eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco | Euskal Herriko Unibertsitatea

Ejercicios resueltos

OCW 2019: *Curso práctico para el análisis e inferencia estadística con Mathematica*

Bloque II: Probabilidad

Equipo docente del curso
Arrospide Zabala, Eneko
Martín Yagüe, Luis
Unzueta Inchaurbe, Aitziber
Soto Merino, Juan Carlos
Durana Apaolaza, Gaizka
Bikandi Irazabal, Iñaki

Departamento de Matemática Aplicada
Escuela de Ingeniería de Bilbao, Edificio II-I

OCW OpenCourseWare

EJERCICIOS DEL BLOQUE II. PROBABILIDAD

Ejercicio nº1

Enunciado

Se tienen 9 canicas rojas y una negra metidas en una bolsa. Si se extraen dos canicas de la bolsa, ¿cuál es la probabilidad de que una de las canicas extraídas sea la negra?

Resolución

El experimento aleatorio consiste en la extracción de dos canicas de la bolsa

Se considera el suceso $N =$ *“una de las bolas extraídas es la negra”*

Para hacer más gráfica la resolución se denota el suceso como $N =$ ⓿ y se definen tres variables de la siguiente manera:

```
rojas = {❶, ❷, ❸, ❹, ❺, ❻, ❼, ❽, ❾};
negras = {⓿};
bolsa = Flatten[{rojas, negras}]
```

{❶, ❷, ❸, ❹, ❺, ❻, ❼, ❽, ❾, ⓿}

Dado que todos los resultados posibles son equiprobables, se utiliza la regla de Laplace:

$$P(⓿) = \frac{casos\ favorables}{casos\ posibles}$$

Cálculo de casos posibles. Número de formas de extraer dos canicas de las diez que hay en la bolsa

- De forma gráfica:

```
Subsets[bolsa, {2}] (* espacio muestral *)
```

{{❶, ❷}, {❶, ❸}, {❶, ❹}, {❶, ❺}, {❶, ❻}, {❶, ❼}, {❶, ❽}, {❶, ❾}, {❶, ⓿}, {❷, ❸}, {❷, ❹}, {❷, ❺}, {❷, ❻}, {❷, ❼}, {❷, ❽}, {❷, ❾}, {❷, ⓿}, {❸, ❹}, {❸, ❺}, {❸, ❻}, {❸, ❼}, {❸, ❽}, {❸, ❾}, {❸, ⓿}, {❹, ❺}, {❹, ❻}, {❹, ❼}, {❹, ❽}, {❹, ❾}, {❹, ⓿}, {❺, ❻}, {❺, ❼}, {❺, ❽}, {❺, ❾}, {❺, ⓿}, {❻, ❼}, {❻, ❽}, {❻, ❾}, {❻, ⓿}, {❼, ❽}, {❼, ❾}, {❼, ⓿}, {❽, ❾}, {❽, ⓿}, {❾, ⓿}}

```
posibles = Length[Subsets[bolsa, {2}]] (* conteo de casos *)
```

45

- Conteo con combinaciones (no importa el orden de extracción), $C_{10,2} = \binom{10}{2} = 45$:

```
Binomial[10, 2]
```

45

Cálculo de casos favorables. Número de formas de extraer una bola roja de las nueve que hay en la bolsa junto con la única bola negra

- De forma gráfica:

```
r = Subsets[rojas, {1}]; n = Subsets[negras, {1}];
```

```
Map[Flatten, Tuples[{r, n}], 1]
```

{{❶, ⓿}, {❷, ⓿}, {❸, ⓿}, {❹, ⓿}, {❺, ⓿}, {❻, ⓿}, {❼, ⓿}, {❽, ⓿}, {❾, ⓿}}

```
favorables = Length[Map[Flatten, Tuples[{r, n}], 1]] (* conteo de casos *)
```

9

- Conteo con combinaciones (no importa el orden), $C_{9,1} \cdot C_{1,1} = \binom{9}{1} \cdot \binom{1}{1} = 9$:

```
Binomial[9, 1] * Binomial[1, 1]
```

9

La probabilidad pedida es: $\boxed{P(⓿) = \frac{1}{5} = 0.20}$

```
favorables / posibles
```

$\frac{1}{5}$

Ejercicio nº2

Enunciado

Un niño tiene cuatro coches de forma idéntica pero de diferentes colores, uno es negro, otro verde, otro azul y el cuarto rojo.

- a) Le gusta jugar haciendo que circulen los cuatro en una caravana de forma que el primero siempre es el verde, su favorito. ¿De cuántas maneras puede ordenar en caravana los cuatro coches?
- b) Los coches están guardados en una bolsa de tela. Antes de ponerse a jugar le gusta sacar dos de la bolsa sin mirar y observar si alguno es el verde. ¿Cuál es la probabilidad de que saque el verde?

Resolución

Definición de una variable con imágenes de los cuatro coches:

coches = {c1 = , c2 = , c3 = , c4 = };

- a) Le gusta jugar haciendo que circulen los cuatro en una caravana de forma que el primero siempre es el verde, su favorito. ¿De cuántas maneras puede ordenar en caravana los cuatro coches?
  - El coche verde siempre es el primero, por tanto, se trata de ordenar los otros tres
  - Definición de una variable sin el coche verde:

```
coches2 = Delete[coches, 2]
```

{, , }

```
num2 = Length[coches2];
```

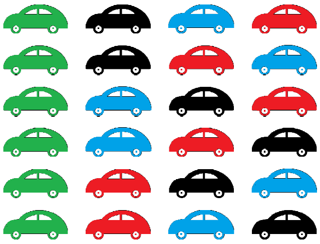
  - Conteo de las posibles caravanas con permutaciones, $P_3 = 3!$

```
n = Factorial[Length[coches2]]
```

6

- Representación gráfica de las posibles caravanas, $P_3 = 3!$

```
PadLeft[Permutations[coches2], {n, Length[coches]}, c2] // Grid
```

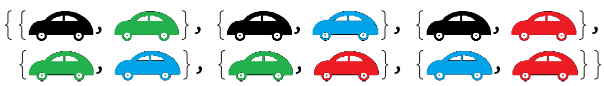


- b) Los coches están guardados en una bolsa de tela. Antes de ponerse a jugar le gusta sacar dos de la bolsa sin mirar y observar si alguno es el verde. ¿Cuál es la probabilidad de que saque el verde?
  - El experimento aleatorio consiste en la extracción de dos coches de la bolsa
  - Se considera el suceso $V =$ = *"uno de los coches extraídos es el verde"*
  - Como todos los resultados posibles son equiprobables, se utiliza la regla de Laplace:

$$P(\ ) = \frac{casos\ favorables}{casos\ posibles}$$

  - Cálculo de casos posibles. Número de formas de extraer dos coches de los cuatro que hay en la bolsa
    - De forma gráfica:

```
Subsets[coches, {2}] (* espacio muestral *)
```



```
pos2 = Length[Subsets[coches, {2}]] (* conteo de casos *)
```

6

    - Conteo con combinaciones (no importa el orden de extracción), $C_{4,2} = \binom{4}{2} = 6$:

```
Binomial[4, 2]
```

6

  - Cálculo de casos favorables. Número de formas de extraer el único coche verde junto con uno de otro color de los tres que hay en la bolsa
    - De forma gráfica:

```
verde = Subsets[{c2}, {1}];
noverde = Subsets[coches2, {1}];
Map[Flatten, Tuples[{verde, noverde}], 1]
```

```
fav2 = Length[Map[Flatten, Tuples[{verde, noverde}], 1]] (* conteo de casos *)
```

3

    - Conteo con combinaciones (no importa el orden), $C_{3,1} \cdot C_{1,1} = \binom{3}{1} \cdot \binom{1}{1} = 3$:

```
Binomial[3, 1] * Binomial[1, 1]
```

```
3
```

- La probabilidad pedida es: $\boxed{P\left(\right.}$  $\boxed{\left.\right) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.50}$

```
fav2 / pos2
```

$\frac{1}{2}$

Ejercicio nº3

Enunciado

- a) Obtenga todos los números capicúas comprendidos entre el cero y el 10000. ¿Cuántos son?
- b) ¿Cuántos números de cinco cifras se pueden formar con los dígitos "1","2","2","2","9"?

Resolución

- a) Obtenga todos los números capicúas comprendidos entre el cero y el 10000. ¿Cuántos son?

```
cap3 = Select[Tuples[Range[0, 9, 1], 4], # == Reverse[#] &]
```

```
{{0, 0, 0, 0}, {0, 1, 1, 0}, {0, 2, 2, 0}, {0, 3, 3, 0}, {0, 4, 4, 0}, {0, 5, 5, 0}, {0, 6, 6, 0}, {0, 7, 7, 0}, {0, 8, 8, 0},
 {0, 9, 9, 0}, {1, 0, 0, 1}, {1, 1, 1, 1}, {1, 2, 2, 1}, {1, 3, 3, 1}, {1, 4, 4, 1}, {1, 5, 5, 1}, {1, 6, 6, 1}, {1, 7, 7, 1},
 {1, 8, 8, 1}, {1, 9, 9, 1}, {2, 0, 0, 2}, {2, 1, 1, 2}, {2, 2, 2, 2}, {2, 3, 3, 2}, {2, 4, 4, 2}, {2, 5, 5, 2}, {2, 6, 6, 2},
 {2, 7, 7, 2}, {2, 8, 8, 2}, {2, 9, 9, 2}, {3, 0, 0, 3}, {3, 1, 1, 3}, {3, 2, 2, 3}, {3, 3, 3, 3}, {3, 4, 4, 3}, {3, 5, 5, 3},
 {3, 6, 6, 3}, {3, 7, 7, 3}, {3, 8, 8, 3}, {3, 9, 9, 3}, {4, 0, 0, 4}, {4, 1, 1, 4}, {4, 2, 2, 4}, {4, 3, 3, 4},
 {4, 4, 4, 4}, {4, 5, 5, 4}, {4, 6, 6, 4}, {4, 7, 7, 4}, {4, 8, 8, 4}, {4, 9, 9, 4}, {5, 0, 0, 5}, {5, 1, 1, 5},
 {5, 2, 2, 5}, {5, 3, 3, 5}, {5, 4, 4, 5}, {5, 5, 5, 5}, {5, 6, 6, 5}, {5, 7, 7, 5}, {5, 8, 8, 5}, {5, 9, 9, 5},
 {6, 0, 0, 6}, {6, 1, 1, 6}, {6, 2, 2, 6}, {6, 3, 3, 6}, {6, 4, 4, 6}, {6, 5, 5, 6}, {6, 6, 6, 6}, {6, 7, 7, 6},
 {6, 8, 8, 6}, {6, 9, 9, 6}, {7, 0, 0, 7}, {7, 1, 1, 7}, {7, 2, 2, 7}, {7, 3, 3, 7}, {7, 4, 4, 7}, {7, 5, 5, 7},
 {7, 6, 6, 7}, {7, 7, 7, 7}, {7, 8, 8, 7}, {7, 9, 9, 7}, {8, 0, 0, 8}, {8, 1, 1, 8}, {8, 2, 2, 8}, {8, 3, 3, 8},
 {8, 4, 4, 8}, {8, 5, 5, 8}, {8, 6, 6, 8}, {8, 7, 7, 8}, {8, 8, 8, 8}, {8, 9, 9, 8}, {9, 0, 0, 9}, {9, 1, 1, 9},
 {9, 2, 2, 9}, {9, 3, 3, 9}, {9, 4, 4, 9}, {9, 5, 5, 9}, {9, 6, 6, 9}, {9, 7, 7, 9}, {9, 8, 8, 9}, {9, 9, 9, 9}}
```

```
Length[cap3]
```

```
100
```

- Solución: $\boxed{\textit{cantidad de números capicúas} = 100}$

- b) ¿Cuántos números de cinco cifras se pueden formar con los dígitos "1","2","2","2","9"?
  - Conteo de casos obteniendo todos los posibles números

```
num3 = Permutations[{"1", "2", "2", "2", "9"}]
```

```
{{1, 2, 2, 2, 9}, {1, 2, 2, 9, 2}, {1, 2, 9, 2, 2}, {1, 9, 2, 2, 2}, {2, 1, 2, 2, 9},
 {2, 1, 2, 9, 2}, {2, 1, 9, 2, 2}, {2, 2, 1, 2, 9}, {2, 2, 1, 9, 2}, {2, 2, 2, 1, 9},
 {2, 2, 2, 9, 1}, {2, 2, 9, 1, 2}, {2, 2, 9, 2, 1}, {2, 9, 1, 2, 2}, {2, 9, 2, 1, 2},
 {2, 9, 2, 2, 1}, {9, 1, 2, 2, 2}, {9, 2, 1, 2, 2}, {9, 2, 2, 1, 2}, {9, 2, 2, 2, 1}}
```

```
Length[num3]
```

```
20
```

```
Grid[num3, Spacings → 0]
```

```
12229
12292
12922
19222
21229
21292
21922
22129
22192
22219
22291
22912
22921
29122
29212
29221
91222
92122
92212
92221
```

- Conteo de casos calculando permutaciones con repetición, $PR_5^{1,3,1} = \frac{5!}{1!\cdot 3!\cdot 1!}$:

```
5!/(1!*3!*1!)
```

```
20
```

- Solución: $\boxed{cantidad\ de\ números\ = 20}$

Ejercicio nº4

Enunciado

Sea el experimento aleatorio consistente en el lanzamiento de dos dados equilibrados.

- a) Obtenga el espacio muestral del experimento
- b) Calcule la probabilidad de que la suma de los dos dados sea mayor que ocho
- c) Halle la probabilidad de que la suma sea mayor que ocho ó un número impar

Resolución

El experimento aleatorio consta de dos partes. Cada una de ellas se corresponde con el lanzamiento de uno de los dos dados equilibrados.

- a) Obtenga el espacio muestral del experimento
  - Espacio muestral del lanzamiento de un dado: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

```
Ω1 = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
```

```
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
```

  - Espacio muestral del experimento. Se debe simular el lanzamiento de dos dados; por tanto:

```
partes = 2;
```

```
Ω = Tuples[Ω1, partes]
```

```
{{1, 1}, {1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {1, 5}, {1, 6}, {2, 1}, {2, 2}, {2, 3}, {2, 4}, {2, 5}, {2, 6},
 {3, 1}, {3, 2}, {3, 3}, {3, 4}, {3, 5}, {3, 6}, {4, 1}, {4, 2}, {4, 3}, {4, 4}, {4, 5}, {4, 6},
 {5, 1}, {5, 2}, {5, 3}, {5, 4}, {5, 5}, {5, 6}, {6, 1}, {6, 2}, {6, 3}, {6, 4}, {6, 5}, {6, 6}}
```

- Número de sucesos elementales del espacio muestral (casos posibles)
  - Conteo de los casos obtenidos:

```
pos4 = Length[Ω]
```

36

  - Por el principio de recuento:

```
Length[Ω1]^partes
```

36

- b) Calcule la probabilidad de que la suma de los dos dados sea mayor que ocho
  - Cálculo de las sumas de los dos dados

```
suma = Table[i + j, {i, 6}, {j, 6}]
```

```
{{2, 3, 4, 5, 6, 7}, {3, 4, 5, 6, 7, 8}, {4, 5, 6, 7, 8, 9}, {5, 6, 7, 8, 9, 10}, {6, 7, 8, 9, 10, 11}, {7, 8, 9, 10, 11, 12}}
```

  - Representación tabular de las sumas

```
sumagraf = Table[i + j - 1, {i, 6}, {j, 7}];
```

```
Ω2 = PadLeft[Ω1, Length[Ω1] + 1, " "]
```

```
{ , 1, 2, 3, 4, 5, 6}
```

```
graf = Join[{Ω2}, sumagraf]
```

```
{{ , 1, 2, 3, 4, 5, 6}, {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8},
 {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, {4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, {5, 6, 7, 8, 9, 10, 11}, {6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}}
```

```
Grid[graf, Frame → All, ItemStyle → {{Directive[Bold, Blue]}, {Directive[Bold, Blue]}}]
```

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

  - Cálculo de casos favorables. Aquellos en los que la suma es mayor que ocho

```
fav4b = Count[Flatten[suma], x_ /; x > 8]
```

10

  - Se considera el suceso $S =$ *“la suma de los dos dados es mayor que ocho”*
  - Como todos los resultados posibles del experimento son equiprobables, se utiliza la regla de Laplace:

$$P(S) = \frac{casos\ favorables}{casos\ posibles}$$

```
N[fav4b / pos4, 4]
```

```
0.2778
```

- La probabilidad pedida es: $\boxed{P(S) \;=\; \frac{10}{36} = 0.2778}$

- c) Halle la probabilidad de que la suma sea mayor que ocho ó un número impar
  - Cálculo de casos favorables. Aquellos en los que la suma es mayor que ocho ó un número impar

```
fav4c = Count[Flatten[suma], x_ /; Mod[x, 2] == 1 || x > 8]
```

```
22
```

  - Se considera el suceso $I =$“*la suma de los dos dados es impar*”
  - Aplicando la regla de Laplace:

```
N[fav4c / pos4, 4]
```

```
0.6111
```

  - La probabilidad pedida es: $\boxed{P(S) \;=\; \frac{22}{36} = 0.6111}$

Ejercicio nº5

Enunciado

Sea el experimento aleatorio consistente en el lanzamiento de cuatro monedas equilibradas.

- a) Obtenga el espacio muestral del experimento y represéntelo mediante un diagrama de árbol
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que salga una única cara? ¿Y de que salga, a lo sumo, una cara?
- c) Calcule la probabilidad de que salgan exactamente dos caras
- d) Simule la realización del experimento 1000 veces y calcule el porcentaje de las veces en las que se han obtenido exactamente dos caras. Repita la simulación para 10000 realizaciones del experimento. ¿Qué se observa?

Resolución

El experimento aleatorio consta de cuatro partes. Cada una de ellas se corresponde con el lanzamiento de una de las cuatro monedas equilibradas.

- a) Obtenga el espacio muestral del experimento y represéntelo mediante un diagrama de árbol
  - Espacio muestral del lanzamiento de una moneda: $\Omega = \{\, \mathrm{C}\,(\textit{sacar cara}),\ \ \mathrm{X}\,(\textit{sacar cruz})\,\}$

```
Ω1 = {"C", "X"};
```

  - Espacio muestral del experimento. Se debe simular el lanzamiento de cuatro monedas; por tanto:

```
partes = 4;
```

```
Ω = Tuples[Ω1, partes]
```

{{C, C, C, C}, {C, C, C, X}, {C, C, X, C}, {C, C, X, X}, {C, X, C, C}, {C, X, C, X}, {C, X, X, C}, {C, X, X, X}, {X, C, C, C}, {X, C, C, X}, {X, C, X, C}, {X, C, X, X}, {X, X, C, C}, {X, X, C, X}, {X, X, X, C}, {X, X, X, X}}

- Número de sucesos elementales del espacio muestral (casos posibles)
  - Conteo de los casos obtenidos:

```
pos5 = Length[Ω]
```

16

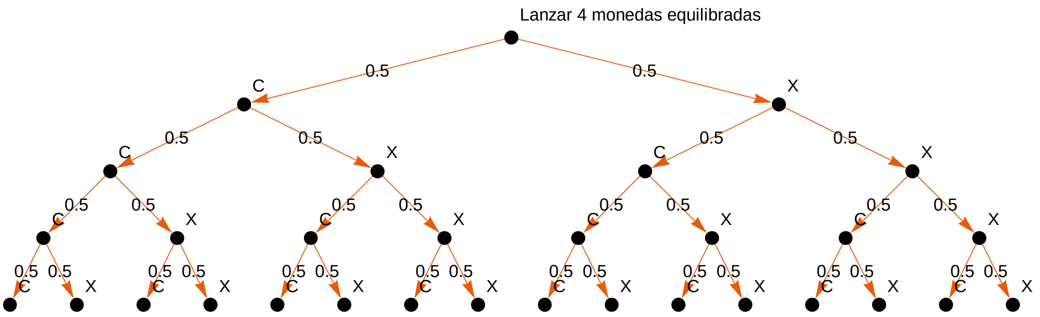
  - Por el principio de recuento:

```
Length[Ω1]^partes
```

16

- Diagrama de árbol

```
tree = KaryTree[2^(partes + 1) - 1, DirectedEdges → True];
labels = {"Lanzar 4 monedas equilibradas", Flatten[Table[Ω1, {i, 2^(partes) - 1}]]};
labelvertices = Thread[Range[2^5 - 1] → Flatten[labels]];
labelarcos = Thread[EdgeList[tree] → 0.5];
SetProperty[tree,
 {VertexLabels → labelvertices, EdgeLabels → labelarcos, PlotTheme → "Scientific"}]
```



- b) ¿Cuál es la probabilidad de que salga una única cara? ¿Y de que salga, a lo sumo, una cara?
  - Se ordenan las ocurrencias de cada suceso elemental para realizar el conteo posterior de casos favorables por comparación con un patrón; por defecto, la ordenación es alfabética

```
casosordenados = Table[Sort[Ω[[i]]], {i, Length[Ω]}]
```

{{C, C, C, C}, {C, C, C, X}, {C, C, C, X}, {C, C, X, X}, {C, C, C, X}, {C, C, X, X}, {C, C, X, X}, {C, X, X, X}, {C, C, C, X}, {C, C, X, X}, {C, C, X, X}, {C, X, X, X}, {C, C, X, X}, {C, X, X, X}, {C, X, X, X}, {X, X, X, X}}

  - Se considera el suceso *C1 =“sale una única cara”*
    - Cálculo de casos favorables. Conteo de los casos en que aparece una única cara por comparación con el patrón ordenado que presenta una cara y tres cruces

```
favC1 = Count[casosordenados, {"C", "X", "X", "X"}]
```

4

    - Aplicando la regla de Laplace:

```
N[favC1 / pos5, 4]
```

0.2500

- La probabilidad pedida es: $\boxed{P(C1) \; = \; \frac{4}{16} = 0.25}$

- Se considera, ahora, el suceso *C1max =“sale, a lo sumo, una cara”*
  - Cálculo de casos favorables. Conteo de los casos en que aparece una cara o ninguna

```
favC1max = favC1 + Count[casosordenados, {"X", "X", "X", "X"}]
```

5

  - Aplicando la regla de Laplace:

```
N[favC1max / pos5, 4]
```

0.3125

  - La probabilidad pedida es: $\boxed{P(C1max) \; = \; \frac{5}{16} = 0.3125}$

```
5. / 16
```

0.3125

- c) Calcule la probabilidad de que salgan exactamente dos caras
  - Se considera el suceso *C2 =“salen, exactamente, dos caras”*
    - Cálculo de casos favorables. Conteo de los casos en que aparecen dos caras por comparación con el patrón ordenado que presenta dos caras y dos cruces

```
favC2 = Count[casosordenados, {"C", "C", "X", "X"}]
```

6

    - Aplicando la regla de Laplace:

```
N[favC2 / pos5, 4]
```

0.3750

    - La probabilidad pedida es: $\boxed{P(C2) \; = \; \frac{6}{16} = 0.375}$

- d) Simule la realización del experimento 1000 veces y calcule el porcentaje de las veces en las que se han obtenido exactamente dos caras. Repita la simulación para 10000 realizaciones del experimento. ¿Qué se observa?
  - La simulación del experimento se realiza con la función **RandomChoice**
  - Simulación 1000 veces

```
SeedRandom[3];
resultado = RandomChoice[{"C", "X"}, {1000, 4}];
casosordenados = Table[Sort[resultado[[i]]], {i, 1000}];
```

```
fav5d = Count[casosordenados, {"C", "C", "X", "X"}]
```

374

  - Porcentaje pedido: $\boxed{37.40\,\%}$

```
N[(fav5d / Length[resultado]) * 100 , 4]
```

37.40

- Simulación 10000 veces

```
SeedRandom[3];
resultado = RandomChoice[{"C", "X"}, {10000, 4}];
casosordenados = Table[Sort[resultado[[i]]], {i, 10000}];
fav5d = Count[casosordenados, {"C", "C", "X", "X"}]
```

```
3724
```

- Porcentaje pedido: $\boxed{37.24\,\%}$

```
N[(fav5d / Length[resultado]) * 100 , 4]
```

```
37.24
```

- La proporción de realizaciones del experimento en que salen dos caras se aproxima a la proporción teórica calculada
- Si se simula 100000 veces el experimento

```
SeedRandom[3];
resultado = RandomChoice[{"C", "X"}, {100000, 4}];
casosordenados = Table[Sort[resultado[[i]]], {i, 100000}];
fav5d = Count[casosordenados, {"C", "C", "X", "X"}]
```

```
37528
```

- El porcentaje prácticamente coincide con el teórico: $\boxed{37.53\,\%}$

```
N[(fav5d / Length[resultado]) * 100 , 4]
```

```
37.53
```

Ejercicio nº6

Enunciado

Para la matriculación de vehículos en el Gran Ducado de Luxemburgo se utiliza un sistema de registro formado por una combinación de seis caracteres alfanuméricos, dos letras seguidas de cuatro cifras (XX-1234). No se utilizan las agrupaciones de letras AA, CD, HJ, KK, KZ, PD, SA, SS, WC y ZZ, así como las letras I y O. ¿Cuántos vehículos pueden ser matriculados en Luxemburgo utilizando este sistema?

Resolución

El experimento aleatorio consta de dos partes, la primera consiste en agrupar ordenadamente dos letras y la segunda en agrupar ordenadamente cuatro dígitos

- Primera parte del experimento
  - Se define el alfabeto que se utiliza:

```
alfabeto = Alphabet["English", "IndexCharacters"]
```

```
{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z}
```

  - Se eliminan de ese alfabeto las letras I y O:

```
alfabetoLUX = Complement[alfabeto, {"I", "O"}]
```

```
{A, B, C, D, E, F, G, H, J, K, L, M, N, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z}
```

```
Length[alfabetoLUX]
```

```
24
```

- Todas las posibles ordenaciones de dos letras con el alfabeto usado (sin las letras I y O):

```
duplasletras = Tuples[alfabetoLUX, {2}];
```

- Ordenaciones de dos letras no utilizadas:

```
nousadas = {"AA", "CD", "HJ", "KK", "KZ", "PD", "SA", "SS", "WC" , "ZZ"};
```

- Ordenaciones de dos letras utilizadas en Luxemburgo:

```
letras = Complement[Map[StringJoin, duplasletras], nousadas]
```

```
{AB, AC, AD, AE, AF, AG, AH, AJ, AK, AL, AM, AN, AP, AQ, AR, AS, AT, AU, AV, AW, AX, AY, AZ, BA, BB, BC, BD, BE, BF, BG, BH, BJ, BK, BL,
 BM, BN, BP, BQ, BR, BS, BT, BU, BV, BW, BX, BY, BZ, CA, CB, CC, CE, CF, CG, CH, CJ, CK, CL, CM, CN, CP, CQ, CR, CS, CT, CU, CV,
 CW, CX, CY, CZ, DA, DB, DC, DD, DE, DF, DG, DH, DJ, DK, DL, DM, DN, DP, DQ, DR, DS, DT, DU, DV, DW, DX, DY, DZ, EA, EB, EC, ED,
 EE, EF, EG, EH, EJ, EK, EL, EM, EN, EP, EQ, ER, ES, ET, EU, EV, EW, EX, EY, EZ, FA, FB, FC, FD, FE, FF, FG, FH, FJ, FK, FL, FM,
 FN, FP, FQ, FR, FS, FT, FU, FV, FW, FX, FY, FZ, GA, GB, GC, GD, GE, GF, GG, GH, GJ, GK, GL, GM, GN, GP, GQ, GR, GS, GT, GU, GV,
 GW, GX, GY, GZ, HA, HB, HC, HD, HE, HF, HG, HH, HK, HL, HM, HN, HP, HQ, HR, HS, HT, HU, HV, HW, HX, HY, HZ, JA, JB, JC, JD, JE,
 JF, JG, JH, JJ, JK, JL, JM, JN, JP, JQ, JR, JS, JT, JU, JV, JW, JX, JY, JZ, KA, KB, KC, KD, KE, KF, KG, KH, KJ, KL, KM, KN,
 KP, KQ, KR, KS, KT, KU, KV, KW, KX, KY, LA, LB, LC, LD, LE, LF, LG, LH, LJ, LK, LL, LM, LN, LP, LQ, LR, LS, LT, LU, LV, LW,
 LX, LY, LZ, MA, MB, MC, MD, ME, MF, MG, MH, MJ, MK, ML, MM, MN, MP, MQ, MR, MS, MT, MU, MV, MW, MX, MY, MZ, NA, NB, NC, ND,
 NE, NF, NG, NH, NJ, NK, NL, NM, NN, NP, NQ, NR, NS, NT, NU, NV, NW, NX, NY, NZ, PA, PB, PC, PE, PF, PG, PH, PJ, PK, PL, PM,
 PN, PP, PQ, PR, PS, PT, PU, PV, PW, PX, PY, PZ, QA, QB, QC, QD, QE, QF, QG, QH, QJ, QK, QL, QM, QN, QP, QQ, QR, QS, QT, QU,
 QV, QW, QX, QY, QZ, RA, RB, RC, RD, RE, RF, RG, RH, RJ, RK, RL, RM, RN, RP, RQ, RR, RS, RT, RU, RV, RW, RX, RY, RZ, SB, SC,
 SD, SE, SF, SG, SH, SJ, SK, SL, SM, SN, SP, SQ, SR, ST, SU, SV, SW, SX, SY, SZ, TA, TB, TC, TD, TE, TF, TG, TH, TJ, TK, TL,
 TM, TN, TP, TQ, TR, TS, TT, TU, TV, TW, TX, TY, TZ, UA, UB, UC, UD, UE, UF, UG, UH, UJ, UK, UL, UM, UN, UP, UQ, UR, US, UT,
 UU, UV, UW, UX, UY, UZ, VA, VB, VC, VD, VE, VF, VG, VH, VJ, VK, VL, VM, VN, VP, VQ, VR, VS, VT, VU, VV, VW, VX, VY, VZ, WA,
 WB, WD, WE, WF, WG, WH, WJ, WK, WL, WM, WN, WP, WQ, WR, WS, WT, WU, WV, WW, WX, WY, WZ, XA, XB, XC, XD, XE, XF, XG, XH, XJ,
 XK, XL, XM, XN, XP, XQ, XR, XS, XT, XU, XV, XW, XX, XY, XZ, YA, YB, YC, YD, YE, YF, YG, YH, YJ, YK, YL, YM, YN, YP, YQ, YR,
 YS, YT, YU, YV, YW, YX, YY, YZ, ZA, ZB, ZC, ZD, ZE, ZF, ZG, ZH, ZJ, ZK, ZL, ZM, ZN, ZP, ZQ, ZR, ZS, ZT, ZU, ZV, ZW, ZX, ZY}
```

- Número de agrupaciones ordenadas de dos letras utilizadas en Luxemburgo:

```
num1 = Length[letras]
```

```
566
```

- Segunda parte del experimento
  - Conteo de casos: se consideran agrupaciones de tres de los nueve dígitos posibles, importa el orden en que se disponen y pueden repetirse
  - Se trata de variaciones con repetición: $VR_{10,4} = 10^4$:

```
num2 = 10^4;
```

- Aplicando el principio de recuento, la solución pedida es: $\boxed{5\,660\,000 \text{ posibles matriculaciones}}$

```
num1 * num2
```

```
5 660 000
```