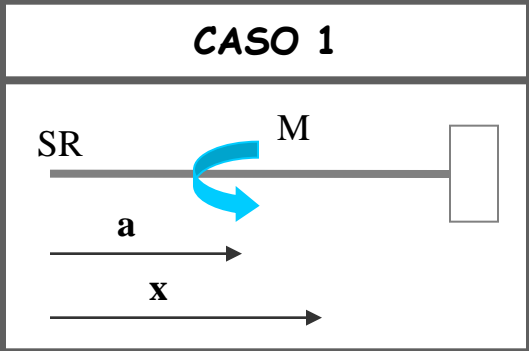
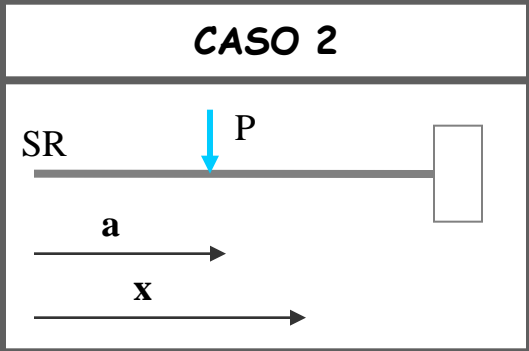
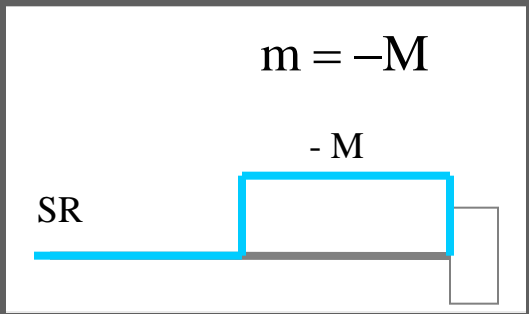
Tabla

Los diagramas parciales tienen siempre dos dominios claramente diferenciados: uno, donde la función es nula y otro, donde la función es una línea. Esta línea puede ser recta horizontal, inclinada, o bien media parábola de 2º grado de eje de simetría vertical. La siguiente tabla recoge estos diagramas asociados a sus correspondientes estados de carga:

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
			
Diagrama de momentos por cada estado de carga	<p>$m = -M$</p> 		

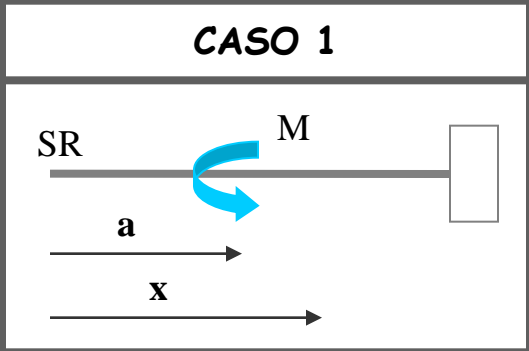
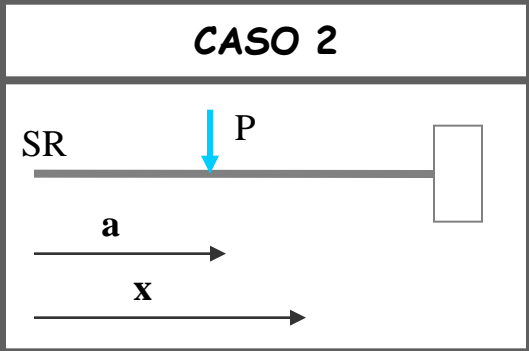
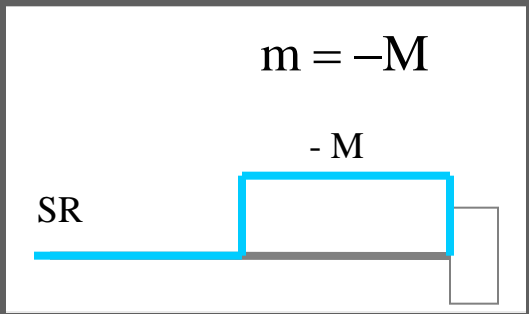
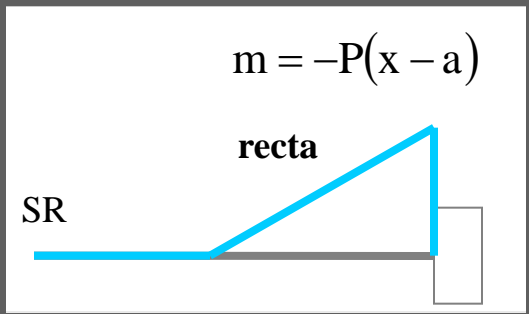
Tabla

Los diagramas parciales tienen siempre dos dominios claramente diferenciados: uno, donde la función es nula y otro, donde la función es una línea. Esta línea puede ser recta horizontal, inclinada, o bien media parábola de 2º grado de eje de simetría vertical. La siguiente tabla recoge estos diagramas asociados a sus correspondientes estados de carga:

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
			
Diagrama de momentos por cada estado de carga	<p>$m = -M$</p> 		

Tabla

Los diagramas parciales tienen siempre dos dominios claramente diferenciados: uno, donde la función es nula y otro, donde la función es una línea. Esta línea puede ser recta horizontal, inclinada, o bien media parábola de 2º grado de eje de simetría vertical. La siguiente tabla recoge estos diagramas asociados a sus correspondientes estados de carga:

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
			
Diagrama de momentos por cada estado de carga	<p>$m = -M$</p> 	<p>$m = -P(x - a)$</p> <p>recta</p> 	



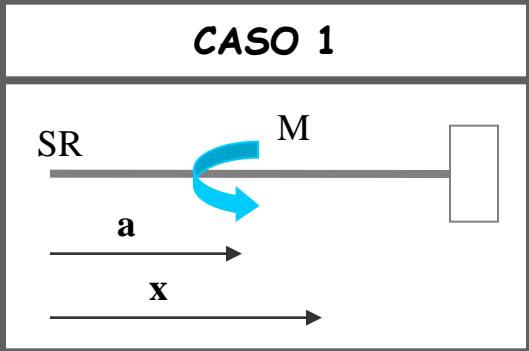
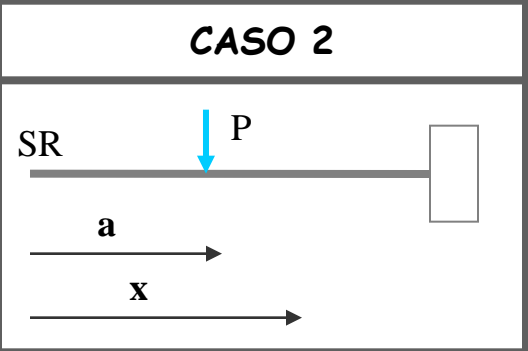
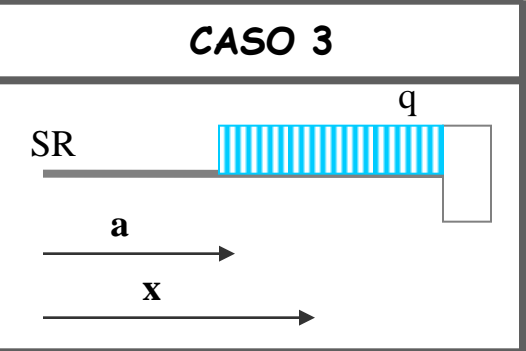
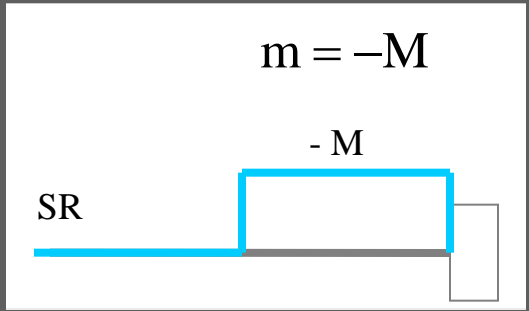
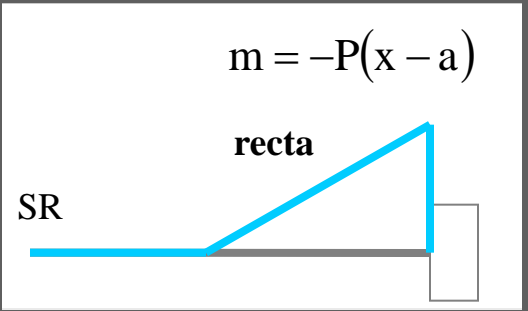
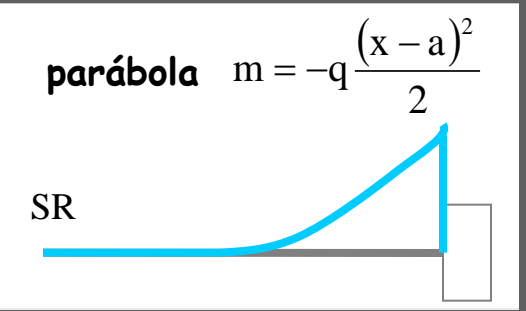
Tabla

Los diagramas parciales tienen siempre dos dominios claramente diferenciados: uno, donde la función es nula y otro, donde la función es una línea. Esta línea puede ser recta horizontal, inclinada, o bien media parábola de 2º grado de eje de simetría vertical. La siguiente tabla recoge estos diagramas asociados a sus correspondientes estados de carga:

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Diagrama de momentos por cada estado de carga	$m = -M$ 	$m = -P(x - a)$ recta 	

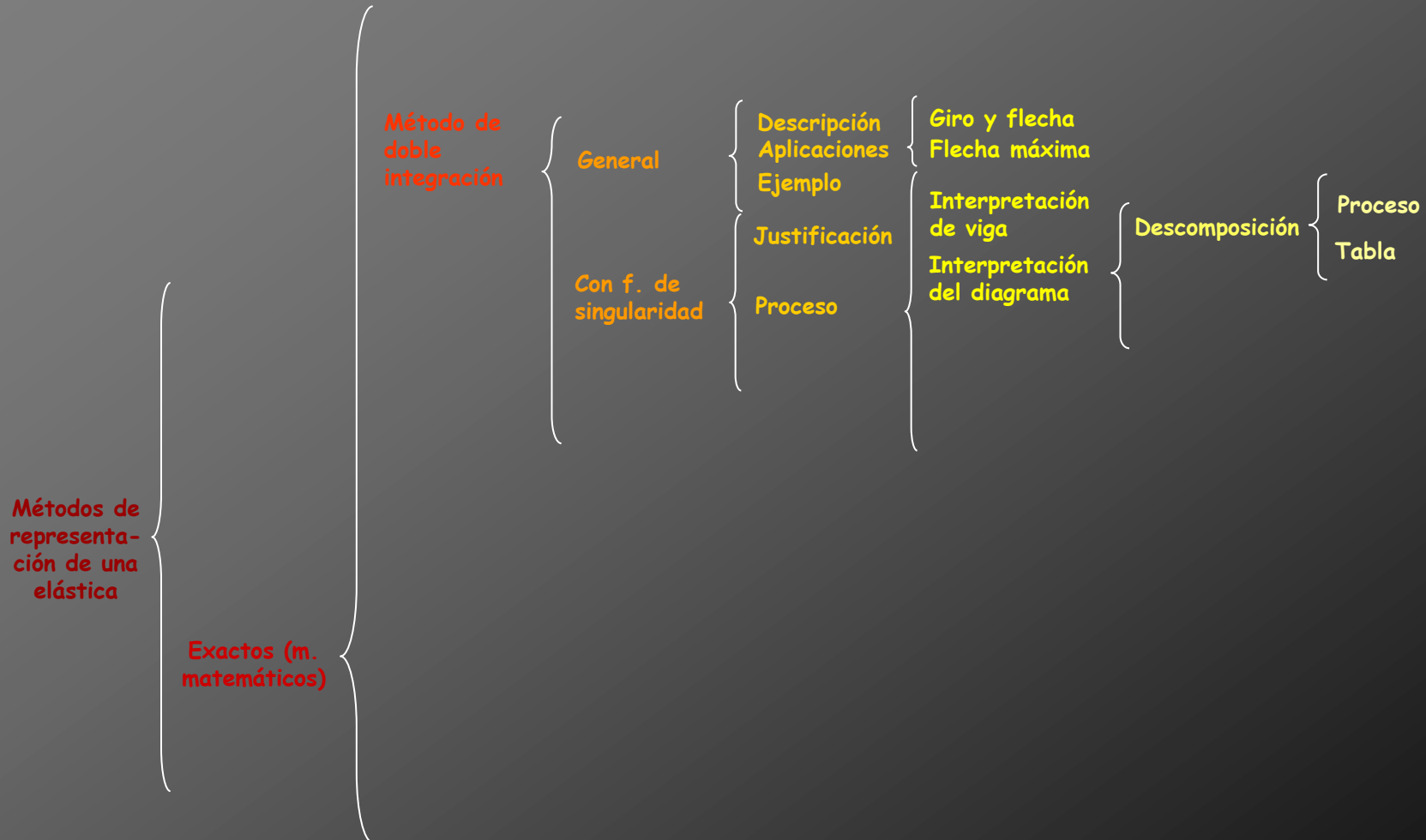
Tabla

Los diagramas parciales tienen siempre dos dominios claramente diferenciados: uno, donde la función es nula y otro, donde la función es una línea. Esta línea puede ser recta horizontal, inclinada, o bien media parábola de 2º grado de eje de simetría vertical. La siguiente tabla recoge estos diagramas asociados a sus correspondientes estados de carga:

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
			
Diagrama de momentos por cada estado de carga	$m = -M$ 	$m = -P(x - a)$ recta 	parábola $m = -q \frac{(x - a)^2}{2}$ 

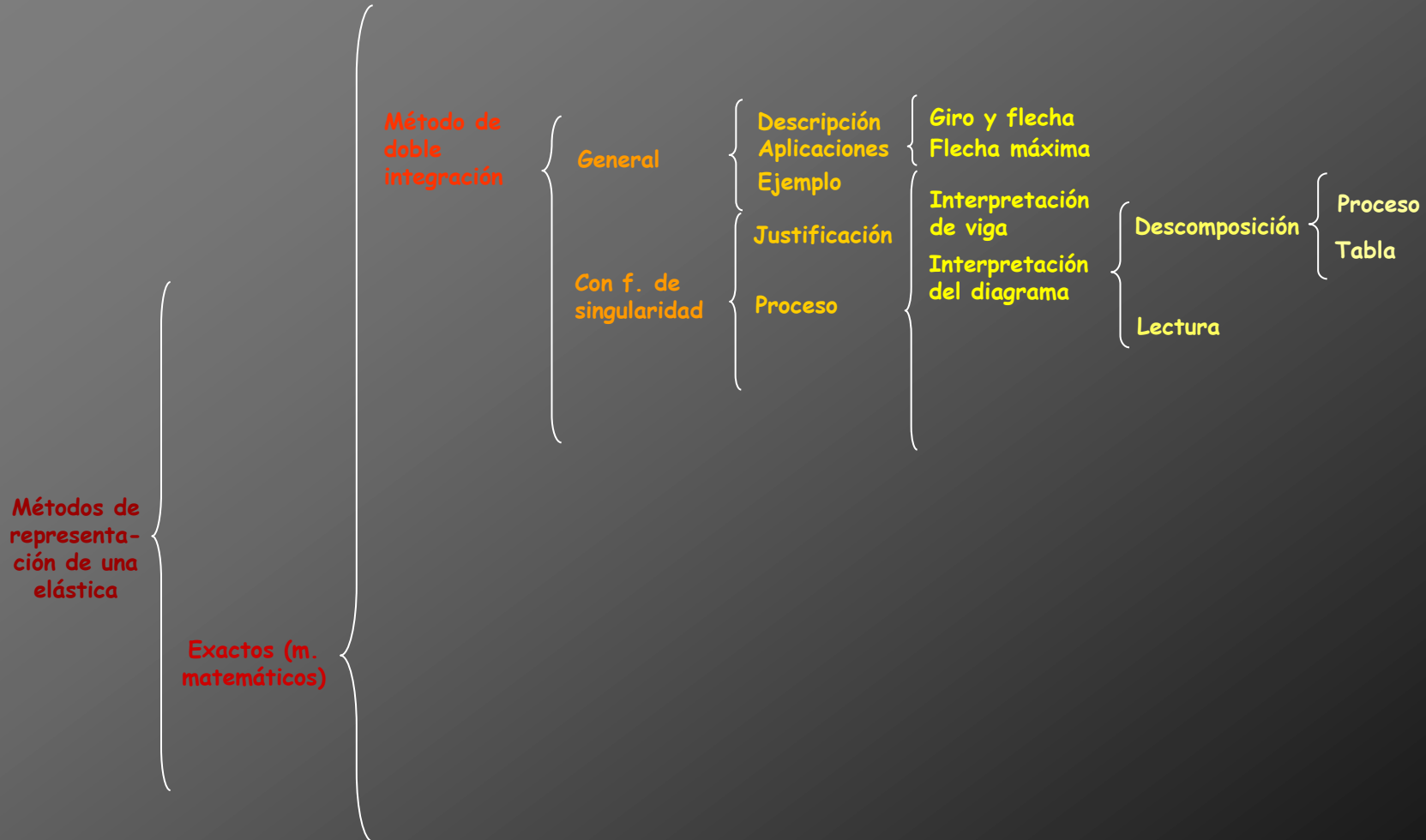


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Lectura

Lectura

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Diagrama de momentos por cada estado de carga	<p>$m = -M$</p>	<p>$m = -P(x - a)$</p> <p>recta</p>	<p>parábola $m = -q \frac{(x - a)^2}{2}$</p>

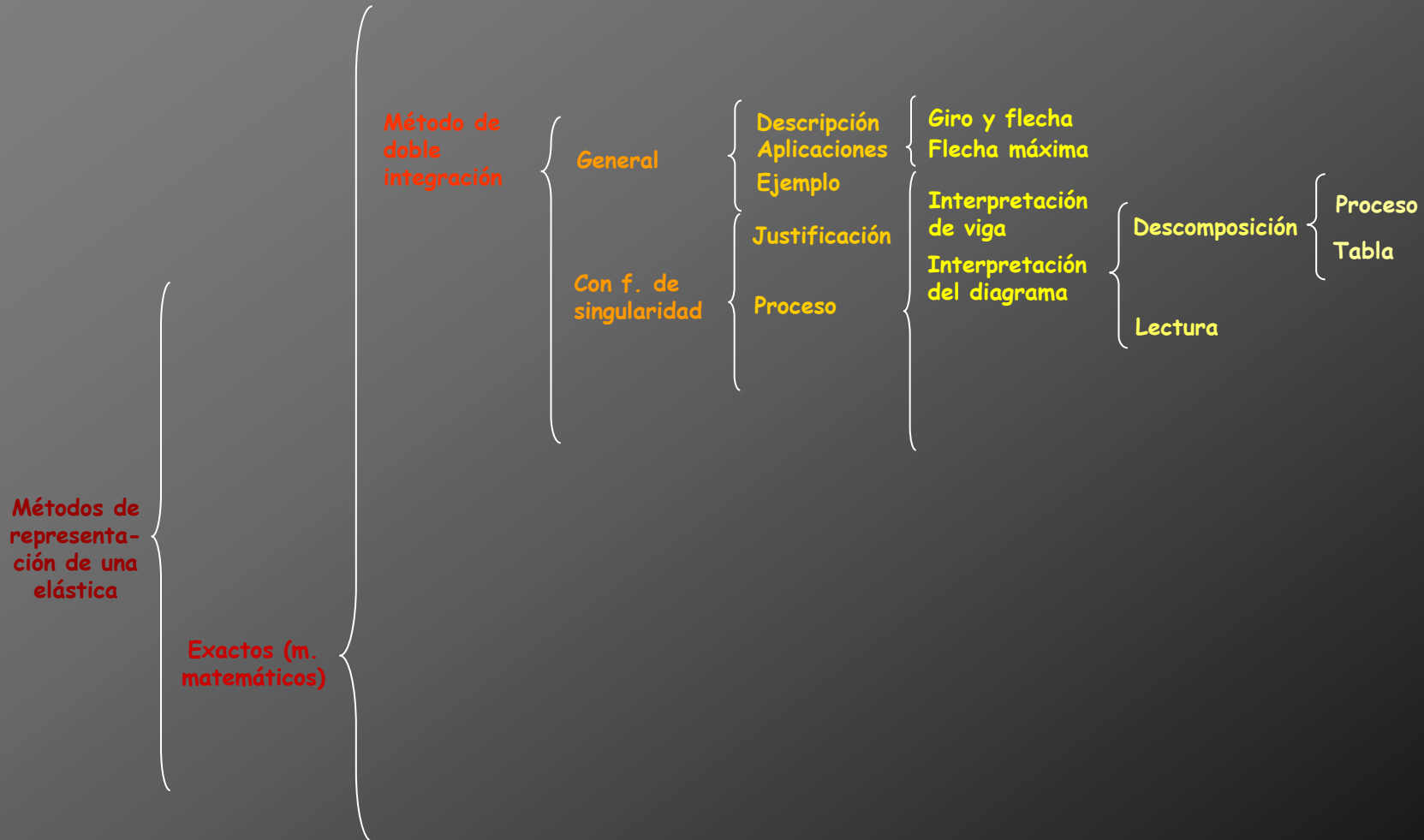
Lectura

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Diagrama de momentos por cada estado de carga	<p>$m = -M$</p>	<p>$m = -P(x - a)$</p> <p>recta</p>	<p>parábola $m = -q \frac{(x - a)^2}{2}$</p>

Cada una de estas funciones se van a interpretar en forma de funciones de singularidad

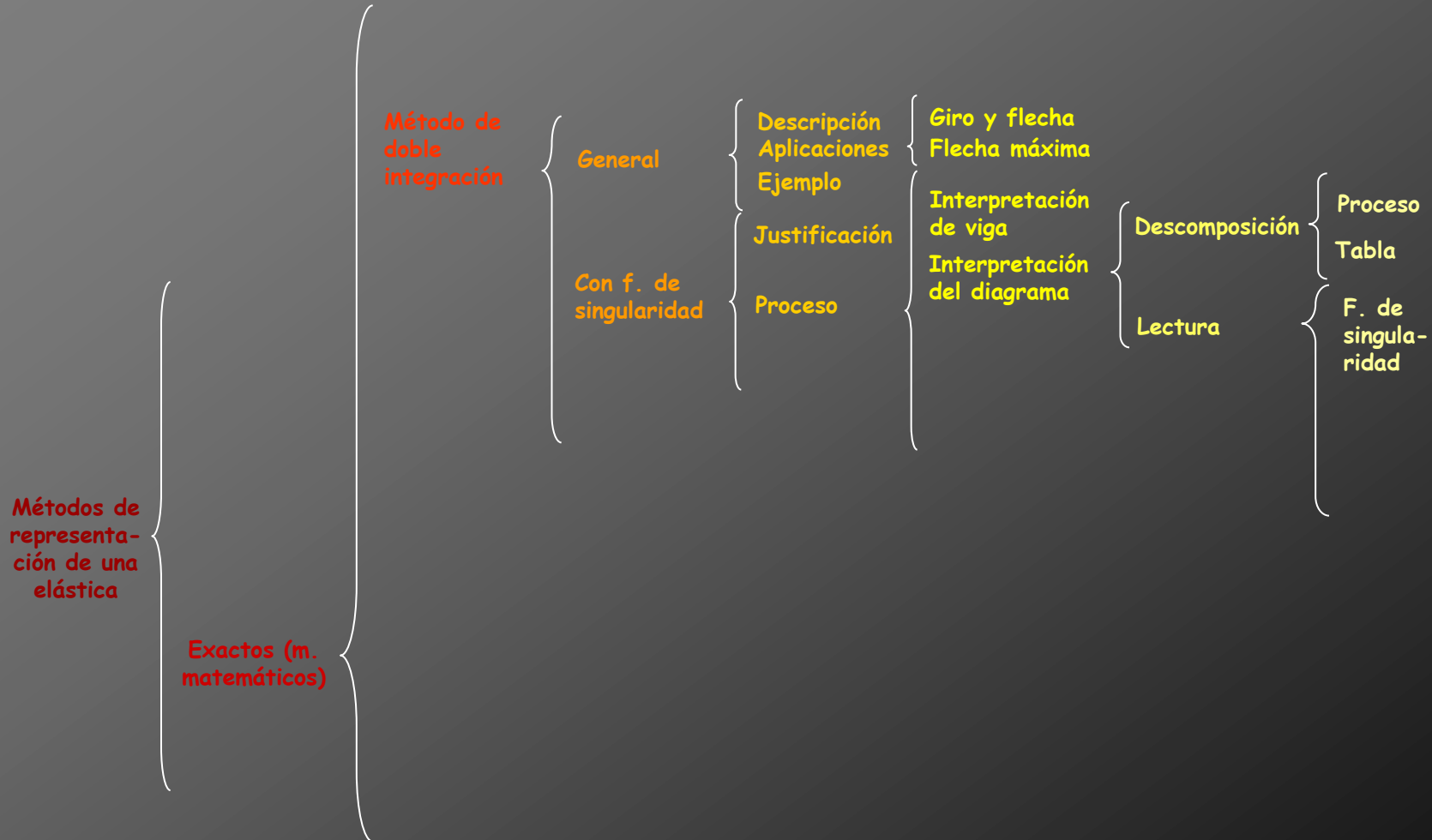


Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos

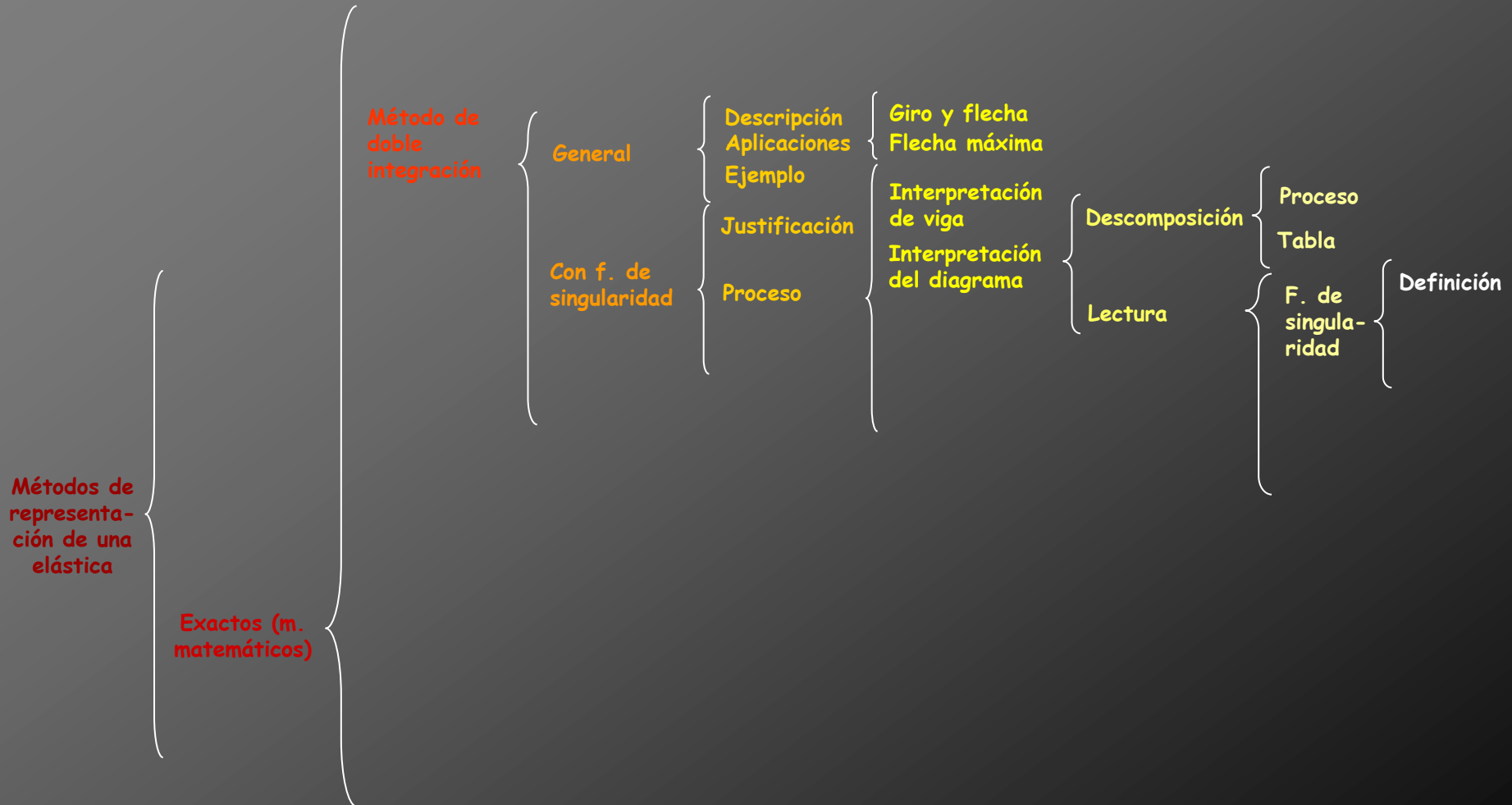




Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Definición de función de singularidad



Definición de función de singularidad

Es una función matemática comprendida en el dominio de los valores positivos que presenta dos regiones claramente diferenciadas:

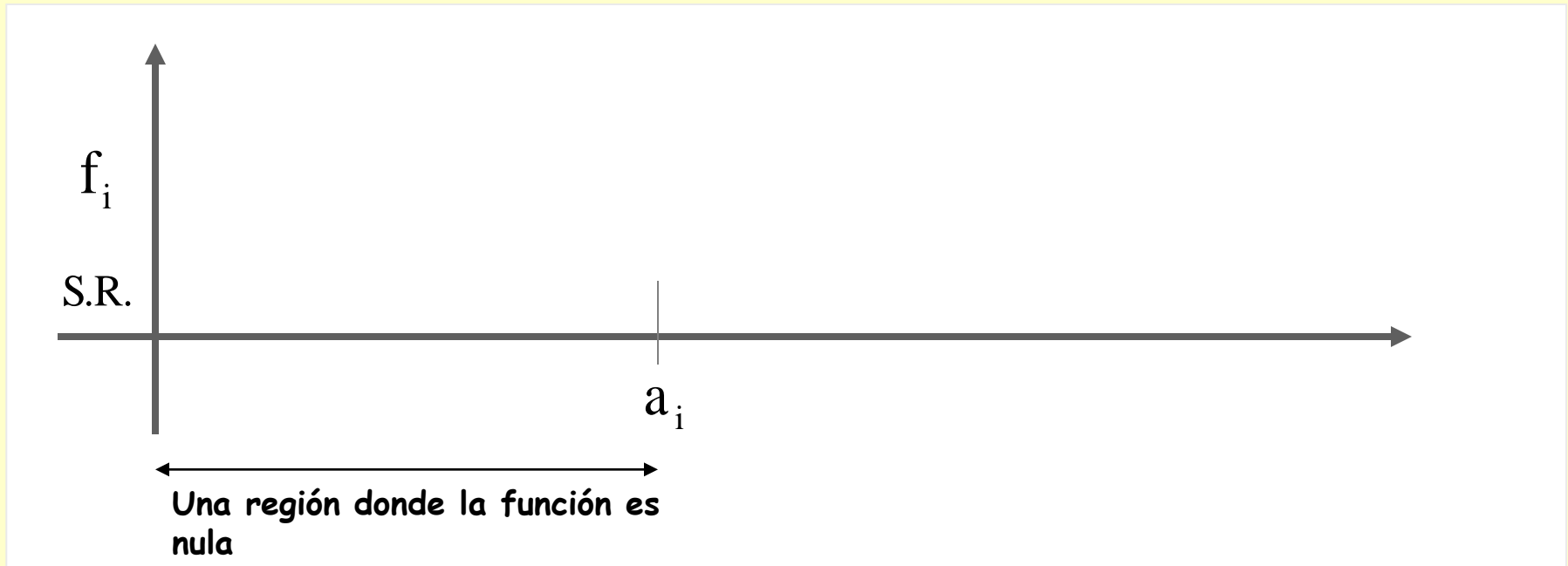
Definición de función de singularidad

Es una función matemática comprendida en el dominio de los valores positivos que presenta dos regiones claramente diferenciadas:



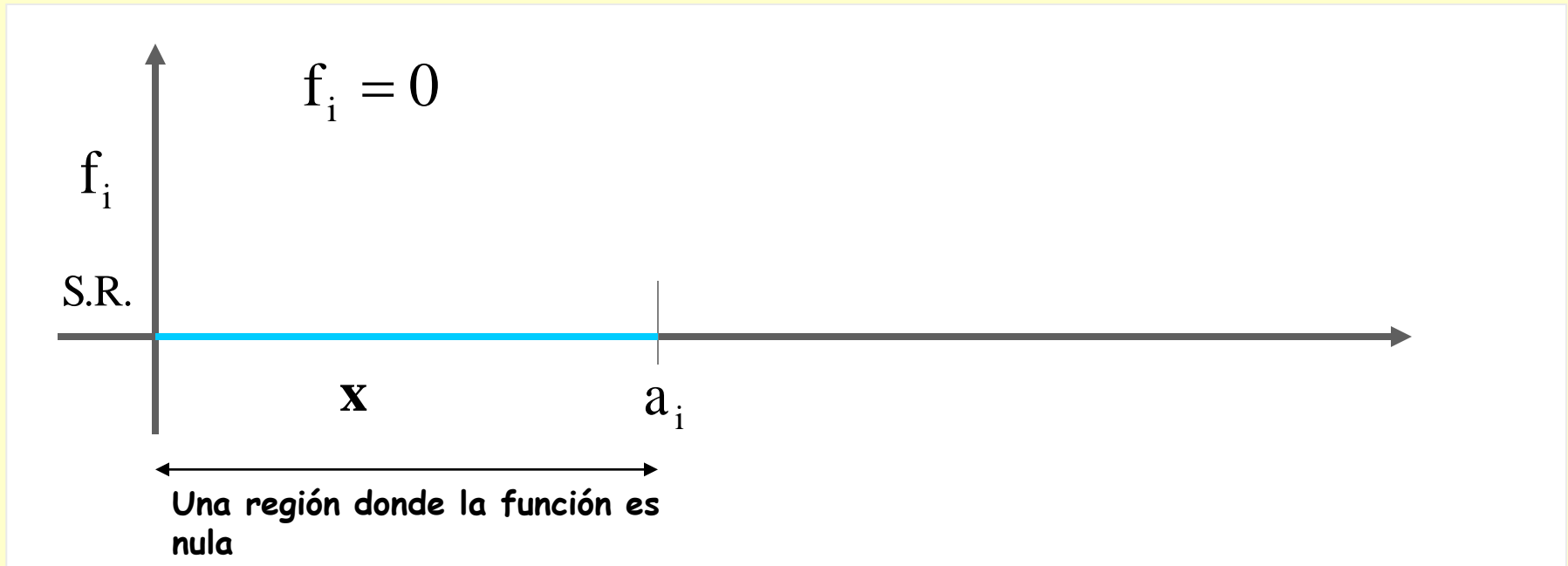
Definición de función de singularidad

Es una función matemática comprendida en el dominio de los valores positivos que presenta dos regiones claramente diferenciadas:



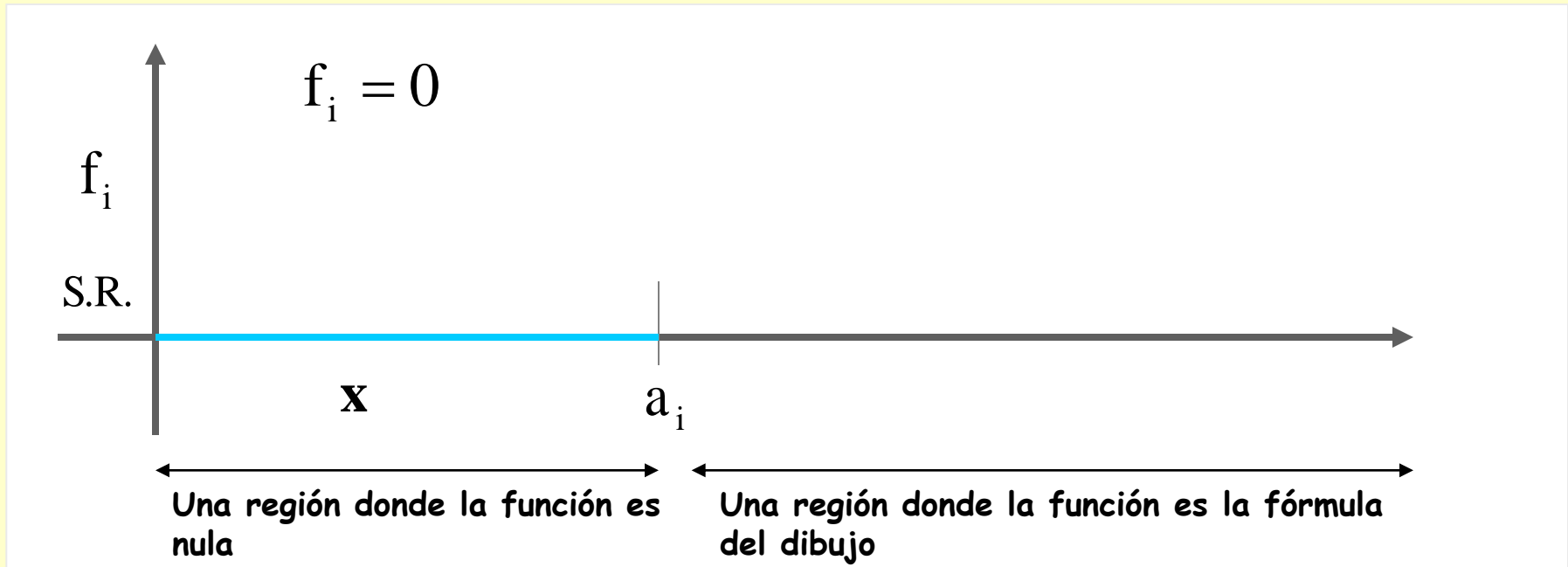
Definición de función de singularidad

Es una función matemática comprendida en el dominio de los valores positivos que presenta dos regiones claramente diferenciadas:



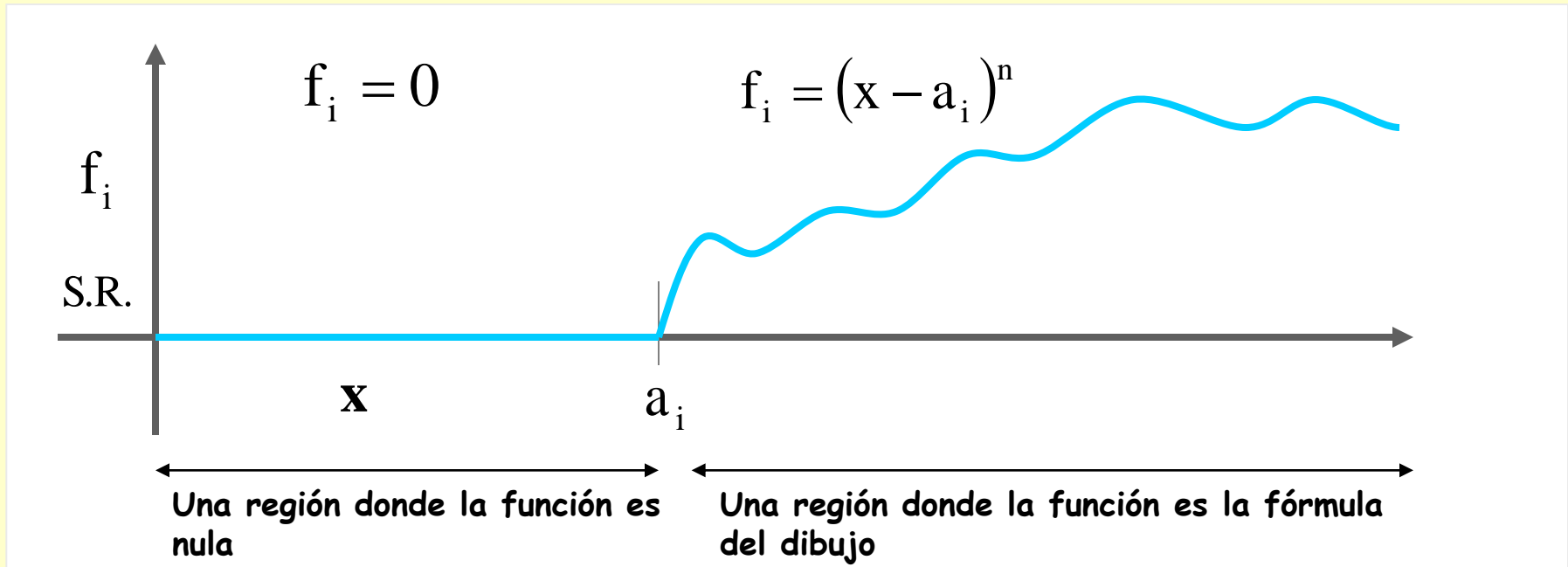
Definición de función de singularidad

Es una función matemática comprendida en el dominio de los valores positivos que presenta dos regiones claramente diferenciadas:



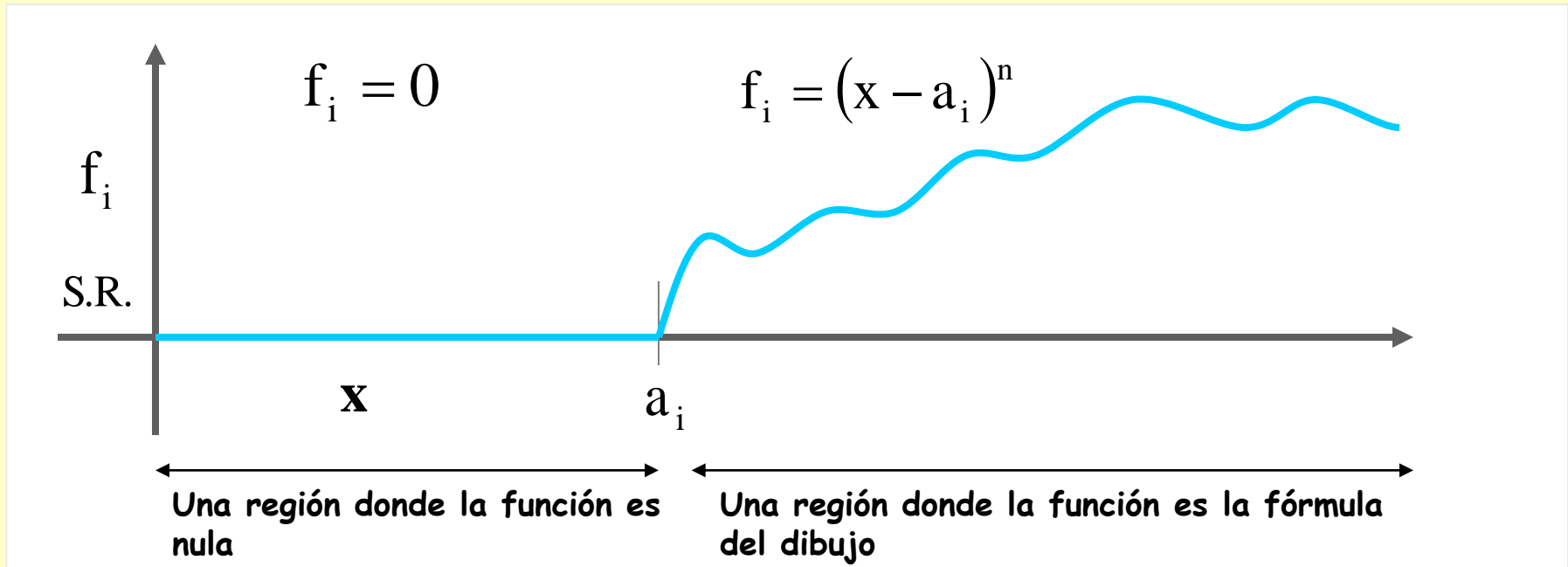
Definición de función de singularidad

Es una función matemática comprendida en el dominio de los valores positivos que presenta dos regiones claramente diferenciadas:



Definición de función de singularidad

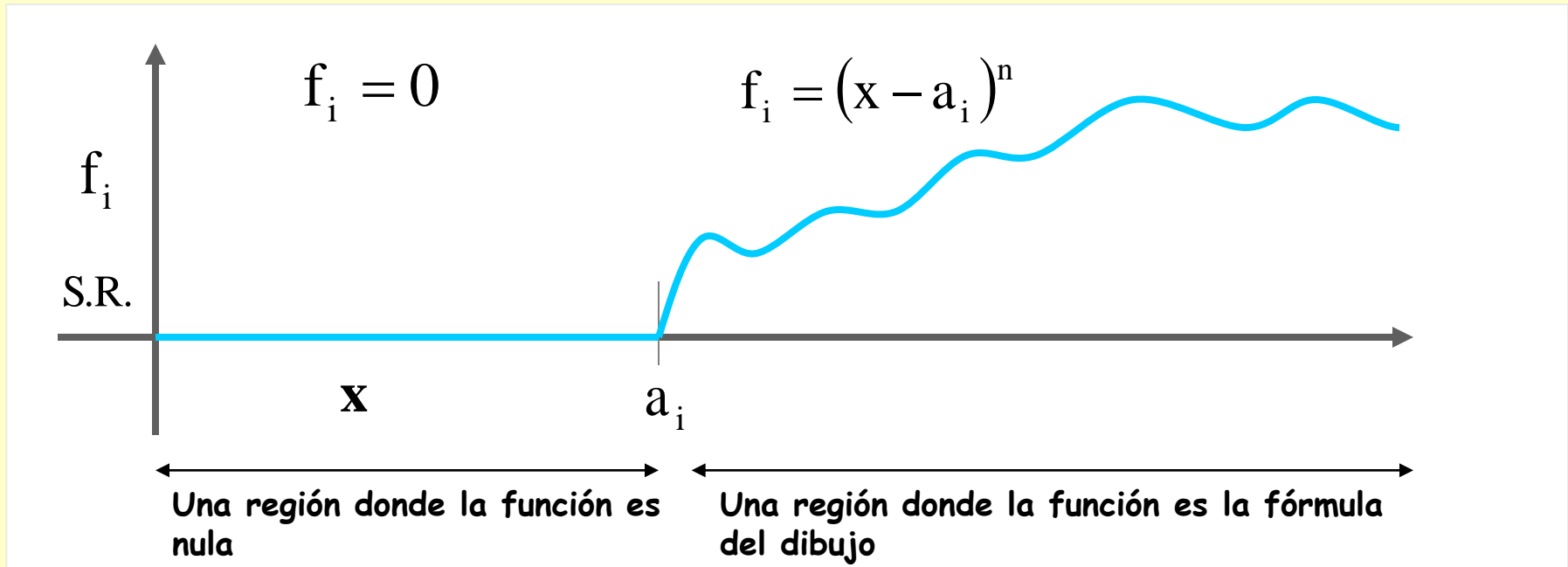
Es una función matemática comprendida en el dominio de los valores positivos que presenta dos regiones claramente diferenciadas:



Las funciones de singularidad se expresan matemáticamente de la siguiente manera:

Definición de función de singularidad

Es una función matemática comprendida en el dominio de los valores positivos que presenta dos regiones claramente diferenciadas:

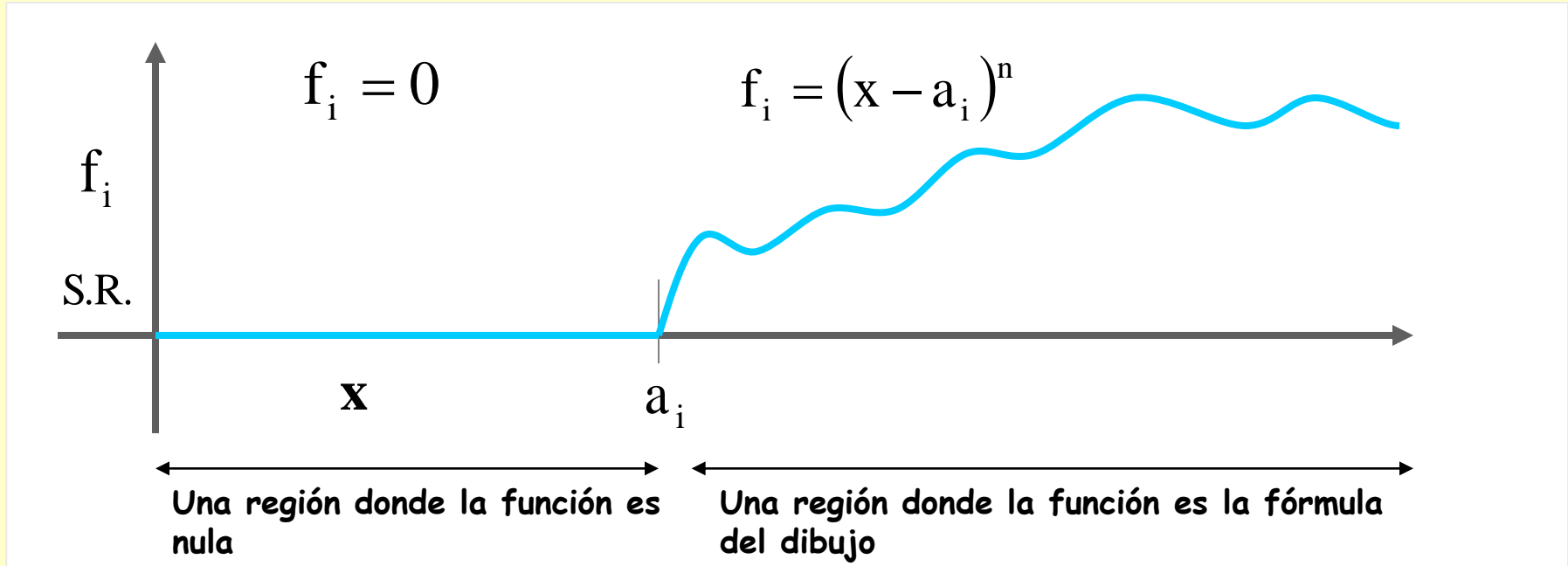


Las funciones de singularidad se expresan matemáticamente de la siguiente manera:

$$f_i = \langle x - a_i \rangle^n$$

Definición de función de singularidad

Es una función matemática comprendida en el dominio de los valores positivos que presenta dos regiones claramente diferenciadas:



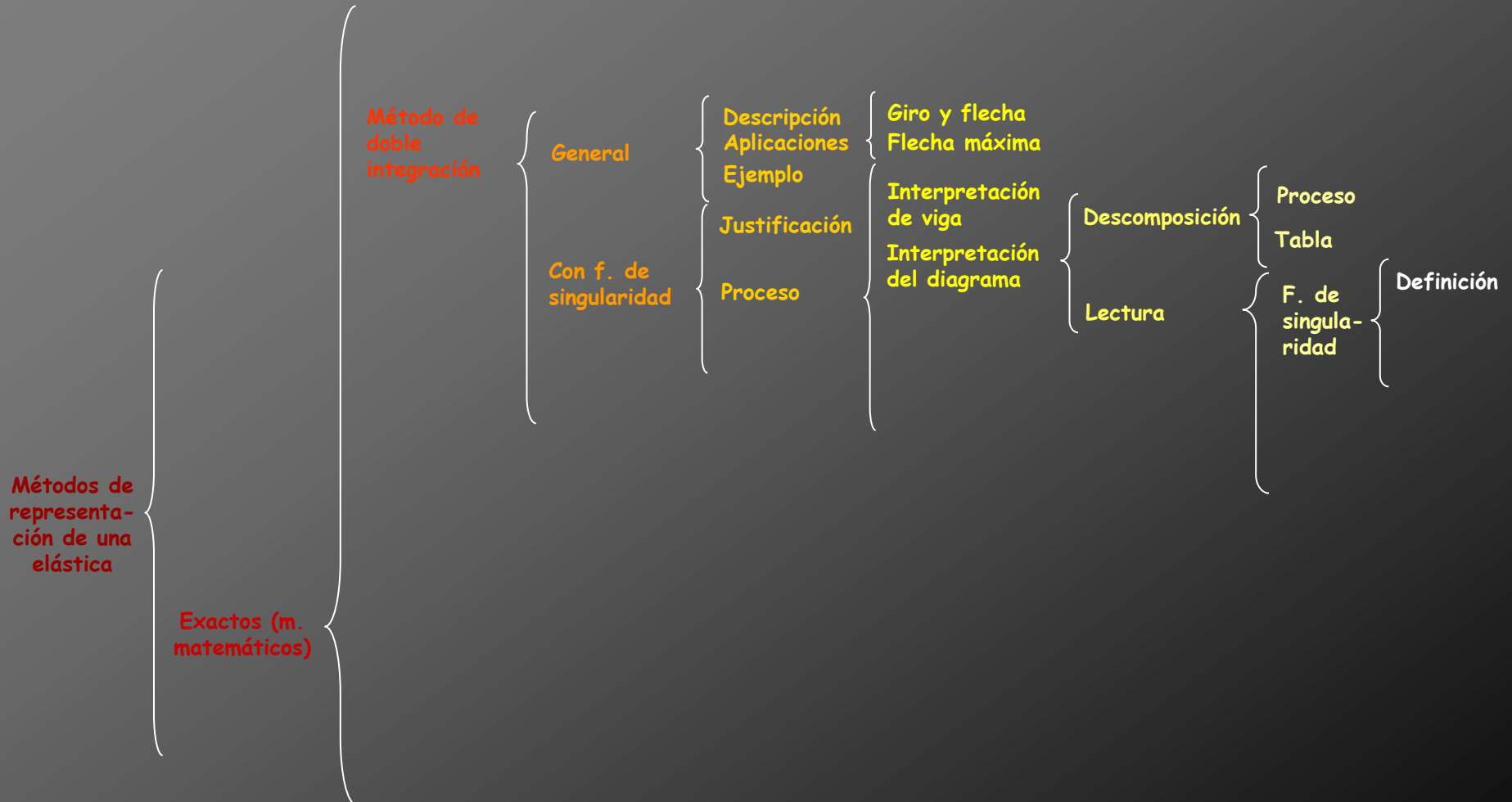
Las funciones de singularidad se expresan matemáticamente de la siguiente manera:

$$f_i = \langle x - a_i \rangle^n$$

$$\begin{cases} x < a_i & f_i = 0 \\ x > a_i & f_i = (x - a_i)^n \end{cases}$$



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Integración de una función de singularidad



Integración de una función de singularidad

La integración de una función de singularidad se realiza de la siguiente manera:



Integración de una función de singularidad

La integración de una función de singularidad se realiza de la siguiente manera:

$$I_{f_i} = \frac{\langle x - a_i \rangle^{n+1}}{n+1} \quad \forall n \geq 0$$



Integración de una función de singularidad

La integración de una función de singularidad se realiza de la siguiente manera:

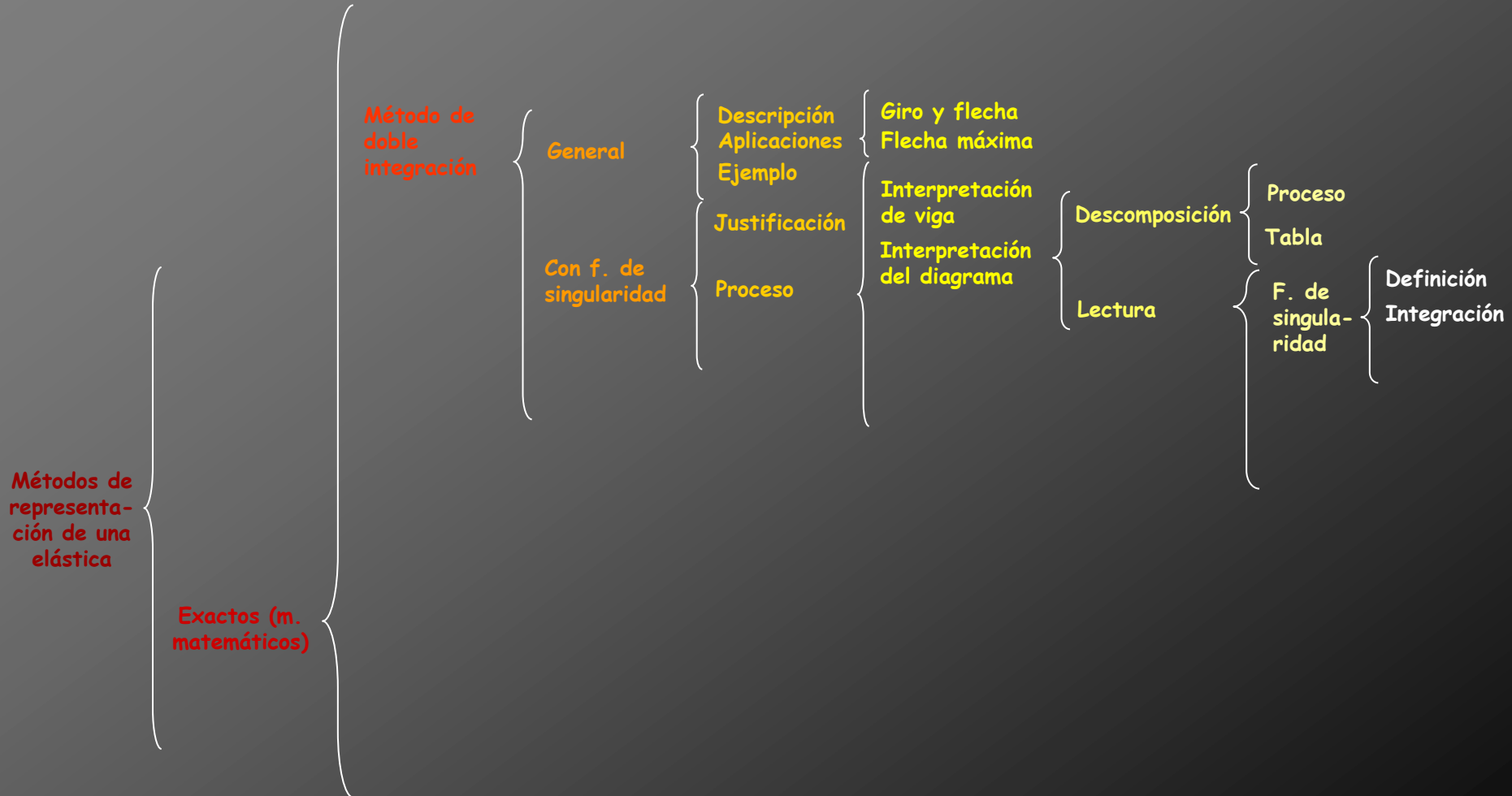
$$I_{f_i} = \frac{\langle x - a_i \rangle^{n+1}}{n+1} \quad \forall n \geq 0$$

Función de singularidad:

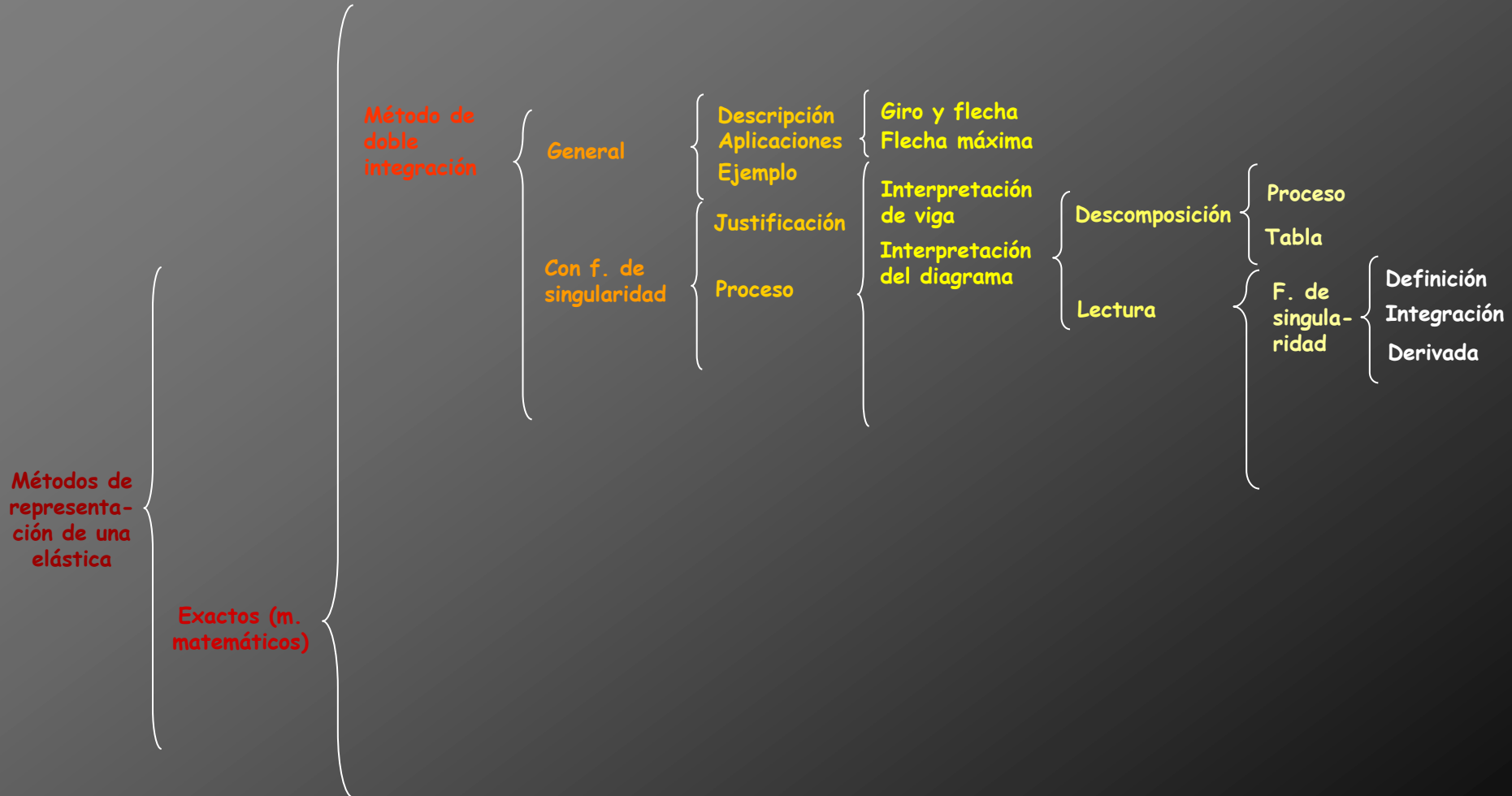
$$f_i = \langle x - a_i \rangle^n$$

$$\begin{cases} x < a_i & f_i = 0 \\ x > a_i & f_i = (x - a_i)^n \end{cases}$$

Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Derivada de una función de singularidad



Derivada de una función de singularidad

La derivada de una función de singularidad se realiza de la siguiente manera:



Derivada de una función de singularidad

La derivada de una función de singularidad se realiza de la siguiente manera:

$$f_i' = n \cdot \langle x - a_i \rangle^{n-1} \quad \forall n \geq 1$$

Derivada de una función de singularidad

La derivada de una función de singularidad se realiza de la siguiente manera:

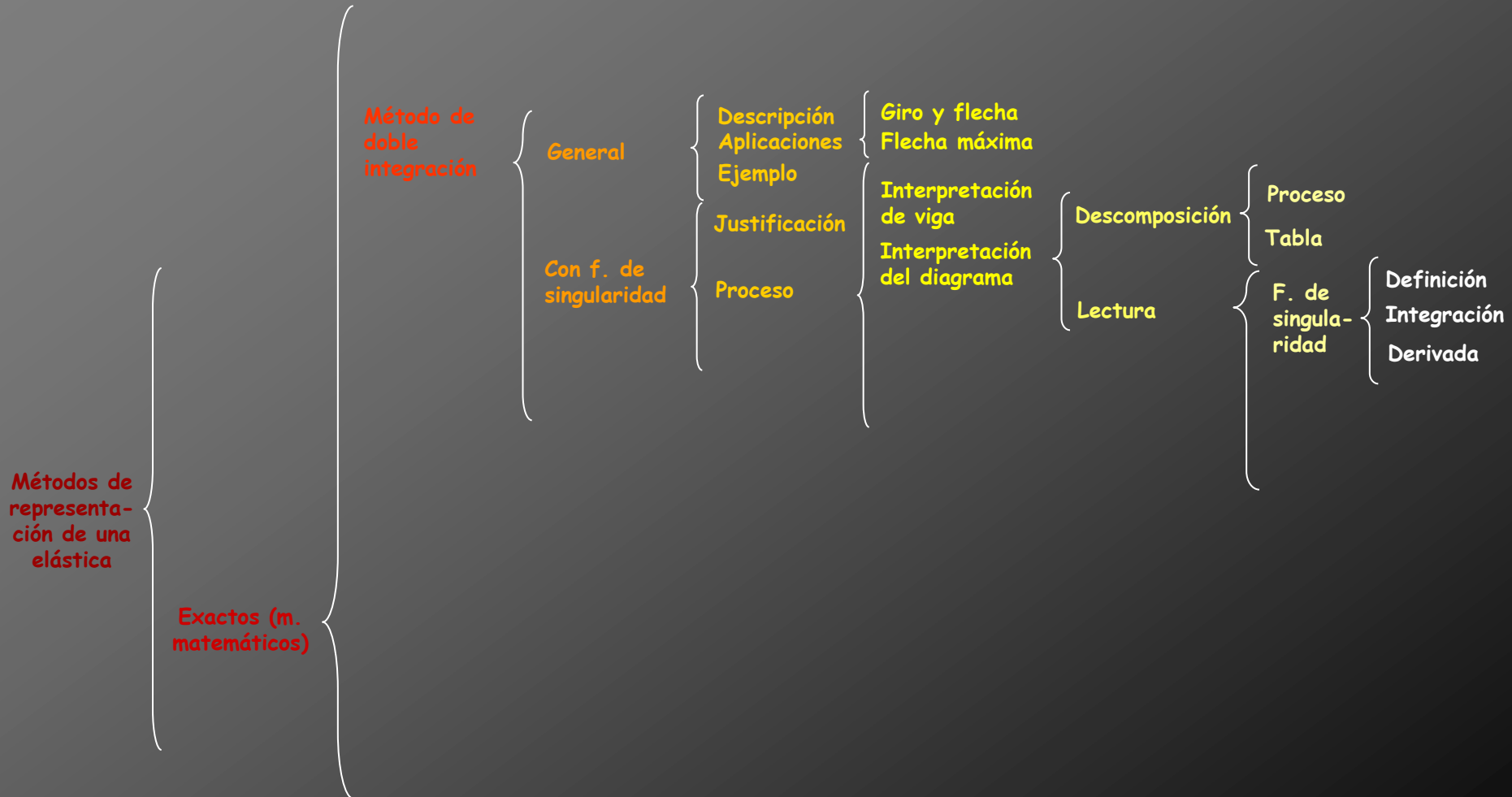
$$f_i' = n \cdot \langle x - a_i \rangle^{n-1} \quad \forall n \geq 1$$

Función de singularidad:

$$f_i = \langle x - a_i \rangle^n$$

$$\begin{cases} x < a_i & f_i = 0 \\ x > a_i & f_i = (x - a_i)^n \end{cases}$$

Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos

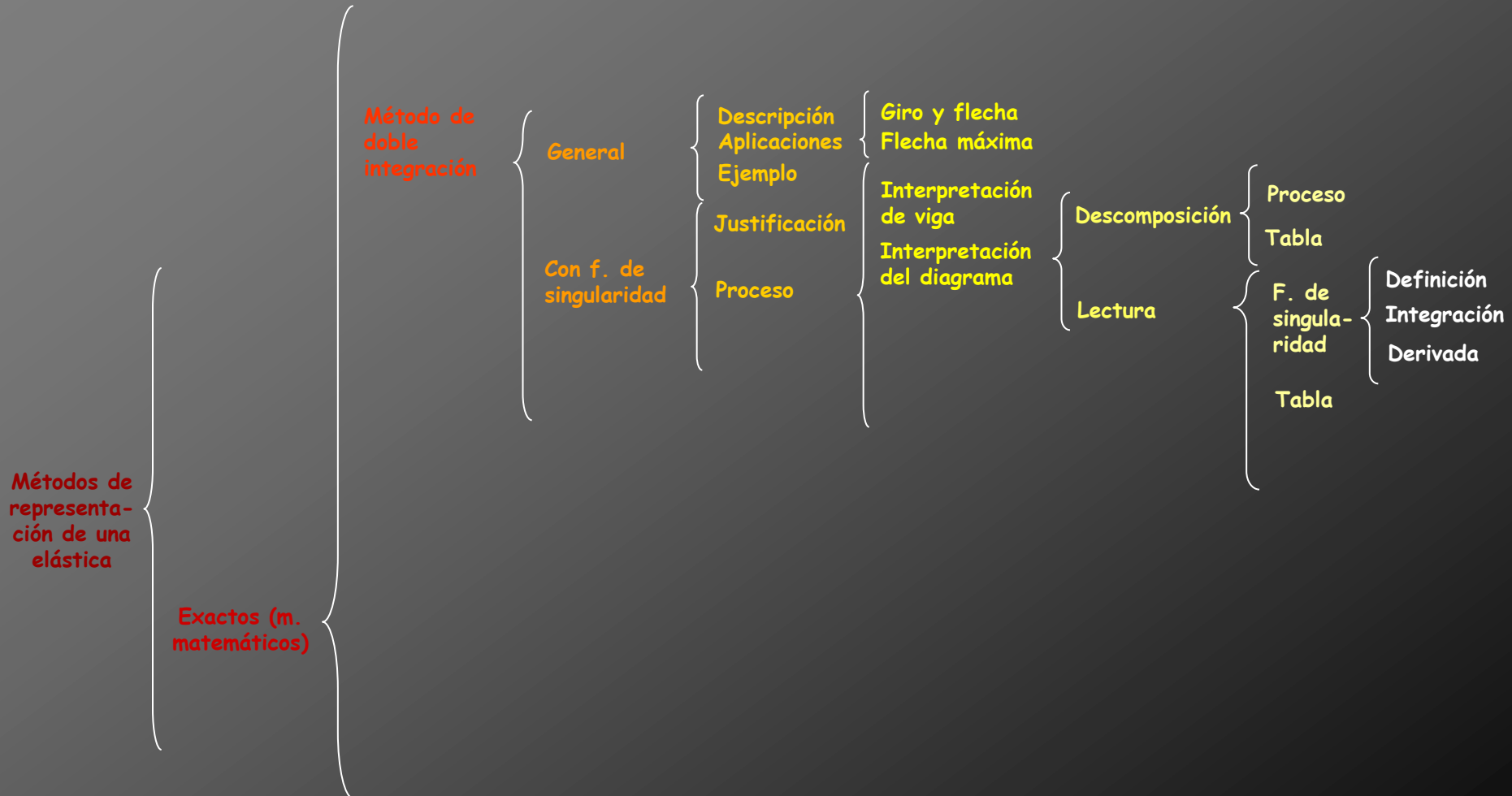




Tabla de funciones de singularidad



Tabla de funciones de singularidad

Los diagramas de momentos parciales comentados anteriormente se expresan en forma de funciones de singularidad y se recogen en la siguiente tabla:

Tabla de funciones de singularidad

Los diagramas de momentos parciales comentados anteriormente se expresan en forma de funciones de singularidad y se recogen en la siguiente tabla:

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga			
Diagrama de momentos			
Interpretación del diagrama mediante una función de singularidad			



Tabla de funciones de singularidad

Los diagramas de momentos parciales comentados anteriormente se expresan en forma de funciones de singularidad y se recogen en la siguiente tabla:

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga	<p>A horizontal beam is shown with a rectangular support at the right end. A point load labeled 'SR' is applied at a distance 'a' from the left end. A point moment labeled 'M' is applied at the right end. A coordinate system 'x' is defined starting from the left end of the beam.</p>		
Diagrama de momentos			
Interpretación del diagrama mediante una función de singularidad			

Tabla de funciones de singularidad

Los diagramas de momentos parciales comentados anteriormente se expresan en forma de funciones de singularidad y se recogen en la siguiente tabla:

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga			
Diagrama de momentos	<p>$m = -M$</p>		
Interpretación del diagrama mediante una función de singularidad			

Tabla de funciones de singularidad

Los diagramas de momentos parciales comentados anteriormente se expresan en forma de funciones de singularidad y se recogen en la siguiente tabla:

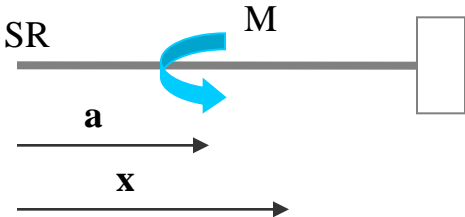
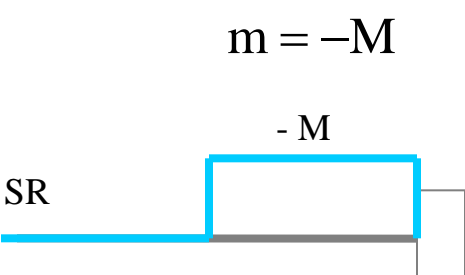
	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga			
Diagrama de momentos			
Interpretación del diagrama mediante una función de singularidad	$f_1 = -M \langle x - a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$		

Tabla de funciones de singularidad

Los diagramas de momentos parciales comentados anteriormente se expresan en forma de funciones de singularidad y se recogen en la siguiente tabla:

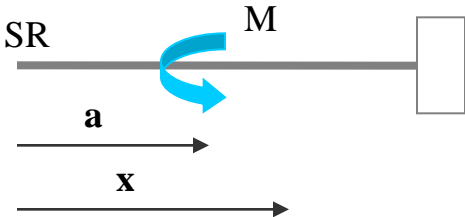
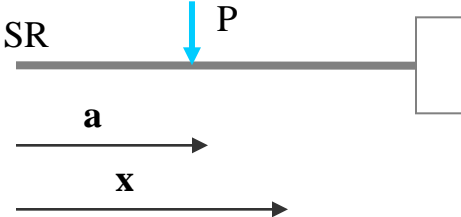
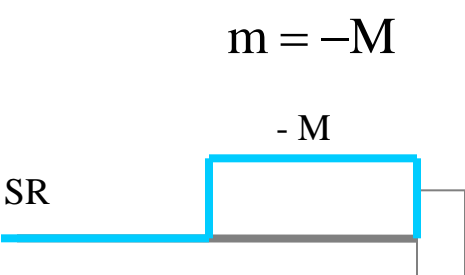
	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga			
Diagrama de momentos			
Interpretación del diagrama mediante una función de singularidad	$f_1 = -M \langle x - a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$		

Tabla de funciones de singularidad

Los diagramas de momentos parciales comentados anteriormente se expresan en forma de funciones de singularidad y se recogen en la siguiente tabla:

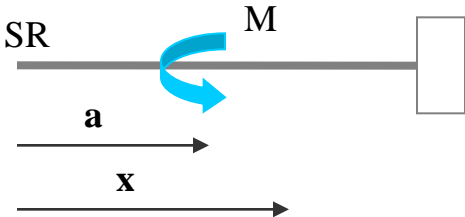
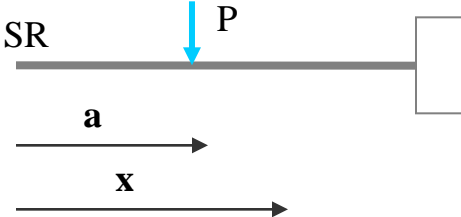
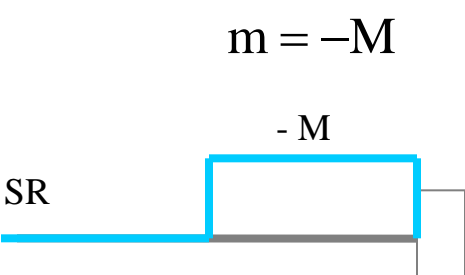
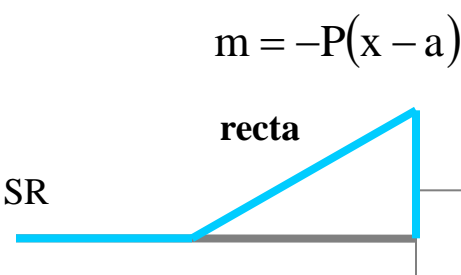
	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga			
Diagrama de momentos	$m = -M$ 	$m = -P(x - a)$ 	
Interpretación del diagrama mediante una función de singularidad	$f_1 = -M \langle x - a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$		



Tabla de funciones de singularidad

Los diagramas de momentos parciales comentados anteriormente se expresan en forma de funciones de singularidad y se recogen en la siguiente tabla:

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga			
Diagrama de momentos	<p style="text-align: center;">$m = -M$</p>	<p style="text-align: center;">$m = -P(x - a)$</p> <p style="text-align: center;">recta</p>	
Interpretación del diagrama mediante una función de singularidad	$f_1 = -M \langle x - a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_2 = -P \langle x - a \rangle^1$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -P(x - a) \rightarrow x > a \end{cases}$	

Tabla de funciones de singularidad

Los diagramas de momentos parciales comentados anteriormente se expresan en forma de funciones de singularidad y se recogen en la siguiente tabla:

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga			
Diagrama de momentos			
Interpretación del diagrama mediante una función de singularidad	$f_1 = -M \langle x - a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_2 = -P \langle x - a \rangle^1$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -P(x - a) \rightarrow x > a \end{cases}$	

Tabla de funciones de singularidad

Los diagramas de momentos parciales comentados anteriormente se expresan en forma de funciones de singularidad y se recogen en la siguiente tabla:

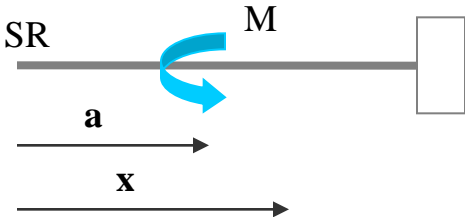
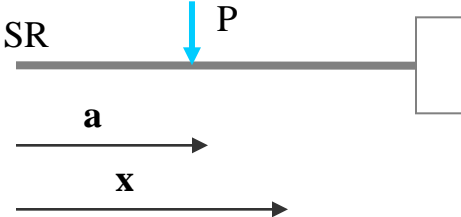
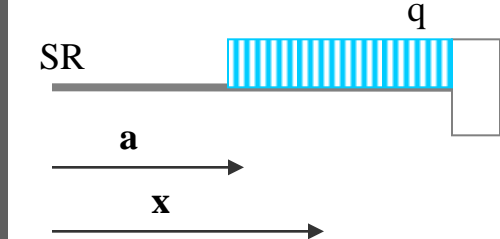
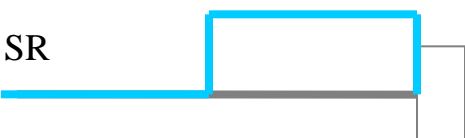
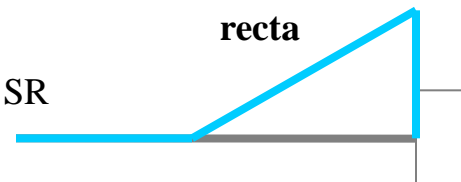
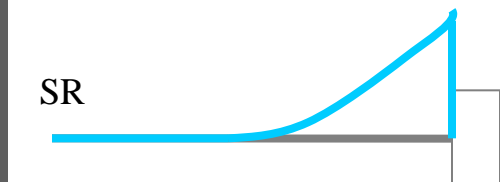
	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga			
Diagrama de momentos	$m = -M$ 	$m = -P(x - a)$ 	$\text{parábola } m = -q \frac{(x - a)^2}{2}$ 
Interpretación del diagrama mediante una función de singularidad	$f_1 = -M \langle x - a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_2 = -P \langle x - a \rangle^1$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -P(x - a) \rightarrow x > a \end{cases}$	

Tabla de funciones de singularidad

Los diagramas de momentos parciales comentados anteriormente se expresan en forma de funciones de singularidad y se recogen en la siguiente tabla:

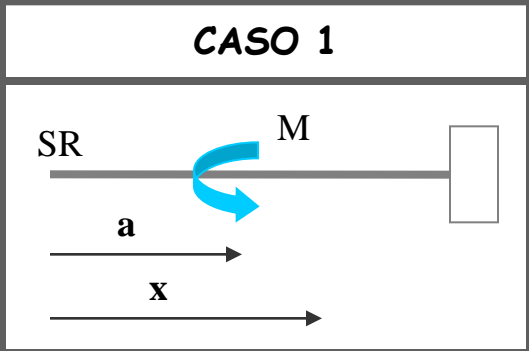
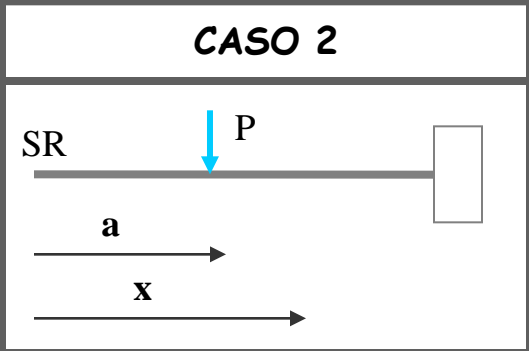
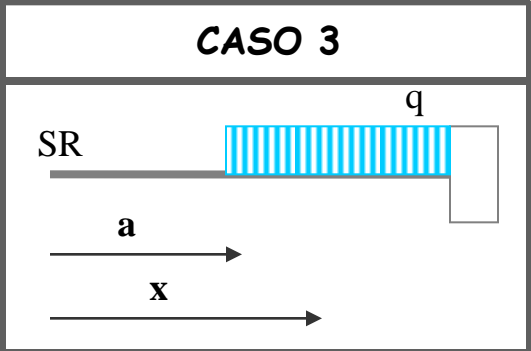
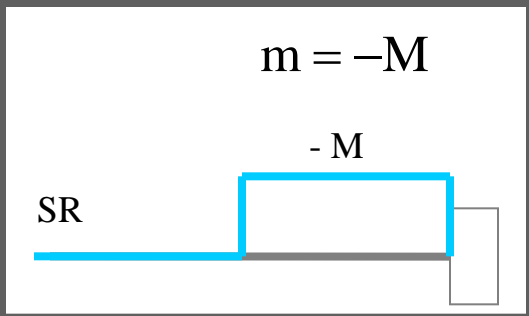
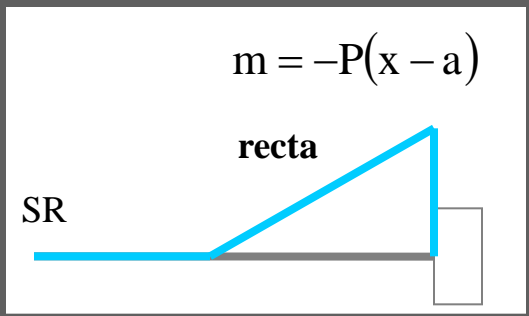
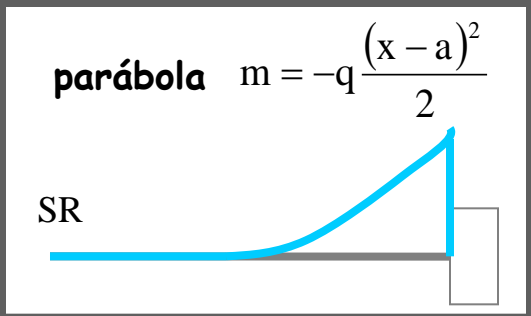
	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga			
Diagrama de momentos	$m = -M$ 	$m = -P(x - a)$ 	$\text{parábola } m = -q \frac{(x - a)^2}{2}$ 
Interpretación del diagrama mediante una función de singularidad	$f_1 = -M \langle x - a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_2 = -P \langle x - a \rangle^1$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -P(x - a) \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_3 = -\frac{q}{2} \langle x - a \rangle^2$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -\frac{q}{2}(x - a)^2 \rightarrow x > a \end{cases}$

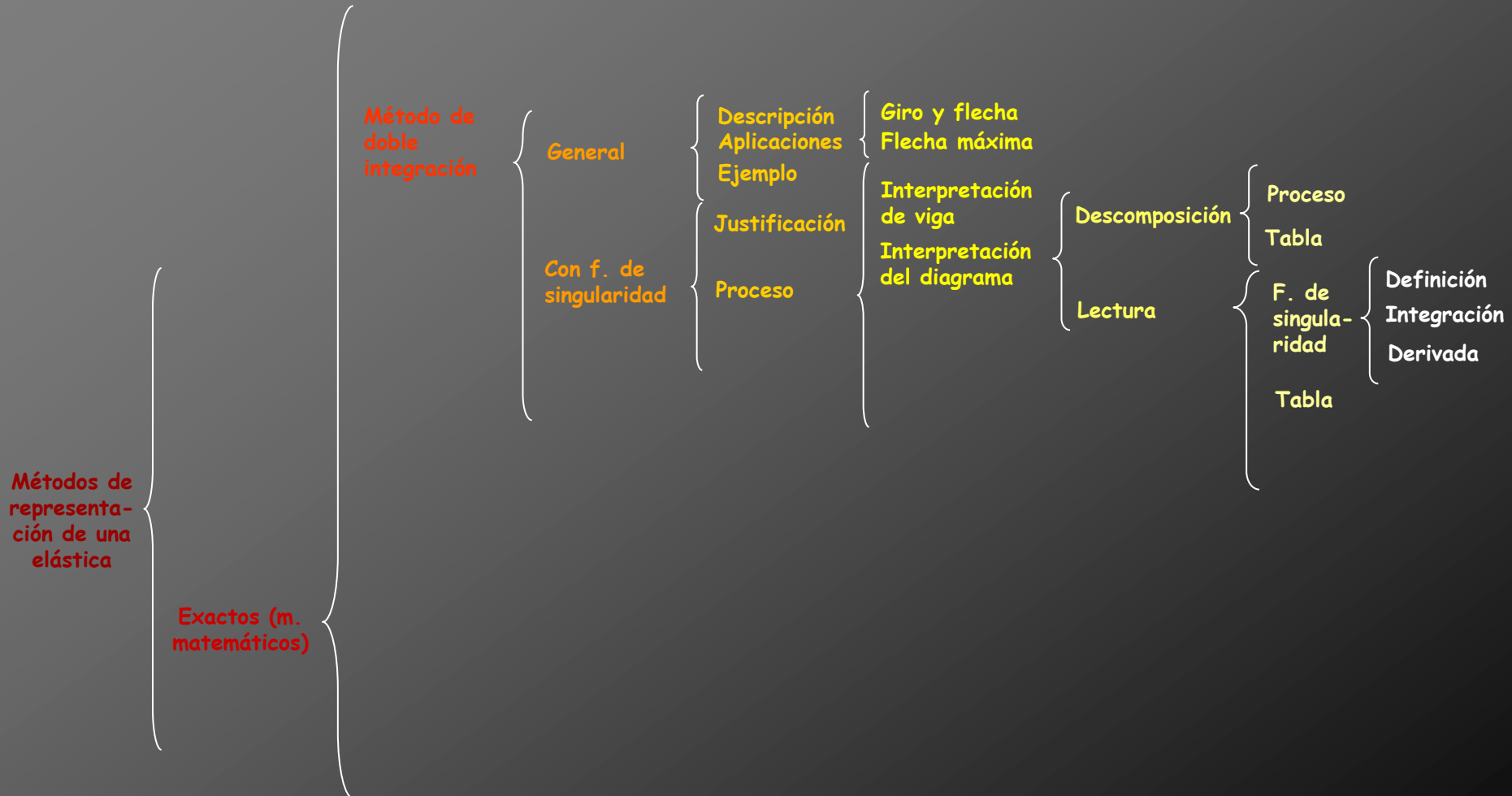
Tabla de funciones de singularidad

Los diagramas de momentos parciales comentados anteriormente se expresan en forma de funciones de singularidad y se recogen en la siguiente tabla:

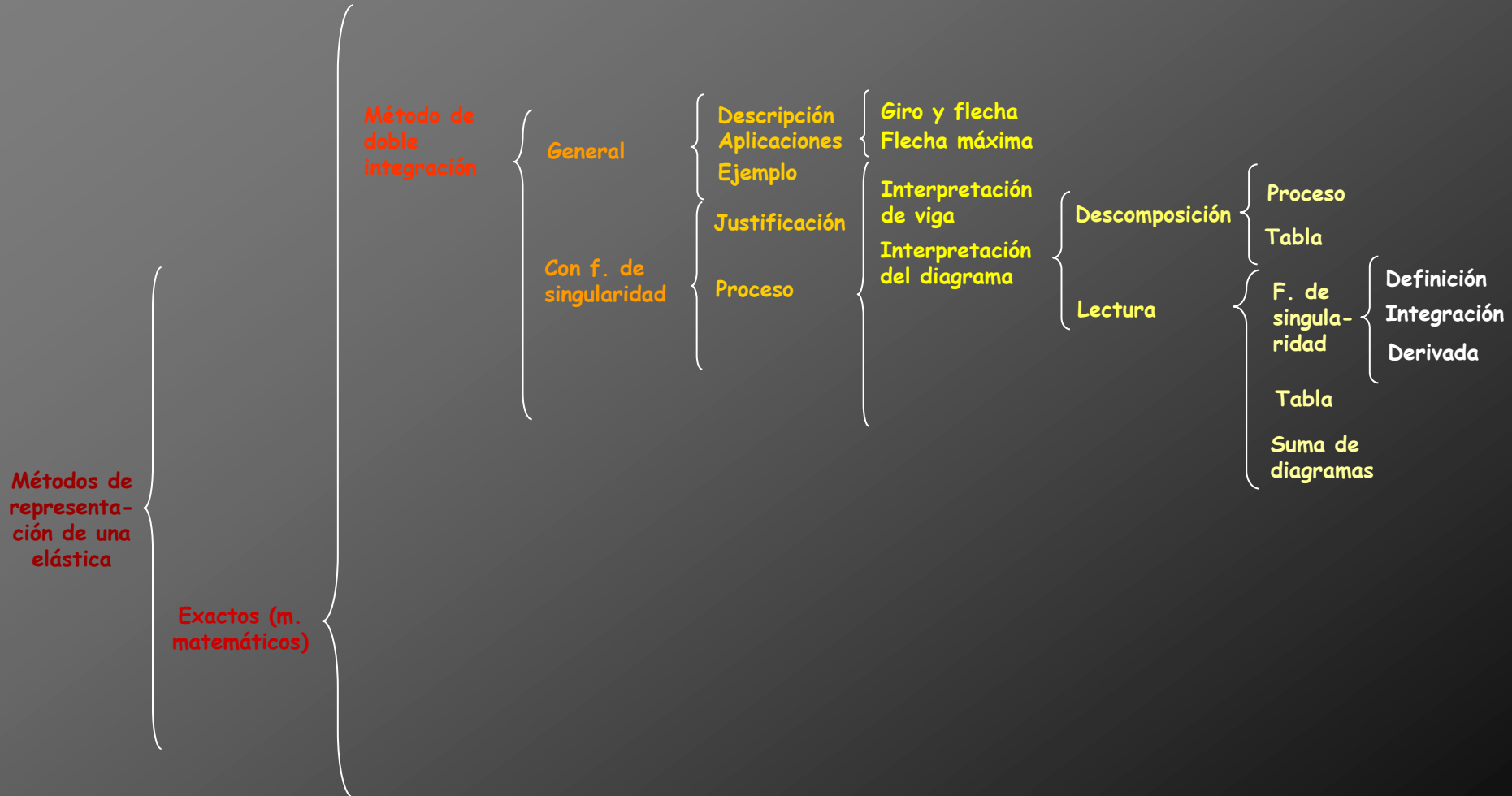
	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga			
Diagrama de momentos	$m = -M$ 	$m = -P(x - a)$ recta 	parábola $m = -q \frac{(x - a)^2}{2}$
Interpretación del diagrama mediante una función de singularidad	$f_1 = -M \langle x - a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_2 = -P \langle x - a \rangle^1$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -P(x - a) \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_3 = -\frac{q}{2} \langle x - a \rangle^2$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -\frac{q}{2}(x - a)^2 \rightarrow x > a \end{cases}$

De esta manera se unen dos dominios diferentes empleando una sola función

Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Suma de diagramas



Suma de diagramas

Sumando diferentes funciones de singularidad, se puede obtener cualquier diagrama de momentos

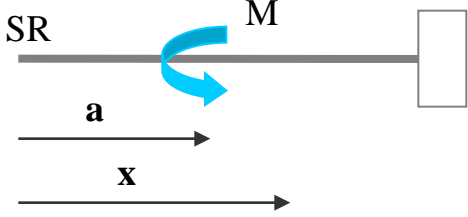
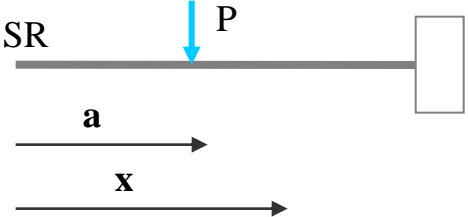
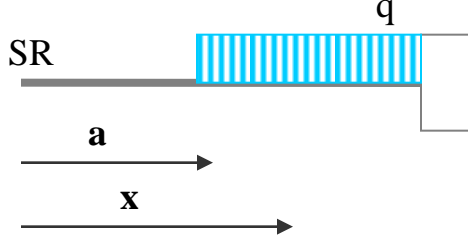
Suma de diagramas

Sumando diferentes funciones de singularidad, se puede obtener cualquier diagrama de momentos

Estados de carga de una estructura	Diagrama de momentos

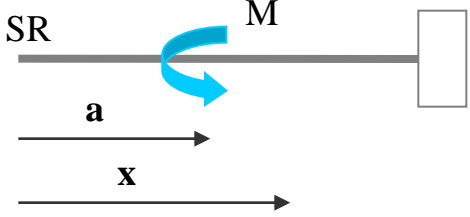
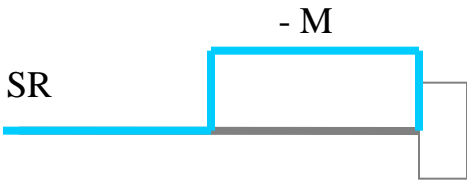
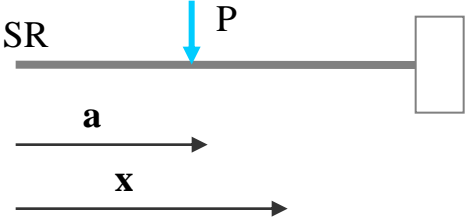
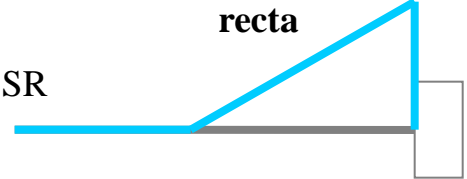
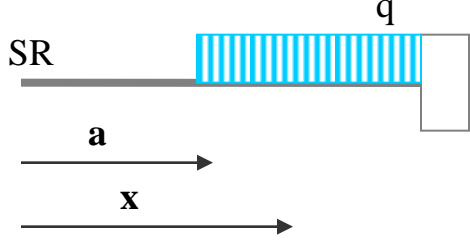
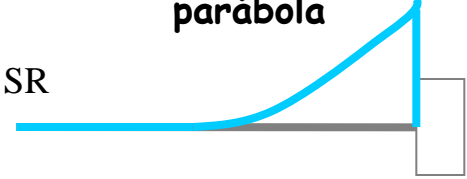
Suma de diagramas

Sumando diferentes funciones de singularidad, se puede obtener cualquier diagrama de momentos

Estados de carga de una estructura	Diagrama de momentos
 <p>SR</p> <p>M</p> <p>a</p> <p>x</p>	
 <p>SR</p> <p>P</p> <p>a</p> <p>x</p>	
 <p>SR</p> <p>q</p> <p>a</p> <p>x</p>	

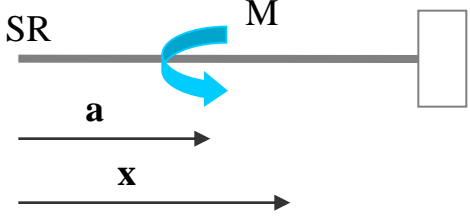
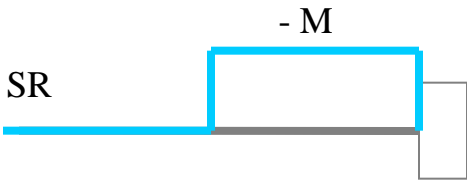
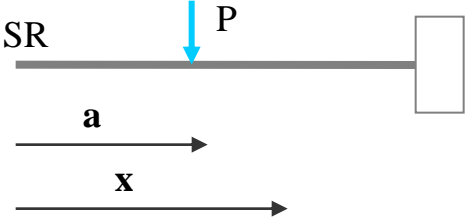
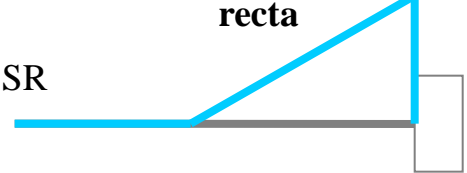
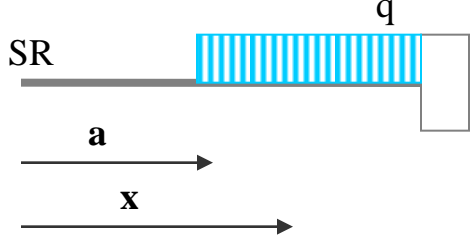
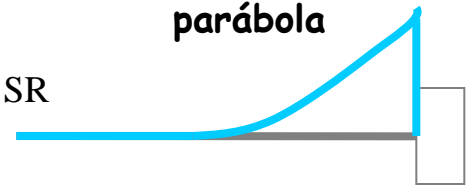
Suma de diagramas

Sumando diferentes funciones de singularidad, se puede obtener cualquier diagrama de momentos

Estados de carga de una estructura	Diagrama de momentos
 <p>SR</p> <p>M</p> <p>a</p> <p>x</p>	 <p>SR</p> <p>$-M$</p>
 <p>SR</p> <p>P</p> <p>a</p> <p>x</p>	 <p>SR</p> <p>recta</p>
 <p>SR</p> <p>q</p> <p>a</p> <p>x</p>	 <p>SR</p> <p>parábola</p>

Suma de diagramas

Sumando diferentes funciones de singularidad, se puede obtener cualquier diagrama de momentos

Estados de carga de una estructura	Diagrama de momentos
	
	
	

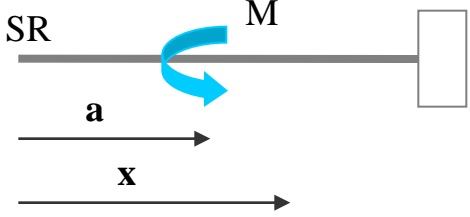
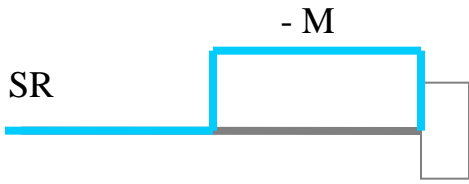
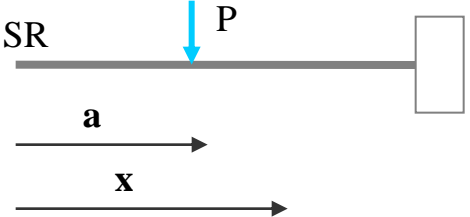
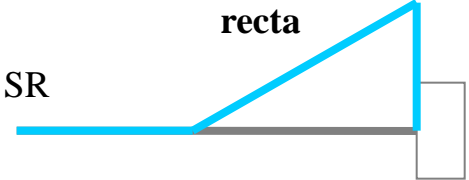
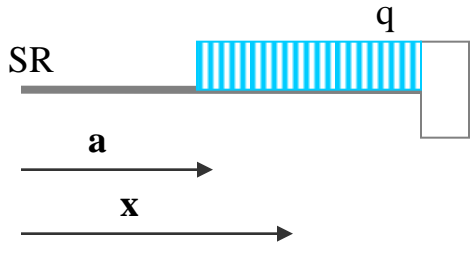
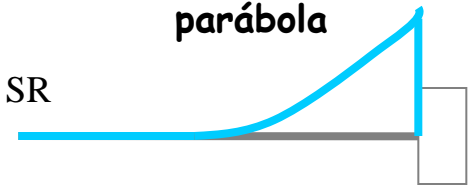
→ Función de singularidad

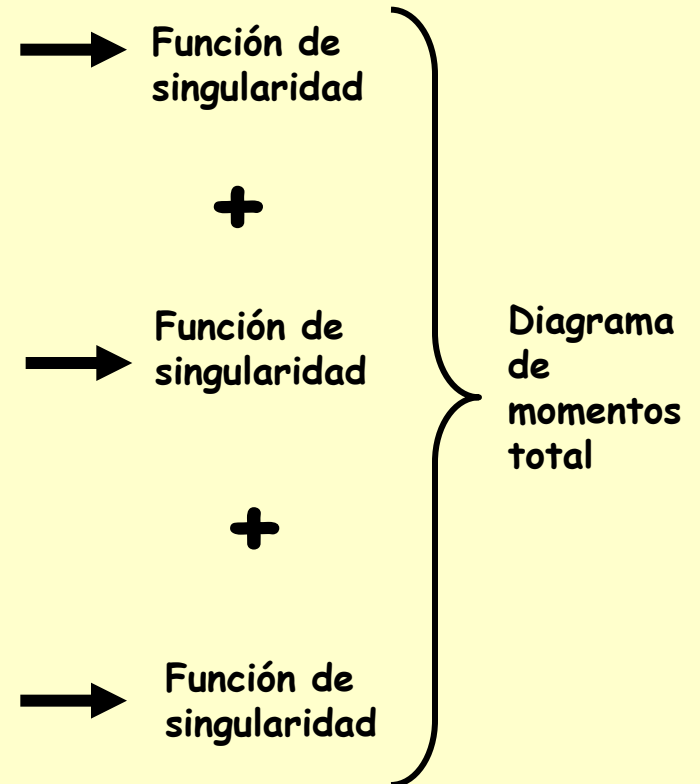
→ Función de singularidad

→ Función de singularidad

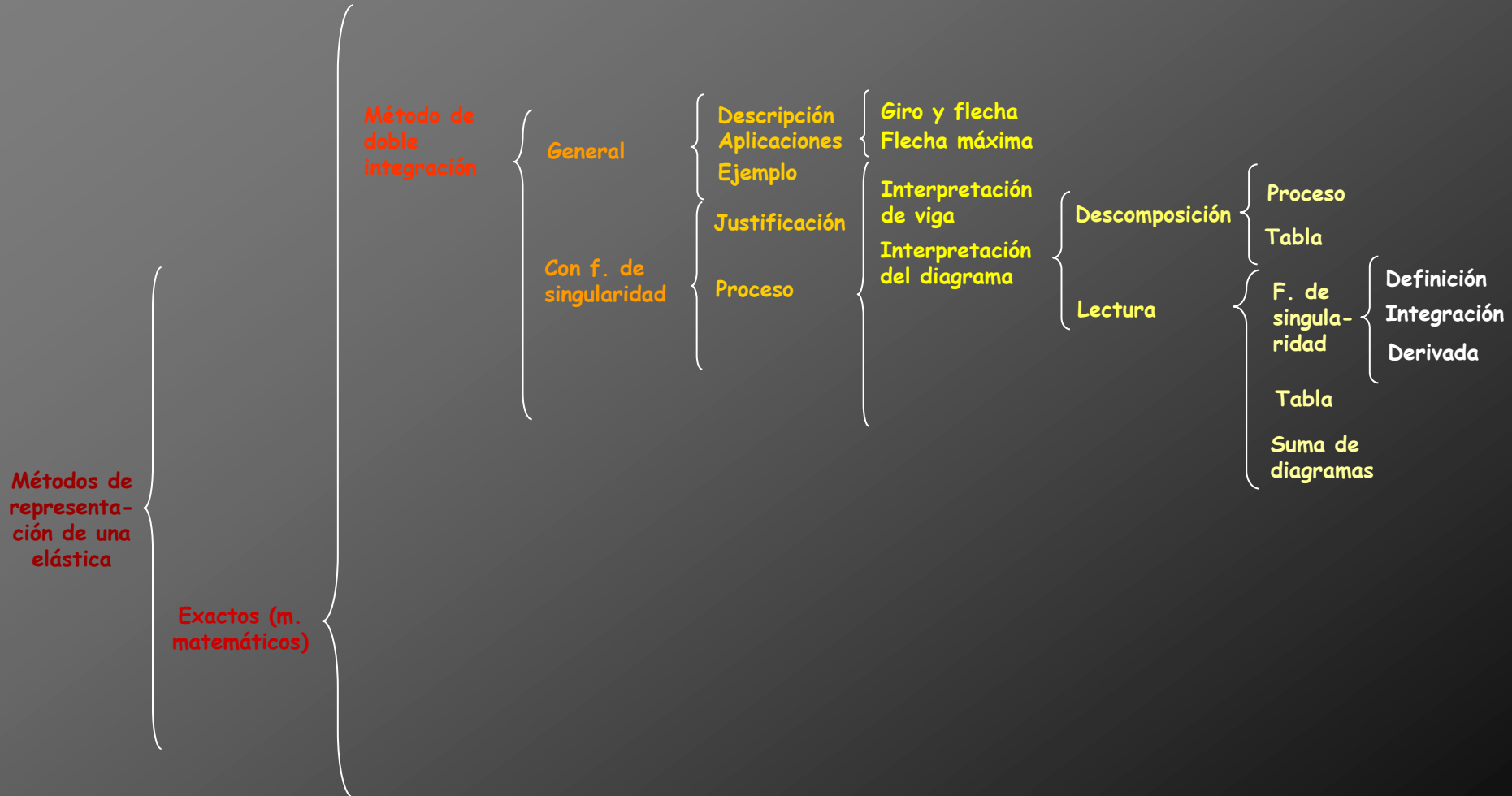
Suma de diagramas

Sumando diferentes funciones de singularidad, se puede obtener cualquier diagrama de momentos

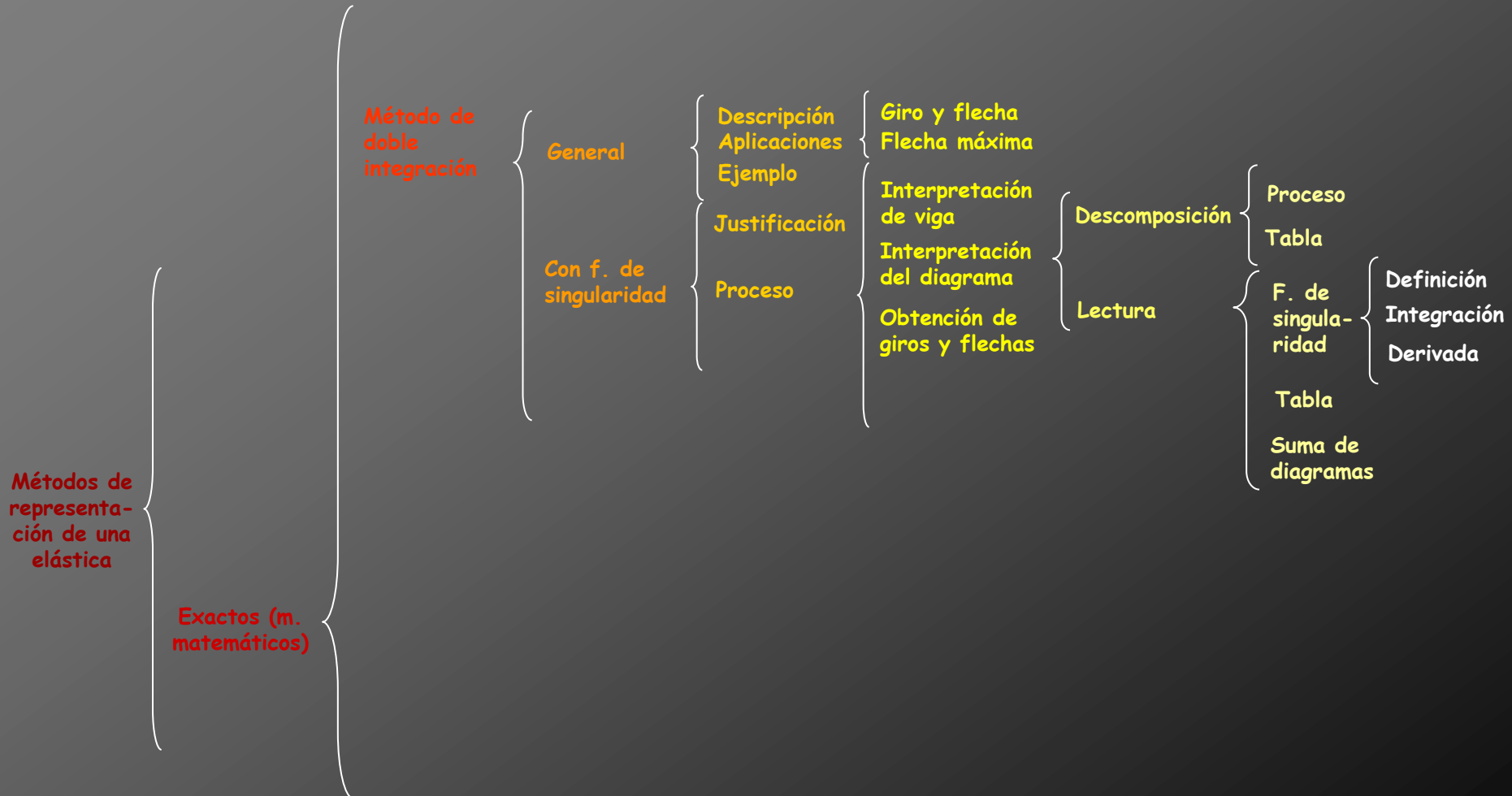
Estados de carga de una estructura	Diagrama de momentos
	
	
	



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Obtención de giros y flechas



Obtención de giros y flechas

Una vez obtenida la ley de momentos expresada como una suma de funciones de singularidad, se obtienen las expresiones generales de los giros y de las flechas utilizando el mismo procedimiento que se siguió en el caso general. Se observa que empleando funciones de singularidad, las constantes de integración siempre son dos



Obtención de giros y flechas

Una vez obtenida la ley de momentos expresada como una suma de funciones de singularidad, se obtienen las expresiones generales de los giros y de las flechas utilizando el mismo procedimiento que se siguió en el caso general. Se observa que empleando funciones de singularidad, las constantes de integración siempre son dos

Obtención de la
ecuación
diferencial de la
elástica

Obtención de giros y flechas

Una vez obtenida la ley de momentos expresada como una suma de funciones de singularidad, se obtienen las expresiones generales de los giros y de las flechas utilizando el mismo procedimiento que se siguió en el caso general. Se observa que empleando funciones de singularidad, las constantes de integración siempre son dos

Obtención de la
ecuación
diferencial de la
elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

Obtención de giros y flechas

Una vez obtenida la ley de momentos expresada como una suma de funciones de singularidad, se obtienen las expresiones generales de los giros y de las flechas utilizando el mismo procedimiento que se siguió en el caso general. Se observa que empleando funciones de singularidad, las constantes de integración siempre son dos

Obtención de la
ecuación
diferencial de la
elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

Obtención de la
ecuación de los
giros

Obtención de giros y flechas

Una vez obtenida la ley de momentos expresada como una suma de funciones de singularidad, se obtienen las expresiones generales de los giros y de las flechas utilizando el mismo procedimiento que se siguió en el caso general. Se observa que empleando funciones de singularidad, las constantes de integración siempre son dos

Obtención de la ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

Primera integración



Obtención de la ecuación de los giros

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C$$

Obtención de giros y flechas

Una vez obtenida la ley de momentos expresada como una suma de funciones de singularidad, se obtienen las expresiones generales de los giros y de las flechas utilizando el mismo procedimiento que se siguió en el caso general. Se observa que empleando funciones de singularidad, las constantes de integración siempre son dos

Obtención de la ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

Primera integración



Obtención de la ecuación de los giros

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

Obtención de giros y flechas

Una vez obtenida la ley de momentos expresada como una suma de funciones de singularidad, se obtienen las expresiones generales de los giros y de las flechas utilizando el mismo procedimiento que se siguió en el caso general. Se observa que empleando funciones de singularidad, las constantes de integración siempre son dos

Obtención de la ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

Primera integración



Obtención de la ecuación de los giros

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

C = cte de integración

Obtención de giros y flechas

Una vez obtenida la ley de momentos expresada como una suma de funciones de singularidad, se obtienen las expresiones generales de los giros y de las flechas utilizando el mismo procedimiento que se siguió en el caso general. Se observa que empleando funciones de singularidad, las constantes de integración siempre son dos

Obtención de la ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

Primera integración



Obtención de la ecuación de los giros

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

C = cte de integración

Obtención de la ecuación de la elástica

Obtención de giros y flechas

Una vez obtenida la ley de momentos expresada como una suma de funciones de singularidad, se obtienen las expresiones generales de los giros y de las flechas utilizando el mismo procedimiento que se siguió en el caso general. Se observa que empleando funciones de singularidad, las constantes de integración siempre son dos

Obtención de la ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

Primera integración

Obtención de la ecuación de los giros

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

C = cte de integración

Segunda integración

Obtención de la ecuación de la elástica

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \right] dx + D$$

Obtención de giros y flechas

Una vez obtenida la ley de momentos expresada como una suma de funciones de singularidad, se obtienen las expresiones generales de los giros y de las flechas utilizando el mismo procedimiento que se siguió en el caso general. Se observa que empleando funciones de singularidad, las constantes de integración siempre son dos

Obtención de la ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

Primera integración

Obtención de la ecuación de los giros

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

C = cte de integración

Segunda integración

Obtención de la ecuación de la elástica

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \right] dx + D$$

D = cte de integración

Obtención de giros y flechas

Una vez obtenida la ley de momentos expresada como una suma de funciones de singularidad, se obtienen las expresiones generales de los giros y de las flechas utilizando el mismo procedimiento que se siguió en el caso general. Se observa que empleando funciones de singularidad, las constantes de integración siempre son dos

Obtención de la ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

Primera integración

Obtención de la ecuación de los giros

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

C = cte de integración

Segunda integración

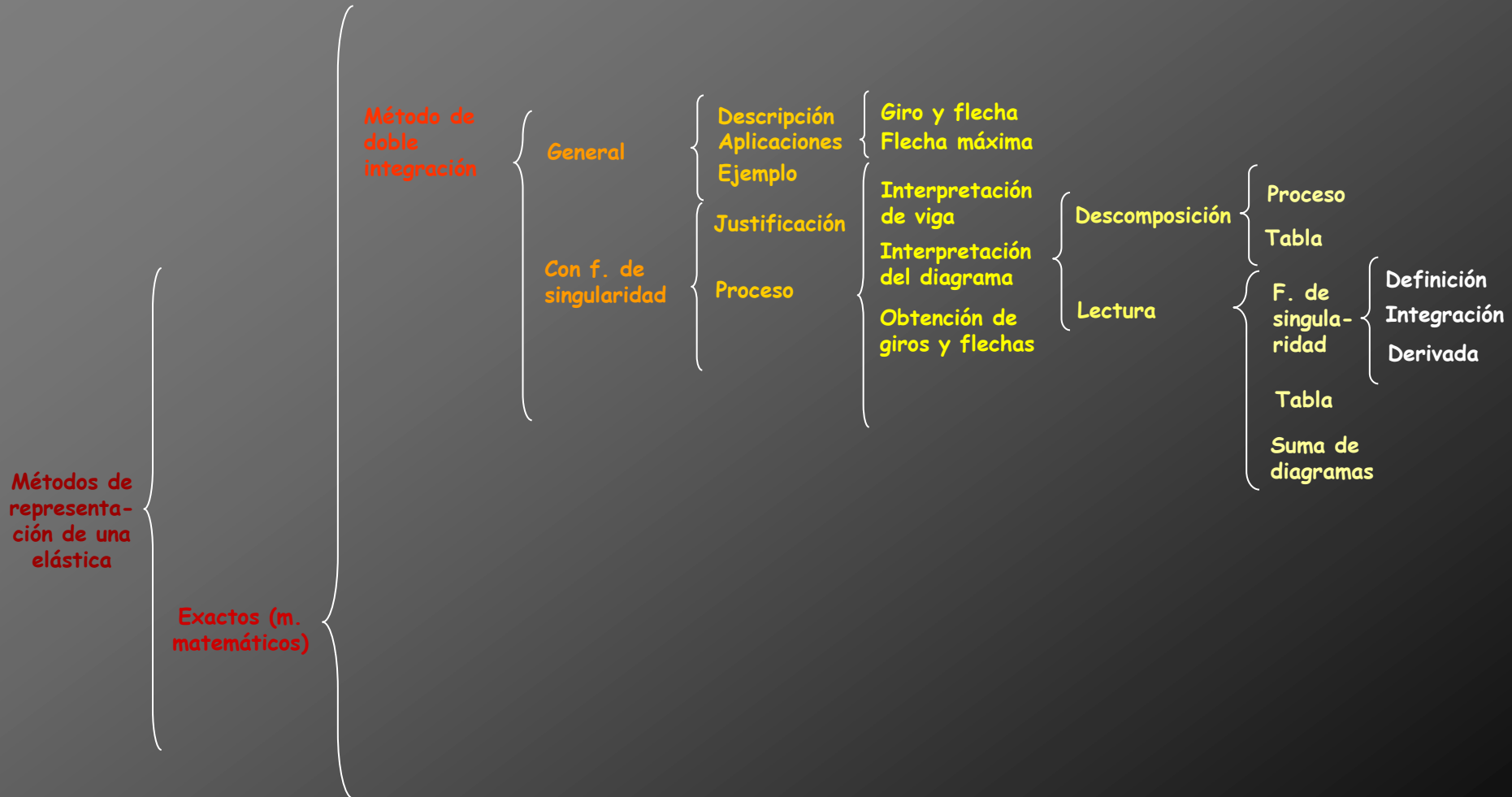
Obtención de la ecuación de la elástica

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \right] dx + D$$

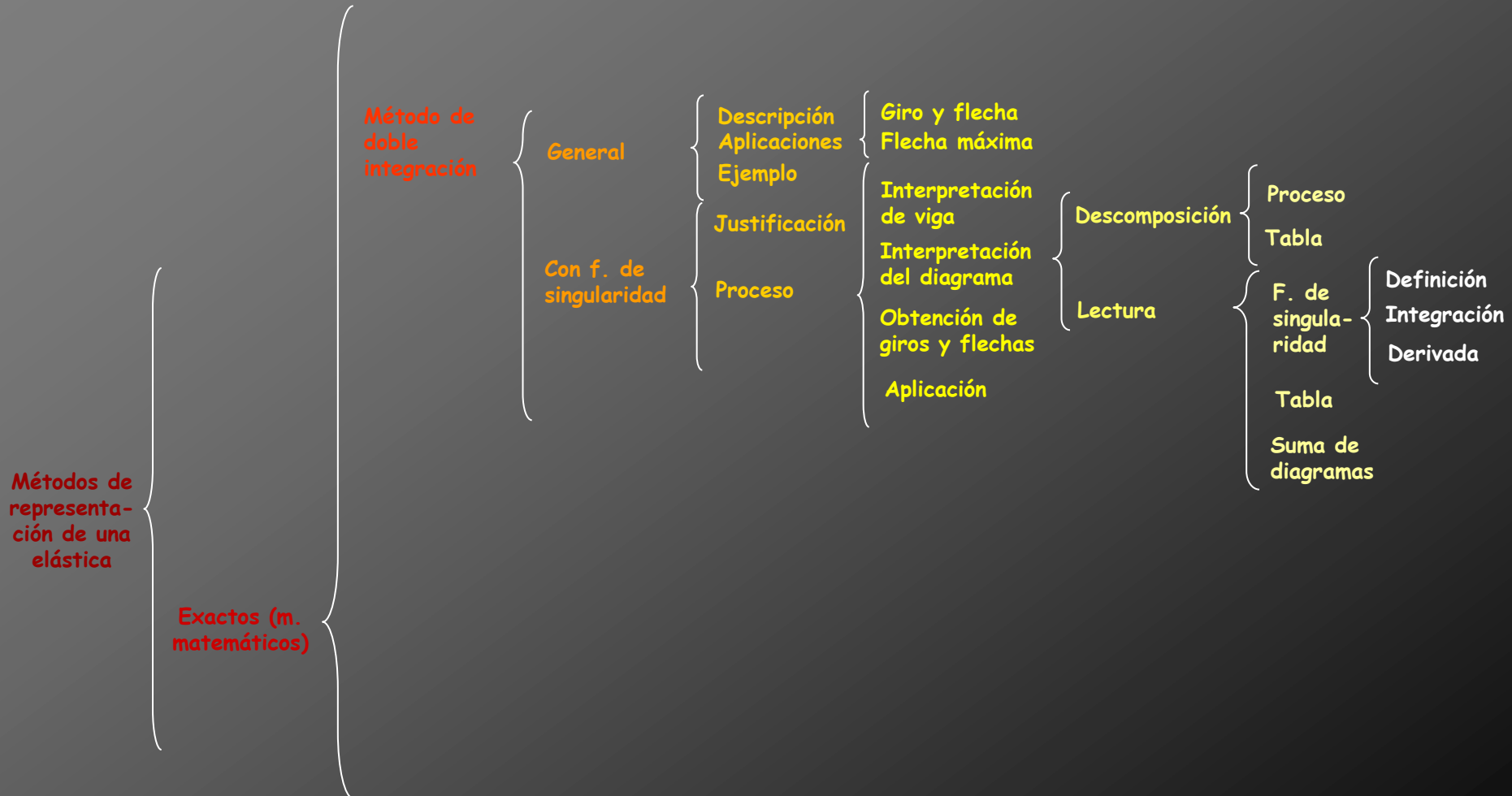
D = cte de integración

Los valores de las constantes C y D se obtienen conociendo las condiciones de contorno

Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





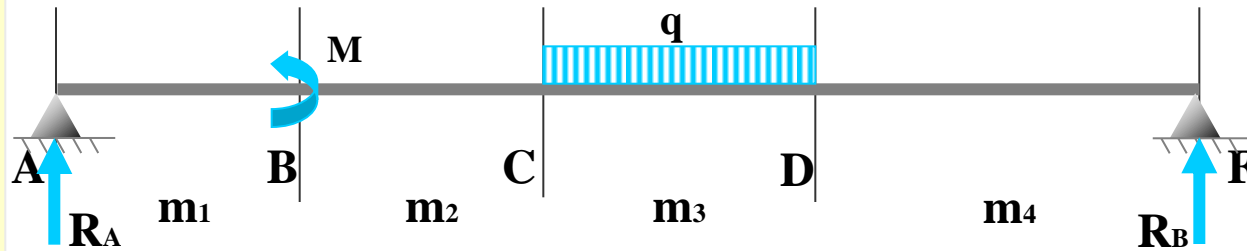
Aplicación

Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:

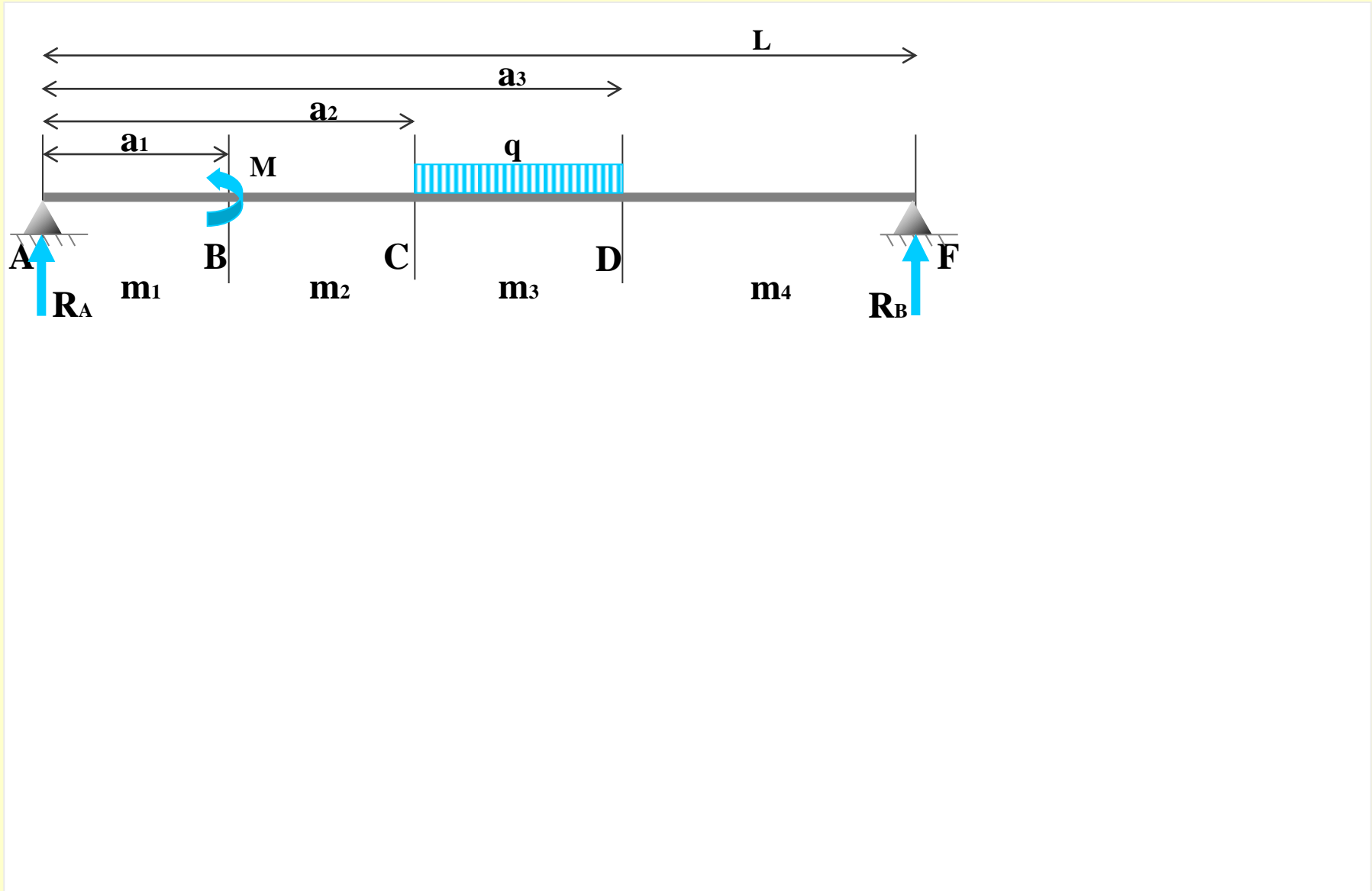
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



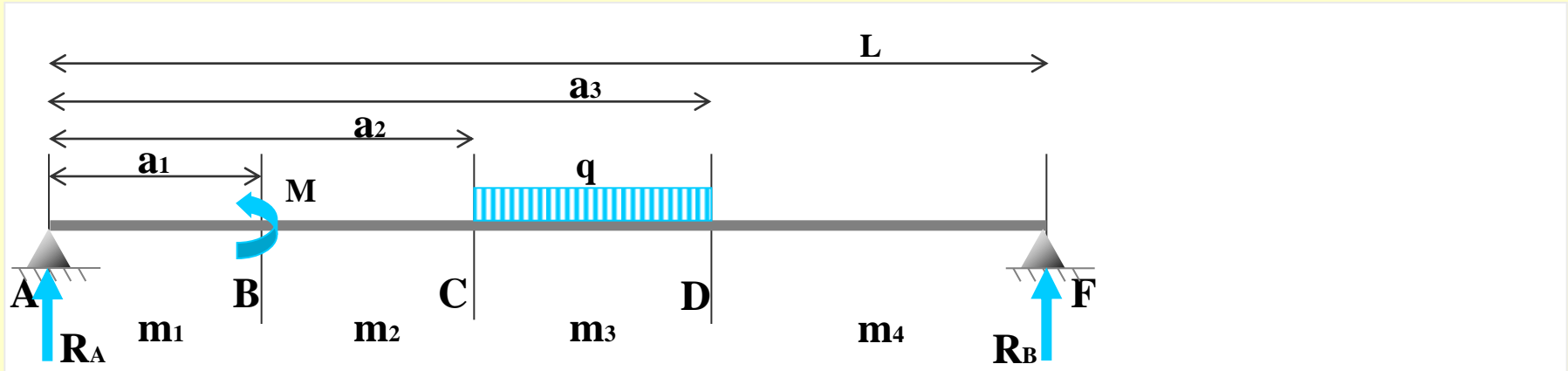
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



Aplicación

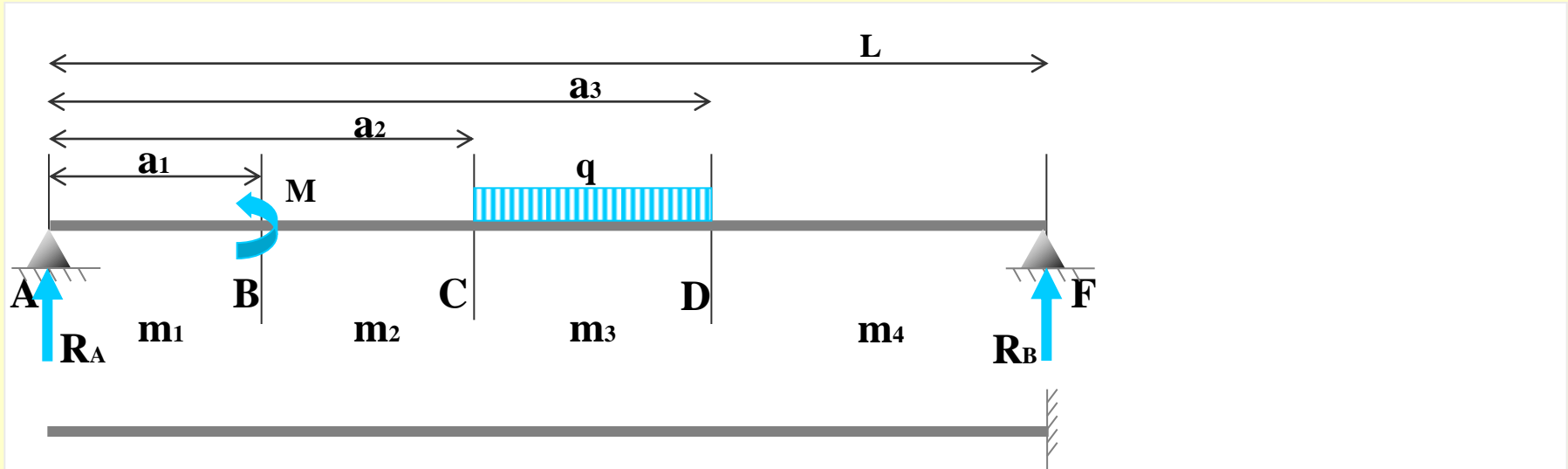
Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



Interpretación de la viga biapoyada

Aplicación

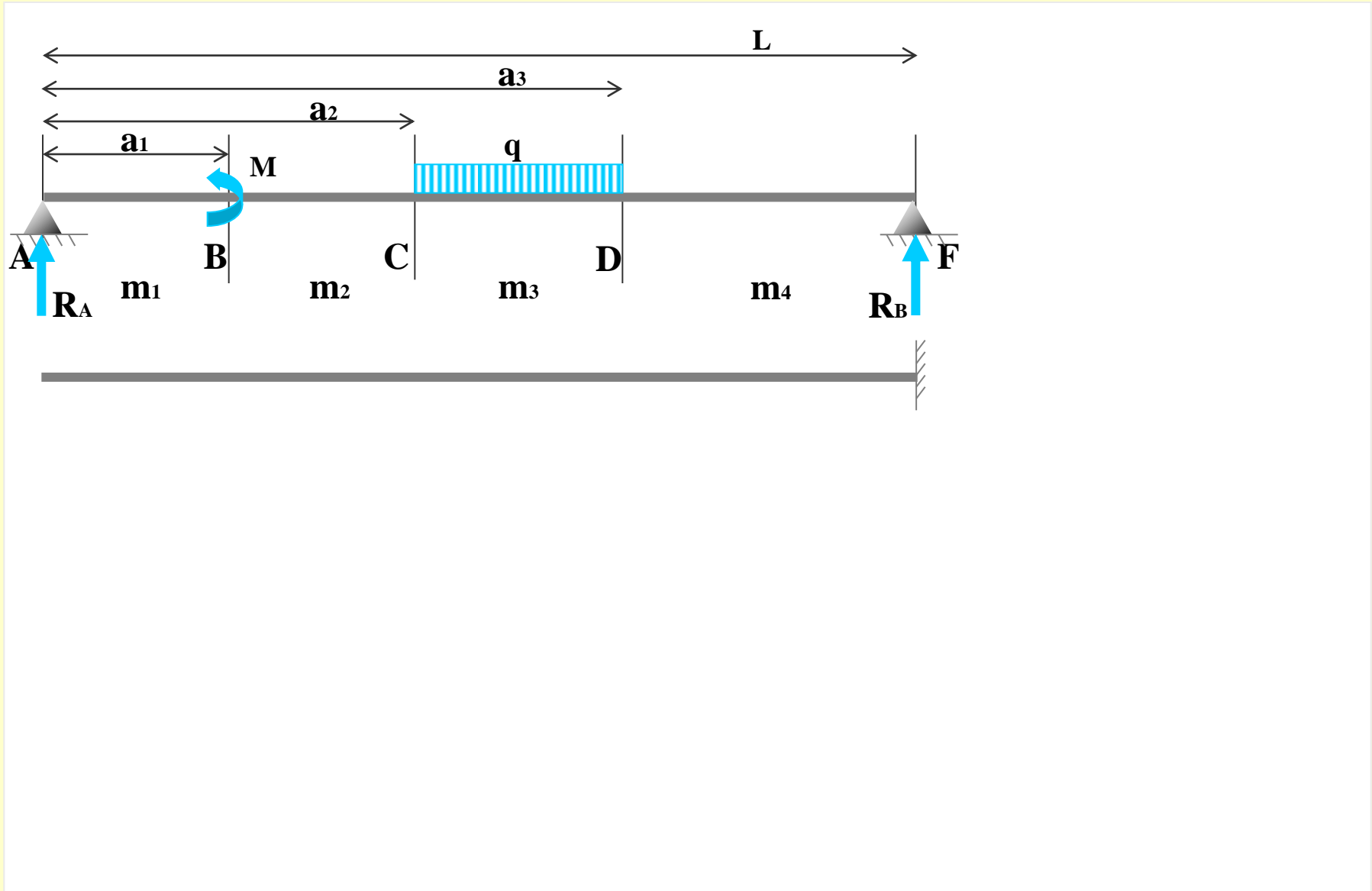
Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



Interpretación de la viga biapoyada

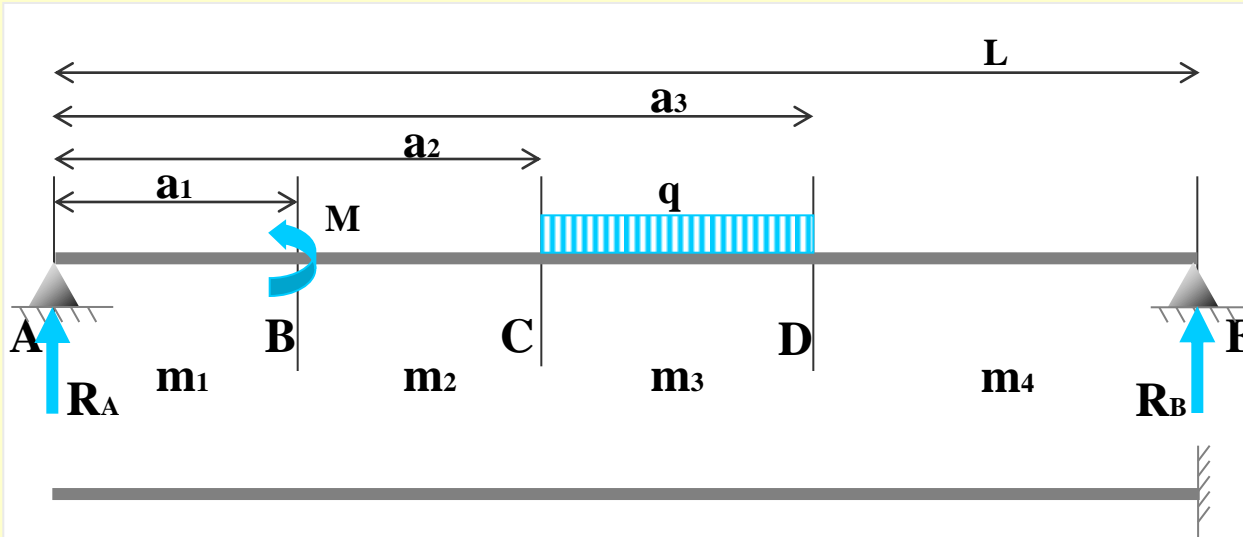
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



Aplicación

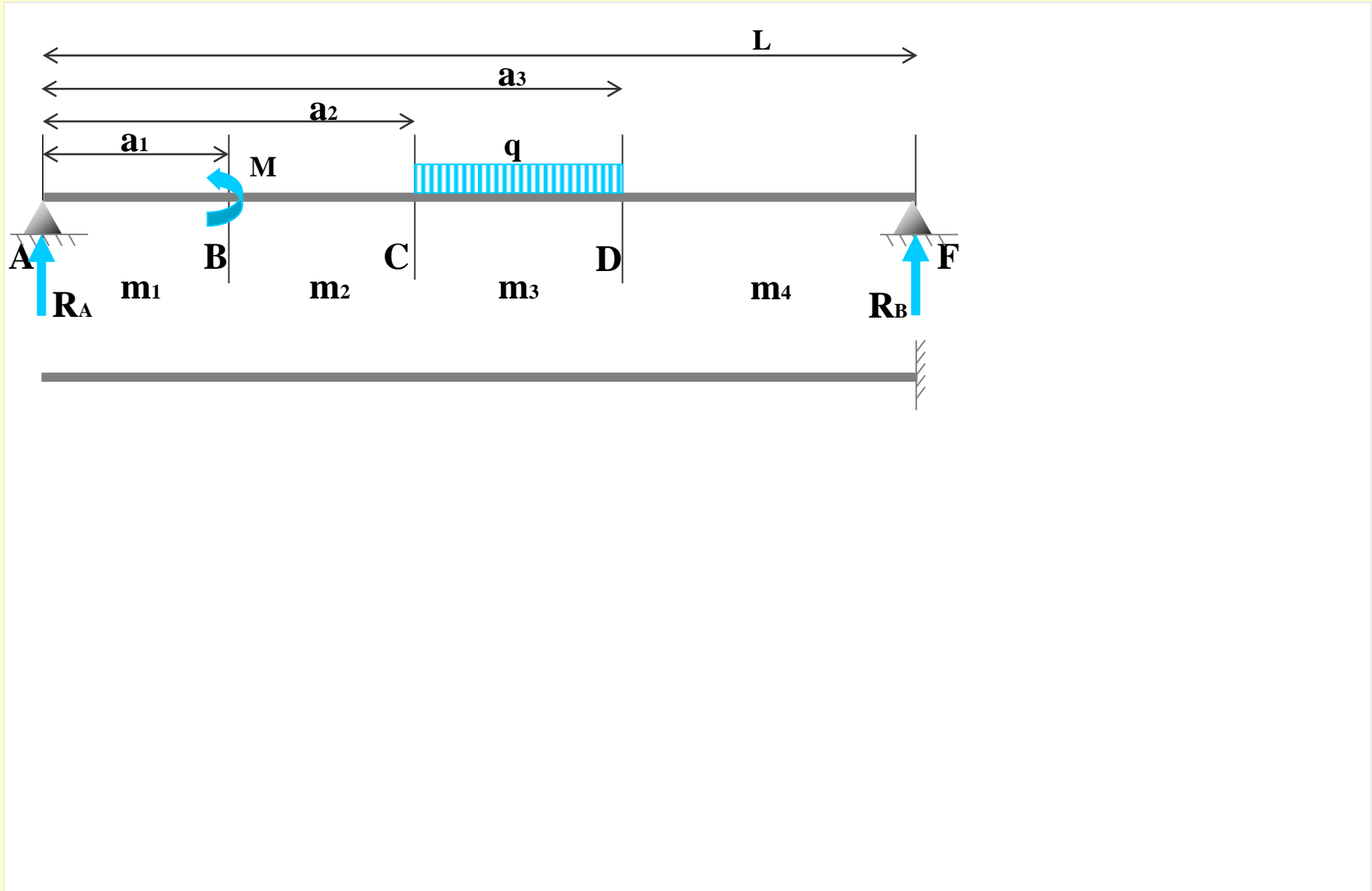
Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



Estados de carga de la viga interpretada:

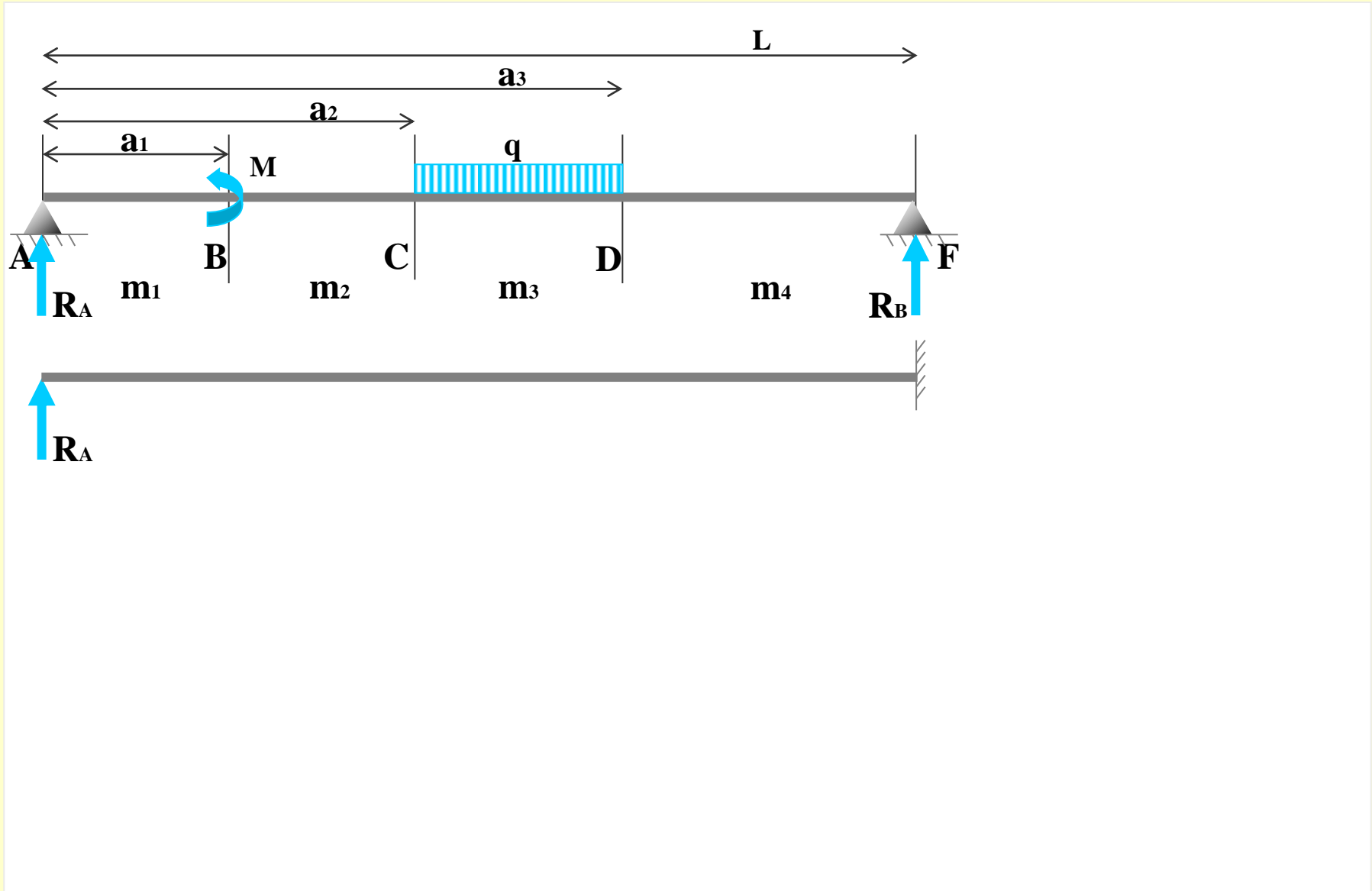
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



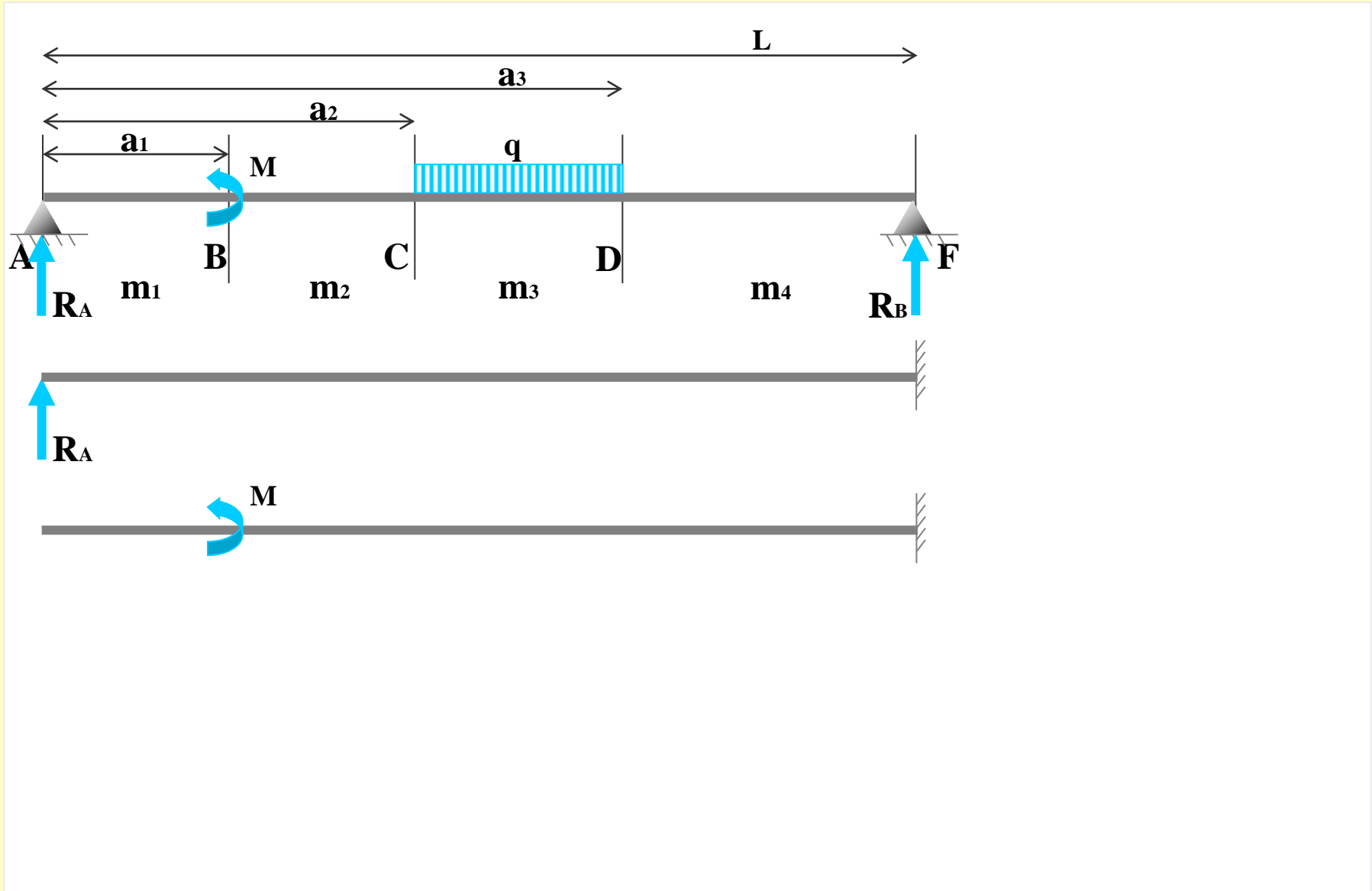
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



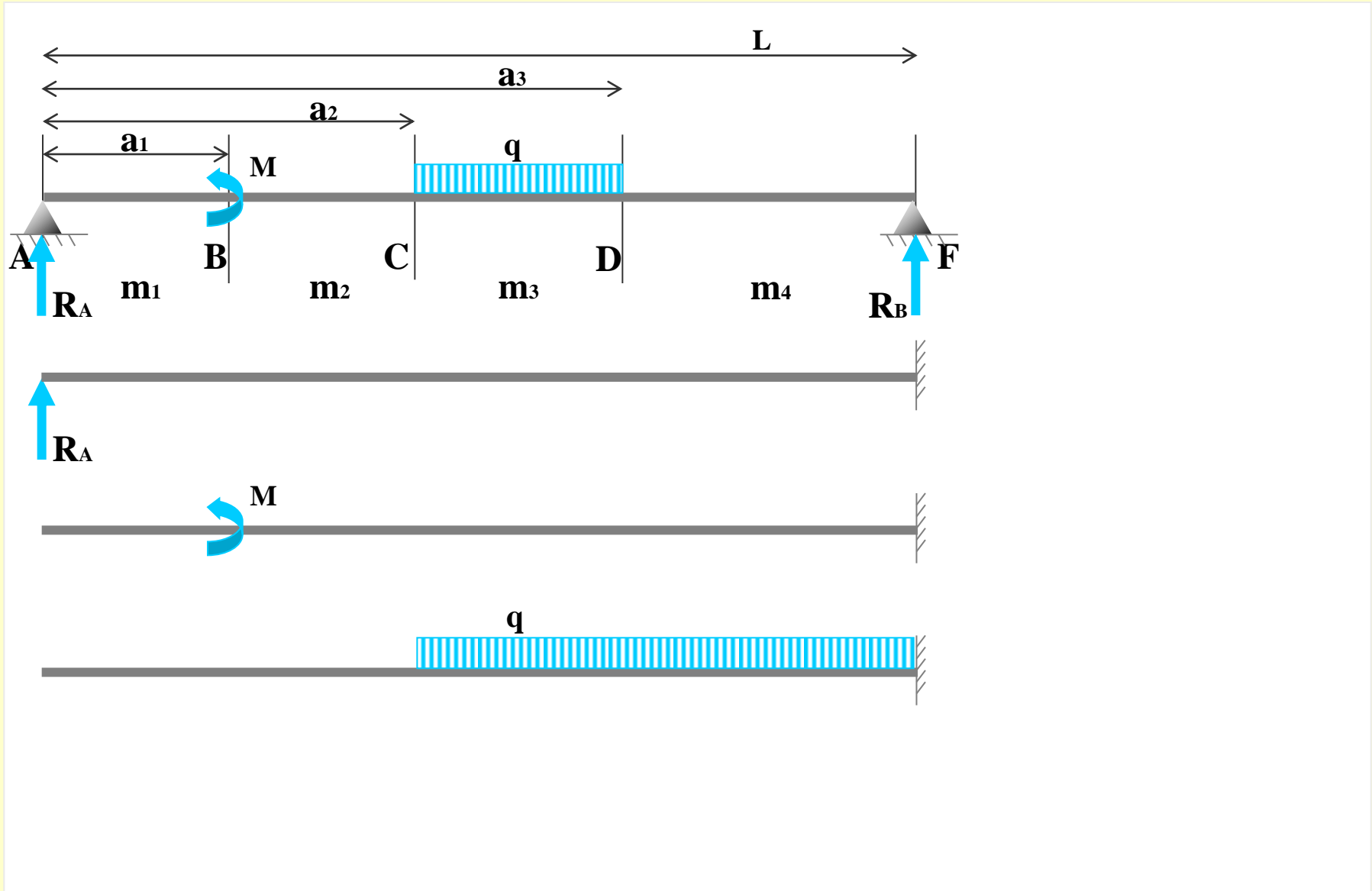
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



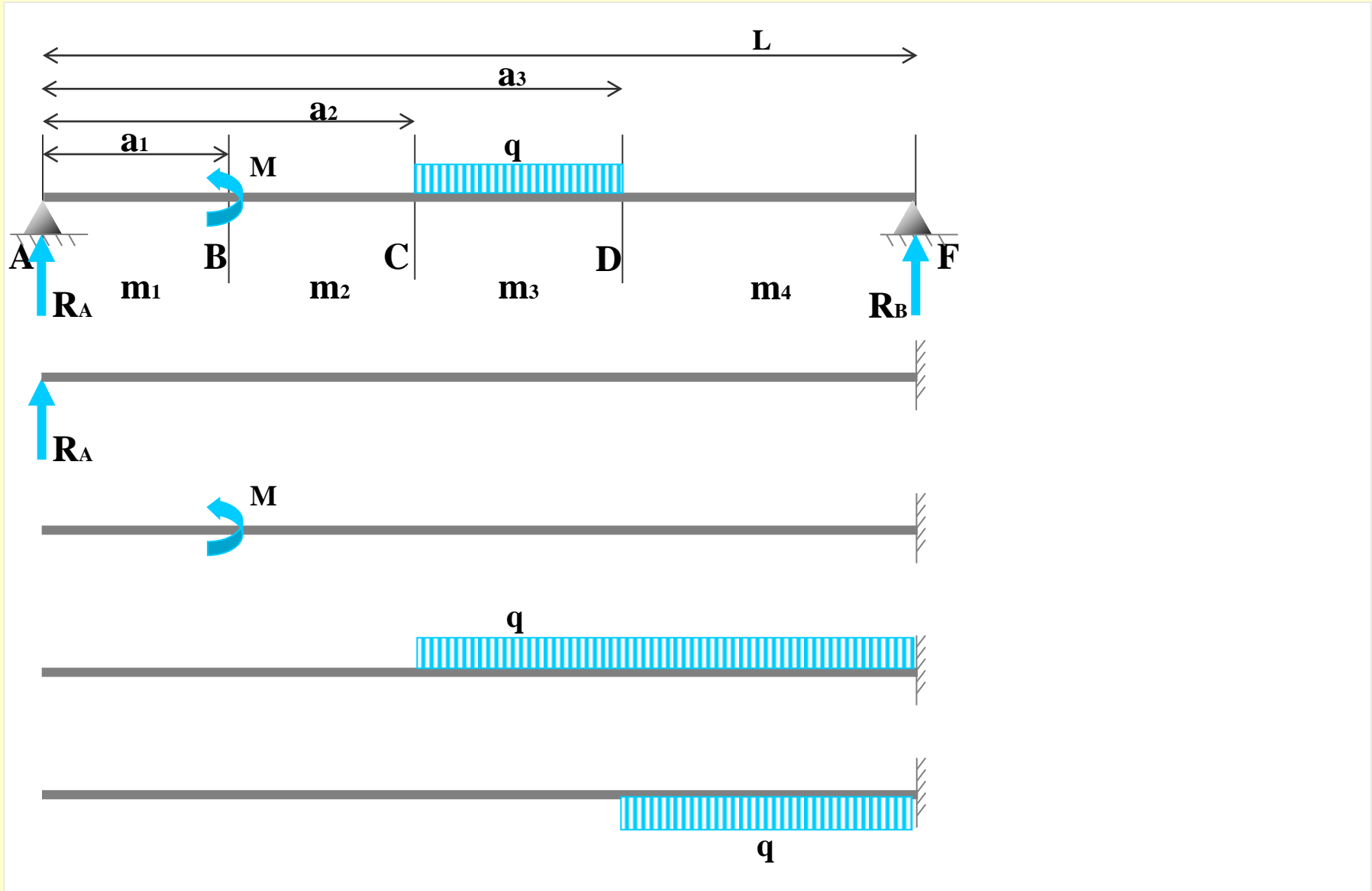
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



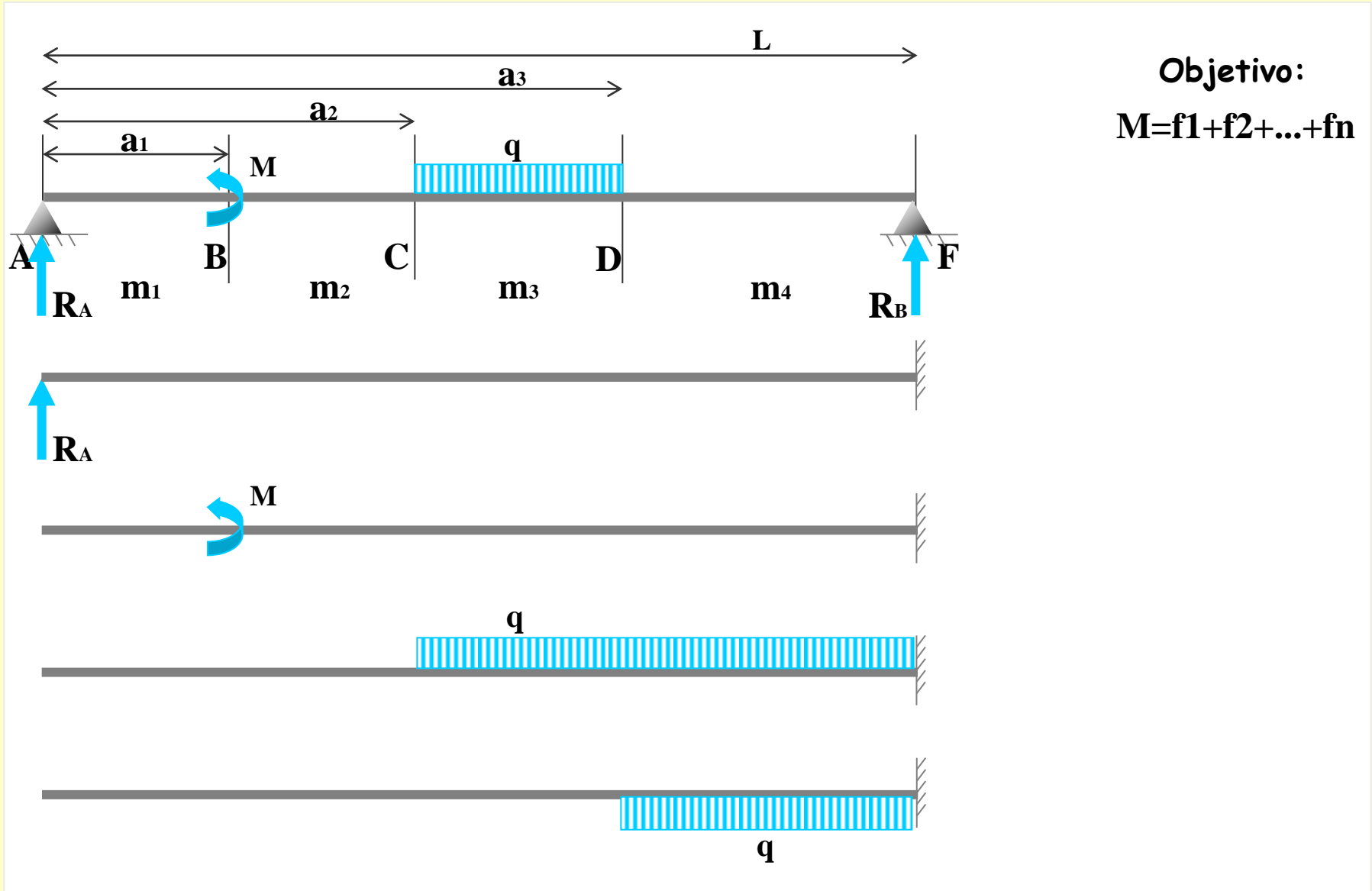
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



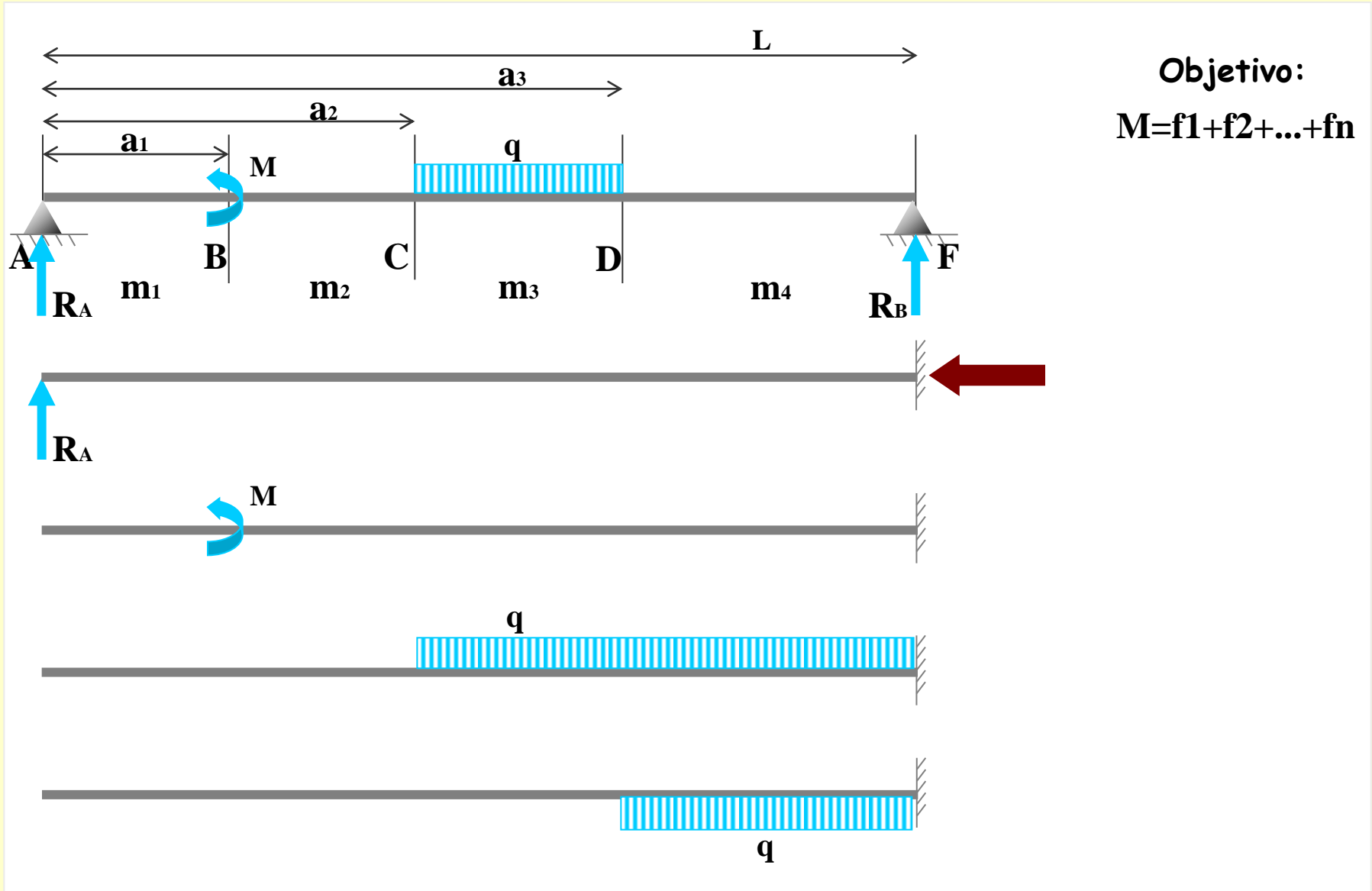
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



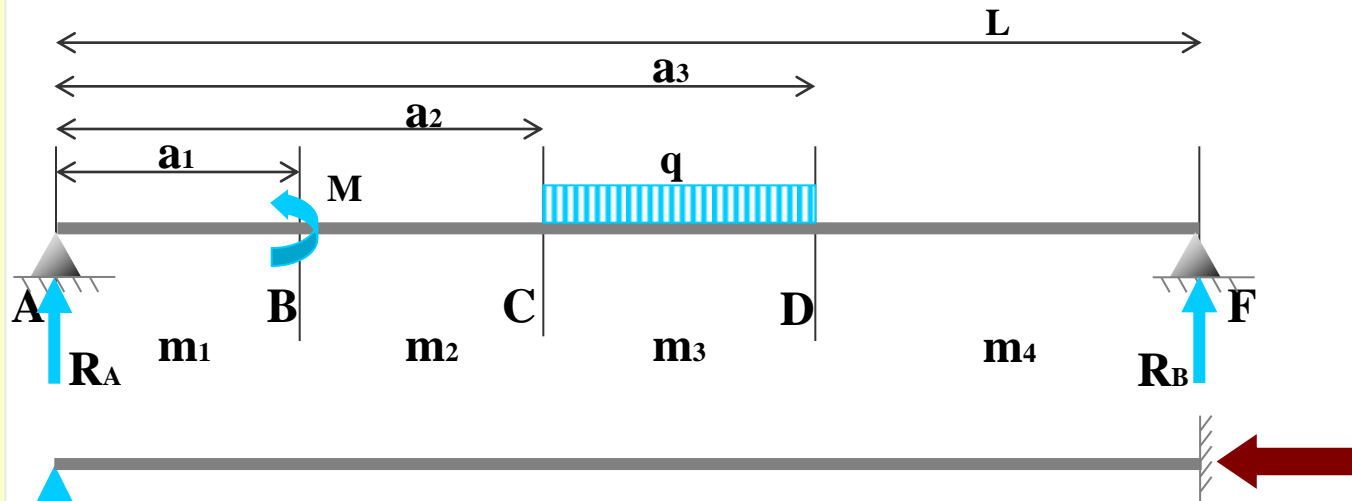
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:

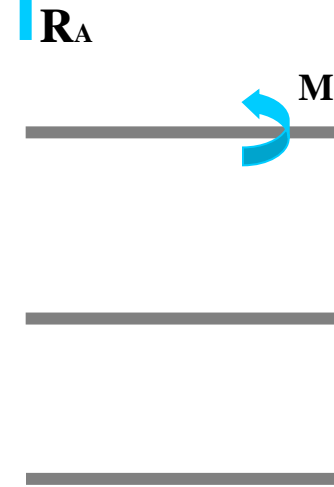


Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



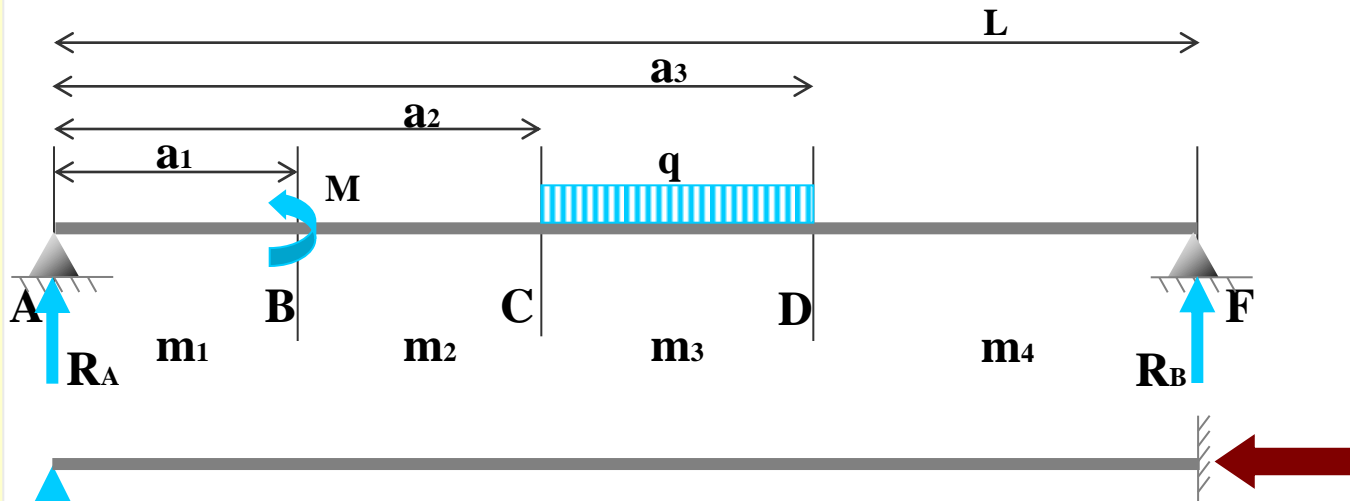
Objetivo:
 $M=f_1+f_2+\dots+f_n$



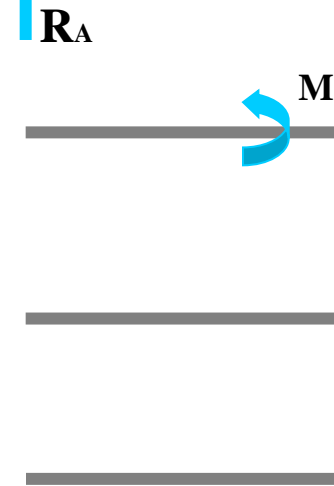
	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga	SR M	SR P	SR q
Diagrama de momentos	$m = -M$ SR	$m = -P(x-a)$ SR	$m = -q \frac{(x-a)^2}{2}$ SR
Función de singularidad asociada	$f_1 = -M \langle x-a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_2 = -P \langle x-a \rangle^1$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -P(x-a) \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_3 = -\frac{q}{2} \langle x-a \rangle^2$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -\frac{q}{2}(x-a)^2 \rightarrow x > a \end{cases}$

Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



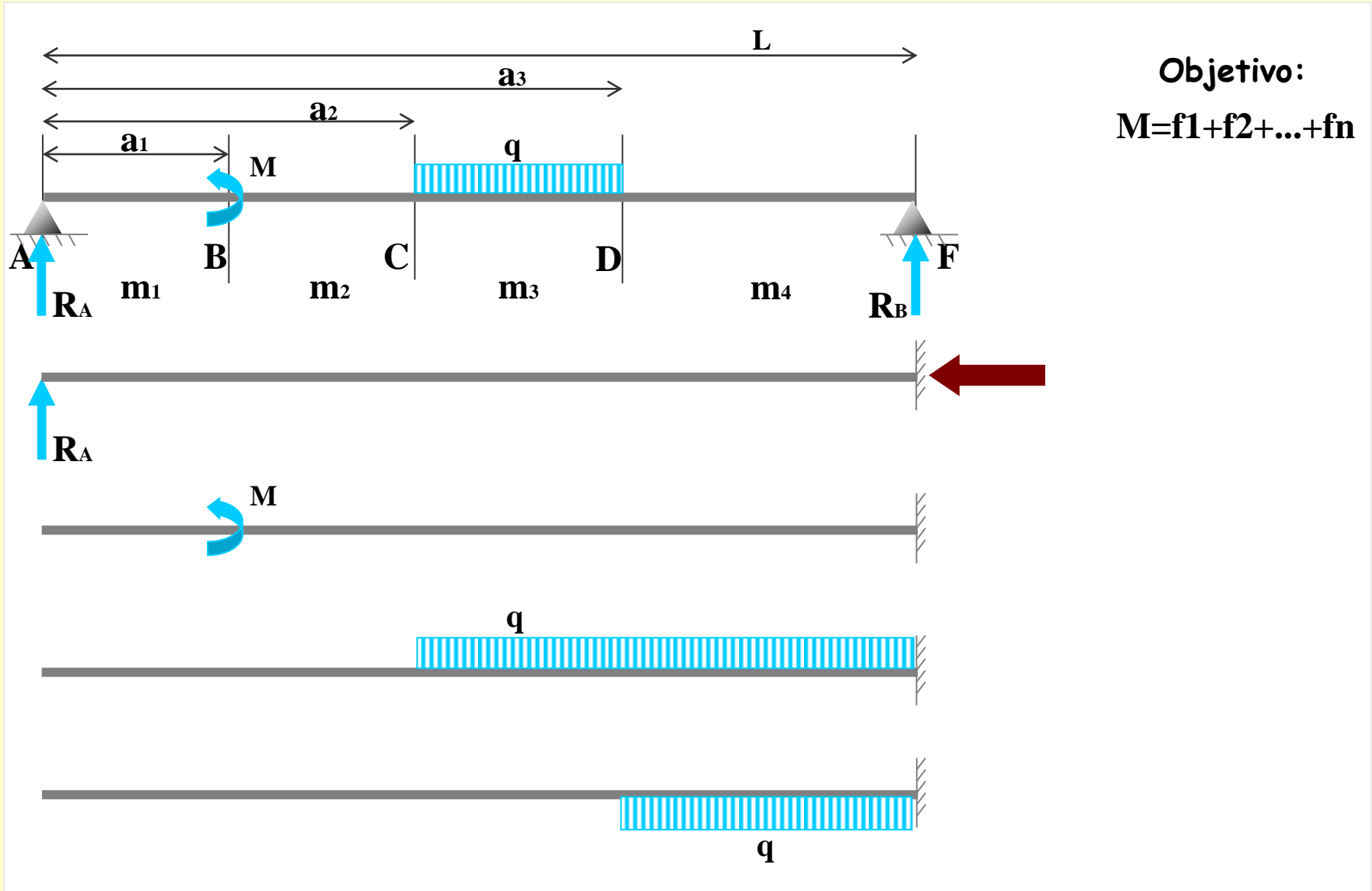
Objetivo:
 $M=f_1+f_2+\dots+f_n$



	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga	SR M	SR P	SR q
Diagrama de momentos	$m = -M$ SR	$m = -P(x - a)$ SR	$m = -q \frac{(x - a)^2}{2}$ SR
Función de singularidad asociada	$f_1 = -M \langle x - a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_2 = -P \langle x - a \rangle^1$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -P(x - a) \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_3 = -\frac{q}{2} \langle x - a \rangle^2$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -\frac{q}{2}(x - a)^2 \rightarrow x > a \end{cases}$

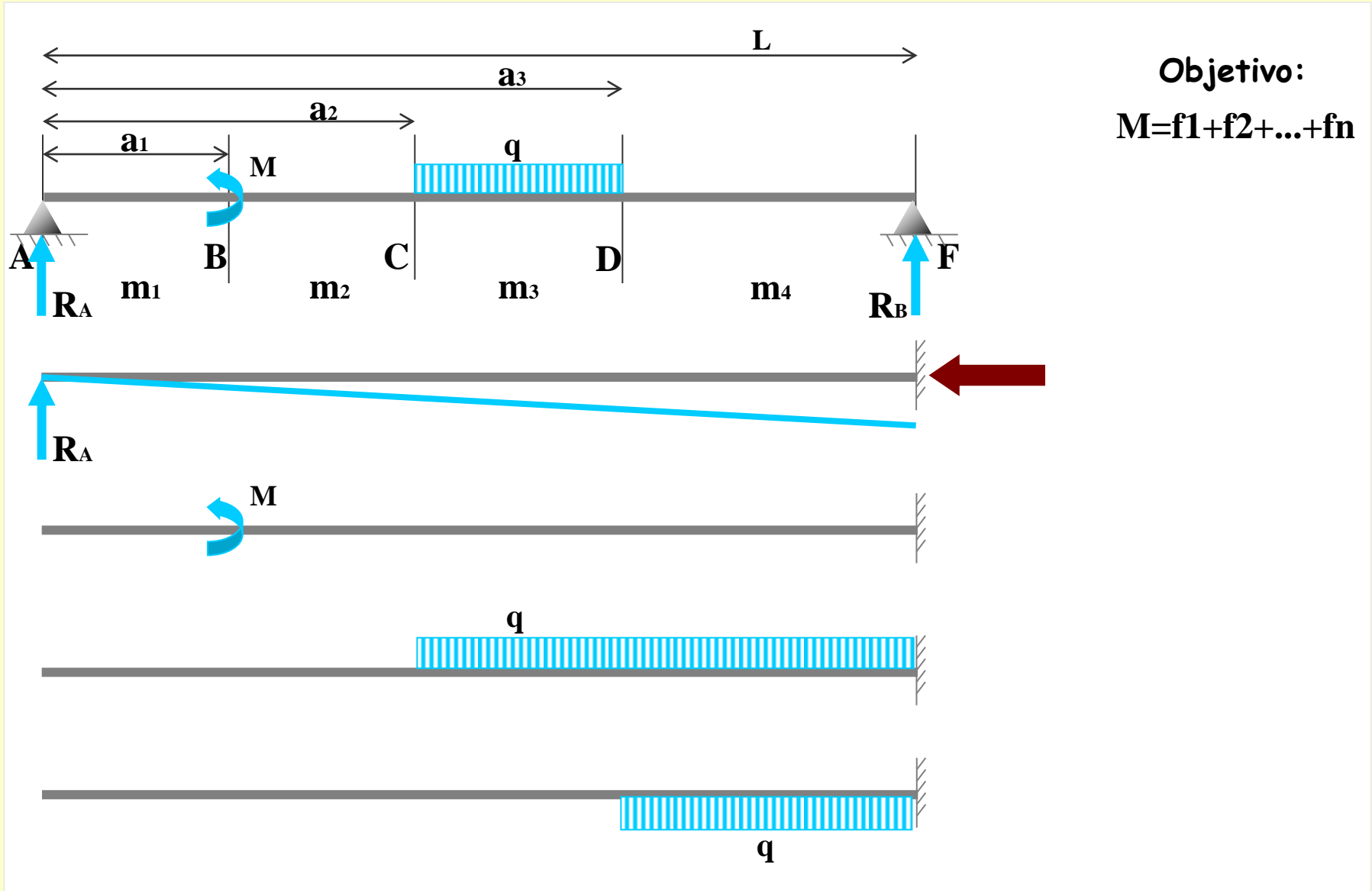
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



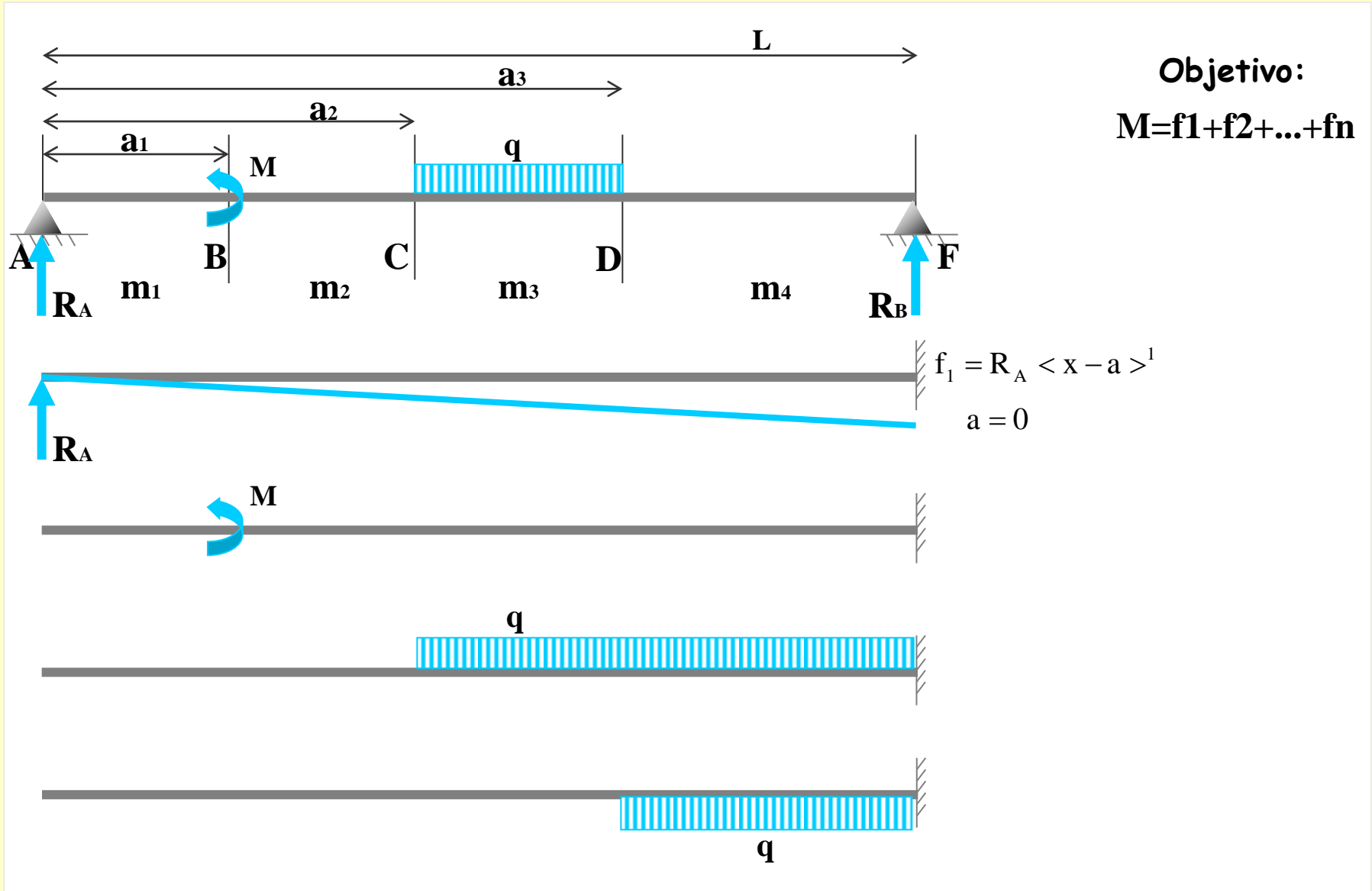
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



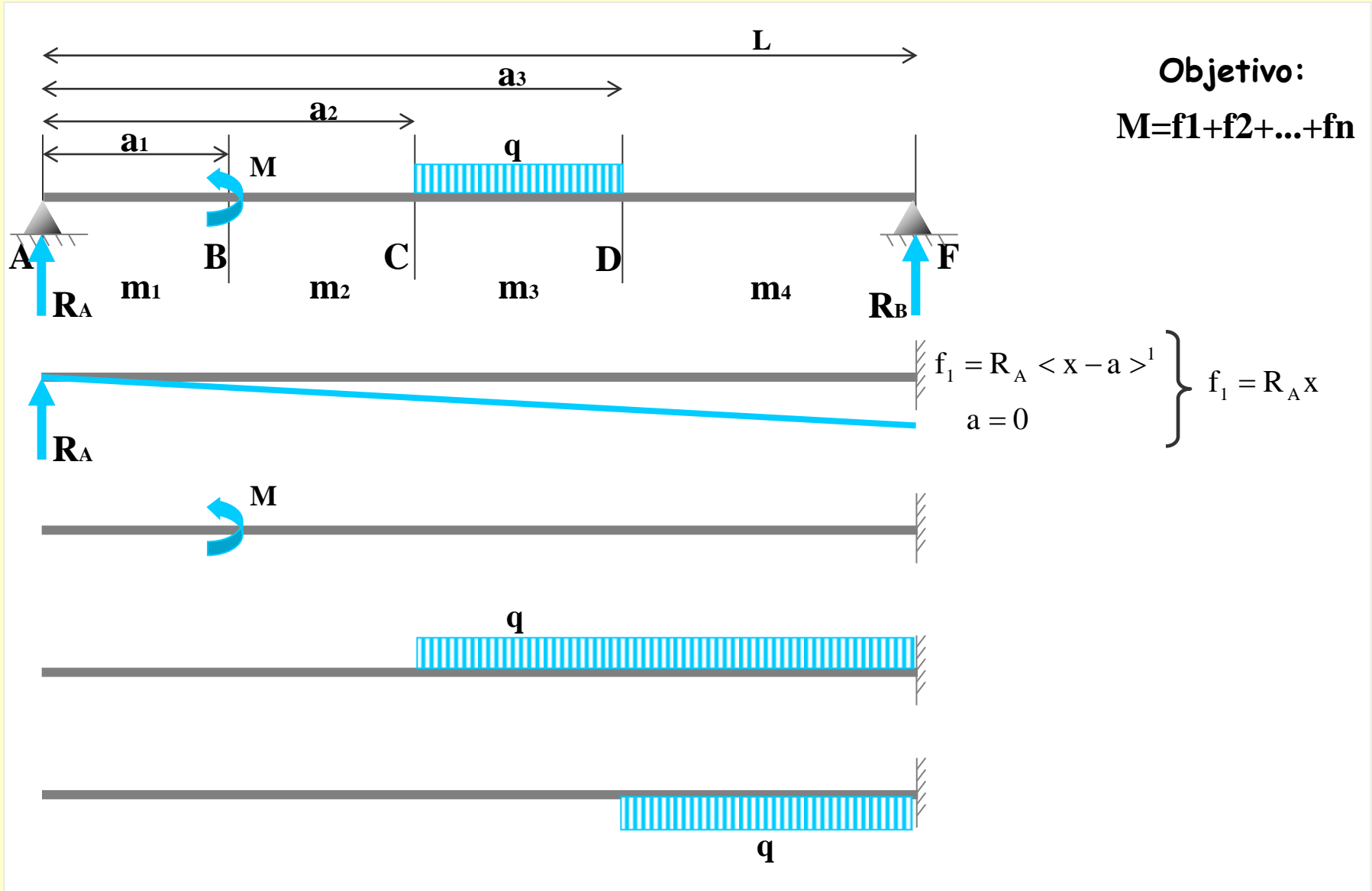
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



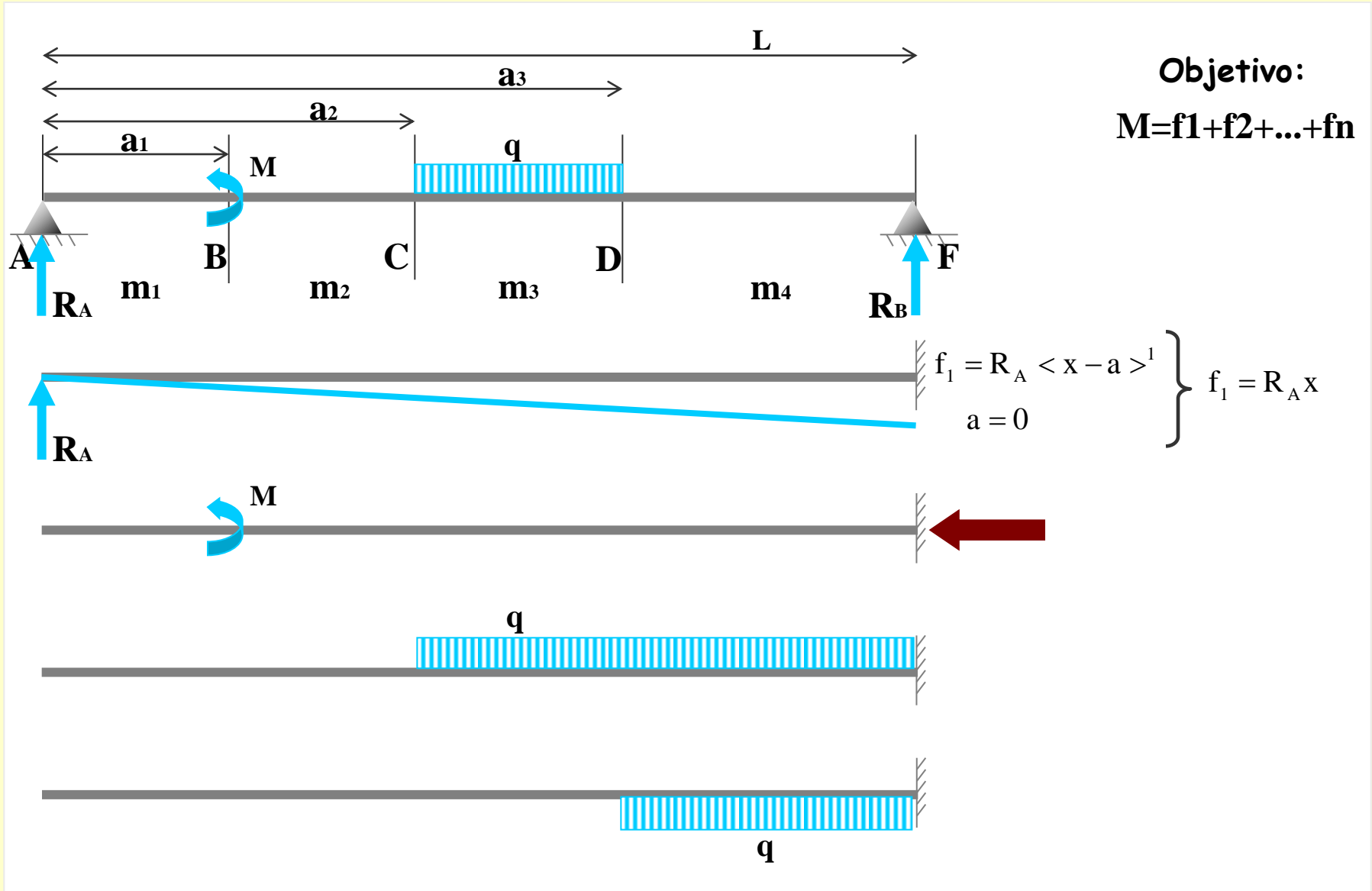
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



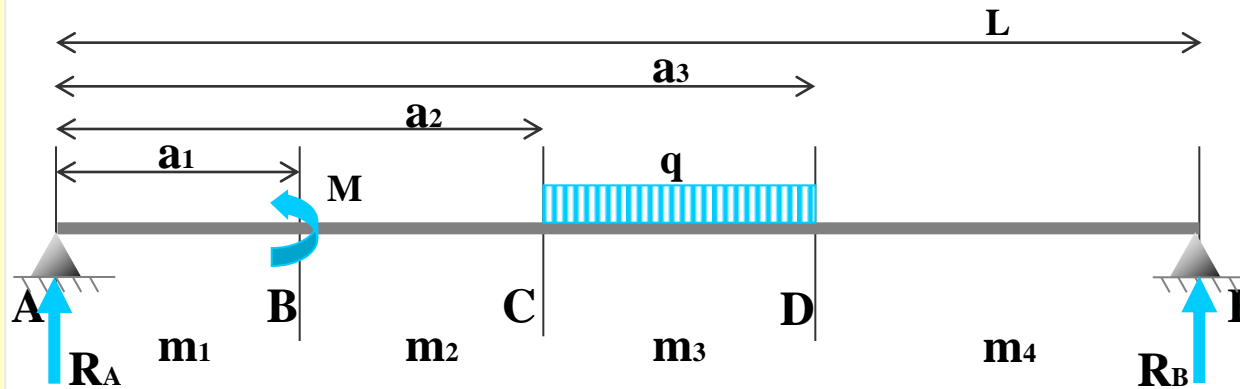
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



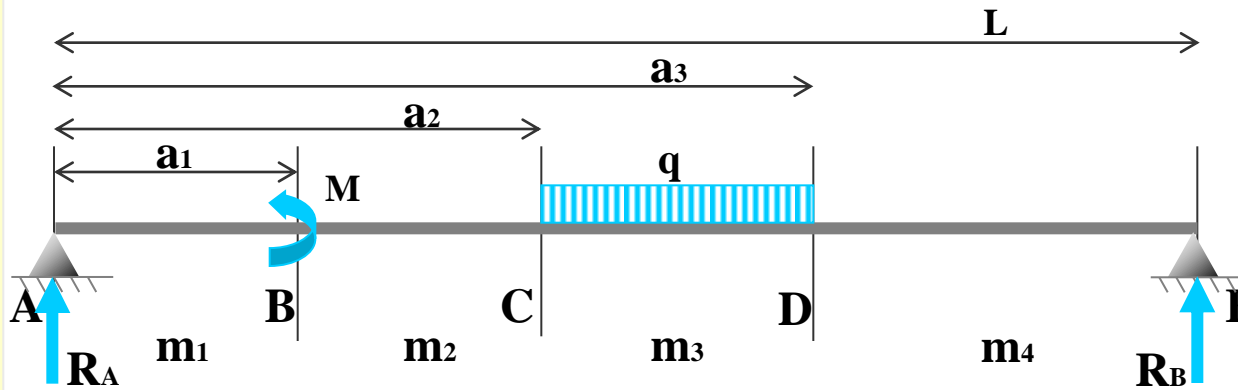
Objetivo:
 $M=f_1+f_2+\dots+f_n$



	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga	SR M	SR P	SR q
Diagrama de momentos	$m = -M$ SR	$m = -P(x-a)$ SR	$m = -q \frac{(x-a)^2}{2}$ SR
Función de singularidad asociada	$f_1 = -M \langle x-a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_2 = -P \langle x-a \rangle^1$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -P(x-a) \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_3 = -\frac{q}{2} \langle x-a \rangle^2$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -\frac{q}{2}(x-a)^2 \rightarrow x > a \end{cases}$

Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



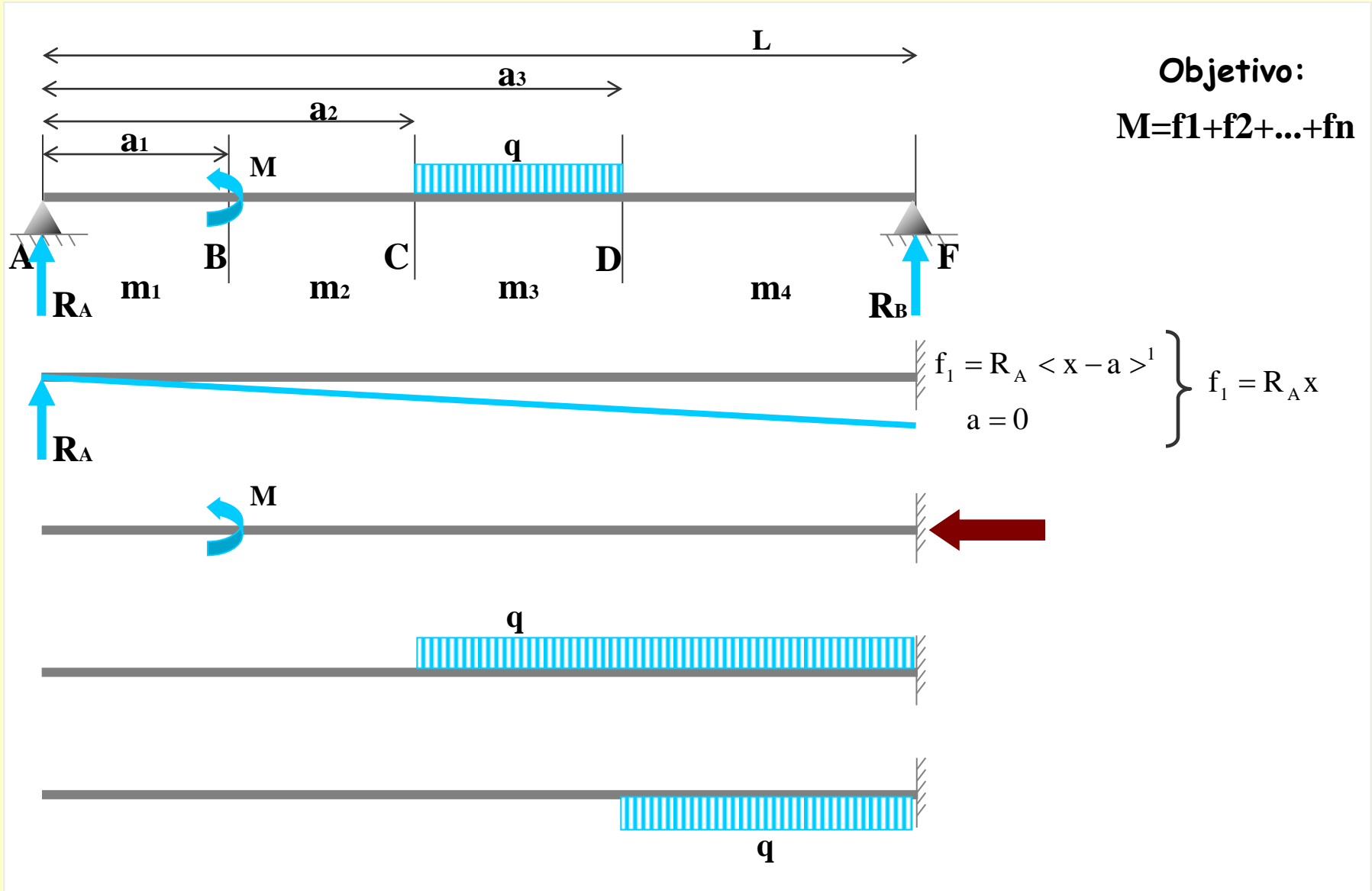
Objetivo:
 $M=f_1+f_2+\dots+f_n$



	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga	SR M	SR P	SR q
Diagrama de momentos	$m = -M$ SR $-M$	$m = -P(x - a)$ SR recta	$m = -q \frac{(x-a)^2}{2}$ SR parábola
Función de singularidad asociada	$f_1 = -M \langle x - a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_2 = -P \langle x - a \rangle^1$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -P(x - a) \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_3 = -\frac{q}{2} \langle x - a \rangle^2$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -\frac{q}{2}(x - a)^2 \rightarrow x > a \end{cases}$

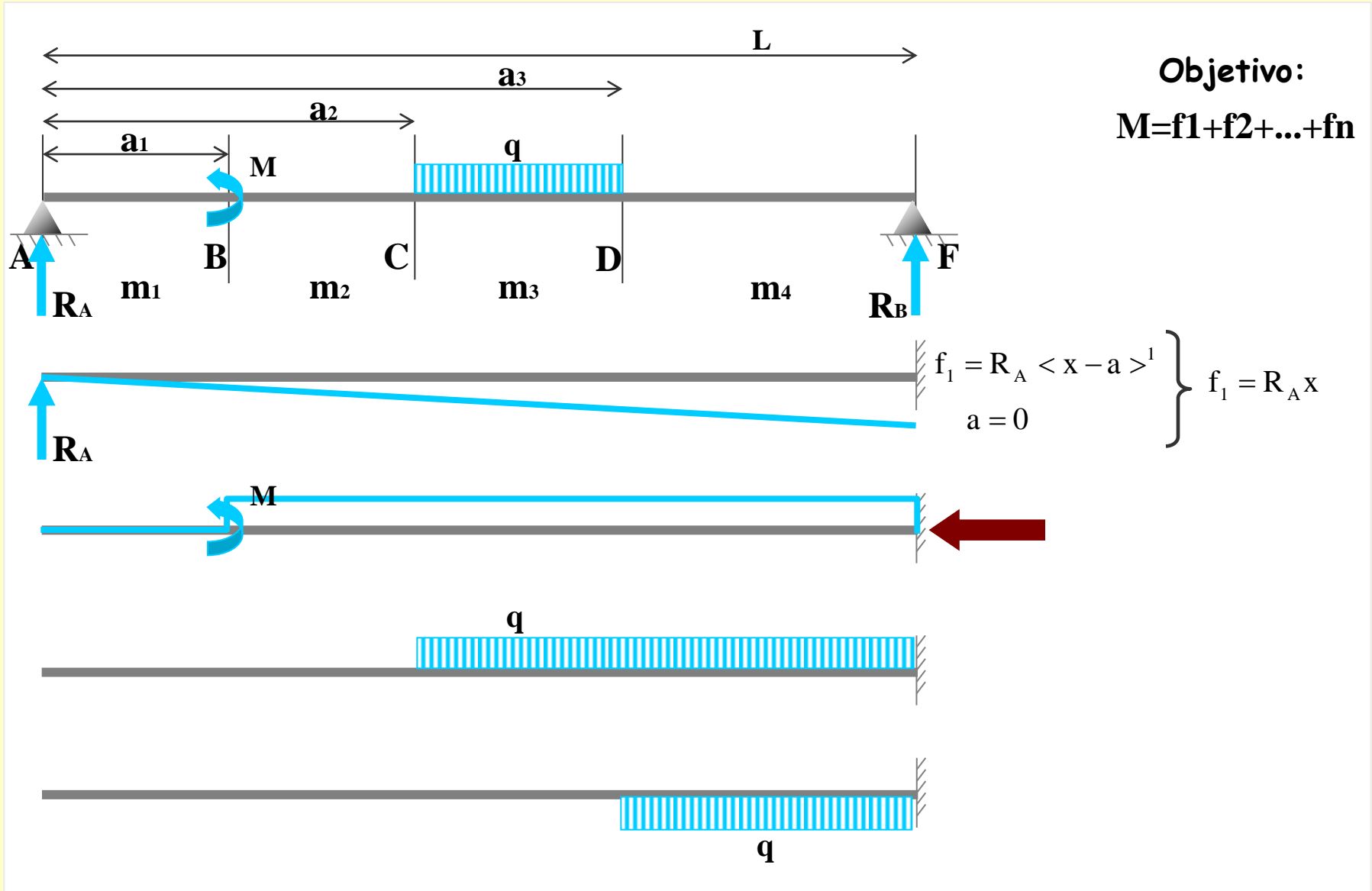
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



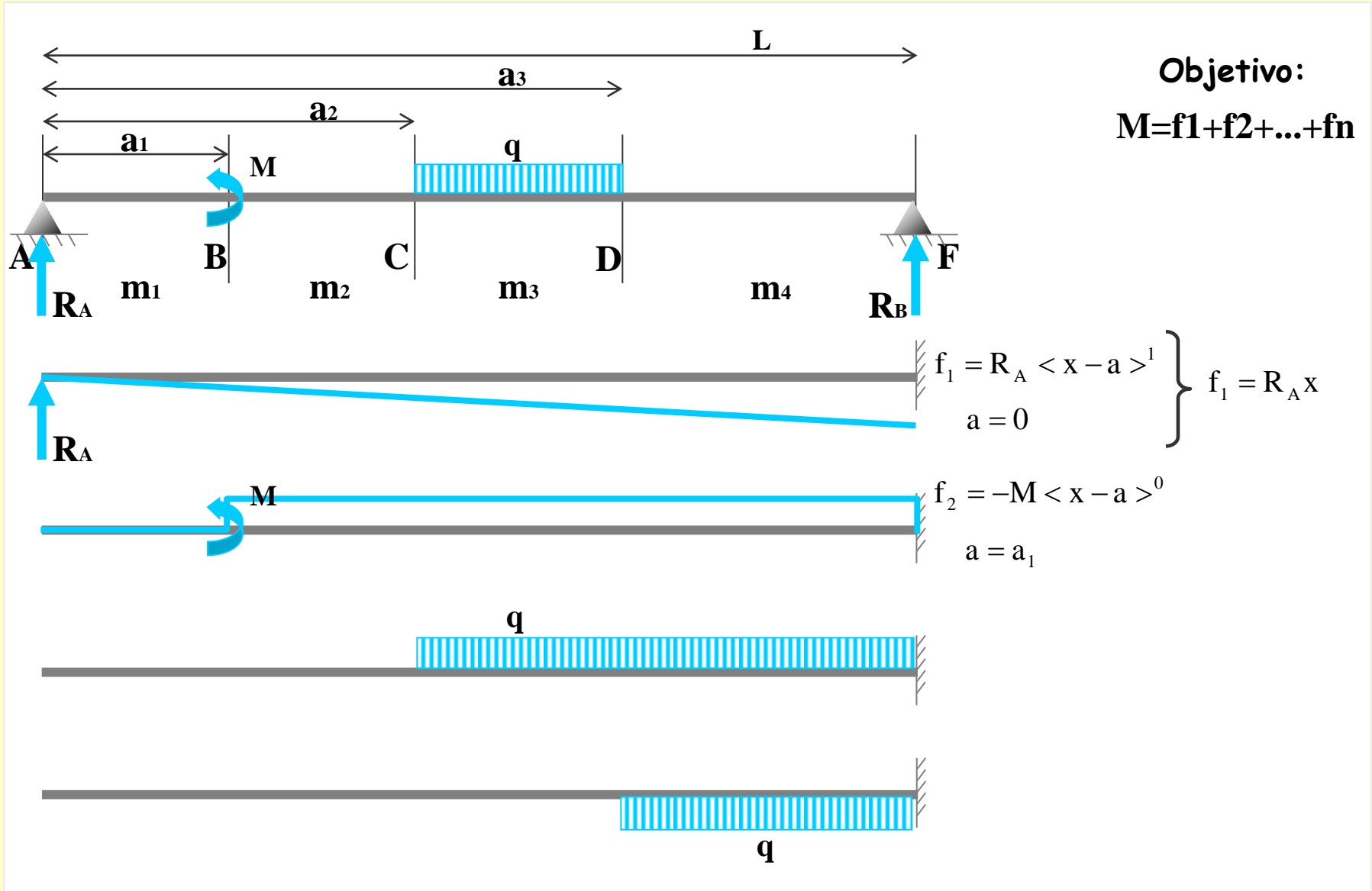
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



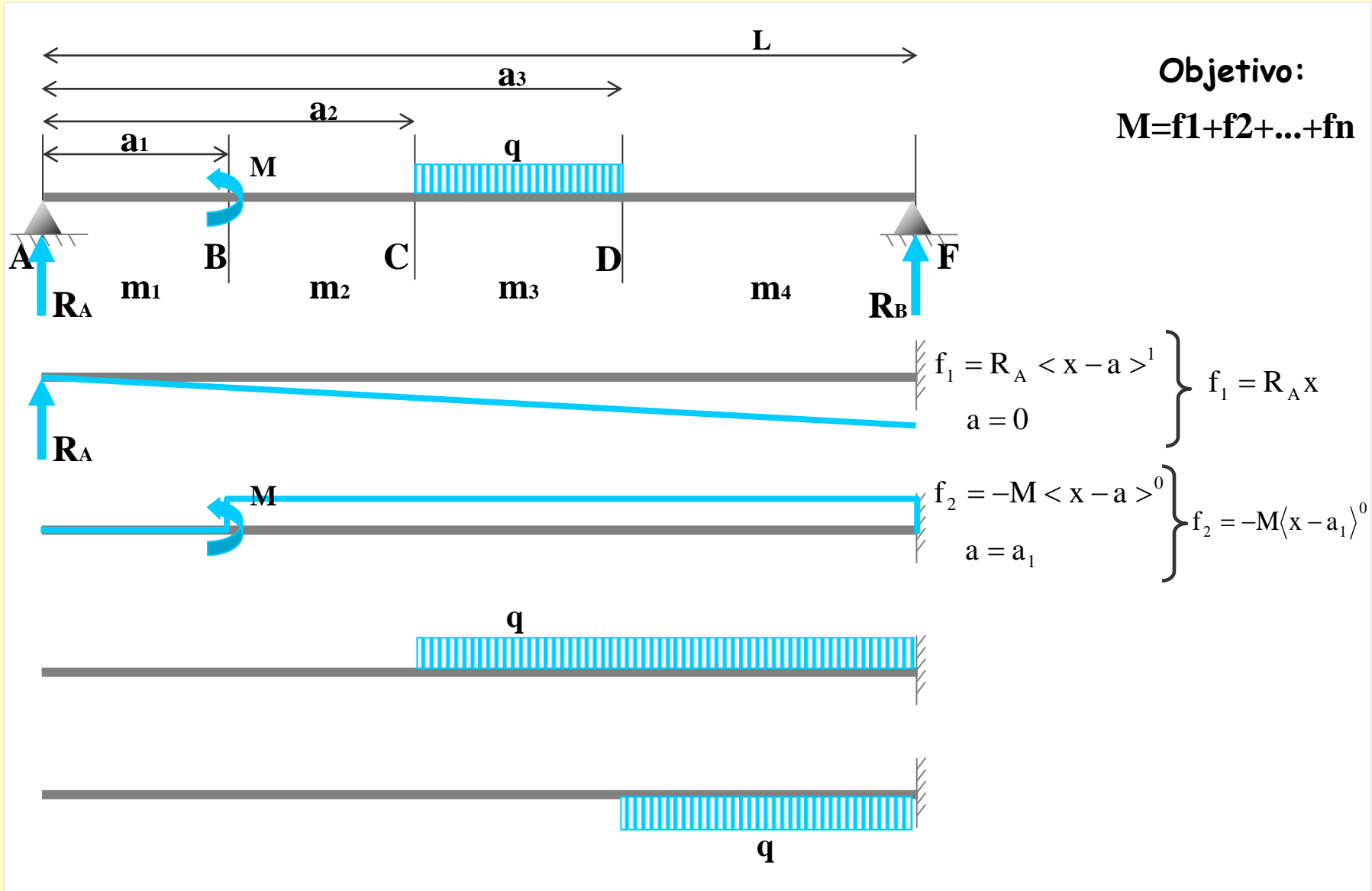
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



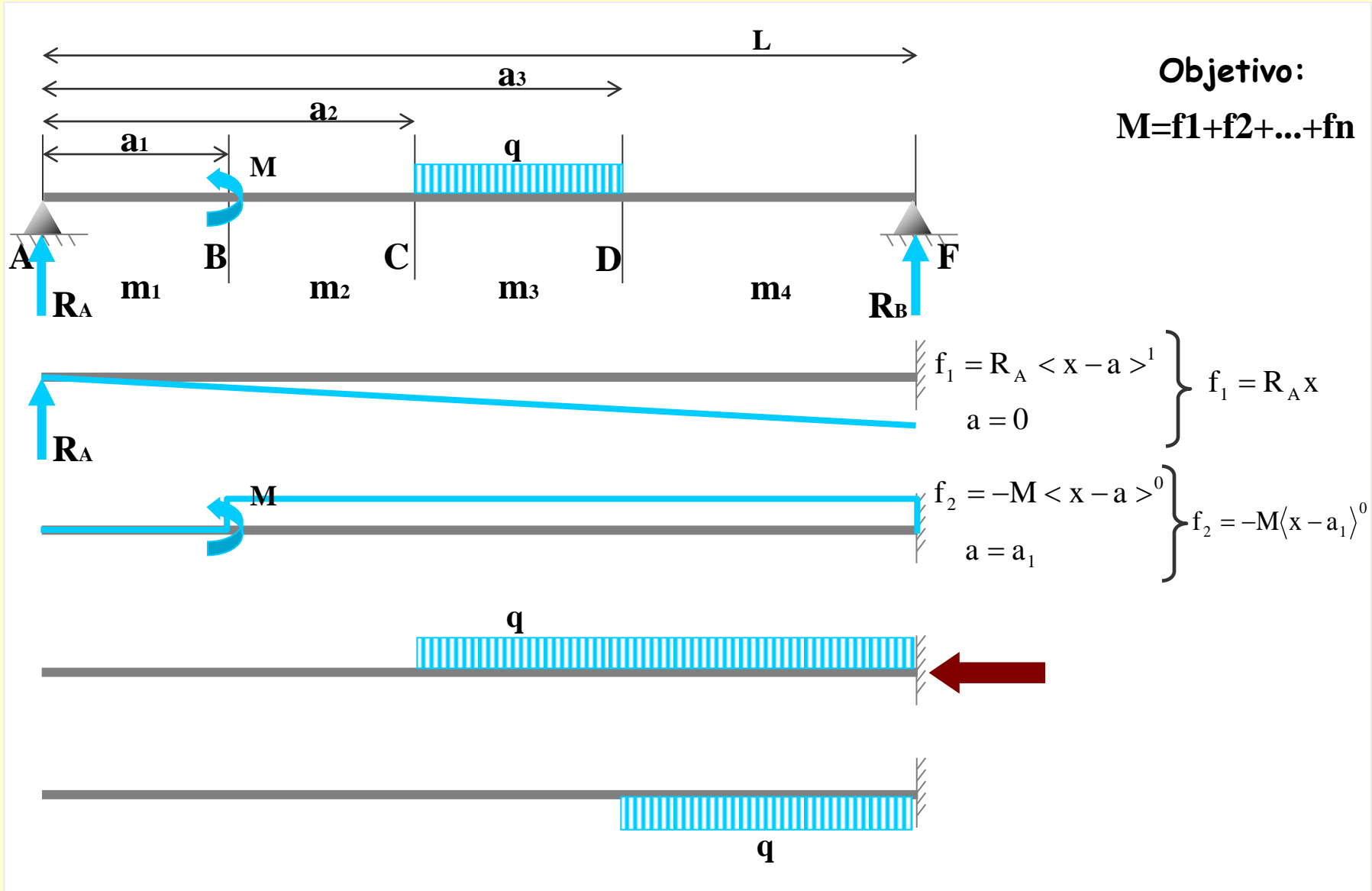
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



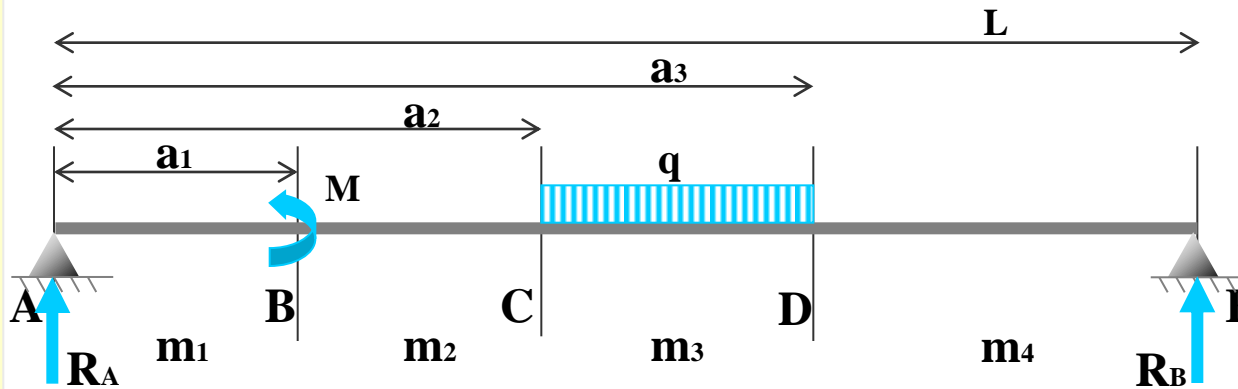
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



Objetivo:
 $M=f_1+f_2+\dots+f_n$

R_A

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga	SR M	SR P	SR q
Diagrama de momentos	$m = -M$ SR	$m = -P(x-a)$ SR	$m = -q \frac{(x-a)^2}{2}$ SR
Función de singularidad asociada	$f_1 = -M \langle x-a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_2 = -P \langle x-a \rangle^1$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -P(x-a) \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_3 = -\frac{q}{2} \langle x-a \rangle^2$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -\frac{q}{2}(x-a)^2 \rightarrow x > a \end{cases}$

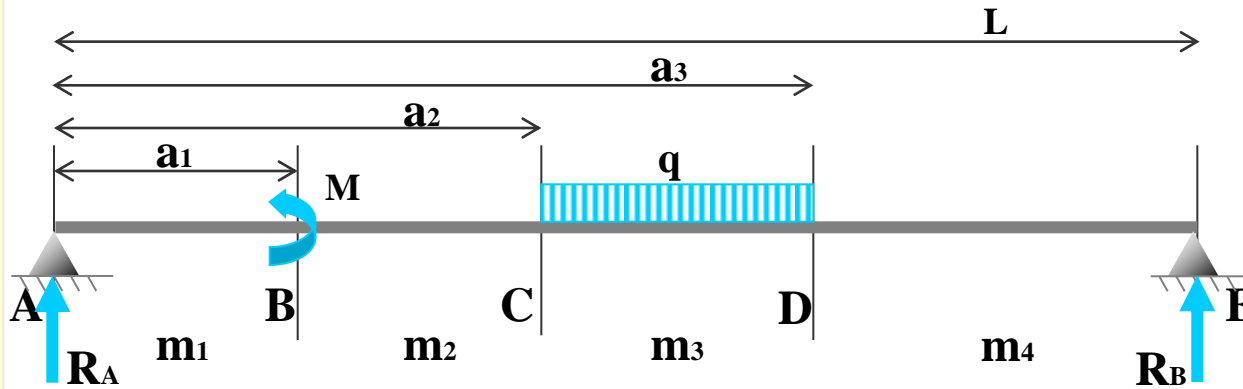
$$\left. \begin{aligned} f_1 &= R_A \langle x-a \rangle^1 \\ a &= 0 \end{aligned} \right\} f_1 = R_A x$$

$$\left. \begin{aligned} f_2 &= -M \langle x-a \rangle^0 \\ a &= a_1 \end{aligned} \right\} f_2 = -M \langle x-a_1 \rangle^0$$



Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



Objetivo:
 $M=f_1+f_2+\dots+f_n$

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga	SR M	SR P	SR q
Diagrama de momentos	$m = -M$ SR	$m = -P(x-a)$ SR	$m = -q \frac{(x-a)^2}{2}$ SR
Función de singularidad asociada	$f_1 = -M \langle x-a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_2 = -P \langle x-a \rangle^1$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -P(x-a) \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_3 = -\frac{q}{2} \langle x-a \rangle^2$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -\frac{q}{2}(x-a)^2 \rightarrow x > a \end{cases}$

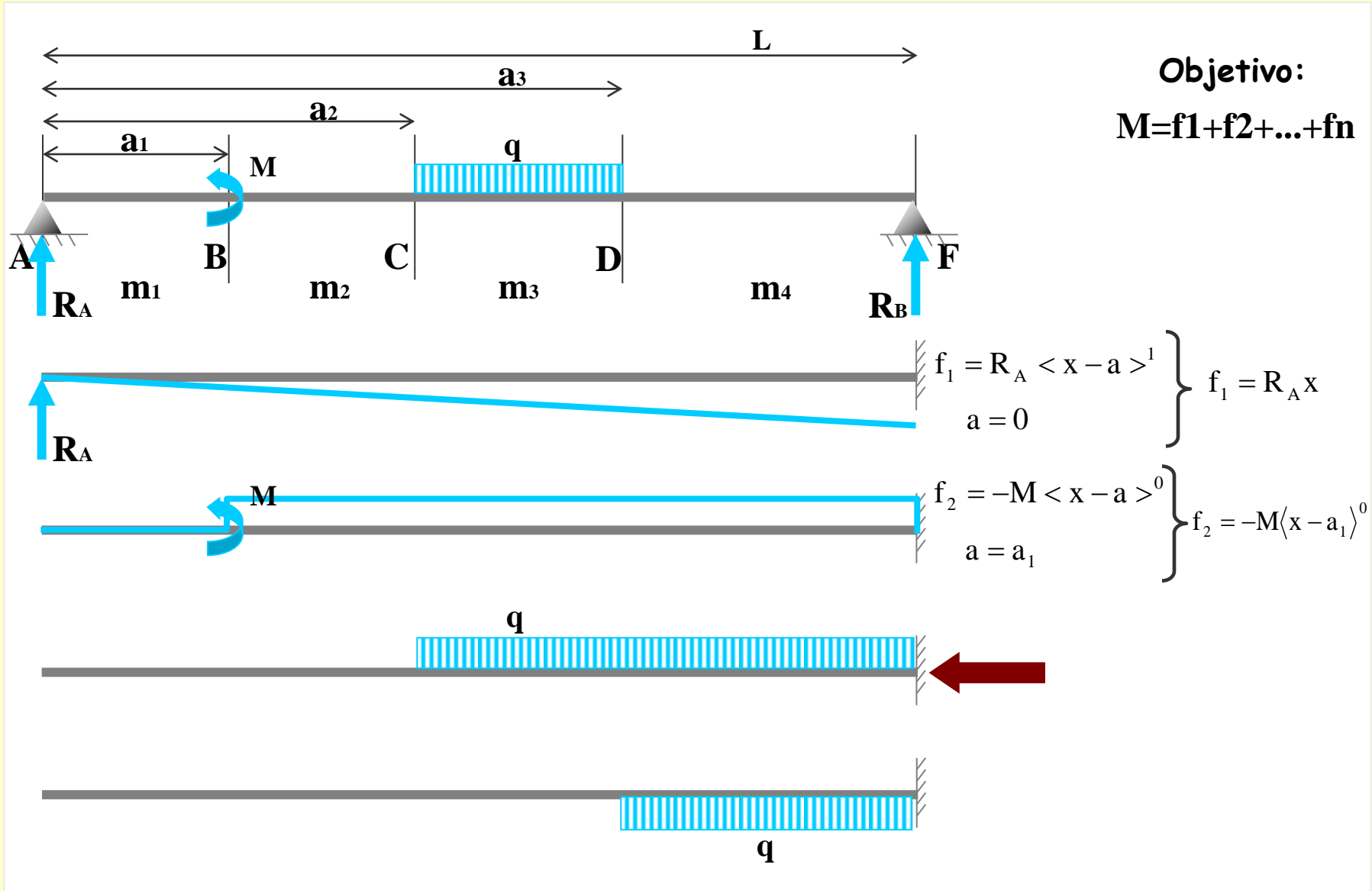
$$\left. \begin{aligned} f_1 &= R_A \langle x-a \rangle^1 \\ a &= 0 \end{aligned} \right\} f_1 = R_A x$$

$$\left. \begin{aligned} f_2 &= -M \langle x-a \rangle^0 \\ a &= a_1 \end{aligned} \right\} f_2 = -M \langle x-a_1 \rangle^0$$



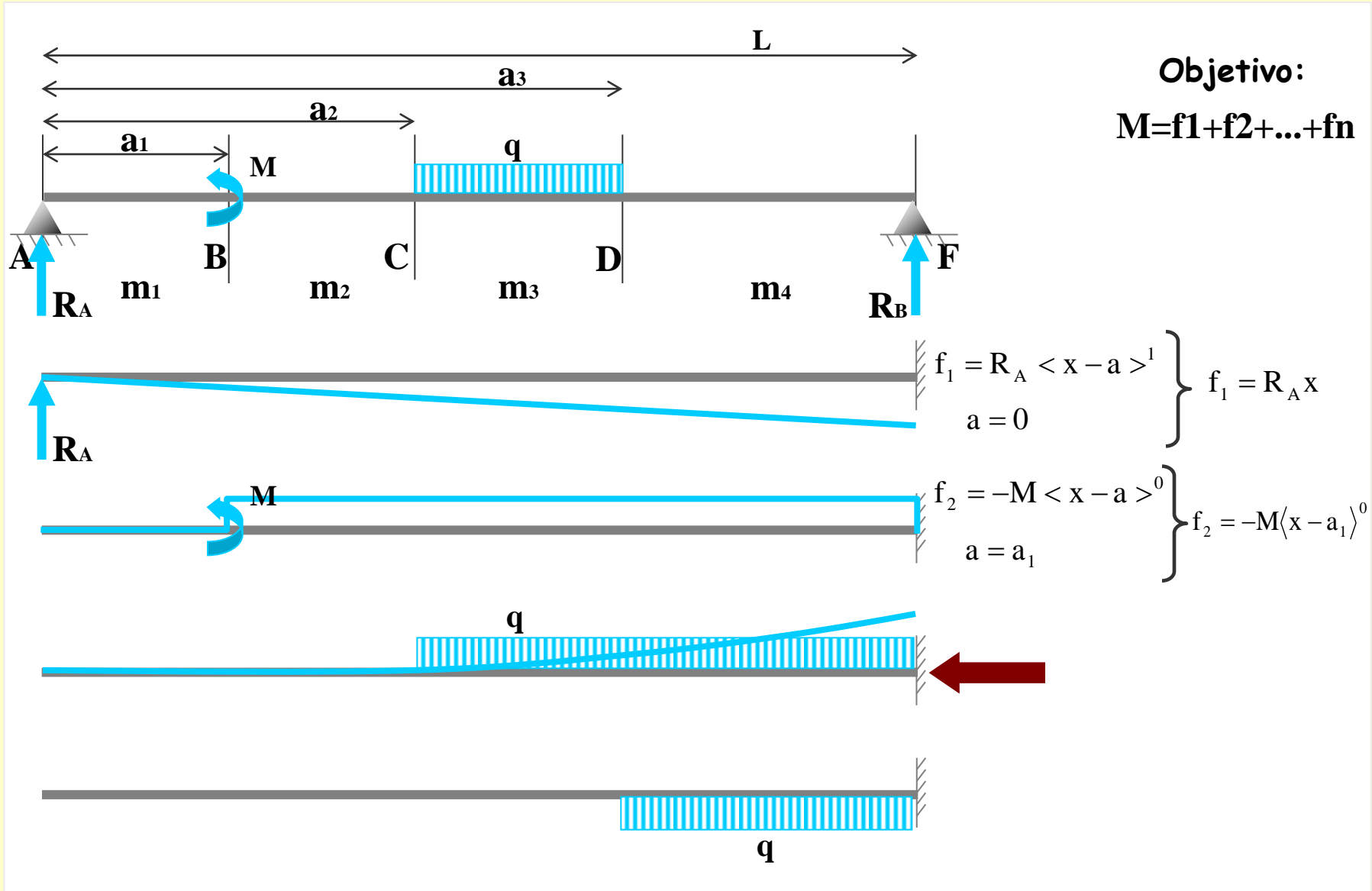
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



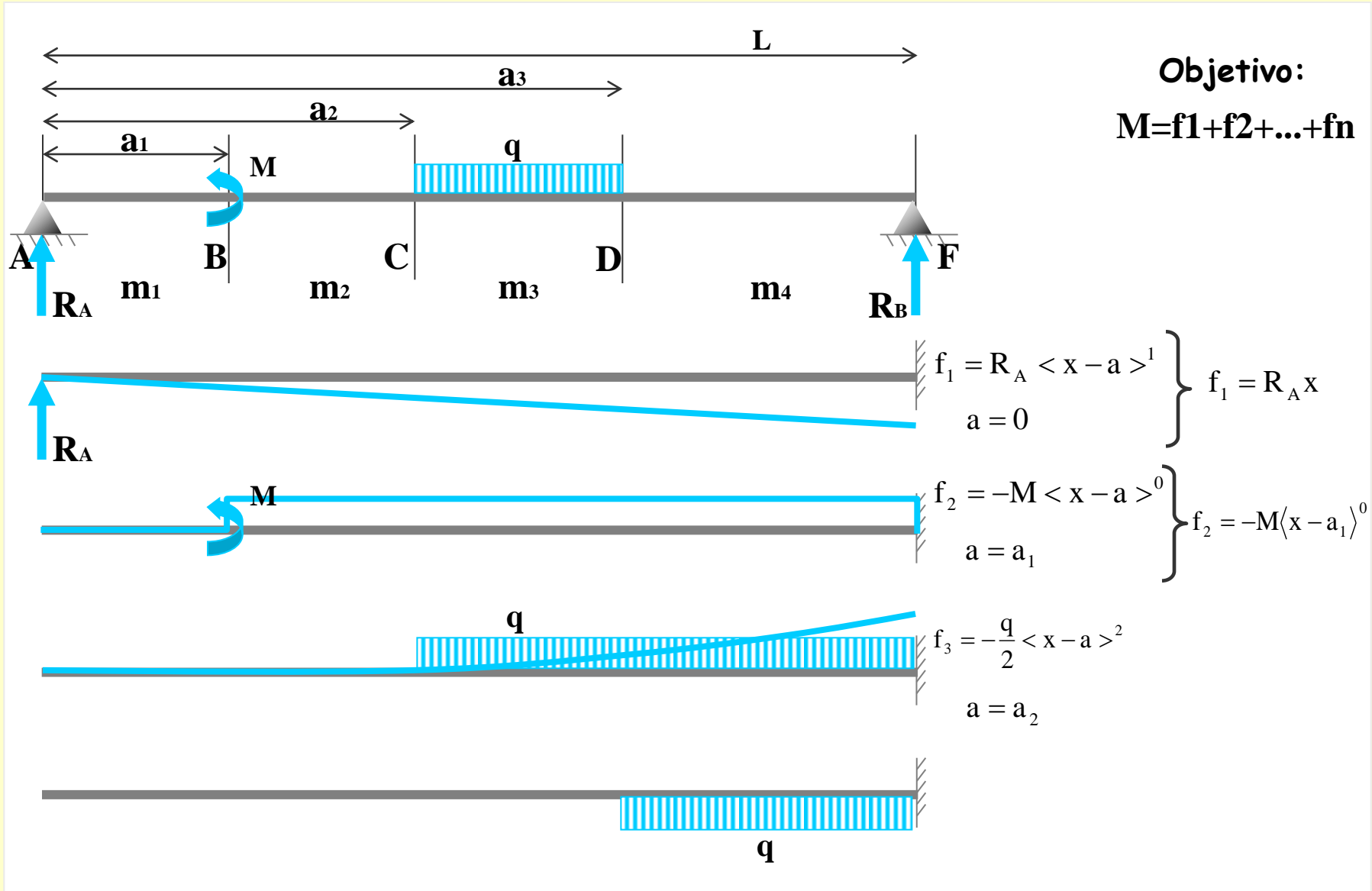
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



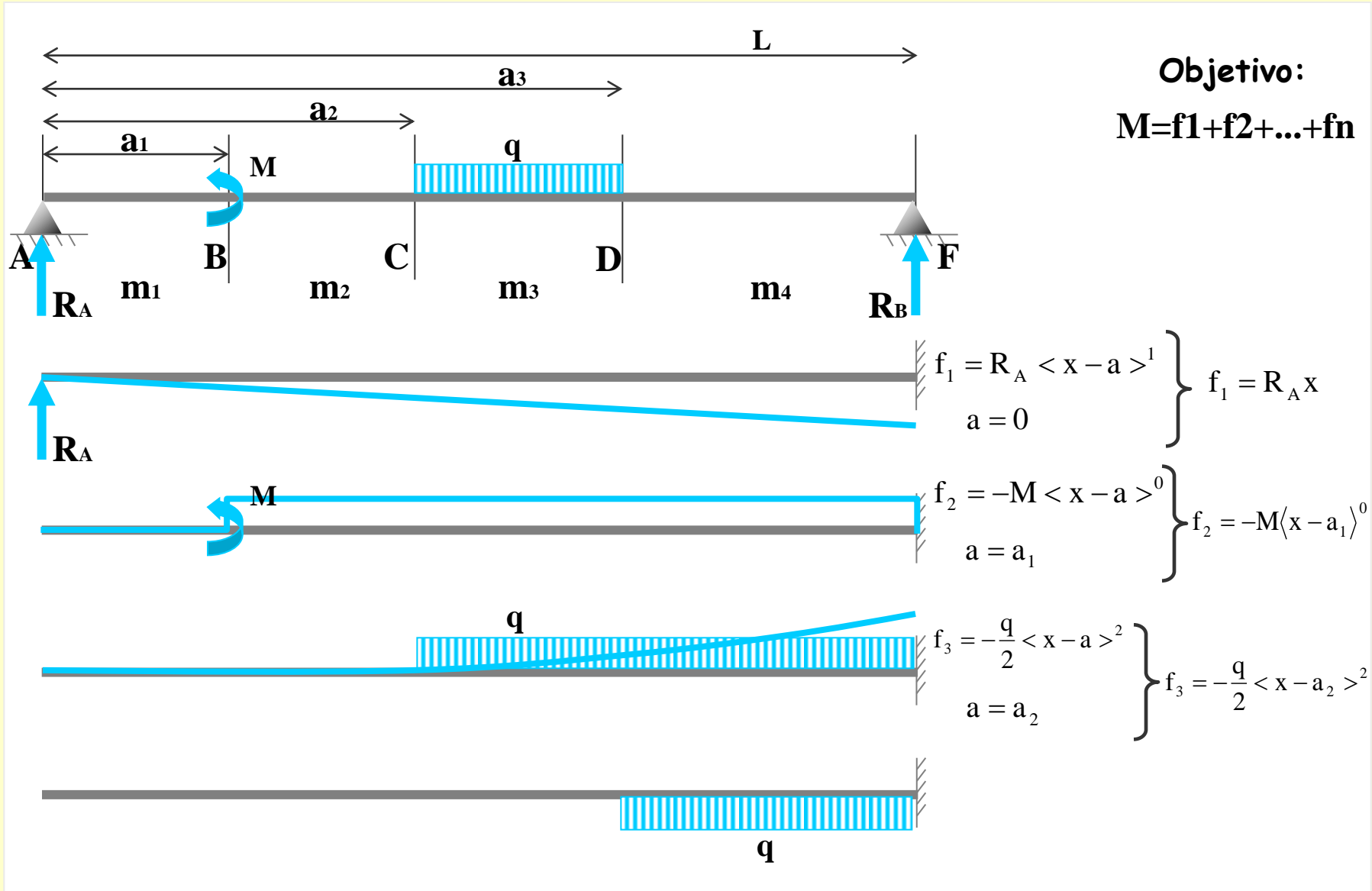
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



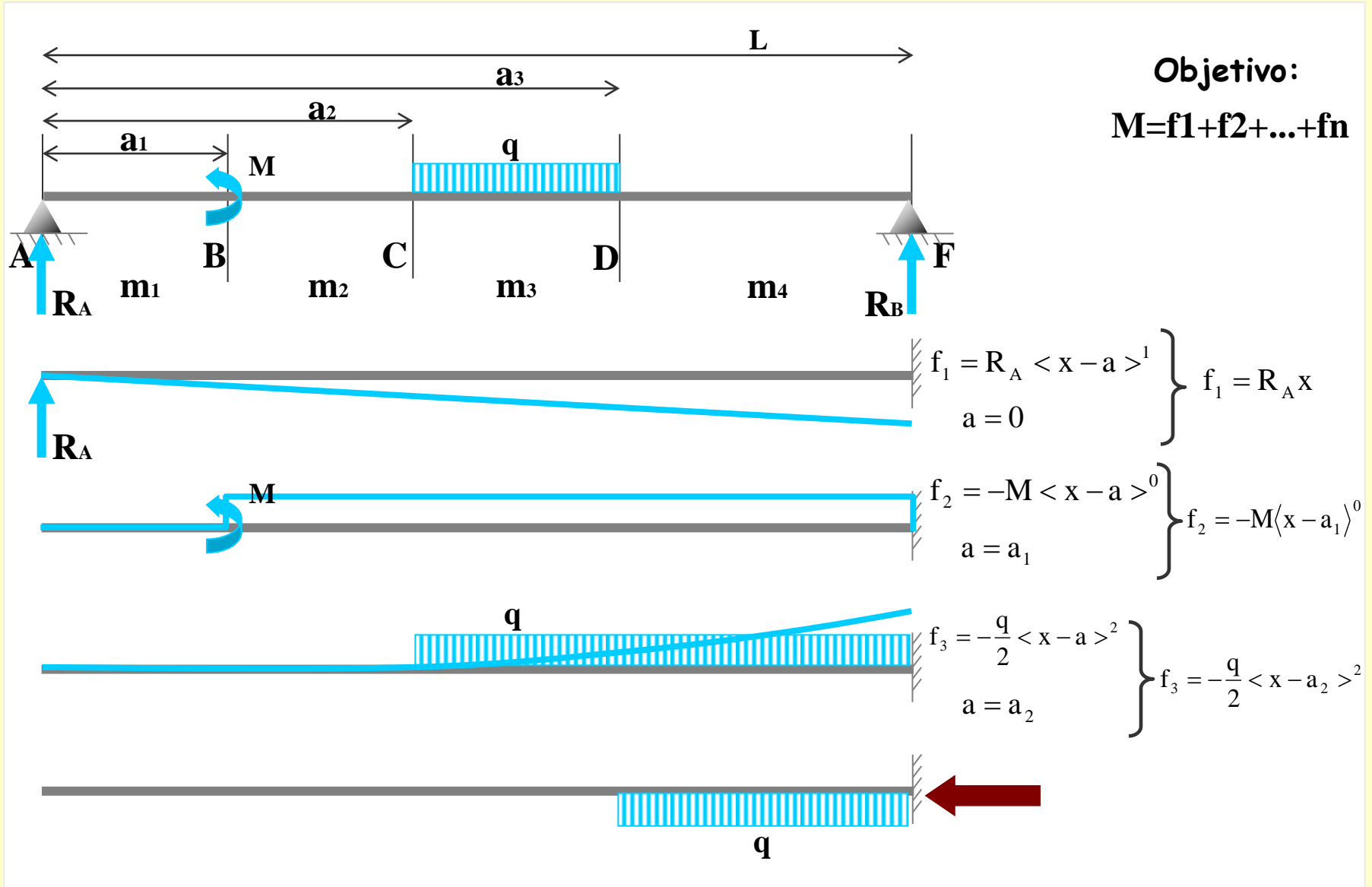
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



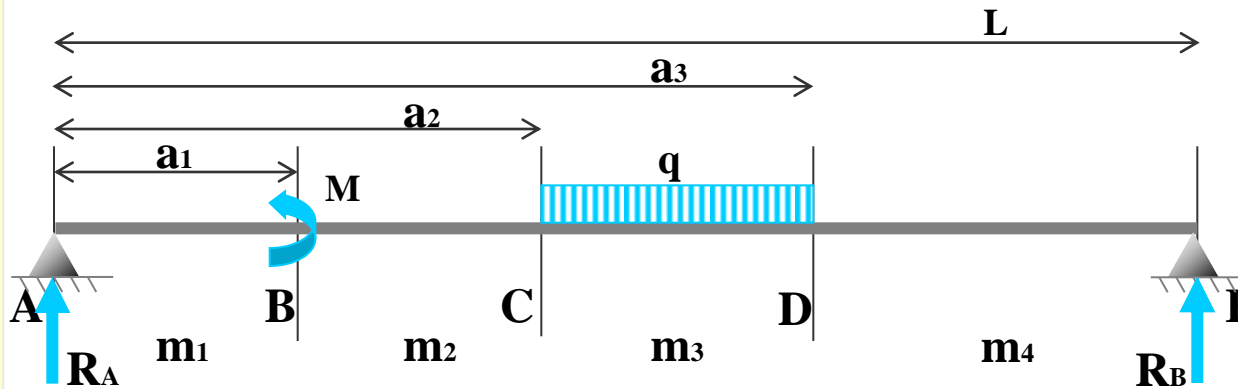
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



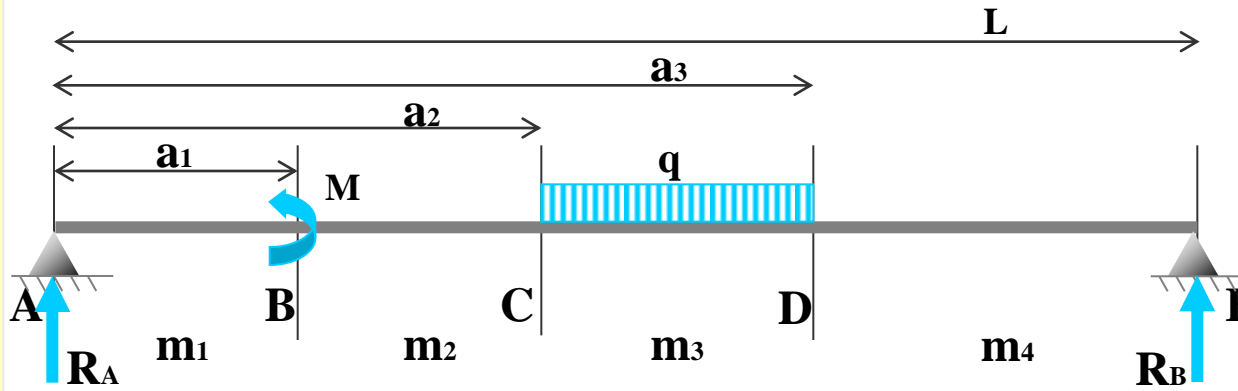
Objetivo:
 $M=f_1+f_2+\dots+f_n$

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga	SR M	SR P	SR q
Diagrama de momentos	$m = -M$ SR	$m = -P(x-a)$ SR	$m = -q \frac{(x-a)^2}{2}$ SR
Función de singularidad asociada	$f_1 = -M \langle x-a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_2 = -P \langle x-a \rangle^1$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -P(x-a) \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_3 = -\frac{q}{2} \langle x-a \rangle^2$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -\frac{q}{2}(x-a)^2 \rightarrow x > a \end{cases}$

$f_1 = R_A \langle x-a \rangle^1$
 $a = 0$
 $f_1 = R_A x$
 $f_2 = -M \langle x-a \rangle^0$
 $a = a_1$
 $f_2 = -M \langle x-a_1 \rangle^0$
 $f_3 = -\frac{q}{2} \langle x-a \rangle^2$
 $a = a_2$
 $f_3 = -\frac{q}{2} \langle x-a_2 \rangle^2$

Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



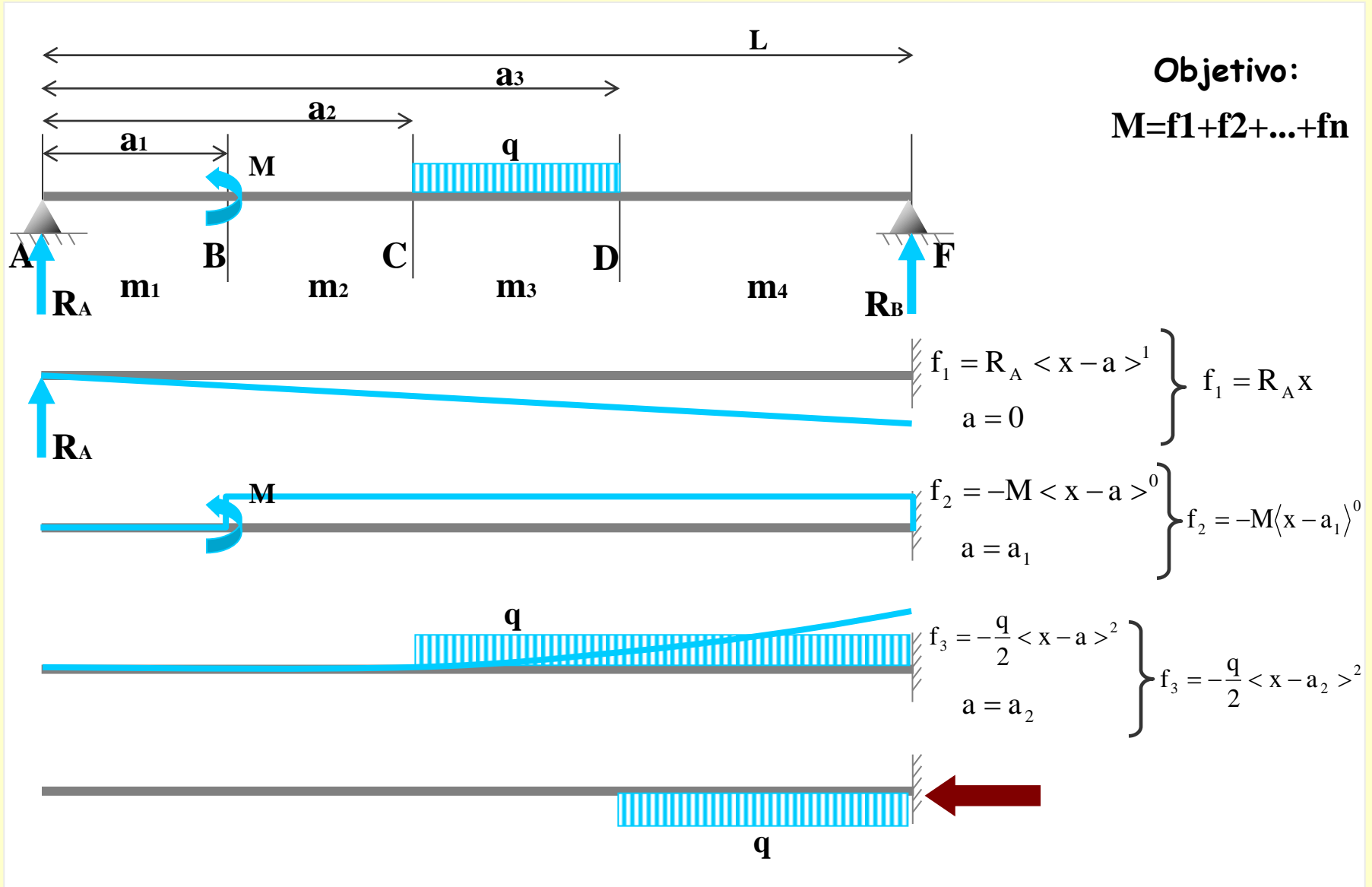
Objetivo:
 $M=f_1+f_2+\dots+f_n$

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Estado de carga	SR M	SR P	SR q
Diagrama de momentos	$m = -M$ SR	$m = -P(x-a)$ SR	$m = -q \frac{(x-a)^2}{2}$ SR
Función de singularidad asociada	$f_1 = -M \langle x-a \rangle^0$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -M \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_2 = -P \langle x-a \rangle^1$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -P(x-a) \rightarrow x > a \end{cases}$	$f_3 = -\frac{q}{2} \langle x-a \rangle^2$ $\begin{cases} f = 0 \rightarrow x < a \\ f = -\frac{q}{2}(x-a)^2 \rightarrow x > a \end{cases}$

$f_1 = R_A \langle x-a \rangle^1$
 $a = 0$
 $f_1 = R_A x$
 $f_2 = -M \langle x-a \rangle^0$
 $a = a_1$
 $f_2 = -M \langle x-a_1 \rangle^0$
 $f_3 = -\frac{q}{2} \langle x-a \rangle^2$
 $a = a_2$
 $f_3 = -\frac{q}{2} \langle x-a_2 \rangle^2$

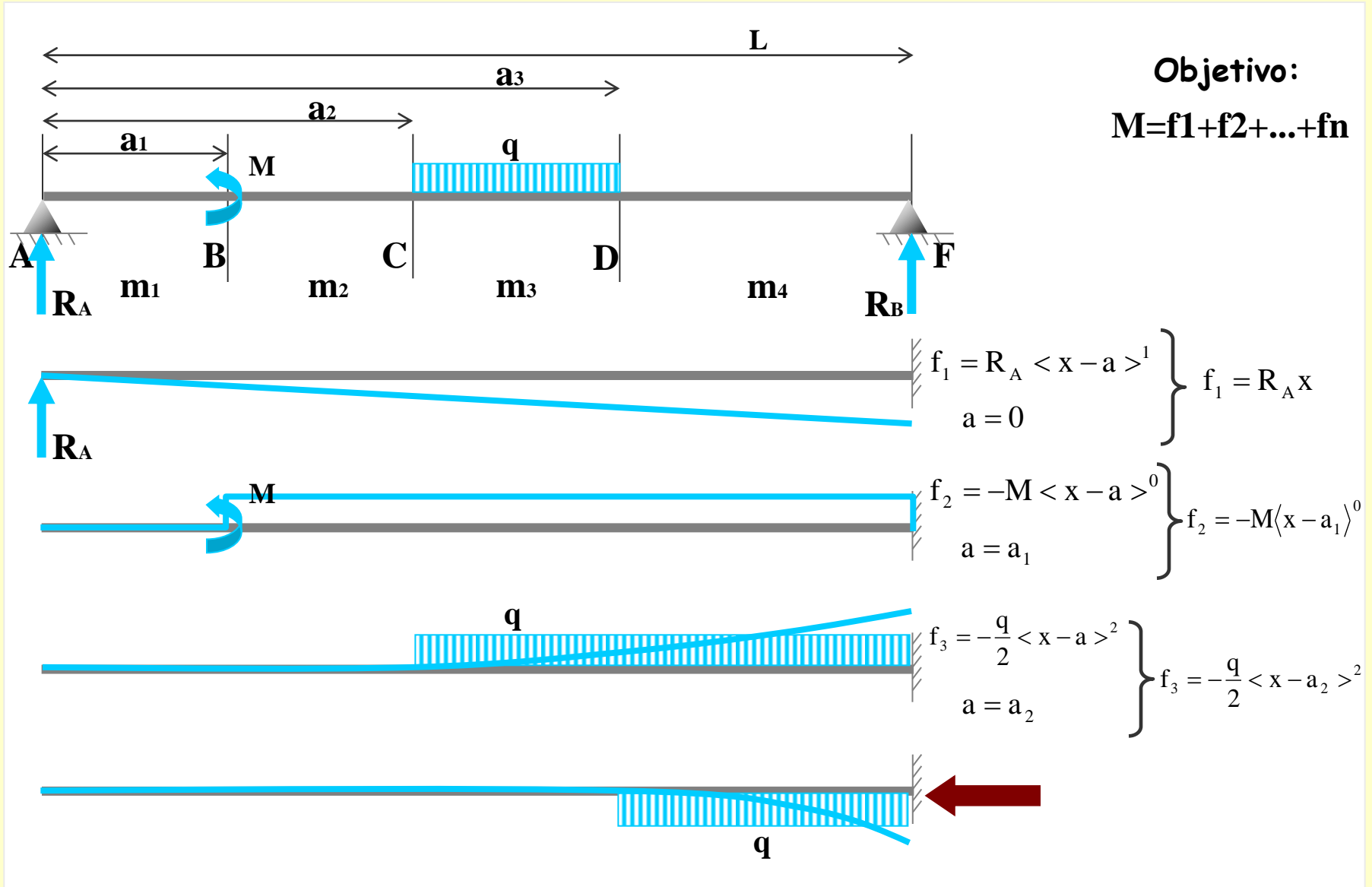
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



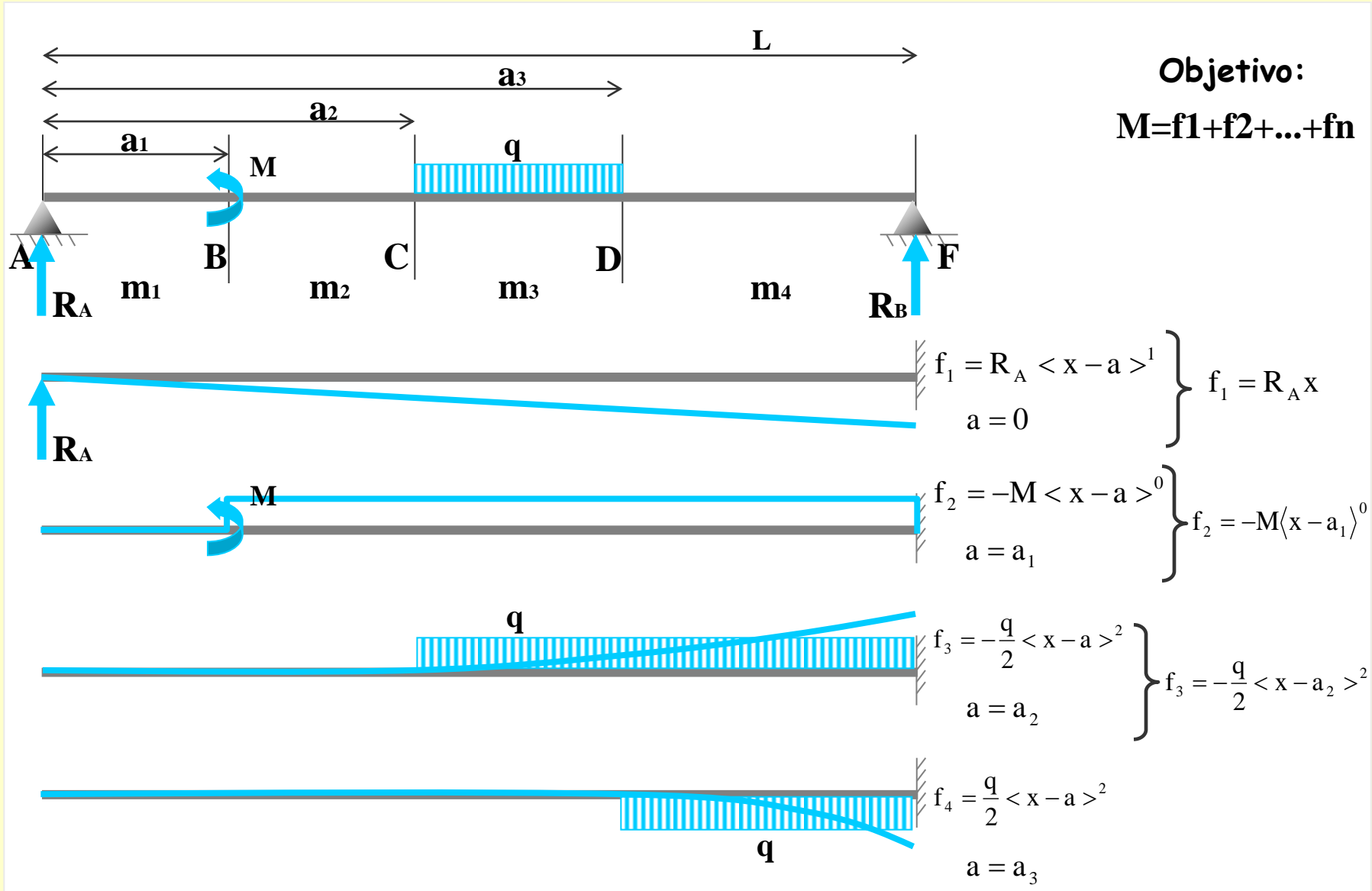
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



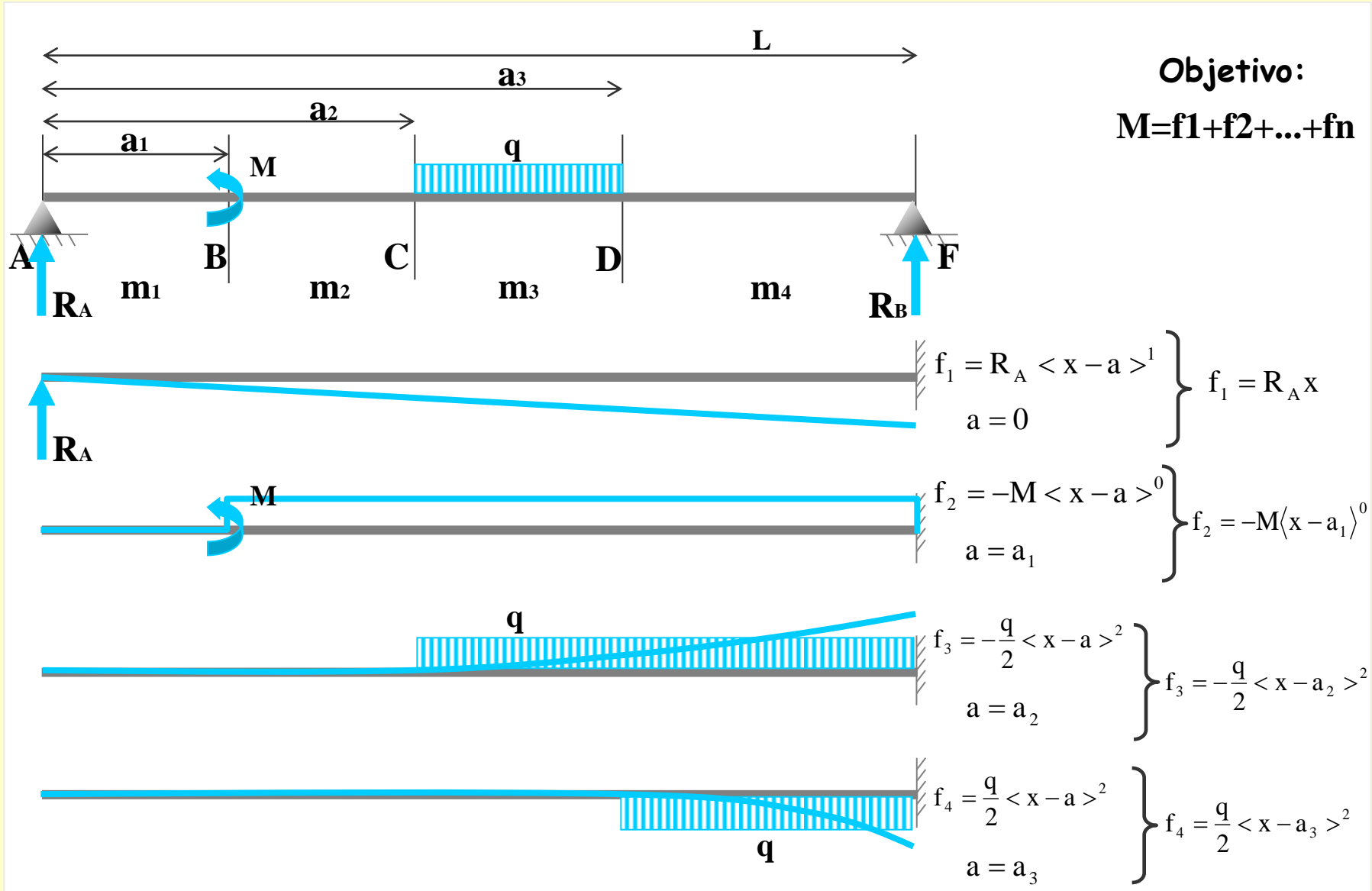
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



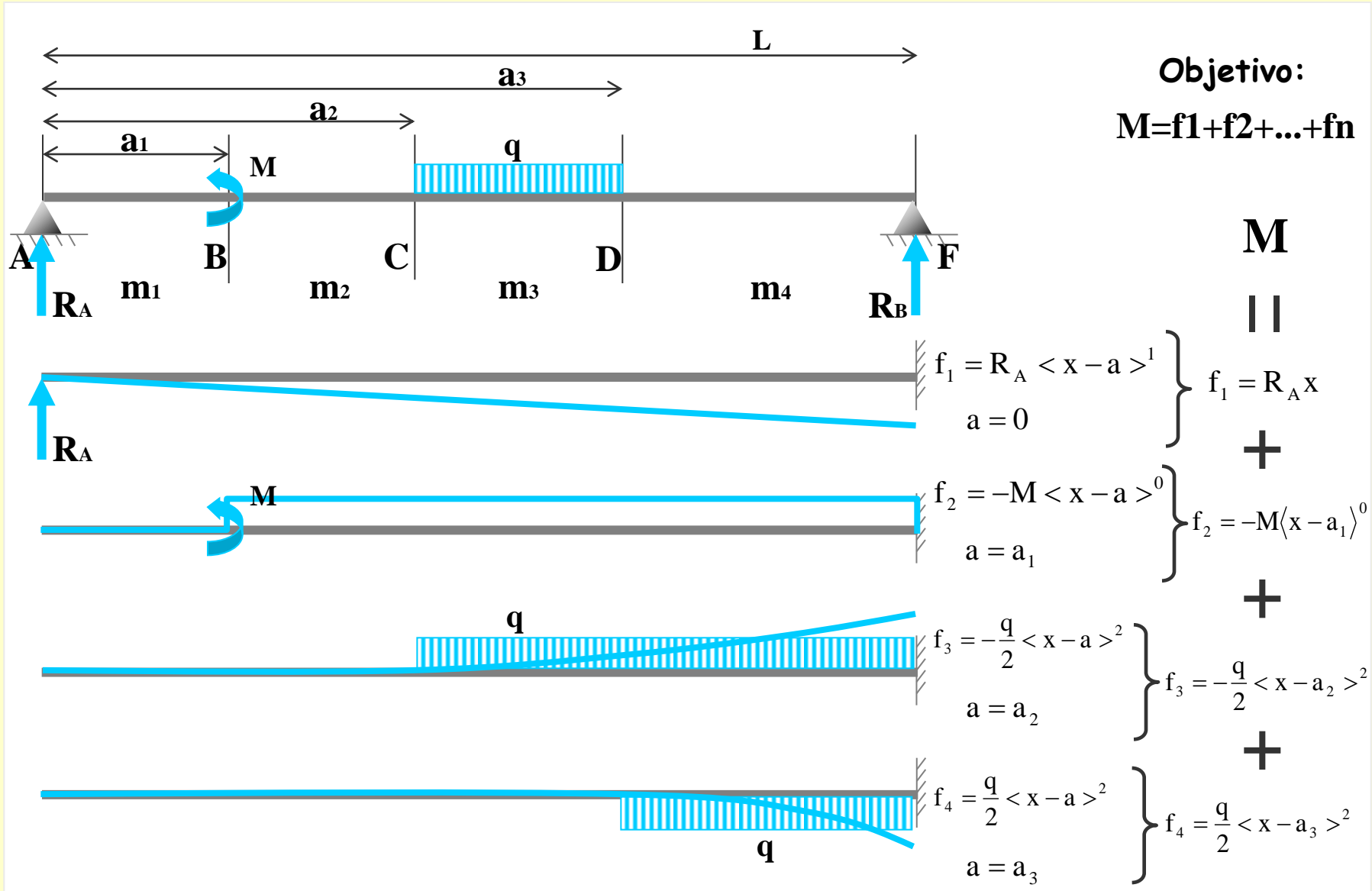
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



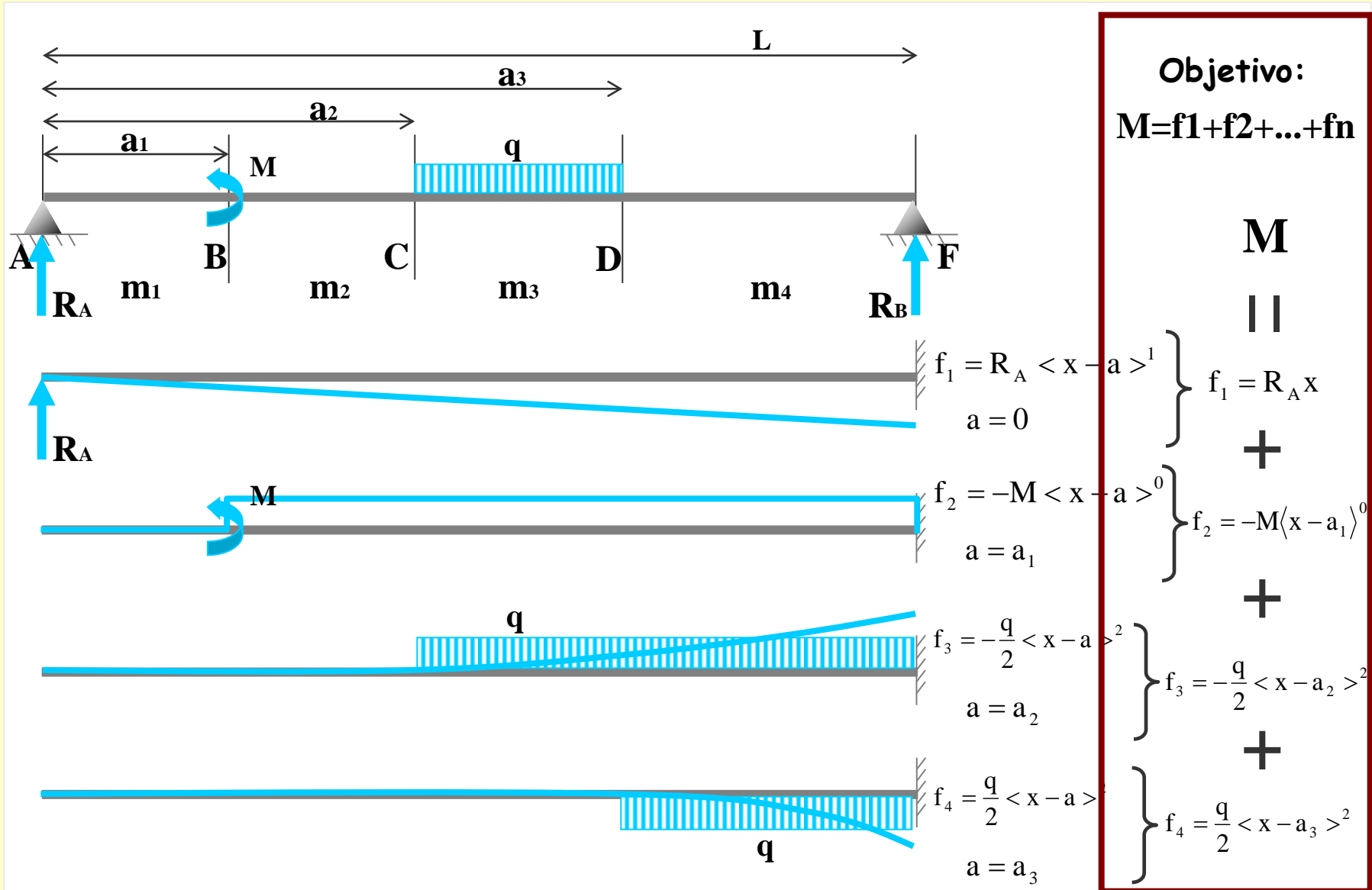
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



Objetivo:
 $M = f_1 + f_2 + \dots + f_n$

M

||

$f_1 = R_A x$

+

$f_2 = -M \langle x - a_1 \rangle^0$

+

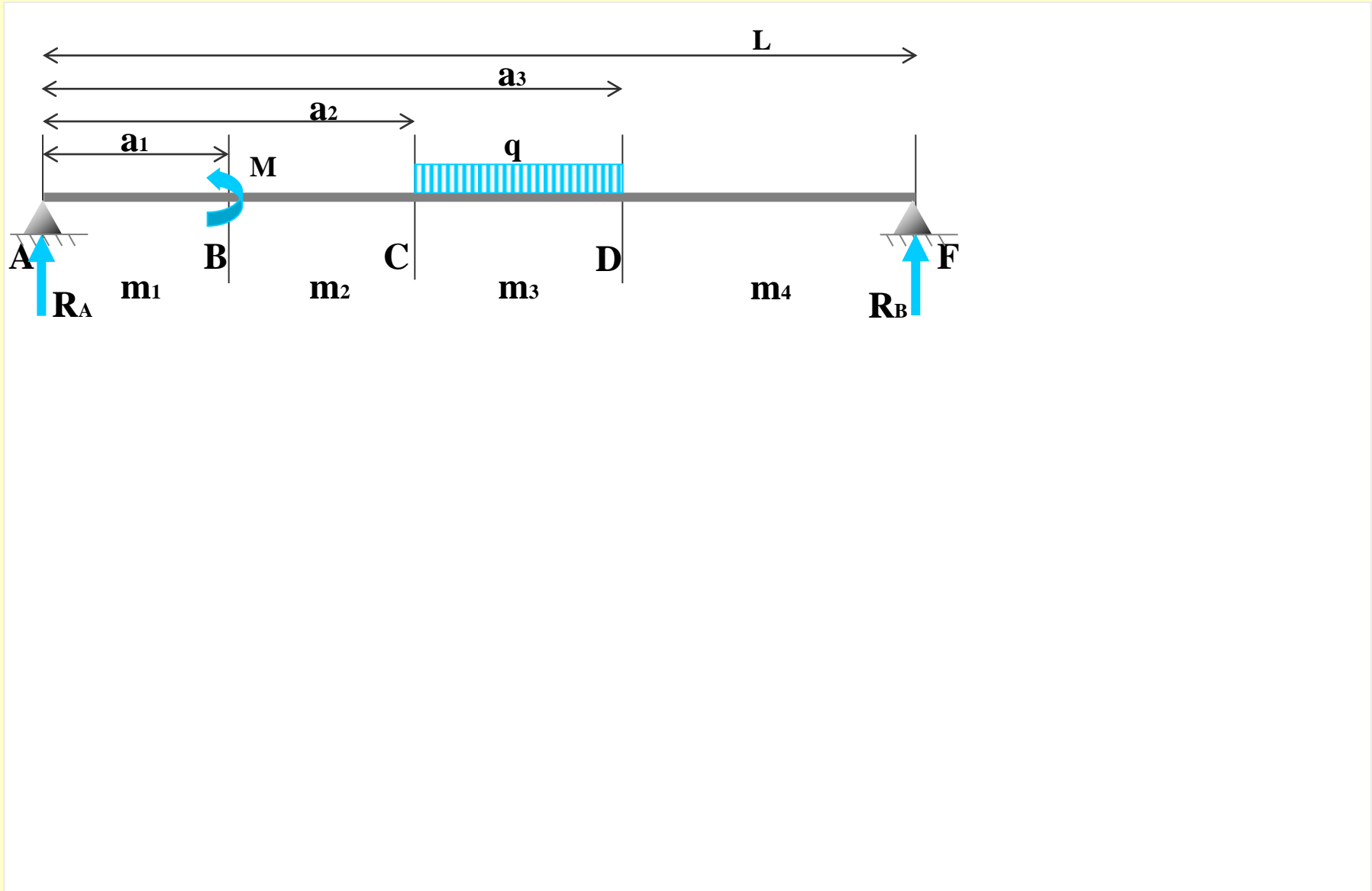
$f_3 = -\frac{q}{2} \langle x - a_2 \rangle^2$

+

$f_4 = \frac{q}{2} \langle x - a_3 \rangle^2$

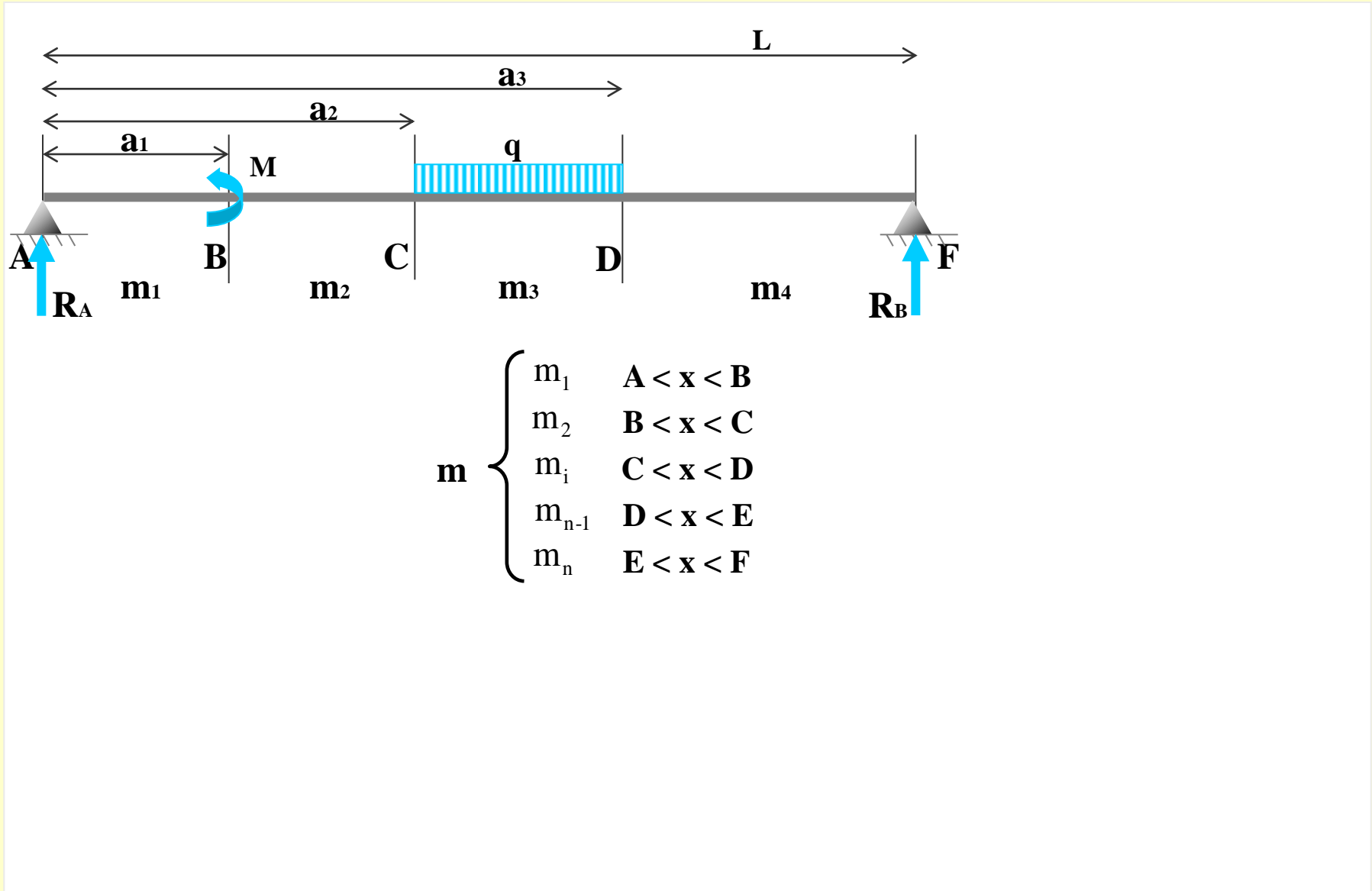
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



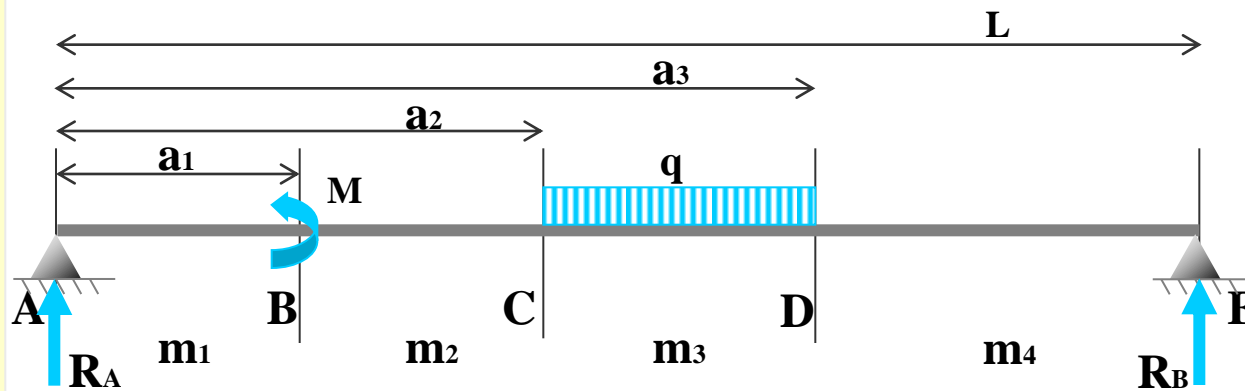
Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:



$$m \begin{cases} m_1 & A < x < B \\ m_2 & B < x < C \\ m_i & C < x < D \\ m_{n-1} & D < x < E \\ m_n & E < x < F \end{cases}$$



$$m = R_A x - M \langle x - a_1 \rangle^0 - \frac{q}{2} \langle x - a_2 \rangle^2 + \frac{q}{2} \langle x - a_3 \rangle^2$$

Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:

Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:

$$m = R_A x - M \langle x - a_1 \rangle^0 - \frac{q}{2} \langle x - a_2 \rangle^2 + \frac{q}{2} \langle x - a_3 \rangle^2$$

Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:

$$m = R_A x - M \langle x - a_1 \rangle^0 - \frac{q}{2} \langle x - a_2 \rangle^2 + \frac{q}{2} \langle x - a_3 \rangle^2$$

Ecuación
diferencial de la
elástica

Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:

$$m = R_A x - M \langle x - a_1 \rangle^0 - \frac{q}{2} \langle x - a_2 \rangle^2 + \frac{q}{2} \langle x - a_3 \rangle^2$$

Ecuación
diferencial de la
elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:

$$m = R_A x - M \langle x - a_1 \rangle^0 - \frac{q}{2} \langle x - a_2 \rangle^2 + \frac{q}{2} \langle x - a_3 \rangle^2$$

Ecuación
diferencial de la
elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \quad m = \text{ley de momentos}$$

Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:

$$m = R_A x - M \langle x - a_1 \rangle^0 - \frac{q}{2} \langle x - a_2 \rangle^2 + \frac{q}{2} \langle x - a_3 \rangle^2$$

Ecuación
diferencial de la
elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \quad m = \text{ley de momentos}$$

Ecuación de los
giros de las
secciones de la
elástica

Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:

$$m = R_A x - M < x - a_1 >^0 - \frac{q}{2} < x - a_2 >^2 + \frac{q}{2} < x - a_3 >^2$$

Ecuación
diferencial de la
elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \quad m = \text{ley de momentos}$$

Primera integración



Ecuación de los
giros de las
secciones de la
elástica

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:

$$m = R_A x - M < x - a_1 >^0 - \frac{q}{2} < x - a_2 >^2 + \frac{q}{2} < x - a_3 >^2$$

Ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \quad m = \text{ley de momentos}$$

Primera integración



Ecuación de los giros de las secciones de la elástica

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

Ecuación de las flechas

Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:

$$m = R_A x - M < x - a_1 >^0 - \frac{q}{2} < x - a_2 >^2 + \frac{q}{2} < x - a_3 >^2$$

Ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \quad m = \text{ley de momentos}$$

Primera integración



Ecuación de los giros de las secciones de la elástica

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

Segunda integración



Ecuación de las flechas

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \right] dx + D$$

Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:

$$m = R_A x - M < x - a_1 >^0 - \frac{q}{2} < x - a_2 >^2 + \frac{q}{2} < x - a_3 >^2$$

Ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \quad m = \text{ley de momentos}$$

Primera integración

Ecuación de los giros de las secciones de la elástica

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

Segunda integración

Ecuación de las flechas

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \right] dx + D$$

Los valores de las constantes C y D se obtienen con las condiciones de contorno

Aplicación

Se muestra esquemáticamente el proceso para obtener el giro y la flecha en una viga biapoyada:

$$m = R_A x - M < x - a_1 >^0 - \frac{q}{2} < x - a_2 >^2 + \frac{q}{2} < x - a_3 >^2$$

Ecuación diferencial de la elástica

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{m}{EI} \quad m = \text{ley de momentos}$$

Primera integración

Ecuación de los giros de las secciones de la elástica

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \quad \frac{dy}{dx} = \theta \approx \tan \theta$$

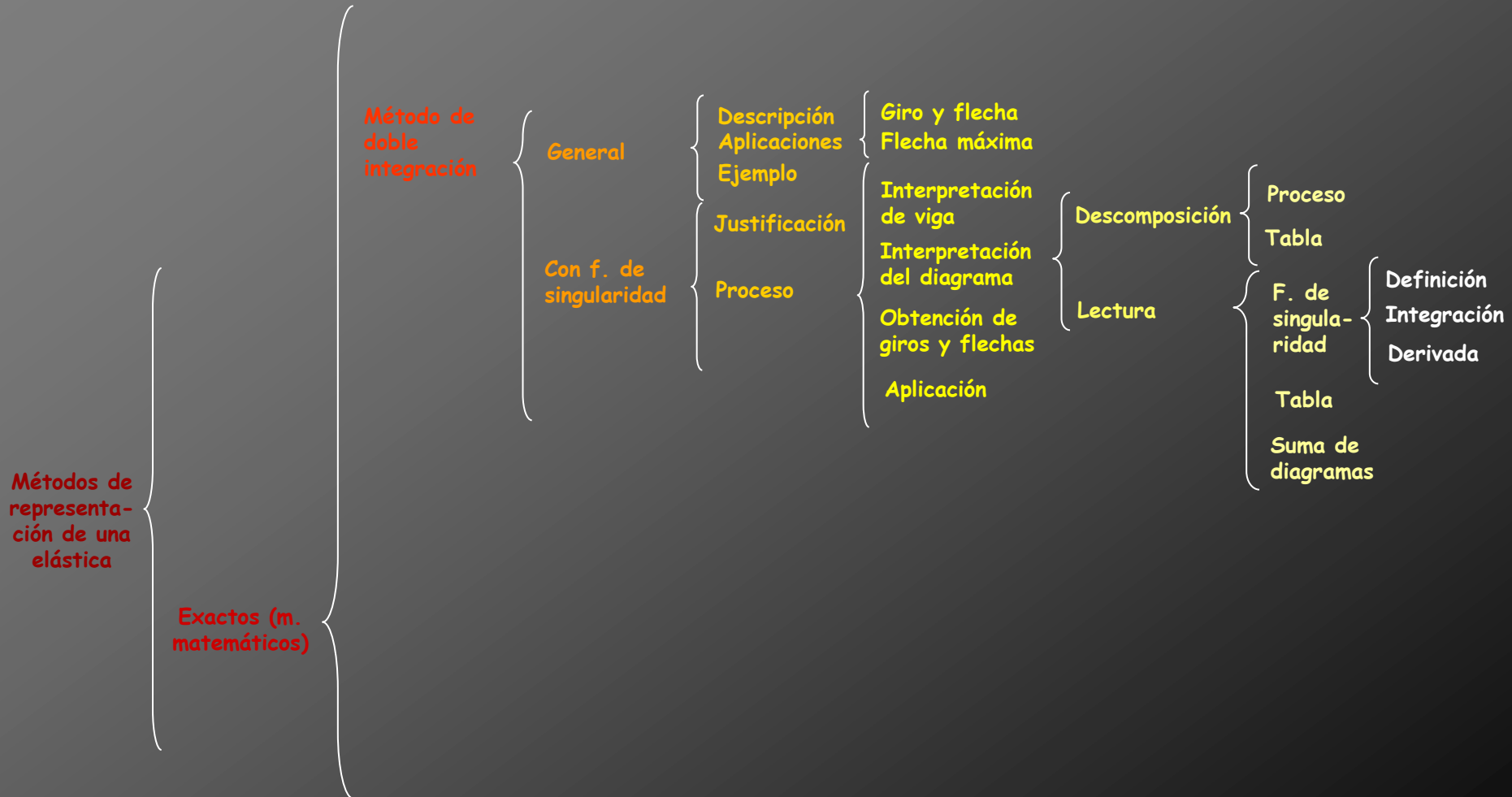
Segunda integración

Ecuación de las flechas

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m}{EI} dx + C \right] dx + D$$

Los valores de las constantes C y D se obtienen con las condiciones de contorno

Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





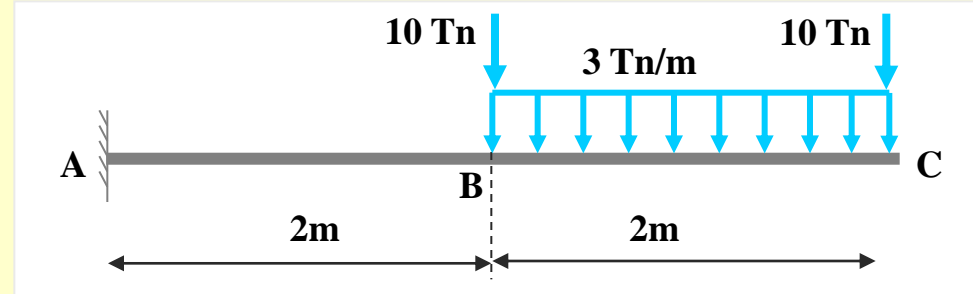
Ejemplo

Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

Ejemplo

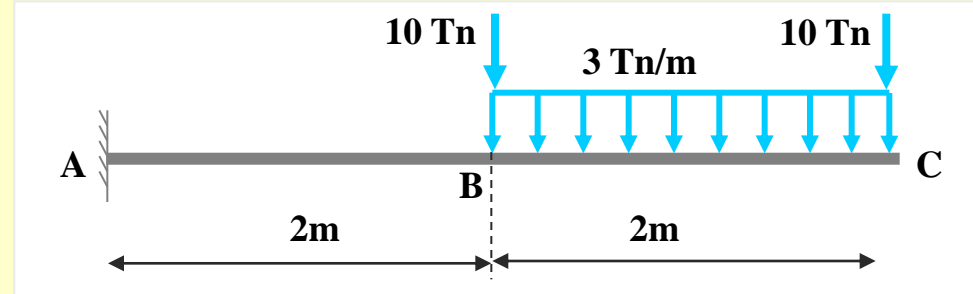
Calcular de la siguiente estructura:



Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

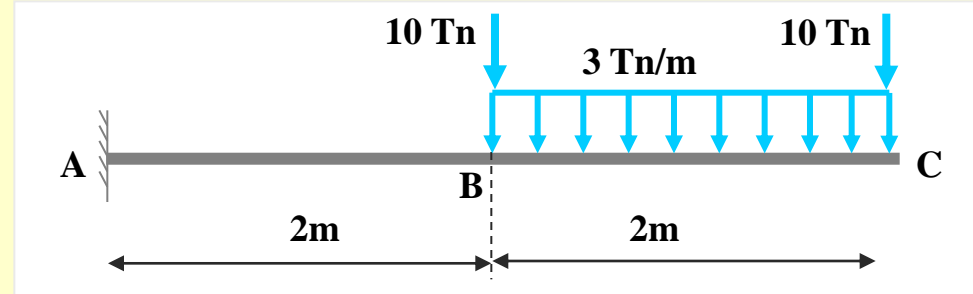
-El valor del giro en C



Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

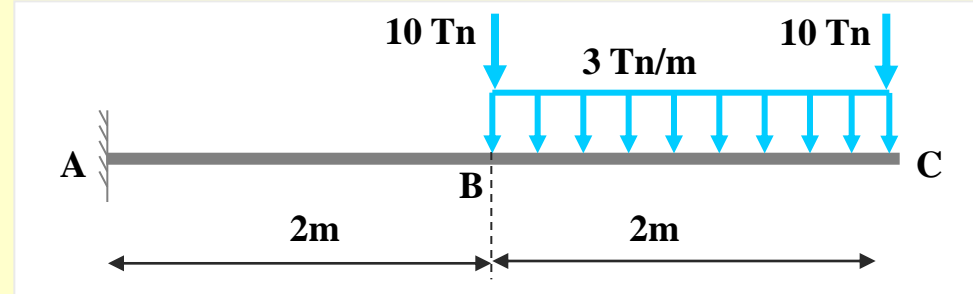
- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

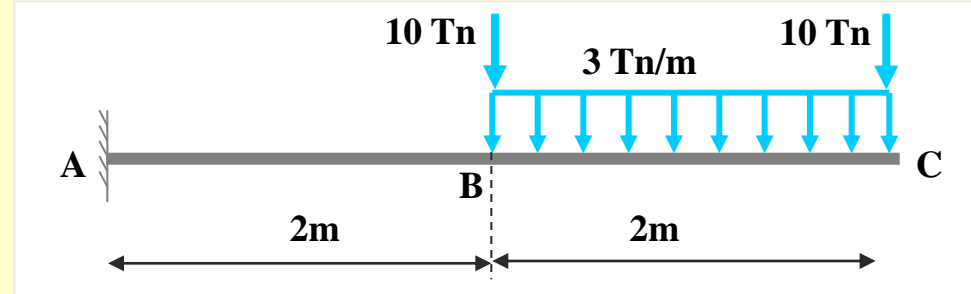
- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C

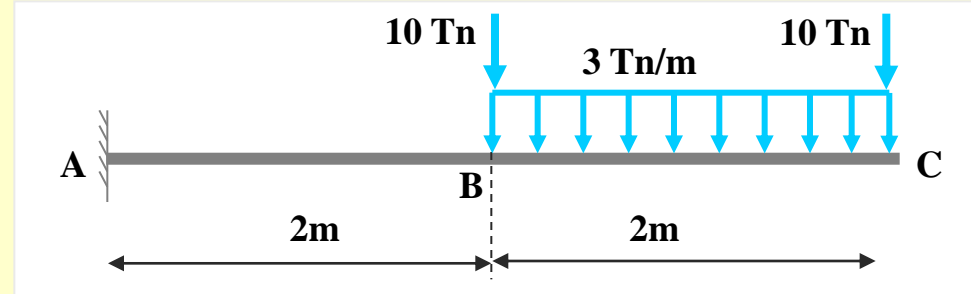


Interpretación de la estructura:

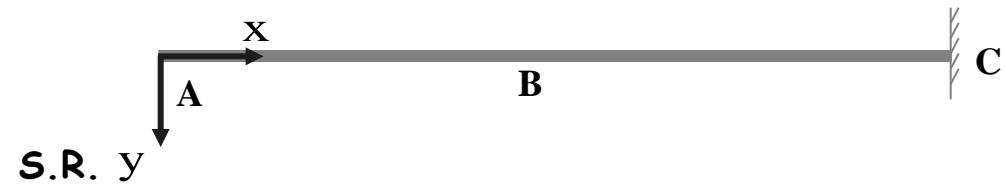
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



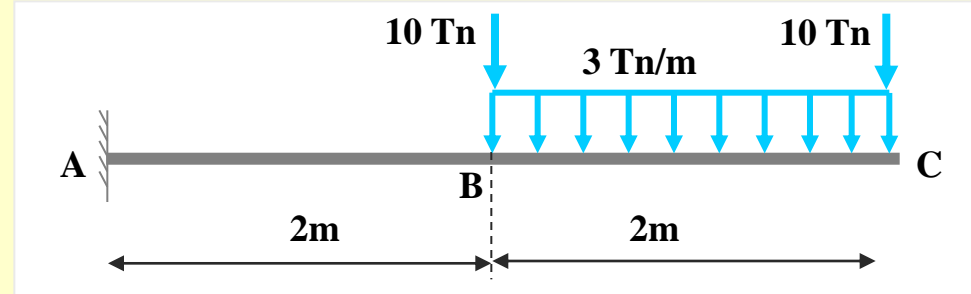
Interpretación de la estructura:



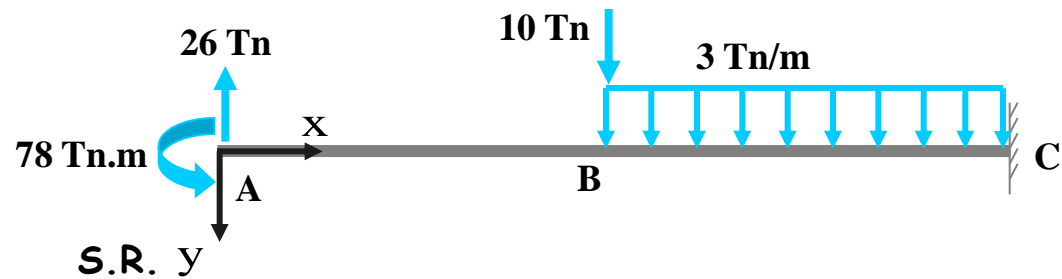
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



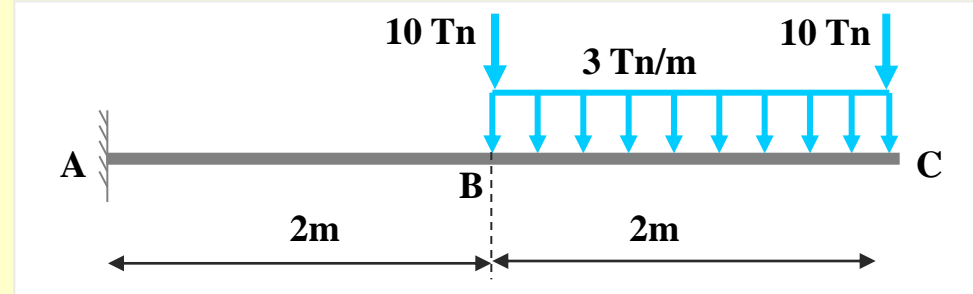
Interpretación de la estructura:



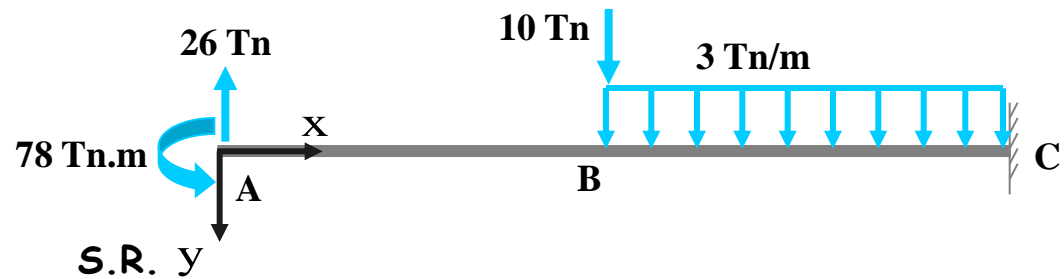
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:

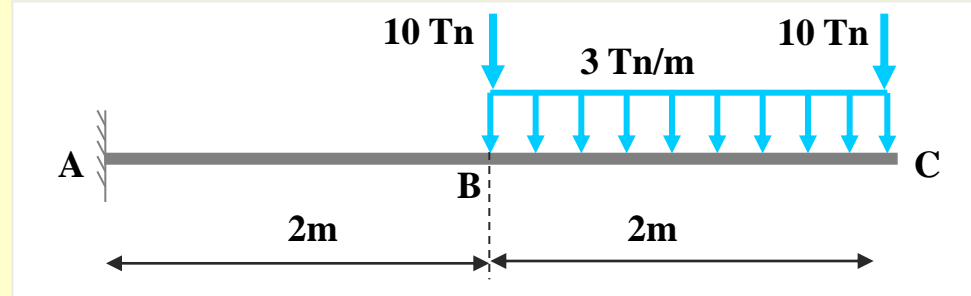


Ecuación de los flectores:

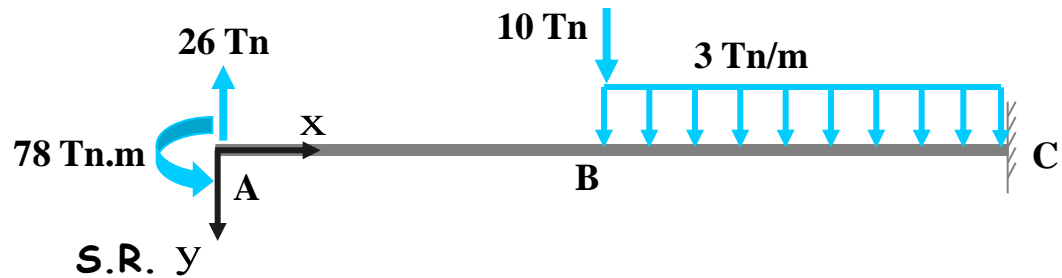
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:

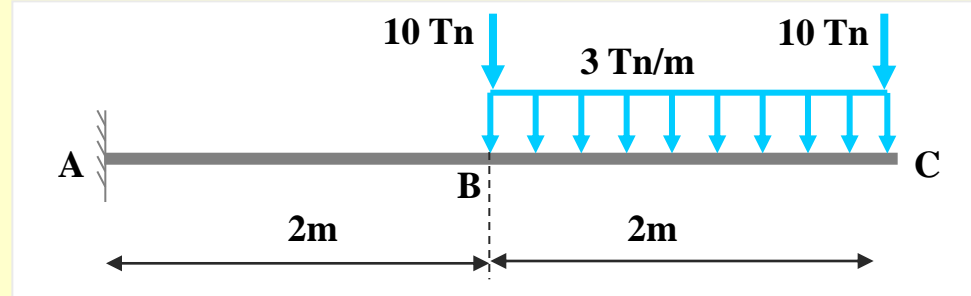


Ecuación de los flectores:
$$m = 26 \langle x - 0 \rangle^1 - 78 \langle x - 0 \rangle^0 - 10 \langle x - 2 \rangle^1 - \frac{3}{2} \langle x - 2 \rangle^2$$

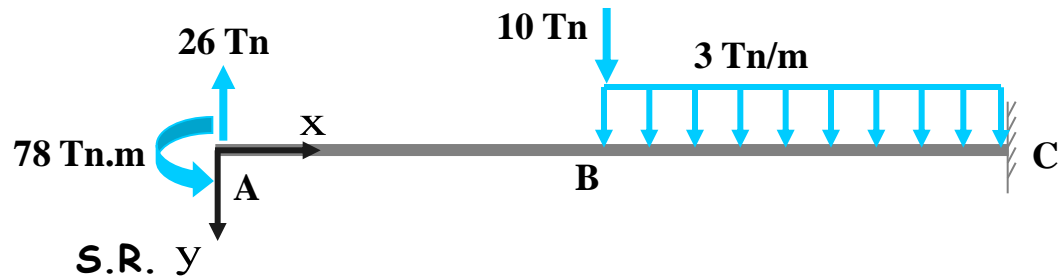
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:



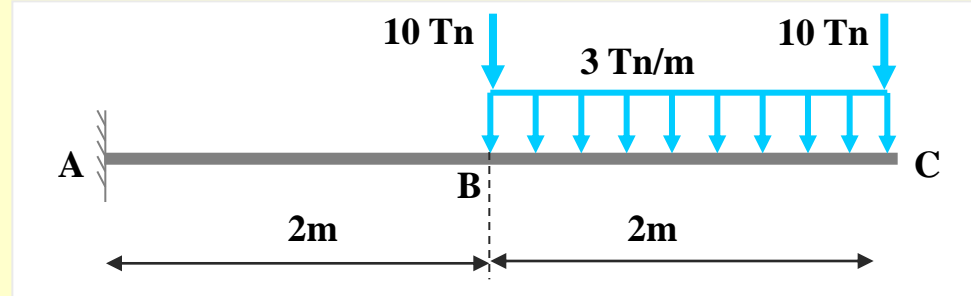
Ecuación de los flectores:
$$m = 26 \langle x - 0 \rangle^1 - 78 \langle x - 0 \rangle^0 - 10 \langle x - 2 \rangle^1 - \frac{3}{2} \langle x - 2 \rangle^2$$

Ecuación diferencial de la elástica:

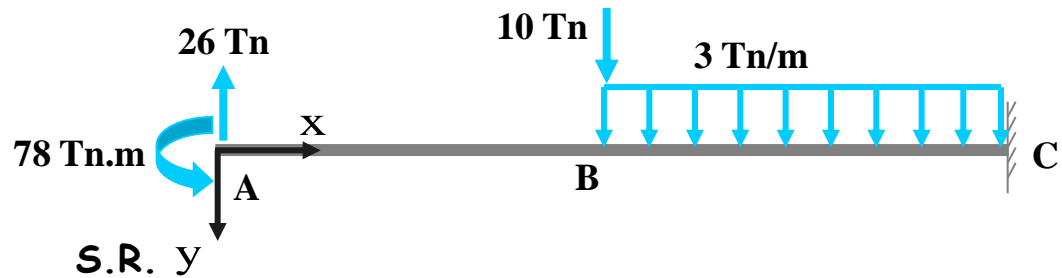
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:



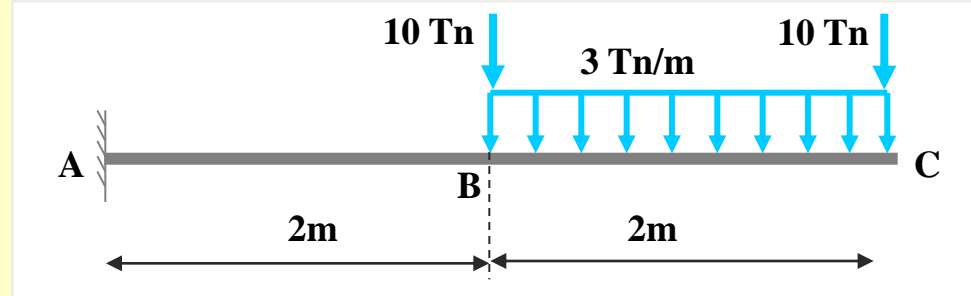
Ecuación de los flectores: $m = 26 \langle x - 0 \rangle^1 - 78 \langle x - 0 \rangle^0 - 10 \langle x - 2 \rangle^1 - \frac{3}{2} \langle x - 2 \rangle^2$

Ecuación diferencial de la elástica: $\frac{dy^2}{dx^2} EI = -26x + 78 + 10 \langle x - 2 \rangle^1 + \frac{3}{2} \langle x - 2 \rangle^2$

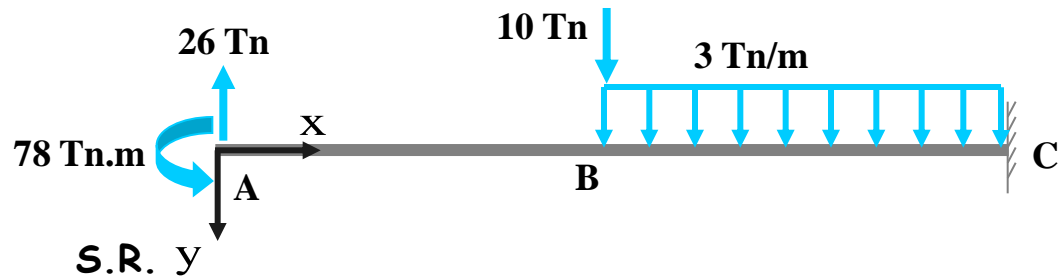
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:



Ecuación de giros:

$$\frac{dy}{dx} EI = -13x^2 + 78x + 5 \langle x - 2 \rangle^2 + \frac{\langle x - 2 \rangle^3}{2} + C$$

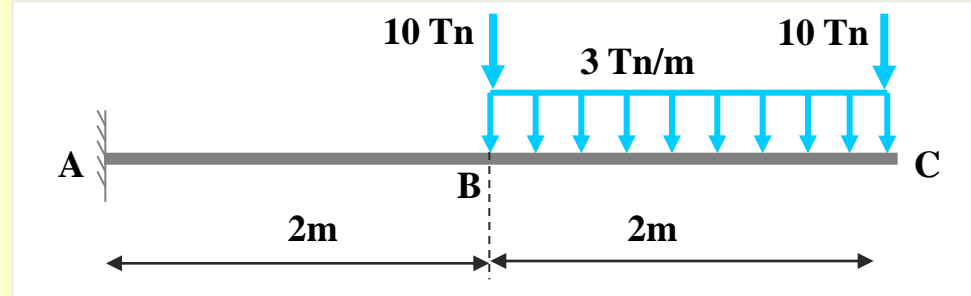
Ecuación diferencial de la elástica:

$$\frac{dy^2}{dx^2} EI = -26x + 78 + 10 \langle x - 2 \rangle^1 + \frac{3}{2} \langle x - 2 \rangle^2$$

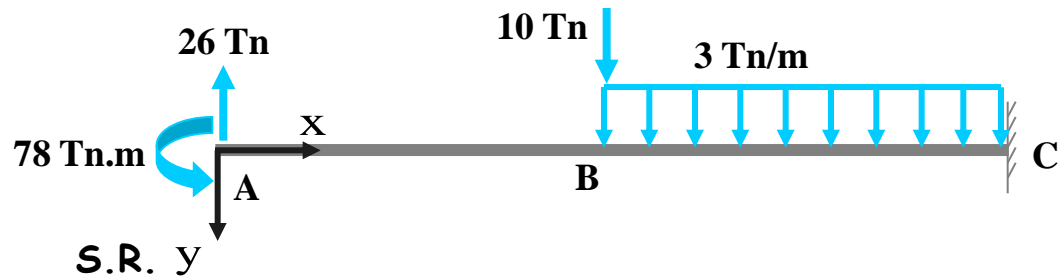
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:



Ecuación de giros:

$$\frac{dy}{dx} EI = -13x^2 + 78x + 5 \langle x - 2 \rangle^2 + \frac{\langle x - 2 \rangle^3}{2} + C$$

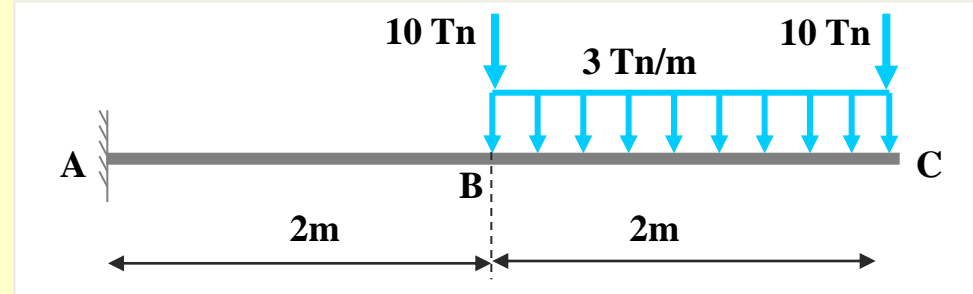
Ecuación de flechas:

$$EIy = -\frac{13}{3}x^3 + 39x^2 + \frac{5 \langle x - 2 \rangle^3}{3} + \frac{\langle x - 2 \rangle^4}{8} + Cx + D$$

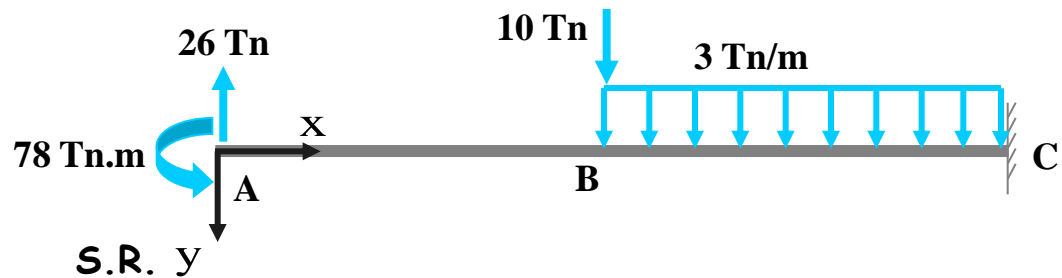
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:



Ecuación de giros:

$$\frac{dy}{dx} EI = -13x^2 + 78x + 5 \langle x - 2 \rangle^2 + \frac{\langle x - 2 \rangle^3}{2} + C$$

Ecuación de flechas:

$$EIy = -\frac{13}{3}x^3 + 39x^2 + \frac{5 \langle x - 2 \rangle^3}{3} + \frac{\langle x - 2 \rangle^4}{8} + Cx + D$$

Condiciones de contorno:

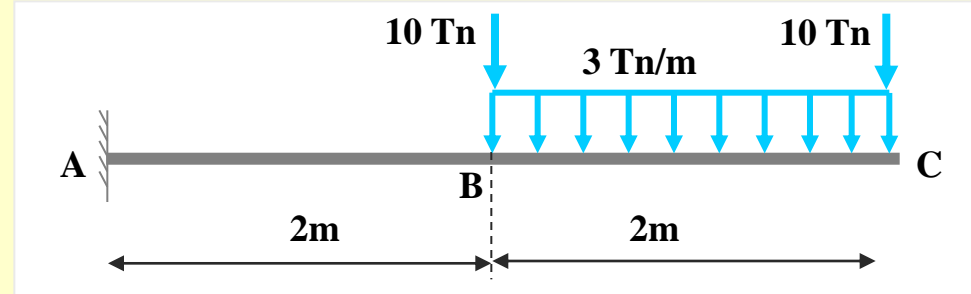
$$y_{A(x=0)} = 0 \rightarrow D = 0$$

$$\theta_{A(x=0)} = 0 \rightarrow C = 0$$

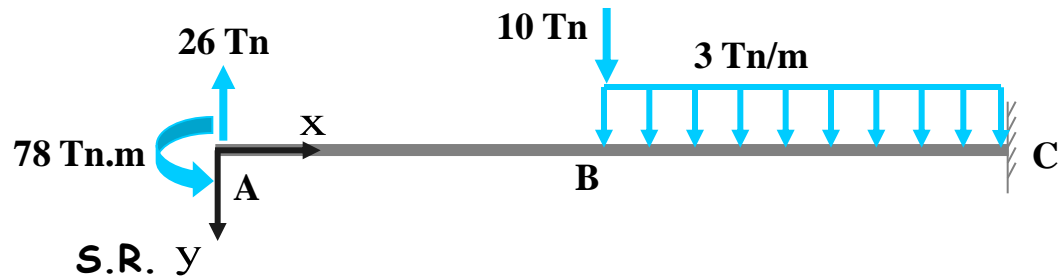
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:



Ecuación de giros:
$$\theta_x = \frac{1}{EI} \left[-13x^2 + 78x + 5 \langle x - 2 \rangle^2 + \frac{\langle x - 2 \rangle^3}{2} \right] \rightarrow \theta_C = \frac{128}{EI} \curvearrowright$$

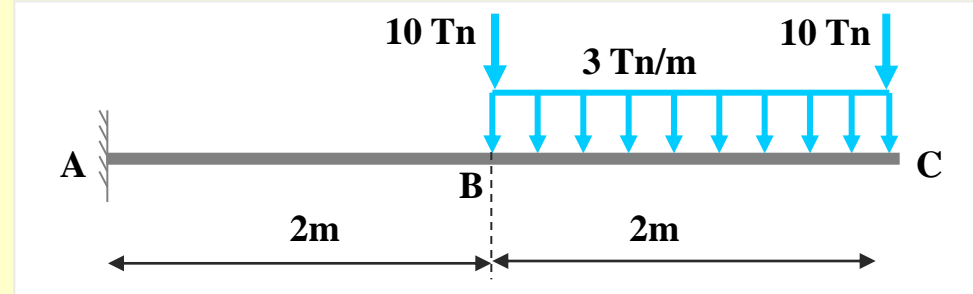
Ecuación de flechas:
$$EIy = -\frac{13}{3}x^3 + 39x^2 + \frac{5 \langle x - 2 \rangle^3}{3} + \frac{\langle x - 2 \rangle^4}{8} + Cx + D$$

Condiciones de contorno: $y_{A(x=0)} = 0 \rightarrow D = 0$ $\theta_{A(x=0)} = 0 \rightarrow C = 0$

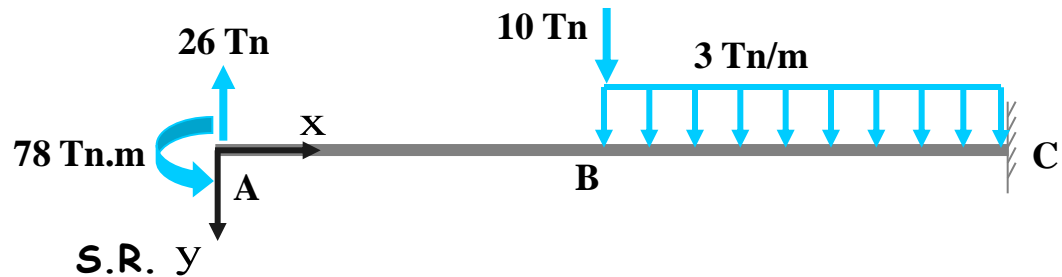
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:



Ecuación de giros:
$$\theta_x = \frac{1}{EI} \left[-13x^2 + 78x + 5 \langle x-2 \rangle^2 + \frac{\langle x-2 \rangle^3}{2} \right] \rightarrow \theta_C = \frac{128}{EI} \curvearrowright$$

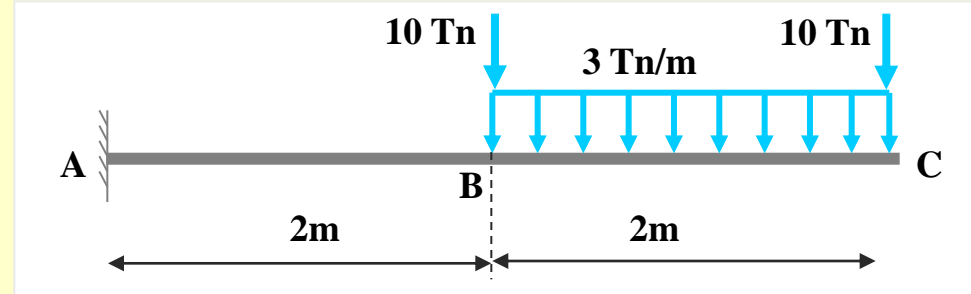
Ecuación de flechas:
$$y = \frac{1}{EI} \left[-\frac{13}{3}x^3 + 39x^2 + \frac{5 \langle x-2 \rangle^3}{3} + \frac{\langle x-2 \rangle^4}{8} \right] \rightarrow y_C = \frac{392}{EI} \downarrow$$

Condiciones de contorno: $y_{A(x=0)} = 0 \rightarrow D = 0$ $\theta_{A(x=0)} = 0 \rightarrow C = 0$

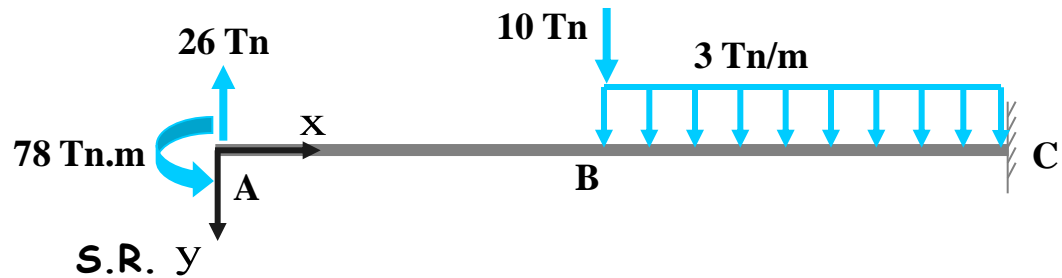
Ejemplo

Calcular de la siguiente estructura:

- El valor del giro en C
- El valor de la flecha en C



Interpretación de la estructura:



Ecuación de giros:
$$\theta_x = \frac{1}{EI} \left[-13x^2 + 78x + 5 \langle x - 2 \rangle^2 + \frac{\langle x - 2 \rangle^3}{2} \right] \rightarrow \theta_C = \frac{128}{EI} \curvearrowright$$

Ecuación de flechas:
$$y = \frac{1}{EI} \left[-\frac{13}{3}x^3 + 39x^2 + \frac{5 \langle x - 2 \rangle^3}{3} + \frac{\langle x - 2 \rangle^4}{8} \right] \rightarrow y_C = \frac{392}{EI} \downarrow$$

Condiciones de contorno: $y_{A(x=0)} = 0 \rightarrow D = 0$ $\theta_{A(x=0)} = 0 \rightarrow C = 0$

Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Estructuras con articulaciones internas



Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

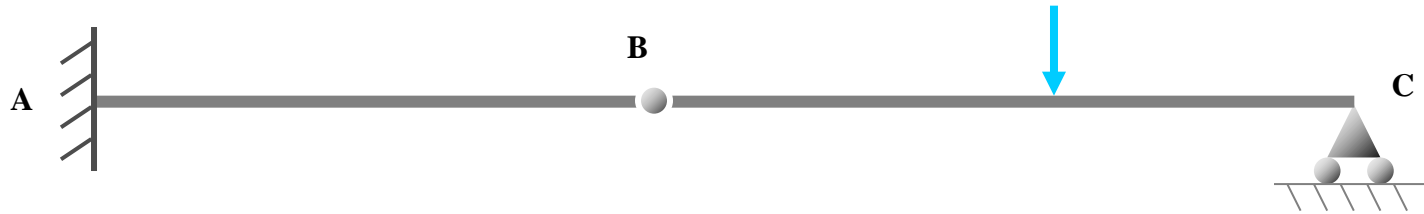
Ejemplo

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

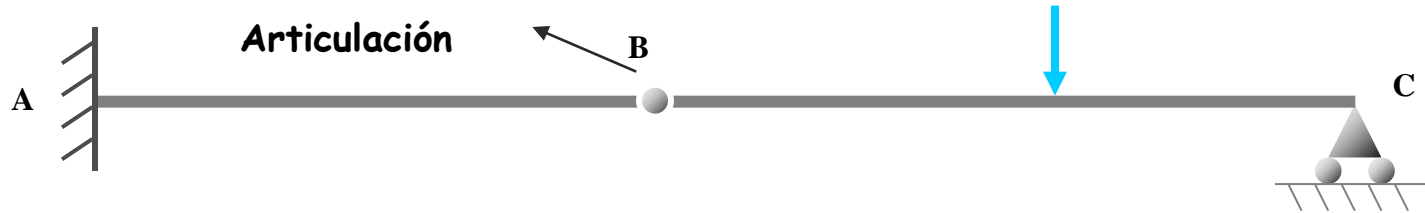


Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

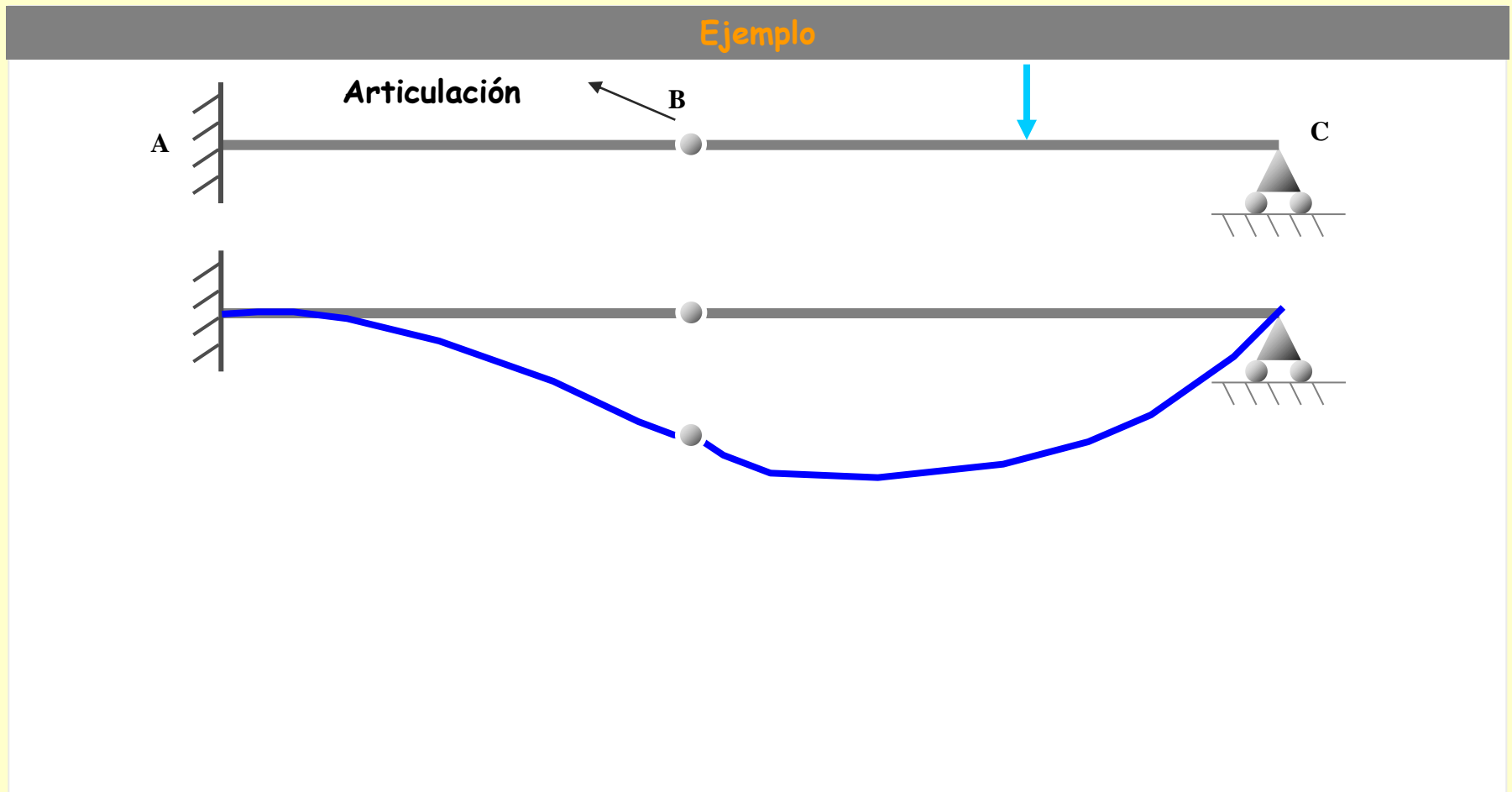
Ejemplo



Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

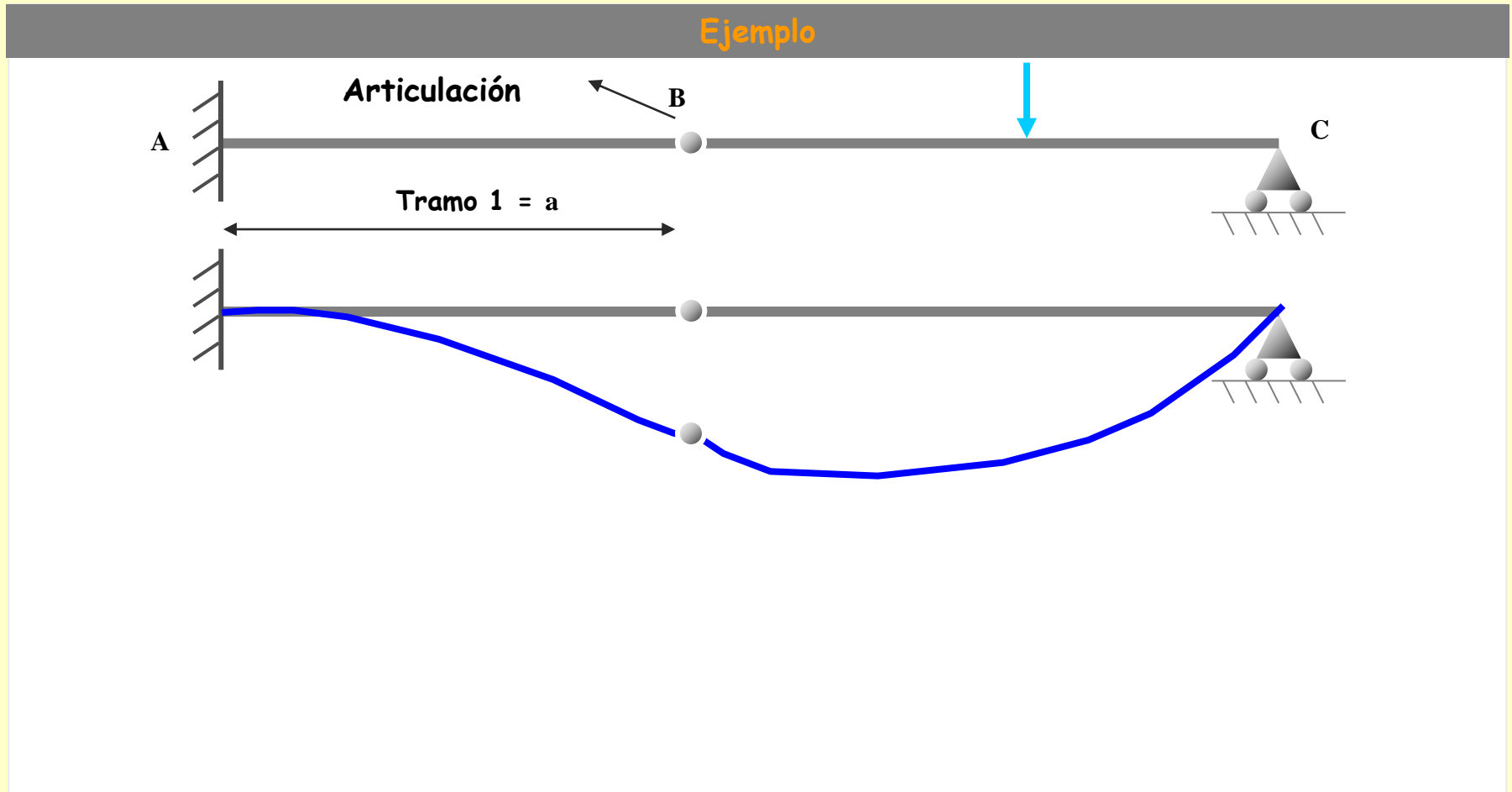
En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación



Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

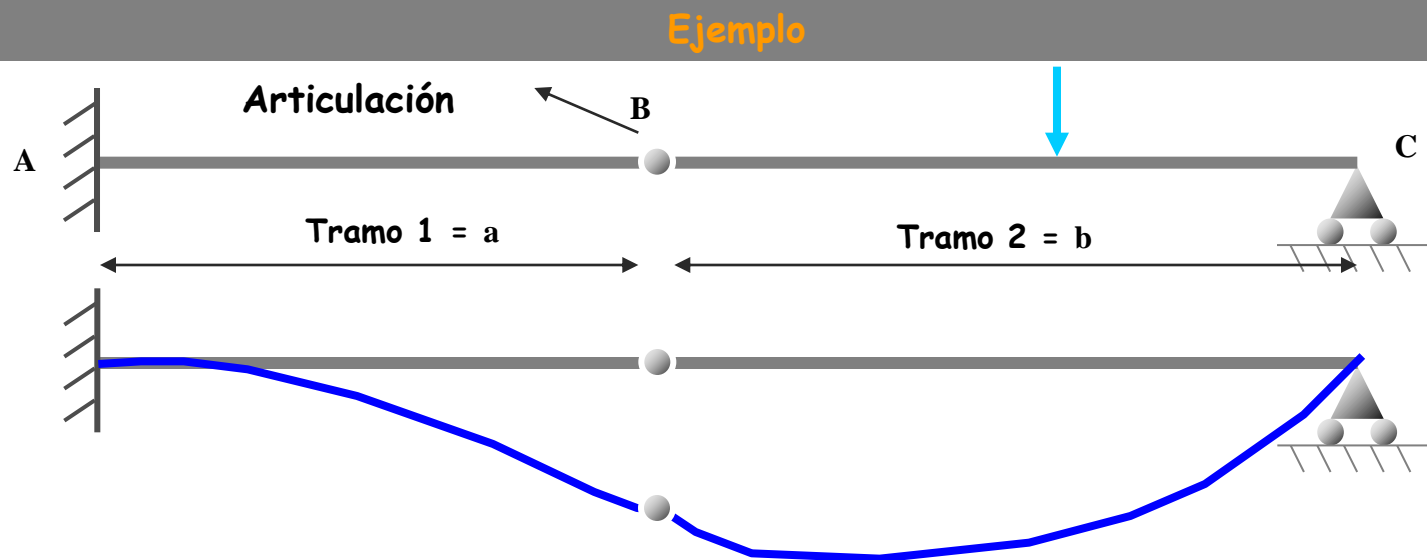
En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación



Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

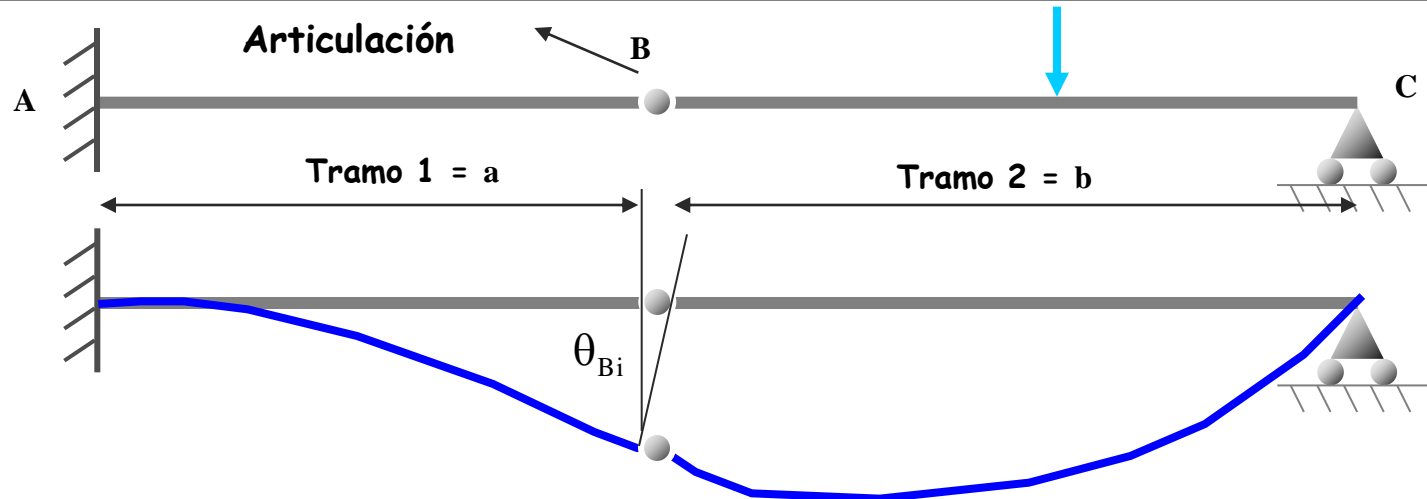


Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

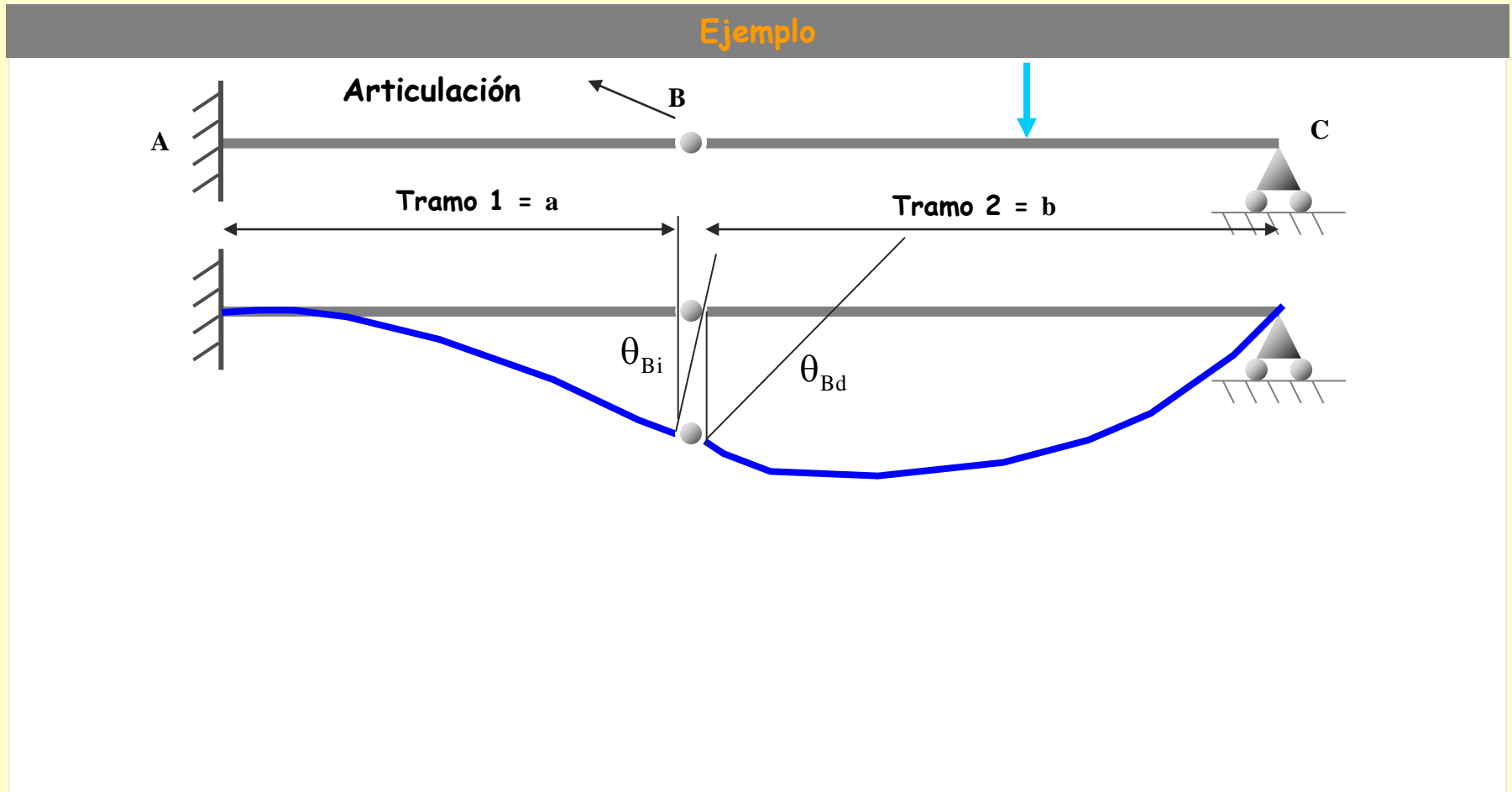
Ejemplo



Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

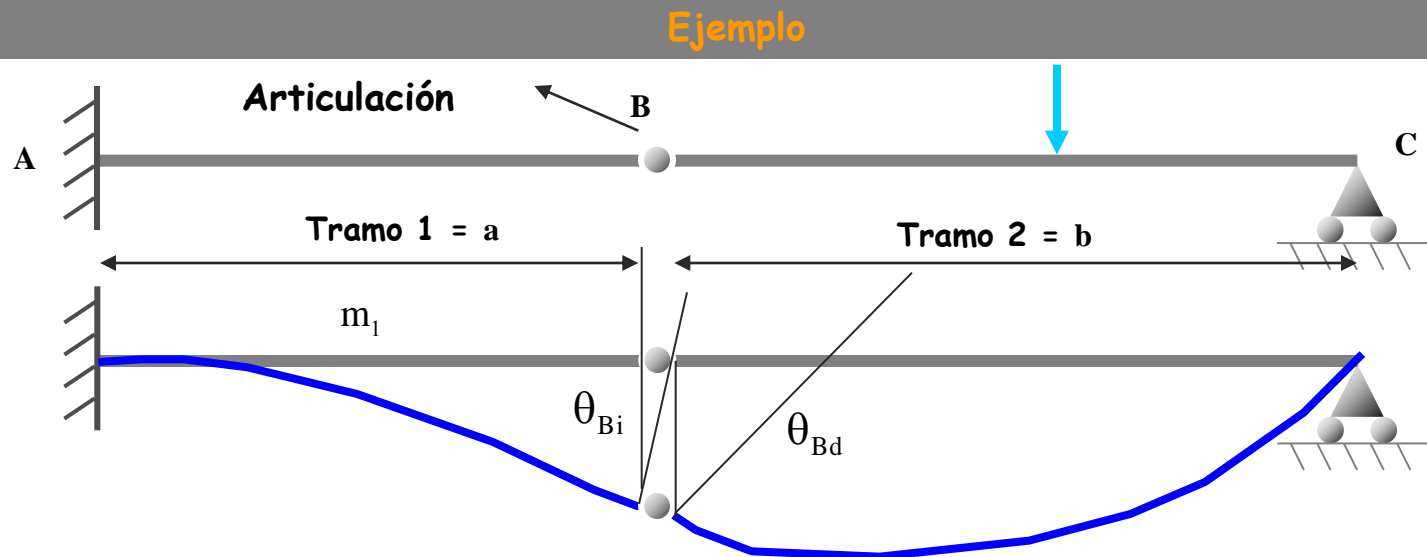
En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación



Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

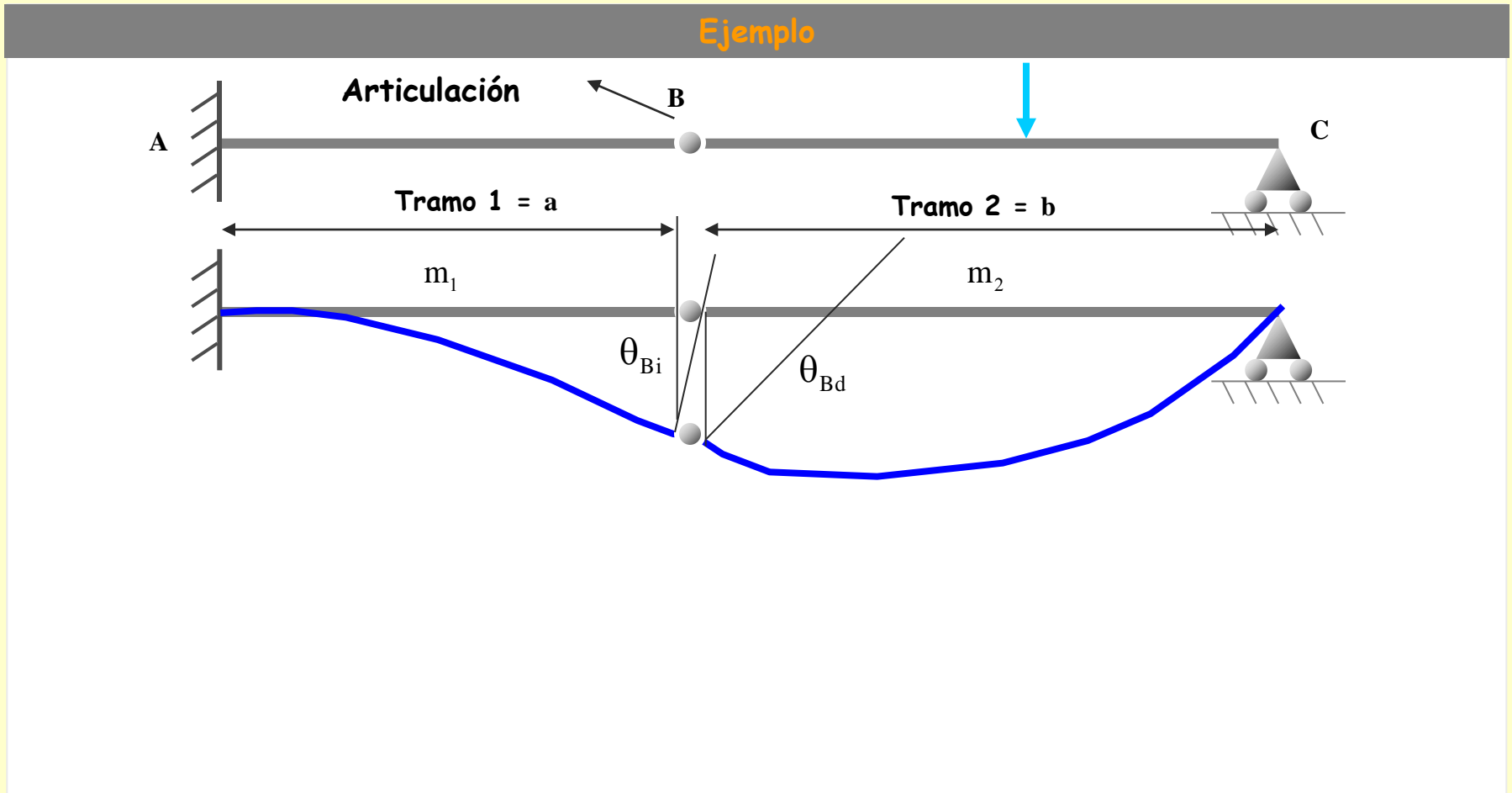
En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación



Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

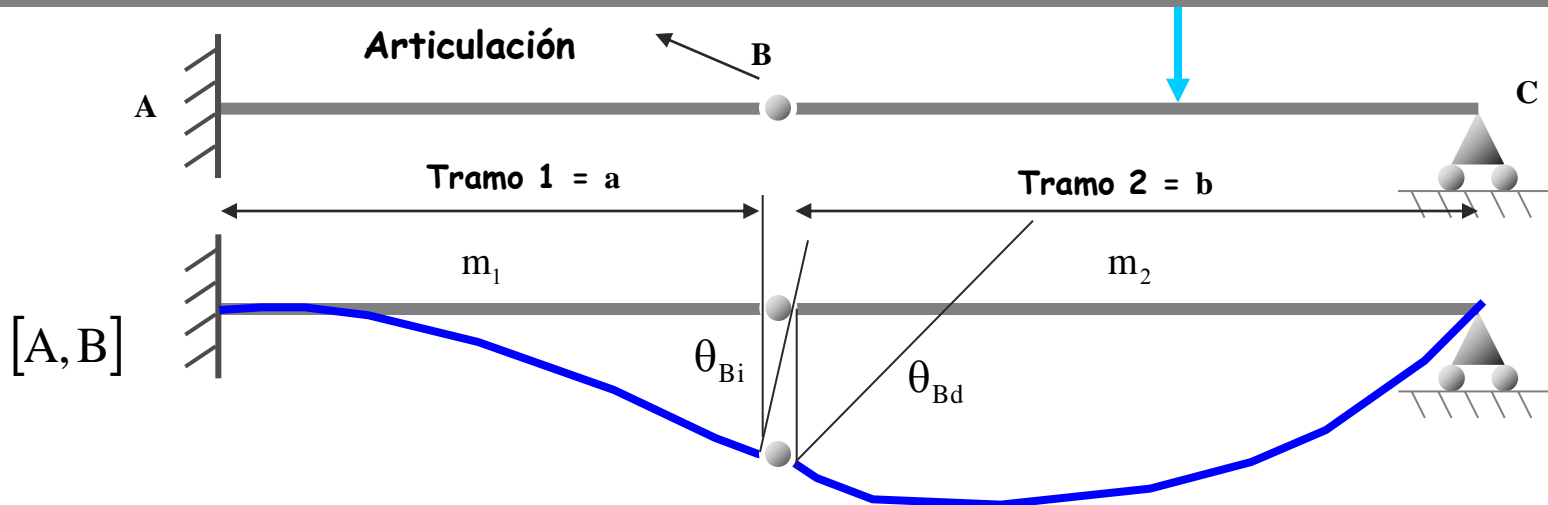


Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

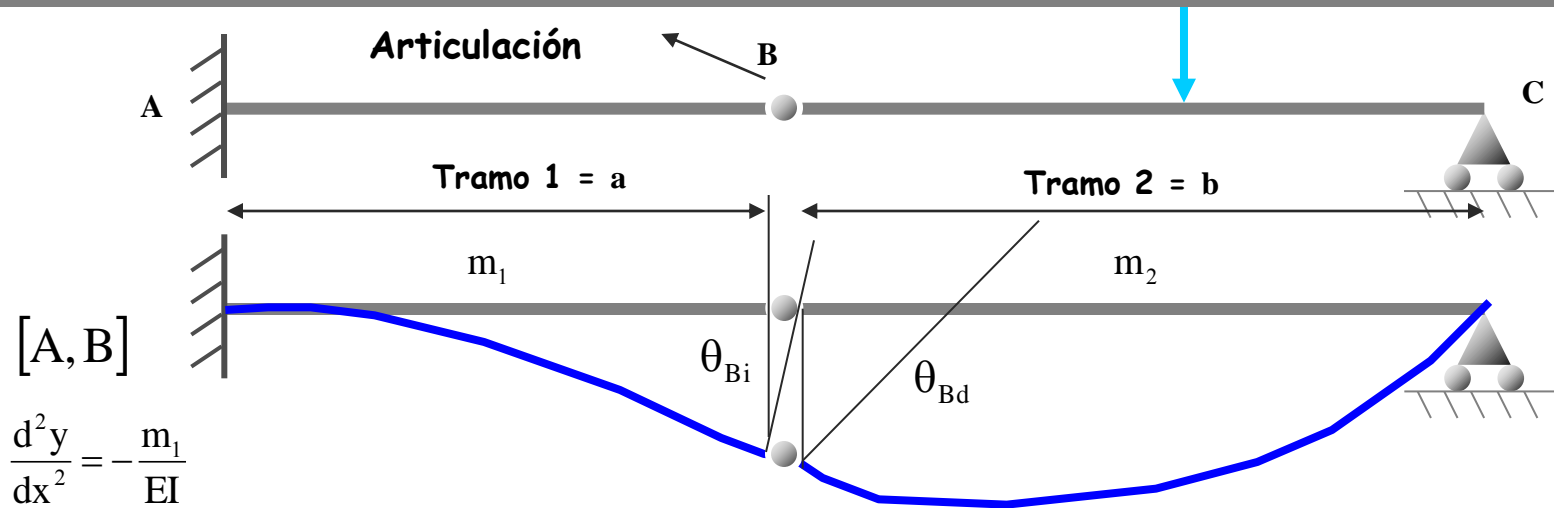


Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

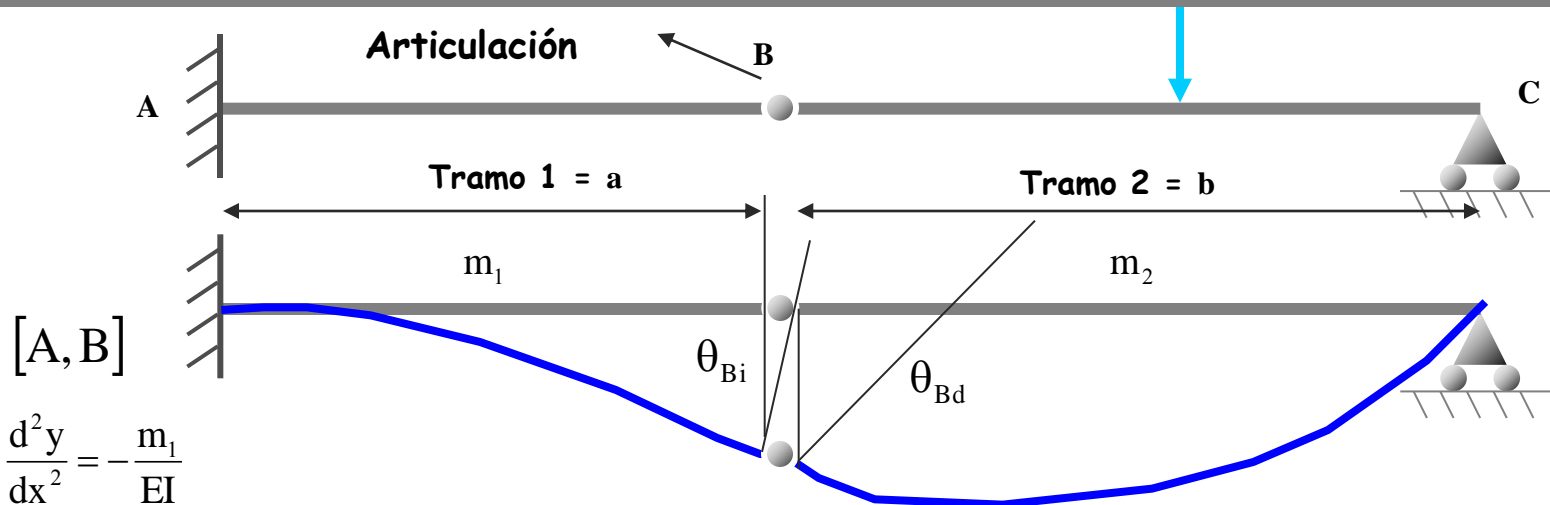


Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo



[A, B]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_1}{EI}$$

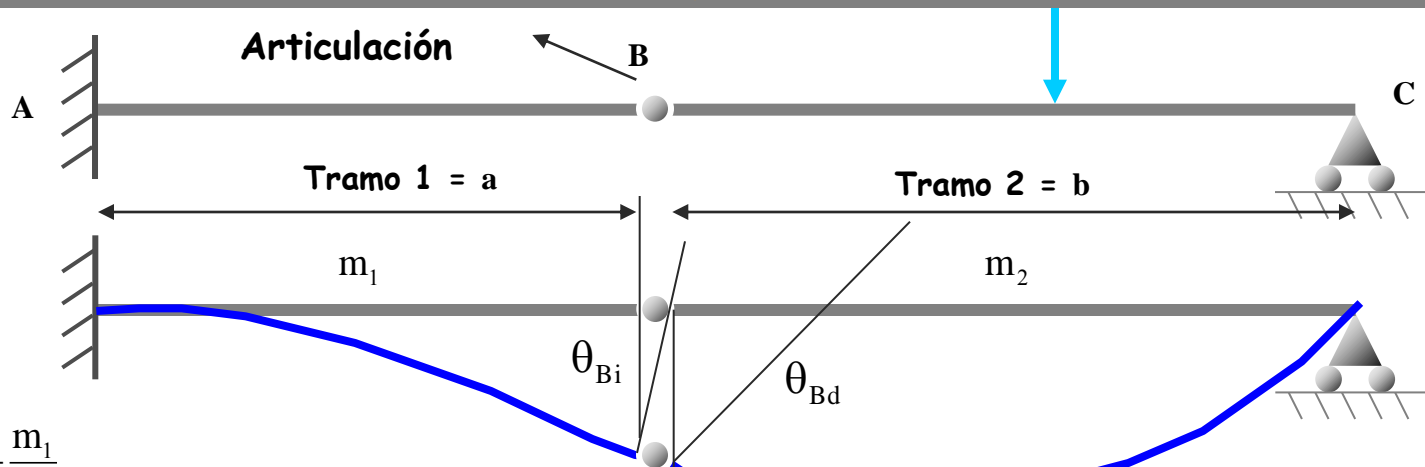
$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C$$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo



[A, B]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_1}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C$$

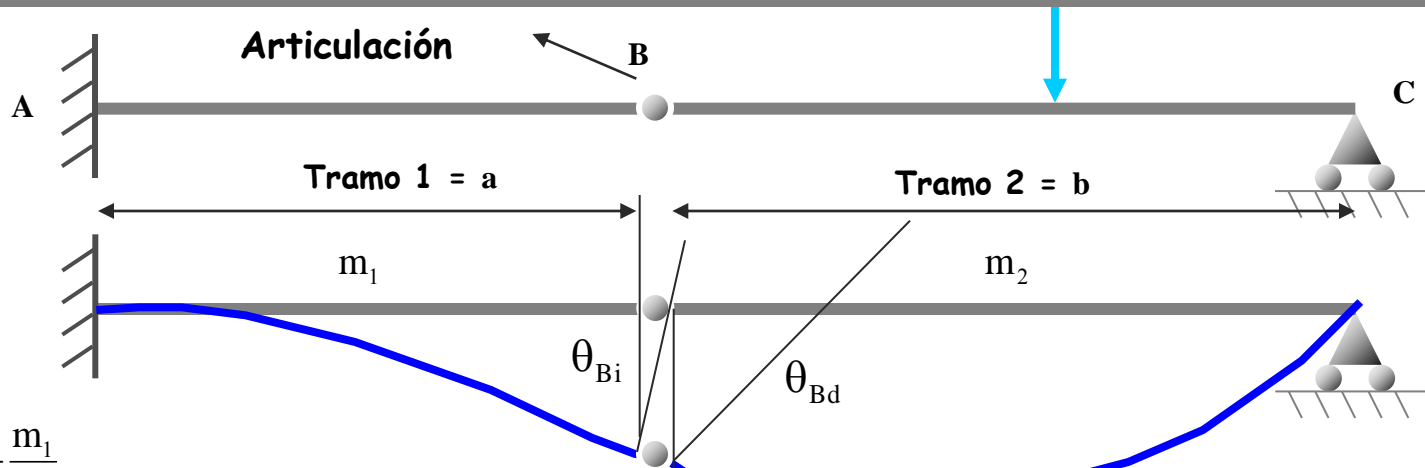
$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C \right] dx + D$$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo



$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_1}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C$$

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C \right] dx + D$$

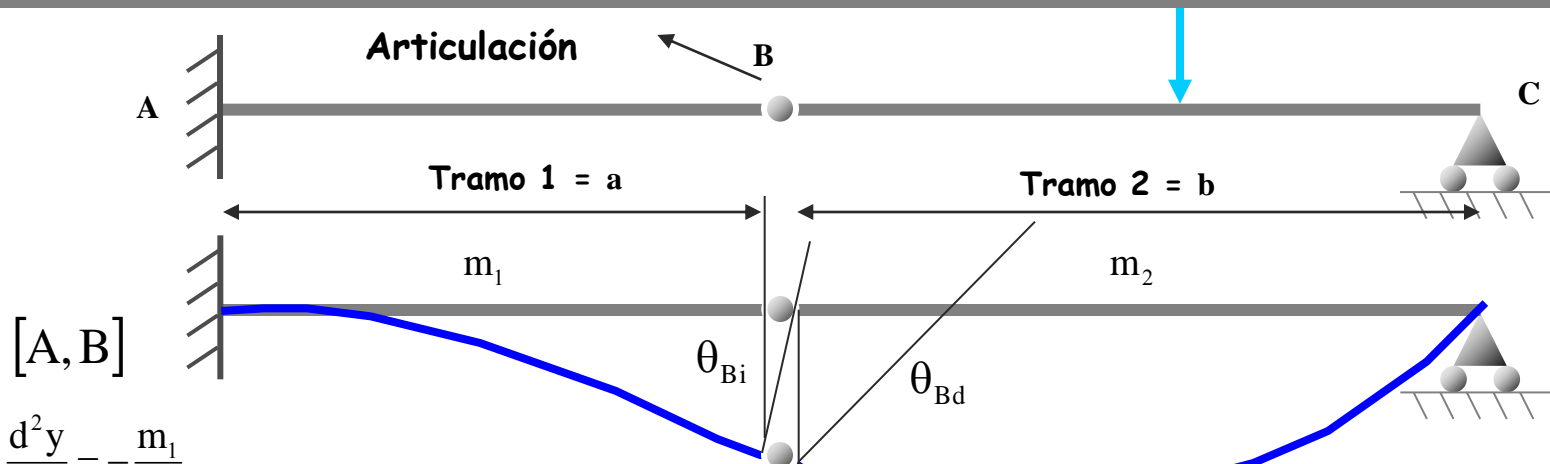
$$\begin{cases} x=0 \rightarrow \theta=0 \\ x=0 \rightarrow y=0 \end{cases}$$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo



$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_1}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C$$

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C \right] dx + D$$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow \theta=0 \\ x=0 \rightarrow y=0 \end{cases}$$

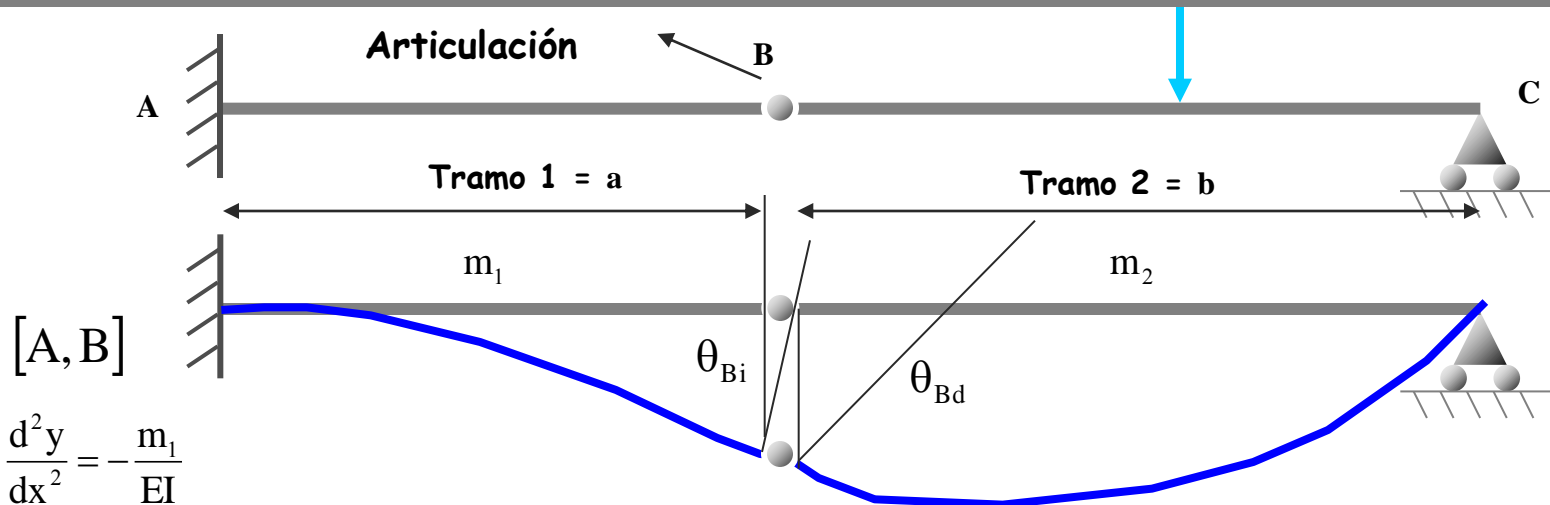
$$\left. \begin{array}{l} \theta_1 = f(x) \\ y_1 = g(x) \end{array} \right\}$$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo



[A, B]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_1}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C$$

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C \right] dx + D$$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow \theta=0 \\ x=0 \rightarrow y=0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta_1 = f(x) \\ y_1 = g(x) \\ \downarrow \\ y_{x=a} = \Delta \end{array} \right\}$$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

The diagram illustrates a beam with an internal hinge at point B. The beam is divided into two segments: Tramo 1 (length a) and Tramo 2 (length b). A uniformly distributed load m_1 is applied to Tramo 1, and m_2 is applied to Tramo 2. The beam is supported by a fixed support at A and a roller support at C. The deflection curve is shown in blue. The angle of rotation at B is denoted as θ_{Bi} and θ_{Bd} .

Below the diagram, the differential equations and boundary conditions for the first segment are given:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_1}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C$$

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C \right] dx + D$$

The boundary conditions at A are:

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow \theta=0 \\ x=0 \rightarrow y=0 \end{cases}$$

The continuity conditions at B are:

$$\left. \begin{array}{l} \theta_1 = f(x) \\ y_1 = g(x) \\ \downarrow \\ y_{x=a} = \Delta \end{array} \right\}$$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

[A, B]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_1}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C$$

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C \right] dx + D$$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow \theta=0 \\ x=0 \rightarrow y=0 \end{cases}$$

$\theta_1 = f(x)$
 $y_1 = g(x)$

[B, D]

$$\begin{cases} \theta_1 = f(x) \\ y_1 = g(x) \\ \downarrow \\ y_{x=a} = \Delta \end{cases}$$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

[A, B]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_1}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C$$

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C \right] dx + D$$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow \theta=0 \\ x=0 \rightarrow y=0 \end{cases}$$

$\theta_1 = f(x)$
 $y_1 = g(x)$

[B, D]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_2}{EI}$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta_1 = f(x) \\ y_1 = g(x) \\ \downarrow \\ y_{x=a} = \Delta \end{array} \right\}$$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

Articulación

Tramo 1 = a **Tramo 2 = b**

m_1 m_2

θ_{Bi} θ_{Bd}

[A, B]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_1}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C$$

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C \right] dx + D$$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow \theta=0 \\ x=0 \rightarrow y=0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta_1 = f(x) \\ y_1 = g(x) \\ \downarrow \\ y_{x=a} = \Delta \end{array} \right\}$$

[B, D]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_2}{EI}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_2}{EI} dx + C \end{array} \right.$$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

[A, B]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_1}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C$$

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C \right] dx + D$$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow \theta=0 \\ x=0 \rightarrow y=0 \end{cases}$$

[B, D]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_2}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_2}{EI} dx + C$$

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_2}{EI} dx + C \right] dx + D$$

$\theta_1 = f(x)$
 $y_1 = g(x)$
 \downarrow
 $y_{x=a} = \Delta$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

[A, B]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_1}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C$$

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C \right] dx + D$$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow \theta=0 \\ x=0 \rightarrow y=0 \end{cases}$$

[B, D]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_2}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_2}{EI} dx + C$$

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_2}{EI} dx + C \right] dx + D$$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow y=0 \\ x=b \rightarrow y=\Delta \end{cases}$$

$\theta_1 = f(x)$
 $y_1 = g(x)$
 \downarrow
 $y_{x=a} = \Delta$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

[A, B]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_1}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C$$

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C \right] dx + D$$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow \theta=0 \\ x=0 \rightarrow y=0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta_1 = f(x) \\ y_1 = g(x) \end{array} \right\} \downarrow y_{x=a} = \Delta$$

[B, D]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_2}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_2}{EI} dx + C$$

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_2}{EI} dx + C \right] dx + D$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta_2 = h(x) \\ y_2 = i(x) \end{array} \right\} \begin{cases} x=0 \rightarrow y=0 \\ x=b \rightarrow y=\Delta \end{cases}$$

Estructuras con articulaciones internas

La existencia de una articulación en un tramo produce una discontinuidad en la elástica. Esta discontinuidad imposibilita utilizar el método de doble integración en un entorno que contemple en su interior la articulación

En estos casos se pueden aplicar el método en los tramos que forman la viga descompuesta por la articulación

Ejemplo

[A, B]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_1}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C$$

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_1}{EI} dx + C \right] dx + D$$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow \theta=0 \\ x=0 \rightarrow y=0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta_1 = f(x) \\ y_1 = g(x) \end{array} \right\} \downarrow y_{x=a} = \Delta$$

[B, D]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m_2}{EI}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\int_0^x \frac{m_2}{EI} dx + C$$

$$y = -\int \left[\int_0^x \frac{m_2}{EI} dx + C \right] dx + D$$

$$\left. \begin{array}{l} \theta_2 = h(x) \\ y_2 = i(x) \end{array} \right\} \begin{cases} x=0 \rightarrow y=0 \\ x=b \rightarrow y=\Delta \end{cases}$$

Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos



Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos





Autoevaluación

- **Pregunta 1**
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

Señalar la afirmación correcta

a)

Las condiciones de contorno de una viga isostática siempre son uno de estos dos casos:
- Flecha en dos secciones
- Giro y flecha en una sección

b)

La ecuación diferencial de la elástica es la de los giros de la viga, e integrándola se obtiene la ecuación de las flechas

c)

Las funciones de singularidad se emplean en presencia de múltiples estados de carga ya que no reducen el número de operaciones a realizar

d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- **Pregunta 2**
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

Señalar la afirmación correcta

a)

Si los giros de todas las secciones de un tramo son nulos, la flecha es la misma en todas ellas

b)

Si las flechas de todas las secciones de un tramo son linealmente variables, los giros son iguales en todas las secciones

c)

Son correctas a) y b)

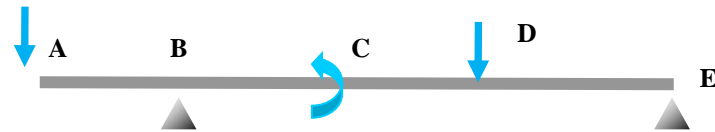
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- **Pregunta 3**
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



En la figura del dibujo:

a)

si no se emplean funciones de singularidad existen seis condiciones de contorno

b)

si se emplean funciones de singularidad existen tres condiciones de contorno

c)

si no se emplean funciones de singularidad existen ocho condiciones de contorno

d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- **Pregunta 4**
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Señalar la afirmación correcta

a)

Intuitivamente se puede apreciar que la flecha máxima debe encontrarse más cerca de A que de B

b)

La ecuación de giros es una función de segundo grado que no se hace nula entre A y B

c)

Intuitivamente se puede apreciar que las flechas de las secciones próximas a A van hacia abajo, mientras que las que están próximas a B van hacia arriba

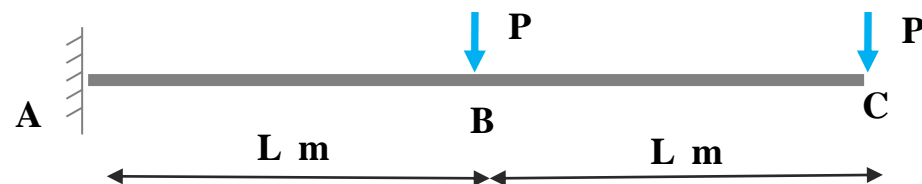
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- **Pregunta 5**
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Empleando funciones de singularidad se obtienen las siguientes constantes de integración:

a)

$$C = -\frac{21L^2}{12}$$

$$D = 0$$

b)

$$C = \frac{21PL^2}{12}$$

$$D = 0$$

c)

$$C = \frac{12L}{21}$$

$$D = 0$$

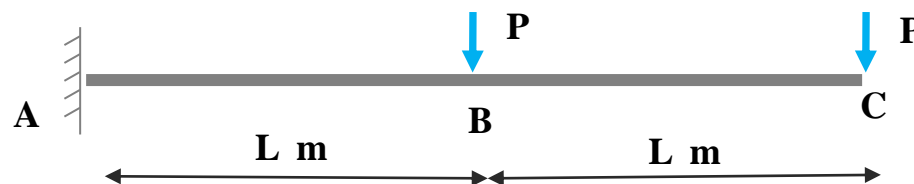
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- **Pregunta 6**
- Pregunta 7



Empleando funciones de singularidad se obtiene en B y C los giros siguientes:

a)

$$\theta_B = \frac{2PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{5PL^2}{2EI} \curvearrowright$$

b)

$$\theta_B = \frac{2PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{5PL^2}{EI} \curvearrowright$$

c)

$$\theta_B = \frac{3PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{7PL^2}{2EI} \curvearrowright$$

d)

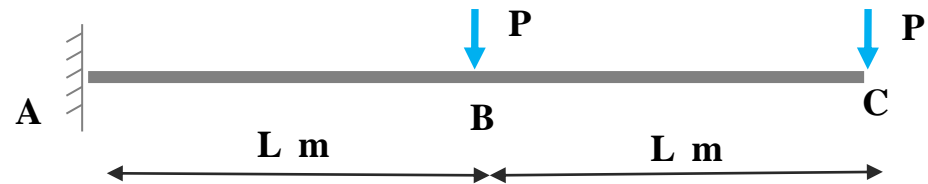
$$\theta_B = \frac{2PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{3PL^2}{2EI} \curvearrowright$$



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- **Pregunta 7**



Empleando funciones de singularidad se obtiene una flecha máxima de valor:

a)

$$y_{\max} = \frac{21PL^3}{6EI}$$

b)

$$y_{\max} = \frac{22PL^3}{3EI}$$

c)

$$y_{\max} = \frac{23PL^3}{6EI}$$

d)

Ninguna de las anteriores es correcta

Cálculo de deformaciones por métodos matemáticos

Índice





Anexos



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

Señalar la afirmación correcta

a)

Las funciones de singularidad se emplean en presencia de múltiples estados de carga ya que no reducen el número de operaciones a realizar

Respuesta correcta
Pulsar para volver

b)

La ecuación diferencial de la elástica es la de los giros de la viga, e integrándola se obtiene la ecuación de las flechas

c)

Las funciones de singularidad se emplean en presencia de múltiples estados de carga ya que no reducen el número de operaciones a realizar

d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

Señalar la afirmación correcta

a)

Las condiciones de contorno de una viga isostática siempre son uno de estos dos casos:
- Flecha en dos secciones
- Giro y flecha en una sección

b)

La ecuación de la línea elástica de la viga se obtiene al integrar la flecha

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver



c)

Las funciones de singularidad se emplean en presencia de múltiples estados de carga ya que no reducen el número de operaciones a realizar

d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- **Pregunta 1**
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

Señalar la afirmación correcta

a)

Las condiciones de contorno de una viga isostática siempre son uno de estos dos casos:
 - Flecha en dos secciones
 - Giro y flecha en una sección

b)

La ecuación diferencial de la elástica es la de los giros de la viga, e integrándola se obtiene la ecuación de las flechas

c)

Las... lad
 se en... e
 múlti... ya
 que... de
 oper...

Respuesta incorrecta
 Pulsar para volver

d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

Señalar la afirmación correcta

a)

Las condiciones de contorno de una viga isostática siempre son uno de estos dos casos:
- Flecha en dos secciones
- Giro y flecha en una sección

b)

La ecuación diferencial de la elástica es la de los giros de la viga, e integrándola se obtiene la ecuación de las flechas

c)

Las funciones de singularidad se emplean en presencia de múltiples estados de carga ya que no reducen el número de operaciones a realizar

d)

Ninguna de las anteriores

Respuesta incorrecta

Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- **Pregunta 2**
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

Señalar la afirmación correcta

a) 

Si las flechas de todas las secciones de un tramo son linealmente variables, los giros son iguales en todas las secciones

Respuesta incorrecta

Pulsar para volver



b) 

Si las flechas de todas las secciones de un tramo son linealmente variables, los giros son iguales en todas las secciones

c) 

Son correctas a) y b)

d) 

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- **Pregunta 2**
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

Señalar la afirmación correcta

a) 

Si los giros de todas las secciones de un tramo son nulos, la flecha es la misma en todas ellas

b) 

Si la sección de un tramo es lineal, los giros son iguales en todas las secciones

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver



c) 

Son correctas a) y b)

d) 

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- **Pregunta 2**
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

Señalar la afirmación correcta

a)

Si los giros de todas las secciones de un tramo son nulos, la flecha es la misma en todas ellas

b)

Si las flechas de todas las secciones de un tramo son linealmente variables, los giros son iguales en todas las secciones

c)

Son

**Respuesta
correcta**

Pulsar para volver



d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- **Pregunta 2**
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7

Señalar la afirmación correcta

a) 

Si los giros de todas las secciones de un tramo son nulos, la flecha es la misma en todas ellas

b) 

Si las flechas de todas las secciones de un tramo son linealmente variables, los giros son iguales en todas las secciones

c) 

Son correctas a) y b)

d) 

Ninguna de las anteriores es correcta

Respuesta incorrecta

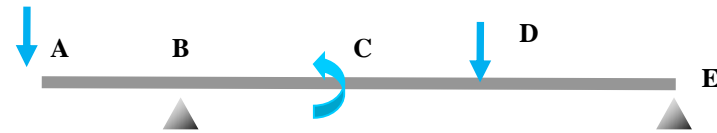
Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- **Pregunta 3**
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



En la figura del dibujo:

a)

si se emplean funciones de singularidad existen seis condiciones de contorno

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

b)

si se emplean funciones de singularidad existen tres condiciones de contorno

c)

si no se emplean funciones de singularidad existen ocho condiciones de contorno

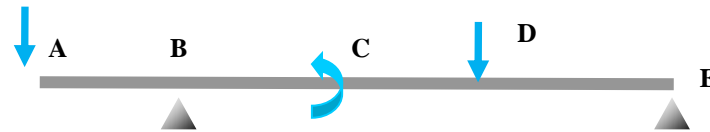
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- **Pregunta 3**
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



En la figura del dibujo:

a)

si no se emplean funciones de singularidad existen seis condiciones de contorno

b)

si se emplean funciones de singularidad existen seis condiciones de contorno

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver



c)

si no se emplean funciones de singularidad existen ocho condiciones de contorno

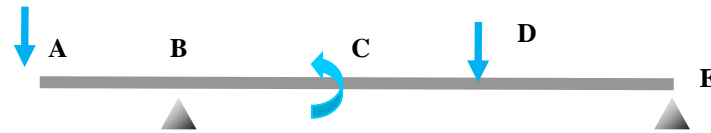
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- **Pregunta 3**
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



En la figura del dibujo:

a)

si no se emplean funciones de singularidad existen seis condiciones de contorno

b)

si se emplean funciones de singularidad existen tres condiciones de contorno

c)

si se emplean funciones de singularidad existen ocho condiciones de contorno

d)

Ninguna de las anteriores es correcta

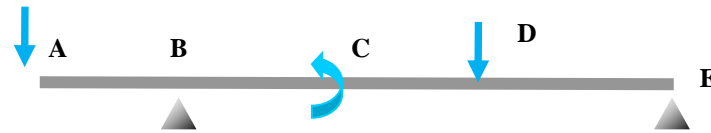
Respuesta correcta
Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- **Pregunta 3**
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



En la figura del dibujo:

a)

si no se emplean funciones de singularidad existen seis condiciones de contorno

b)

si se emplean funciones de singularidad existen tres condiciones de contorno

c)

si no se emplean funciones de singularidad existen ocho condiciones de contorno

d)

Ninguna de las anteriores

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- **Pregunta 4**
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Señalar la afirmación correcta

a)

Intuitivamente se puede apreciar que las flechas de las secciones próximas a A que

Respuesta correcta
 Pulsar para volver

b)

La ecuación de giros es una función de segundo grado que no se hace nula entre A y B

c)

Intuitivamente se puede apreciar que las flechas de las secciones próximas a A van hacia abajo, mientras que las que están próximas a B van hacia arriba

d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- **Pregunta 4**
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Señalar la afirmación correcta

a)

Intuitivamente se puede apreciar que la flecha máxima debe encontrarse más cerca de A que de B

b)

La ecuación de la función de deflexión se ha obtenido correctamente que no

Respuesta incorrecta

Pulsar para volver



c)

Intuitivamente se puede apreciar que las flechas de las secciones próximas a A van hacia abajo, mientras que las que están próximas a B van hacia arriba

d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- **Pregunta 4**
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Señalar la afirmación correcta

a)

Intuitivamente se puede apreciar que la flecha máxima debe encontrarse más cerca de A que de B

b)

La ecuación de giros es una función de segundo grado que no se hace nula entre A y B

c)

Intuitivamente se puede apreciar que la flecha máxima debe encontrarse más cerca de A que de B

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- **Pregunta 4**
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Señalar la afirmación correcta

a)

Intuitivamente se puede apreciar que la flecha máxima debe encontrarse más cerca de A que de B

b)

La ecuación de giros es una función de segundo grado que no se hace nula entre A y B

c)

Intuitivamente se puede apreciar que las flechas de las secciones próximas a A van hacia abajo, mientras que las que están próximas a B van hacia arriba

d)

Ninguna de las anteriores es correcta

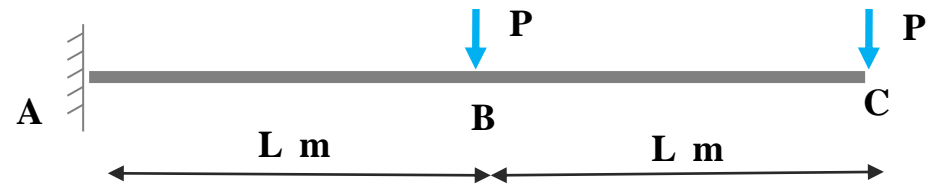
Respuesta incorrecta
Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- **Pregunta 5**
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Empleando funciones de singularidad se obtienen las siguientes constantes de integración:

a)

Respuesta
correcta

Pulsar para volver



b)

$$C = \frac{21PL^2}{12}$$

$$D = 0$$

c)

$$C = \frac{12L}{21}$$

$$D = 0$$

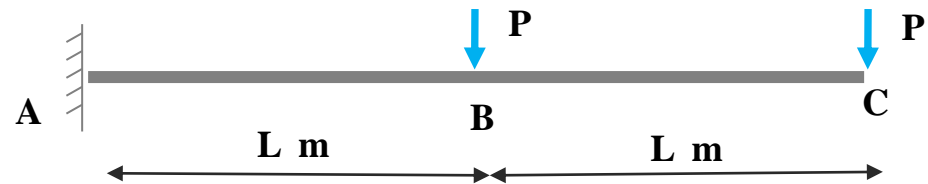
d)

Ninguna de las anteriores es
correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- **Pregunta 5**
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Empleando funciones de singularidad se obtienen las siguientes constantes de integración:

a)

$$C = -\frac{21L^2}{12}$$

$$D = 0$$

b)

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver



c)

$$C = \frac{12L}{21}$$

$$D = 0$$

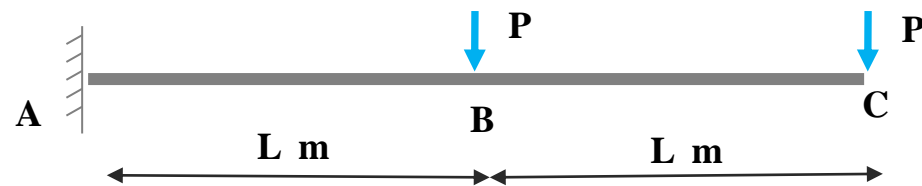
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- **Pregunta 5**
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Empleando funciones de singularidad se obtienen las siguientes constantes de integración:

a)

$$C = -\frac{21L^2}{12}$$

$$D = 0$$

b)

$$C = \frac{21PL^2}{12}$$

$$D = 0$$

c)

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver



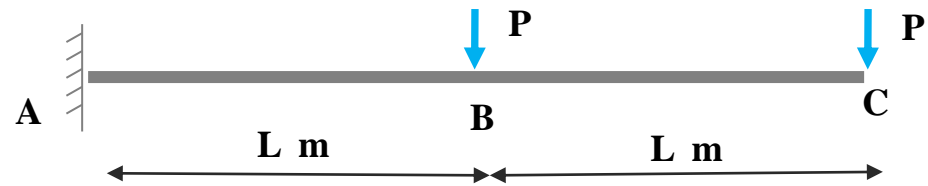
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- **Pregunta 5**
- Pregunta 6
- Pregunta 7



Empleando funciones de singularidad se obtienen las siguientes constantes de integración:

a)

$$C = -\frac{21L^2}{12}$$

$$D = 0$$

b)

$$C = \frac{21PL^2}{12}$$

$$D = 0$$

c)

$$C = \frac{12L}{21}$$

$$D = 0$$

d)

Ninguna de las anteriores

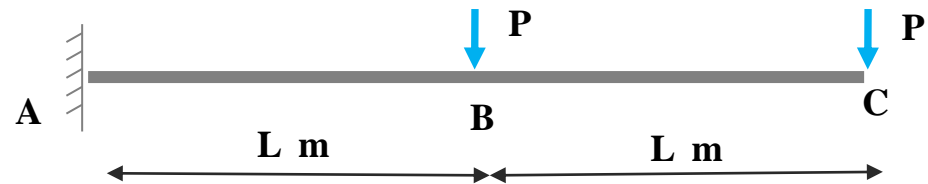
Respuesta incorrecta
Pulsar para volver





Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- **Pregunta 6**
- Pregunta 7



Empleando funciones de singularidad se obtiene en B y C los giros siguientes:

a)

$\frac{2PL^2}{2EI}$

Respuesta correcta

Pulsar para volver

b)

$$\theta_B = \frac{2PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{5PL^2}{EI} \curvearrowright$$

c)

$$\theta_B = \frac{3PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{7PL^2}{2EI} \curvearrowright$$

d)

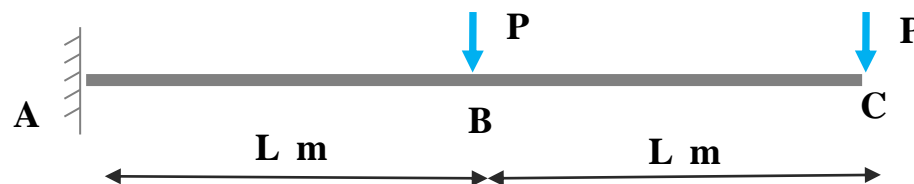
$$\theta_B = \frac{2PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{3PL^2}{2EI} \curvearrowright$$



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- **Pregunta 6**
- Pregunta 7



Empleando funciones de singularidad se obtiene en B y C los giros siguientes:

a)

$$\theta_B = \frac{2PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{5PL^2}{2EI} \curvearrowright$$

b)

~~$\theta_B = \frac{2PL^2}{EI}$~~
Respuesta incorrecta
 Pulsar para volver

c)

$$\theta_B = \frac{3PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{7PL^2}{2EI} \curvearrowright$$

d)

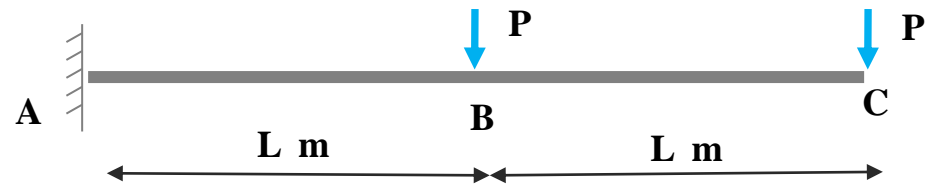
$$\theta_B = \frac{2PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{3PL^2}{2EI} \curvearrowright$$



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- **Pregunta 6**
- Pregunta 7



Empleando funciones de singularidad se obtiene en B y C los giros siguientes:

a)

$$\theta_B = \frac{2PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{5PL^2}{2EI} \curvearrowright$$

b)

$$\theta_B = \frac{2PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{5PL^2}{EI} \curvearrowright$$

c)

Respuesta incorrecta
 Pulsar para volver

 2EI

d)

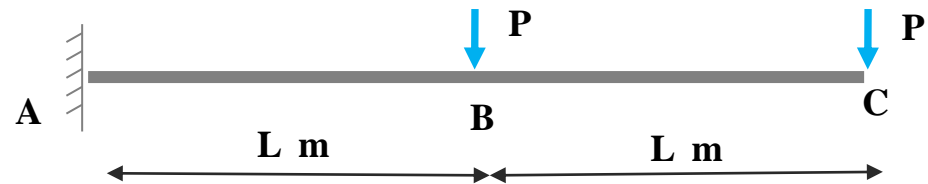
$$\theta_B = \frac{2PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{3PL^2}{2EI} \curvearrowright$$



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- **Pregunta 6**
- Pregunta 7



Empleando funciones de singularidad se obtiene en B y C los giros siguientes:

a)

$$\theta_B = \frac{2PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{5PL^2}{2EI} \curvearrowright$$

b)

$$\theta_B = \frac{2PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{5PL^2}{EI} \curvearrowright$$

c)

$$\theta_B = \frac{3PL^2}{EI} \curvearrowright$$

$$\theta_C = \frac{7PL^2}{2EI} \curvearrowright$$

d)

$\theta_B = \frac{3PL^2}{EI}$
 $\theta_C = \frac{7PL^2}{2EI}$

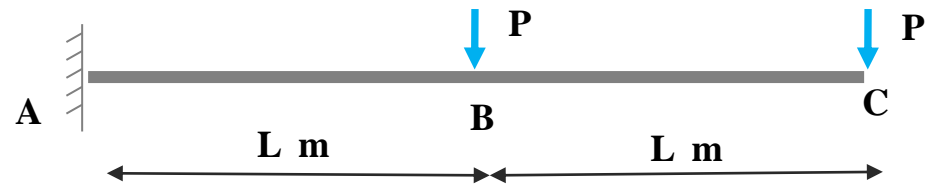
Respuesta incorrecta

Pulsar para volver



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- **Pregunta 7**



Empleando funciones de singularidad se obtiene una flecha máxima de valor:

a)

Respuesta correcta
Pulsar para volver



b)

$$y_{\max} = \frac{22PL^3}{3EI}$$

c)

$$y_{\max} = \frac{23PL^3}{6EI}$$

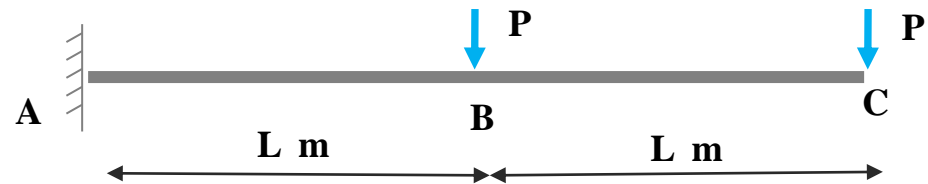
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- **Pregunta 7**



Empleando funciones de singularidad se obtiene una flecha máxima de valor:

a)

$$y_{\max} = \frac{21PL^3}{6EI}$$

b)

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver



c)

$$y_{\max} = \frac{23PL^3}{6EI}$$

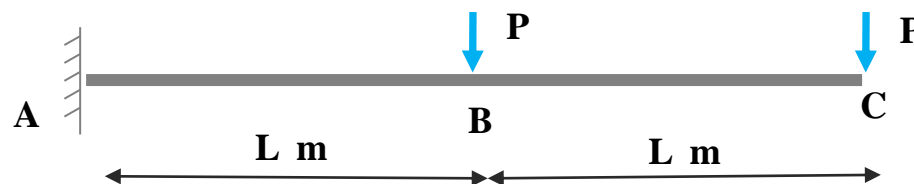
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- **Pregunta 7**



Empleando funciones de singularidad se obtiene una flecha máxima de valor:

a)

$$y_{\max} = \frac{21PL^3}{6EI}$$

b)

$$y_{\max} = \frac{22PL^3}{3EI}$$

c)

Respuesta incorrecta

Pulsar para volver



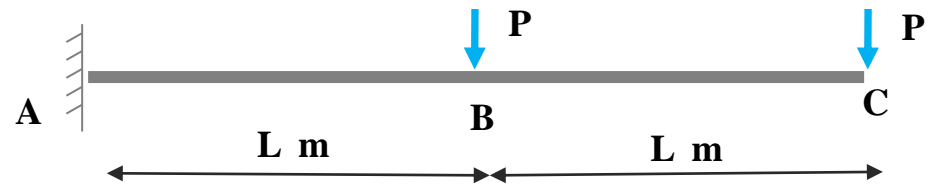
d)

Ninguna de las anteriores es correcta



Autoevaluación

- Pregunta 1
- Pregunta 2
- Pregunta 3
- Pregunta 4
- Pregunta 5
- Pregunta 6
- **Pregunta 7**



Empleando funciones de singularidad se obtiene una flecha máxima de valor:

a)

$$y_{\max} = \frac{21PL^3}{6EI}$$

b)

$$y_{\max} = \frac{22PL^3}{3EI}$$

c)

$$y_{\max} = \frac{23PL^3}{6EI}$$

d)

Ninguna de las

Respuesta incorrecta
Pulsar para volver

