```
--> load("distrib")$
```

Probabilitate banaketa jarraituak

1 Dentsitate funtzioak

Probabilitate banaketak definitzeko, f(x)>0 betetzen duen eta azpian aipatzen
baldintza betetzen duen funtzio jarraitu batez baliatzen gara.
Funtzio horiek banaketen dentsitate funtzioak dira.

```
--> integrate(f(x), x, minf, inf)=1;
```

2 Banaketa normala

Banaketa normala edo Gauss-en banaketa, fisikan edo beste arlotan portaera "n
magnitudeak (fenomenoak?) eredutzeko erabiltzen den banaketa da.
Dentsitate funtzioa bi parametroen bidez, %mu eta %sigma, definitzen dugu.
X ~ N(%mu,%sigma) eran adieraziko dugu banaketa normalari jarraitzen din X al
x -infinitutik infinitura definituta dagoen aldagai errealarentzat dentsitat
adierazpen hau du:

```
--> f(x)= 1/(%sigma*sqrt(2*%pi))*exp(-(x-%mu)^2/(2*%sigma));
```

%mu = 120, eta %sigma = 30 denean funtzioaren adierazpen grafikoa agindu hon
lortuko dugu

```
--> wxplot2d(pdf_normal(x,120,30),[x,0,200]);
```

Banaketa funtzioa F(x), dentsitate funtzioaren, f(x), bidez definituko dugu:

```
--> F(x)=integrate(f(%xi),%xi,minf,x);
```

Banaketa funtzioaren adierazpen grafikoa %mu = 120 eta %sigma = 30 direnean

```
--> wxplot2d(cdf_normal(x,120,30),[x,0,240]);
```

2.1 Banaketa normalaren neurriak

X ~ N(120,30) aldagaiaren itxaropen matematikoa, bariantza eta desbiderapen
agindu hauekin lortuko ditugu.

```
--> [mean_normal(120,30),var_normal(120,30),std_normal(120,30)];
```

Asimetria koefizientea (skewness) eta zapaltasun koefizientea (kurtosis)
agindu hauekin lortuko ditugu

```
--> [skewness_normal(120,30),kurtosis_normal(120,30)];
```

2.2 Tarteen probabilitateen kalkuluak

Banaketa jarraituei jarraitzen dizkien aldagaien tarteen probabilitateak era
definitzen dira

(1) P(X<=x) = P(X<x) = F(x)
(2) P(X>=x) = P(X>x) = 1 - P(X<=x) = 1 - F(x)
(3) P(a<=X<=b) = P(a< X<=b) = P(a<=X< b) = P(a< X< b) = F(b) - F(a)

Adibidez, %mu = 120 eta %sigma = 30, parametroak dituen banaketa normalari ja
X aldagaiarentzat
(a) P(X<=100) = F(100) = cdf_normal(100,120,30) bidez lortuko dugu

```
--> cdf_normal(100,120,30);
```

```
--> float(%);
```

(b) P(X>100) = 1 - P(X<=100) = 1 - F(100):

```
--> 1-cdf_normal(100,120,30);
```

```
--> float(%);
```

(c) P(100<X<130) = F(130) - F(100):

```
--> cdf_normal(130,120,30)-cdf_normal(100,120,30);
```

```
--> float(%);
```

2.3 Alderantzizko funtzioa

X ~ N(%mu,%sigma) banaketa normalari jarraitzen dion aldagaiarentzat, r pertz
P(X<=x)=F(x)=r ekuazioa betetzen duen x-ren balioa lortzeko "quantile_normal(
erabiliko dugu. Adibidez, X ~ N(120,30) denean eta r=0.65

```
--> P1:float(quantile_normal(0.65,120,30));
```

2.4 Zorizko balioak

X ~ N(120,30) aldagairen 10 zorizko balio lortzeko agundu hau erabiliko dugu

```
--> random_normal(120,30,10);
```

2.5 Errore funtzioa

Aurreko agindu batuzen erantzun sinbolikoa lortu dugu (erf) errore funtzioare
Errore funtzio hau era honetan definituta dago

```
 -->  erf(x) = 2/sqrt(%pi)*'integrate(exp(-t^2),t,0,x);
```

Funtzioaren adierazpen grafikoa hau da:

```
 -->  wxplot2d(erf(x),[x,-3,3]);
```

2.6 Banaketa normal estandarra edo tipifikatua

Z aldagaia banaketa normal estandarra-ri jarraitzen dio N (0,1) denean. X~N(
tipifikatu egiten dugu honako aldagai aldaketa egiten dugunean.

```
 -->  Z = (X-%mu)/%sigma;
```

Z ~ N(0,1) aldagai normal estandarren dentsitate funtzioa:

```
 -->  %phi(z)=1/sqrt(2*%pi)*exp(-z^2/2);
```

Funtzioa z=0 ardatzerekiko simetrikoa da eta "kanpaia" itxura du.

```
 -->  wxplot2d(pdf_normal(z,0,1),[z,-4,4]);
```

P(-1 < Z < 1) kalkulatuko dugu

```
 -->  cdf_normal(1,0,1)-cdf_normal(-1,0,1); float(%);
```

P(-2 < Z < 2) kalkulatuz

```
--> cdf_normal(2,0,1)-cdf_normal(-2,0,1); float(%);
```

eta P(-3 < Z < 3):

```
--> cdf_normal(3,0,1)-cdf_normal(-3,0,1); float(%);
```

Banaketa funtzioa F(Z) era honetan definituta dago

```
--> %Phi(z) = 1/sqrt(2*%pi)*'integrate(exp(-%xi^2/2),%xi,minf,z);
```

X ~ N(%mu,%sigma) aldagaia dugunean, P(X<x) lortzeko aldagaia tipifikatuz a
tipifikatuen taulak erabiltzen dira.

```
--> 'P(X<x)=P((X-%mu)/%sigma < (x-%mu)/%sigma);
```

hau da,

```
--> P(X<x)=%Phi(z);
```

2.7 Banaketa binomialaren hurbilketa normalaren bide

Demagun XB ~ Bin(100,0.08) aldagai binomialaren kalkuluak hurbil ditzakegu et
mu = n*p, eta sigma = sqrt(n*p*(1-p)) diren. Hurbilketa egiterakoan diskre
jarraiturako zuzenketa egin behar dugu. Adibidez,
P(XB<=xb) = FB(xb) = FN(xb+0.5) = P(XN<xb+0.5).

```
--> n : 100 $ p : 0.08 $
    mu : n*p ;
    sigma : sqrt(n*p*(1-p));
```

Hurbilketa egin baino lehenago egiaztatu egin behar dugu n*p > 5 edo n*(1-p
betetzen dela.

```
--> [n*p,n*(1-p)];
```

P(XB<5) = FB(5) = cdf_binomial(5,n,p), hurbiltzeko
P(XN<5+0.5) = FN(5.5) = cdf_normal(5.5,mu,sigma) erabiliko dugu eta
balio biak konparatuko ditugu:

```
--> [cdf_binomial(5,n,p),float(cdf_normal(5.5,mu,sigma))];
```

(1) P(XB>7) = 1 - P(XB<=7) = 1 - FB(7) = 1 - cdf_binomial(7,n,p),
era honetan hurbilduko dugu: 1 - P(XN<=7+0.5) = 1 - FN(7.5):

```
--> [1-cdf_binomial(7,n,p),
     float(1-cdf_normal(7.5,mu,sigma))];
```

(2) P(7<=XB<=15) = FB(15) - FB(7) = cdf_binomial(15,n,p) - cdf_binomial(7,n,p
FN(15.5)- FN(7.5) = cdf_normal(15.5,mu,sigma) - cdf_normal(7.5,mu,sigma)

```
--> [cdf_binomial(15,n,p) - cdf_binomial(7,n,p),
     float(cdf_normal(15.5,mu,sigma) - cdf_normal(7.5,mu,sigma))];
```

3 Banaketa jarraitu uniformea

3.1 Dentsitate funtzioa

a < x < b tartean definitutako banaketa jarraitu uniformea dentsitate funtzi
bidez definituta dago.

```
--> f(x):=1/(b-a);
```

Dentsitate funtzioaren adierazpen grafikoa a=0 eta b=10 direnean:

```
--> wxplot2d(pdf_continuous_uniform(x,0,10),[x,-3,13],[y,-0.2,1]);
```

3.2 Banaketa funtzioa

Banaketa funtzioa hau da:

```
--> F(x):=integrate(f(t),t,a,x);F(x);
```

Banaketa funtzioaren adierazpen grafikoa a=0 eta b=10 direnean

```
--> wxplot2d(cdf_continuous_uniform(x,0,10),[x,-3,13],[y,-0.2,1.2]);
```

3.3 Batezbestekoa eta bariantza

Batezbestekoa eta bariantzak honako hauek dira:

```
--> [%mu = (a+b)/2, %sigma^2 = (b-a)^2/12];
```

3.4 Banaketa jarraitu uniformearen neurriak

X ~JU(0,10) aldagaiaren itxaropen matematikoa, bariantza eta desbiderapen tip
agindu hauek erabiliko ditugu

```
--> a:0;b:10;
    [mean_continuous_uniform(a,b), var_continuous_uniform(a,b),std_continuo
```

Asimetria koefizientea (skewness) eta zapaltasun koefizientea (kurtosis)
agindu hauekin lortuko ditugu

```
--> [skewness_continuous_uniform(a,b),kurtosis_continuous_uniform(a,b)];
```

3.5 Alderantzizko funtzioa

X ~ JU(a,b) aldagaiarentzat, r pertzentila lortzeko, edo P(X<=x)=F(x)=r ekua
betetzen duen x-ren balioa lortzeko "quantile_continuous_uniform(r,a,b)" agin
 erabiliko dugu. Adibidez, X ~ JU(0,10) denean eta r=0.65

```
--> quantile_continuous_uniform(0.65,0,10);
```

3.6 Zorizko balioak

X ~ JU(0,10) aldagairen 10 zorizko balio lortzeko agundu hau erabiliko dugu:

```
--> random_continuous_uniform(0,10,10);
```

4 Banketa esponentziala

4.1 Dentsitate funtzioa

Banaketa esponentzialak parametro bakarra du %lambda, X ~ exp(%lambda), eta
izanik, dentsitate funtzioa era honetan definituta dago:

```
--> f(x):=%lambda*exp(-(%lambda*x));
```

"distrib" paketeak pdf_exp(x,%lambda) funtzioa definituta dago.
Dentsitate funtzioaren adierazpen grafikoa lambda=0.2 denean:

```
--> wxplot2d(pdf_exp(x,0.2),[x,0,4],[y,-0.2,1]);
```

Banaketa funtzioa honako hau da:

```
--> F(x):=1-exp(-(%lambda*x));
```

"distrib" paketeak cdf_exp(x,%lambda) funtzioa definitua dago.
Banaketa funtzioaren adierazpen grafikoa lambda=0.1 denean:

```
--> wxplot2d(cdf_exp(x,0.1),[x,0,20],[y,-0.2,1.1]);
```

4.2 Batezbestekoa eta bariantza

Batezbestekoa eta bariantza hauek dira:

```
--> [%mu = 1/%lambda, %sigma^2 = 1/%lambda^2];
```

4.3 Banaketa jarraitu uniformearen neurriak

X ~ESP(0.1) aldagaiaren itxaropen matematikoa, bariantza eta desbiderapen tip
agindu hauek erabiliko ditugu.

```
--> %lambda:0.1;mean_exp(%lambda); var_exp(%lambda); std_exp(%lambda);
```

Asimetria koefizientea (skewness) eta zapaltasun koefizientea (kurtosis)
agindu hauekin lortuko ditugu

```
-->  skewness_exp(%lambda); kurtosis_exp(%lambda);
```

4.4 Alderantzizko funtzioa

X ~ ESP(%lambda) aldagaiarentzat, r pertzentila lortzeko, edo P(X<=x)=F(x)=r
betetzen duen x-ren balioa lortzeko "quantile_exp(r,%lambda)" agindua
 erabiliko dugu. Adibidez, X ~ EXP(0.1) denean eta r=0.65

```
--> quantile_exp(0.65,0.1);
```

4.5 Zorizko balioak

X ~ ESP(0.1) aldagairen 10 zorizko balio lortzeko agundu hau erabiliko dugu:

```
--> random_exp(0.1,10);
```