

## 4. Kapituluak

# Probabilitate-banaketa jarraituak





## 4.1 Probabilitate-banaketa jarraituak

4.1.1. *Frogatu ondorengo funtzioak probabilitateko dentsitate-funtzioak direla:*

$$a) f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+x^2} \quad b) f(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2} \quad c) f(x) = \begin{cases} 1-|1-x| & 0 \leq x \leq 2 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

4.1.2. *Kotxe bateko pieza baten diametroaren dentsitate-funtzioa ondorengo da*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{\pi(1+x^2)} & 0 < x < 1 \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

*X* aldagaiaren itxaropen matematikoa lortu.

4.1.3. *Frogatu ondorengo lege esponenzial negatiboa probabilitate dentsitate-funtzioa dela.*

$$f(x) = \begin{cases} ke^{-kx} & 0 < x < \infty \text{ bada} \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases} \quad \text{non } k > 0 \text{ den}$$

*Banaketa-funtzioa, itxaropen matematikoa eta bariantza kalkulatu.*

4.1.4. *Tutu elektronikoko baten bizitza, ordutan neurtua, lege esponenziala jarraitzen duen aldagaia da, non  $k = 0.002$  den. Tutu baten bizitza*

1. *100 ordu baino gehiago irauteko probabilitatea eman.*
2. *gehien bat 30 ordu izateko probabilitatea lortu.*
3. *30 eta 100 bitartekoa izateko probabilitatea kalkulatu.*

4.1.5. *Tresna batean, aurreko ariketan agertzen diren tutu horietako 5 erabiltzen dira. Zein da horietako batek 30 ordu baino gutxiago, hiruk 30 eta 100 ordu bitartean eta batek 100 baino gehiago irauteko probabilitatea?*

4.1.6. *Izan bedi  $\mu = 30$  eta  $\sigma = 6$  parametrodun banaketa normala. Ondorengoak aurkitu:*

1. *kurba normalaren azpiko azalera  $x = 17$  balioaren eskuinean.*
2. *kurba normalaren azpiko azalera  $x = 22$  balioaren ezkerrean.*
3. *kurba normalaren azpiko azalera  $x = 32$  eta  $x = 41$  balioaren bitartean.*
4. *kurba normalaren azpiko azalaren %80 ezkerrean duen  $x$  balioa.*

5. kurba normalaren azpiko azaleraren %75 bitarteduten bi balio zentralak.

4.1.7. Okindegi batek egiten dituen ogi berezi batzuen batezbesteko luzera 30cm eta desbiderapen tipikoa 2cm dira. Luzeren banaketa normala dela suposatuz, ogi horietatik zein portzentaia

1. izango da 31.7 baino luzeagoa?
2. izango da 29.3 eta 33.5 bitartekoa?
3. izango da 25.5 baino motzagoa ?

4.1.8. Hasiara batean 4 cm-ko zilindroak egin nahi ziren, baino gero errealitatean 4.01 cm-ko batezbestekoa eta 0.03 cm-ko desbiderapen tipikodunak ateratzen dira. Zilindro bat egiteak 4€ kostatzen du eta berehala erabil daiteke bere luzera 3.98 eta 4.02 cm-koa bada. Bere luzera 3.98cm baino motzagoa bada, zilindroa ezin da erabili, baina bere materialak 0.6€ balio du. Bere luzerak 4.02 baino gehiago neurtzen badu, zilindroa moztu egin daiteke, baina horrek 1.2€ igoko luke prezioa. Erabil daitekeen unitateko batezbesteko prezioa lortu.

4.1.9. Sistema elektronikoen baten osagaien iraupenak banaketa normala jarraitzen du, non batezbestekoa 50 ordu eta desbiderapen tipikoa  $\sigma$  . Badakigu osagaien % 2.28-ak 40 ordu baino gutxiago irauten dutela.

1.  $\sigma$  lortu.
2. Osagaiek independenteki eta seriean konektaturik funtzionatzen dute. Zein da 10 osagaiek osotutako sistemak 52 ordu baino gehiago irauteko probabilitatea?

4.1.10. Azkoin baten kanpo-diametroak  $N(\mu, \sigma)$  banaketa normala jarraitzen du.

1. Azkoinen %15ak 1.80cm baino gehiago eta %6.68-ak 1.60 cm baino gutxiago neurtzen badu,  $\mu$  eta  $\sigma$  aurkitu.
2.  $K$  balioa baino txikiagoak direnak akastuntzat hartuko badira, zenbat da  $K$  , akasduak %3.5 baino gutxiago direla ziurtatzeko.

4.1.11. 1. Aurpegi-gurutze motako jolas baten 100 saialdietan, aurpegi haina gurutze lotzeko probabilitatea lortu.

2. Gutxienez 25 aurpegi lortzeko probabilitatea kalkulatu.

4.1.12. Eskala handian ekoiztuta osagai mekaniko baten balio nominala 100mm da, tolerantziak  $\pm 1$  direlarik. Ekoiztutako osagaien %1.1-ak 99.055 mm baino txikiagoak dira eta %71.9-k 99.91mm baino handiagoak dira.

1. batezbestekoa eta desbiderapen aurkitu.
2. tolerantzia mugetatik kanpo egoteagatik atzera botako diren osagaien portzentaia lortu.

4.1.13. Enpresa batean berandu iristeagatik isunak ipintzen dira. 5 minuturaino atzerapenagatik 3€kobratzen dira eta 5 minutu baino atzerapen luzeagoetatik 6€. J. P. M. langilearen kotxezko bidaiaren luzera  $\mu = 35$  minutuko batezbestekoa eta  $\sigma = 5$  minutuko desbiderapendun zorizko aldagai normala da. J.M.P.-k bulegoan 9:00-etan egon behar du eta etxetik 8:20-etan ateratzen da.

1. zein da berandu iristeko duen probabilitatea?
2. Laneko egunak urtean, 240 badira, zenbat egunetan espero da berandu iritsiko dela?
3. Batezbesteko, urtean berandu iristeagatik zenbat diru galduko du?

4.1.14. Farmazi-laborategi baten arabera botika batek odoleko gaixotasuna kasuen %80-ean sendatzen du. Hori egiaztatzeko, gobernuko inspektoreek botika saiaturiko dute eta laborategiaren baieztapena onartu egingo dute, 75 edo gehiago sendatzen badira.

1. Sendatze probabilitatea 0.8 dela egia izanda, zein da hala ere esandako hori atzera botatzeko probabilitatea?
2. Sendatze-probabilitatea berez 0.7 balitz, zein izango litzateke laborategiak esandakoa gobernuak onartzeko probabilitatea?

4.1.15. Hegazkin konpainia baten egindako %12 erreserbak ez dira betetzen. Beraz dauden lekuak baino erreserba gehiago onartzen ditu. (overbooking)

1. Hegazkinak 150 jarleku baldin baditu, zenbat erreserba onartu behar ditu 145 plaza betetzeko probabilitatea %99-koa izan dadin?
2. 160 erreserba onartzen baditu, bidaiari bat leku gabe gelditzeko zer probabilitate dago?

4.1.16. Makina batek ekoiztutako piezen luzerak banaketa normal bati jarraitzen dio, batezbestekoa 9 eta desbiderapen tipikoa 0.03 izanik. Pieza bat onartu egiten da bere luzera  $9 \pm \delta$  tartean dagoenean. a)  $\delta = 0.05$  bada, onartzen ez diren piezen portzentaia kalkulatu. b) Zein izan behar du  $\delta$ -ren balioak onartzen ez diren piezen portzentaia %1a izan dadin?

4.1.17. Autoeskola batean egindako ikerketa baten arabera gidatzeko baimena lortzeko beharrezkoak diren orduen kopuruak banaketa normal bati jarraitzen dio, batezbestekoa 24 eta bariantza 32 izanik.

1. Zein da gidatzeko baimena lortzeko beharrezkoak diren orduak 20 edo gutxiago izateko probabilitatea?
2. Zein da gidatzeko baimena lortzeko beharrezkoak diren orduak gutxienez 30 izateko probabilitatea?
3. Zenbat ordu bete ditu ikasle batek baimena lortzeko, gidarien % 68ak berak baino ordu gehiago behar izan badituzte?

4.1.18. Eskola-adineko populazio baten altuerak banaketa normal bati jarraitzen dio, batezbestekoa 165cm eta desbiderapen tipikoa 12cm izanik. Ikastetxe batean 1400 ikasle daude.

1. Zein da 150cm eta 178cm-en arteko altuera duten ikasleen portzentaia?
2. Zein da ikasle batek 155cm baino gehiago neurtzeko probabilitatea?
3. Zein izango da ikasle baten altuera bere lagunen %67a bera baino baxuagoak izan daitezen?

4.1.19. Herrialde batean urteko euriak banaketa normal bati jarraitzen dio, batezbestekoa 2000mm eta desbiderapen tipikoa 300mm izanik. Kalkulatu:

1. Urte batean jasotako euria 1200mm baino gutxiago izateko probabilitatea.
2. Urte batean jasotako euria 1500mm baino gehiago izateko probabilitatea.
3. Zein izango da finkatu behar dugun euriaren urteko kantitatea urteen %25an jasotako euriaren kantitatea handiagoa izan dadin?

4.1.20. Kable elektriko baten diametroak banaketa normal bati jarraitzen dio, batezbestekoa 0.8cm eta desbiderapen tipikoa 0.02cm izanik. Kablea akasduna da bere diametroa eta batezbestekoaren arteko diferentzia 0.025cm baino handiagoa bada (diametroa  $0.8 \pm 0.025$  tartean ez dagoenean).

1. Zein da kable akasdun bat lortzeko probabilitatea.
2. Zein izan behar du kablearen diametroa eta batezbestekoaren arteko diferentzia maximoa kable bat akasduna izateko probabilitatea 0.1 izan dadin?

4.1.21. 180 pertsonen talde baten adinak ( $X$ ) probabilitate banaketa normalari jarraitzen dio. Badakigu taldearen %85ak 20 urte baino gehiago dituela eta 150 pertsonak 40 urte baino gazteagoak direla.

Banaketaten batezbestekoa eta desbiderapen tipikoa kalkulatu.

4.1.22. Enpresa batean arroz-paketeak prestatzen dira. Paketeen pisuak banaketa normal bat jarraitzen du, batezbestekoa 1Kg eta desbiderapen 0.05Kg izanik.

Enpresan kontrolatzeko mekanismo bat dago eta pakete baten pisua 0.9Kg baino txikiagoa edo 1.1Kg baino handiagoa bada salmentatik kendu egiten da. Beste pakete guztiak onartzen dira.

1. Salmentatik kentzen diren paketeen portzentaia kalkulatu.
2. Pakete batek kontrola pasatzen badu, zein da bere pisua 1.05Kg baino handiagoa izateko probabilitatea?

4.1.23. Hiri batean biztanleen globulu gorrien kopurua (milioietan) aztertzerakoan, banaketa normal bati jarraitzen zaiola ikusi dute, batezbestekoa 4.5 eta desbiderapen tipikoa 0.5 izanik. Kalkulatu:

1. Zoriz aukeratutako biztanle batek bost milioi globulu gorri baino gehiago izateko probabilitatea.
2. 3.75 milioi globulu gorri baino gutxiago duten biztanleen portzentaia.
3. Bakarrik biztanleen %20ak  $k$  milioi globulu gorri baino gehiago dute.  $k$ -ren balioa kalkulatu.

4.1.24. Azterketa batean, lortutako noten %35a 6 baino altuagoa izan zen, %25a 4 eta 6-ren artean zegoen, eta %40a 4 baino baxuagoa.

1. Notek banaketa normal bat jarraitzen dutela suposatuz, batezbesteko nota eta desbiderapen tipikoa kalkulatu.
2. Zein da batezbesteko distantzia 2 unitatekoa baino txikiagoa duten noten portzentaia?

4.1.25. Argazki-pelikulen fabrika batean koloretako eta zuri/beltzeko pelikulak ekoizten dira. Honako hau eskatzen da:

1. %2a akasdunak badira, zein da 100 aukeratzekoan gehienez 3 akasdun egoteko probabilitatea?
2. %40a zuri/beltzeko pelikulak badira, zein da 600 hartzerakoan erdia baino gehiago koloreta-koak izateko probabilitatea?

4.1.26. Erresistentzi-fabrikatzaile batek esperientziagatik daki ekoizten dituen erresistentzien balioak  $N(100,2)$  banaketa normala jarraitzen duela.  $c$  balioa kalkulatu ekoizten diren erresistentzien %95a  $(100-c, 100+c)$  tartean egon dadin.

4.1.27. 10.000 pertsonako talde ezagun baten adinak banaketa normal bat jarraitzen du, batezbestekoa 38 urte eta desbiderapen 6 urte izanik. Ondorengo kalkuluak eskatzen dira:

1. 35 urte edo gutxiago duten pertsonen kopurua.
2. 56 urte baino gehiago duten pertsonen kopurua.
3. 50 urte baino gehiago dutenen artean zenbatek dute 57,5 urte baino gutxiago?

4.1.28. Populazio bateko gizonen pisuak  $N(72,8)$  banaketa jarraitzen du eta emakumeenak  $N(60,\sigma)$ . Emakumeen %10ak gizonen batezbestekoa baino pisu handiagoa baldin badu, kalkulatu:

1. Emakumeen pisuaren desbiderapen tipikoa.
2. Gizon baten pisua 75 kg baino handiagoa izateko probabilitatea.
3. Gizon baten pisua emakumeen batezbestekoa baino txikiagoa izateko probabilitatea.
4. Zer da errazagoa, gizon batek 64 baino gutxiago pisatzea ala emakume batek 55kg baino gutxiago?

4.1.29. Kooperatiba batek esportatzen dituen sandien pisuak banaketa normala jarraitzen du. Lote batean 8000 sandia esportatu ziren, non 1600 sandiek 1.75 Kg baino gutxiago pisatzen zuten eta 2000 sandiek 3 Kg baino gehiago.

Banaketaren batezbestekoa eta desbiderapen tipikoa kalkulatu.

4.1.30. Herri bateko helduen altuerak  $N(\mu,\sigma)$  banaketa normala jarraitzen du,  $\mu=170$  cm eta  $\sigma=6.5$  cm izanik.

1. Zein da pertsona baten altuera 155 cm eta 165 cm artekoa izateko probabilitatea?
2. 200 pertsona zoriz aukeratzen badira. Zenbat pertsona izango dira altuera 175 cm baino handiagoa dutenak.