



2. GAIA: PROPOSATURIKO ARIKETAK

1. Makina batek lau kolore ezberdinetako plastikozko botilak ekoizten ditu. Kolore bakoitzeko botilak ekoizteko probabilitatea ondorengo taulan agertzen da:

Kolorea	1	2	3	4
Probabilitatea	4/25	6/25	17/50	13/50

Izan bedi X plastikozko botilen kolorea definitzen duen zorizko aldagai diskretua. Aurkitu zorizko aldagai honen funtzio karakteristikoa eta kalkulatu jatorriarekiko lehenengo bi momentuak funtzio karakteristikoa erabiliz.

Soluzioa: $\Psi(t) = \frac{1}{50}(8e^{it} + 12e^{2it} + 17e^{3it} + 13e^{4it})$; $\alpha_1 = \frac{27}{10}$; $\alpha_2 = \frac{417}{50}$

2. Izan bedi ondorengo banaketa funtzioa duen X zorizko aldagai diskretua:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1/5 & 0 \leq x < 1 \\ 1/3 & 1 \leq x < 2 \\ 7/15 & 2 \leq x < 3 \\ 1 & x \geq 3 \end{cases}$$

Kalkulatu probabilitate funtzioa, momentuen funtzio sortzailea eta hau erabiliz kalkulatu aldagai honen bariantza.

Soluzioa:

$$p(x) = \begin{cases} 1/5 & x = 0 \\ 2/15 & x = 1 \\ 2/15 & x = 2 \\ 8/15 & x = 3 \\ 0 & \text{beste kasuetan} \end{cases} ; \alpha(w) = \frac{2}{15} \left(\frac{3}{2} + e^w + e^{2w} + 4e^{3w} \right); \sigma^2 = \frac{4}{5}$$



3. Italiako iparraldean fabrikatzen diren moto fabrika ezagun baten modelo berrien gasolina kontsumoak (l/100 km) ondorengo dentsitate funtzioa dagokion zorizko aldagai jarraitua dauka.

$$f(x) = \begin{cases} mxe^{-x^2} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

- a. Zein da m konstantearen balioa, $f(x)$ dentsitate funtzioa izan dadin?
- b. Lor bedi zorizko aldagai jarraituaren banaketa funtzioa.
- c. Kalkulatu modelo berriaren gasolina kontsumoa 2,5 litro/100 km baino handiagoa izatearen probabilitatea eta 0–1,5 litro/100 km bitartean egotearen probabilitatea.

Soluzioa: a) $m = 2$; b) $F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x^2} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$; c) 0,8946 eta 0,0190

4. Ingalaterrako industria batean goi mailako teknikari batek aeronautikan erabiliko diren pintura batzuen berun kontzentrazioa neurtzen du. Izan bedi $X =$ “berun kontzentrazioa” zorizko aldagai jarraitua. Berunaren batezbesteko kontzentrazioa 3 ppm-koa izanik eta zorizko aldagai horren momentuen funtzio sortzailea $\alpha(w) = \frac{(1 + e^{aw})^2}{4}$ izanik. Kalkulatu

- a. a konstanteen balioa.
- b. X aldagaiaren jatorriarekiko lehenengo hiru momentuak.
- c. Desbideratze tipikoa.

Soluzioa: a) $a = 3$; b) $\alpha_1 = 3, \alpha_2 = \frac{27}{2}, \alpha_3 = \frac{135}{2}$; c) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

5. Izan bitez $\Psi_X(t) = kt^2 + 1$ eta $\Psi_Y(t) = 2kt$ X eta Y zorizko aldagaien independenteen funtzio karakteristikoak hurrenez hurren. Baldin eta $Z = 3X + Y$ bada eta Z aldagaiaren batezbestekoa 2 bada. Kalkulatu:

- a. k konstantearen balioa.
- b. X eta Y aldagaien batezbestekoa.

Soluzioa: a) $k = i$; b) $\alpha_{1,x} = 0, \alpha_{1,y} = 2$