

eman ta zabal zazu



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

## Guía docente del curso

# OCW 2019: *Curso práctico para el análisis e inferencia estadística con Mathematica*

---

### **Equipo docente del curso**

*Arrospide Zabala, Eneko*  
*Martín Yagüe, Luis*  
*Unzueta Inchaurre, Aitziber*  
*Soto Merino, Juan Carlos*  
*Durana Apaolaza, Gaizka*  
*Bikandi Irazabal, Iñaki*

Departamento de Matemática Aplicada  
Escuela de Ingeniería de Bilbao, Edificio II-I

OCW  
Open CourseWare



## INTRODUCCIÓN

En una sociedad en la que el conocimiento es cada vez más necesario y se dispone de una gran cantidad de información se hace preciso disponer de instrumentos que liberen a la persona de los procesos de cálculo (sin perderlos de vista) para concentrarse en su adecuada interpretación. Sin embargo, el paso previo implica comprender y dominar una buena herramienta de cálculo. Por otra parte, conocer y dominar una aplicación ampliamente utilizada en el mundo proporciona valor añadido a la formación personal.

Entre las competencias de un/una ingeniero/a está disponer de herramientas para poder deducir conclusiones válidas a partir de información cuantitativa. La estadística proporciona técnicas para analizar e inferir resultados para un colectivo con fiabilidad. Los pilares de la estadística son la probabilidad, la variable aleatoria y la inferencia inductiva (suponiendo que estamos en el caso unidimensional). Este curso hace uso de la aplicación CAS *Mathematica* (desarrollada por *Wolfram Research, Inc.*) ampliamente empleada tanto en docencia como en investigación. El uso de *Mathematica* debe entenderse como una herramienta de apoyo en la resolución de ejercicios de los diferentes temas que componen el programa de este curso. En consecuencia, se podrá enfocar más en la discusión de los resultados alcanzados y en su coherencia que sobre los cálculos en sí mismos.

Generalmente, el análisis y la descripción de las series estadísticas suponen una gran cantidad de cálculos numéricos para la obtención de los estadísticos muestrales y la representación de las gráficas que resumen el conjunto de datos. Se trata de operaciones, muchas veces repetitivas, que suelen ser fuente de errores. Por eso, actualmente, en lugar de realizar dichos cálculos manualmente es lógico utilizar aplicaciones informáticas que faciliten dicho proceso. Existen diversos programas informáticos que permiten realizarlos de una forma veloz y sin más posibilidad de error que la incorrecta introducción de los datos.

El objetivo fundamental de este curso es disponer de herramientas para el análisis de la información de una serie estadística asociada a una población dada y deducir los correspondientes resultados usando técnicas de estadística inductiva, utilizando las funciones que dispone *Mathematica*. Se hará desde un enfoque totalmente práctico: se usará *Mathematica* como herramienta de apoyo mediante la resolución de ejercicios de los diferentes temas que componen el programa del curso. Así, el discurso se enfocará más en la discusión de los resultados alcanzados y en su coherencia que sobre los cálculos o los conceptos estadísticos, en sí mismos.

El estudio se basa en el autoaprendizaje de la persona. Tal modelo se apoya en el concepto de itinerario/autoevaluación. Es decir, se proponen posibles guías de trabajo que permiten cubrir los contenidos previstos para una determinada fase de tiempo. Al final de cada bloque el alumnado podrá realizar un test de respuestas múltiples en el que se propondrán cuestiones con resoluciones breves, donde cada persona podrá darse cuenta del nivel adquirido. A continuación, dispondrá de ejercicios resueltos por el profesorado de este curso, que tendrán una mayor complejidad que los test y que servirán para una mejor comprensión del temario. Por último, existen ejercicios de autoevaluación que deberán ser resueltos con el material de estudio proporcionado en el curso y que una vez finalizados podrán compararse con la resolución planteada por el profesorado. Esto permitirá al alumnado comprobar si ha adquirido los objetivos de aprendizaje fijados en el plan docente del curso.

Además, en el programa OCW hay pocos cursos publicados sobre esta área de conocimiento.

## PERSONAS DESTINATARIAS Y PRERREQUISITOS

El curso está destinado a quienes desean utilizar una herramienta matemática para agilizar los cálculos estadísticos. Se desea acelerar el proceso de adquisición de contenidos al tiempo que se relacionan los resultados obtenidos con los resultados teóricos esperados de una manera más eficaz. En consecuencia, es necesario que la persona que acceda a este curso disponga de los correspondientes conocimientos teóricos de Estadística Descriptiva e Inferencial para comprender los resultados que se produzcan y estar así en condiciones óptimas de trabajar con la información pertinente. Además, será necesario tener conocimientos del programa *Mathematica*. En este sentido, se encuentra publicado el curso OCW de título "[Utilizando Mathematica como apoyo al cálculo algebraico en los grados de Ingeniería](#)" que dispone en su material de estudio de un primer tema de introducción al programa *Mathematica*.

## COMPETENCIAS QUE SE ABORDAN

El enfoque del Espacio Europeo de Enseñanza Superior basado en competencias se ha venido asentando con el paso del tiempo en cuatro pilares fundamentales: aprender a conocer (saber), aprender a hacer (saber explicar), aprender a vivir juntos (saber mostrar) y aprender a ser (actuar). Ello se refleja en la importancia que se deberá dar al adecuado desarrollo de las competencias transversales del alumnado en relación con las exigencias del empresariado. La guía docente de este curso se basa en resultados de aprendizaje, de modo que las actividades que se proponen están diseñadas y planificadas para que vayan introduciendo y guiando al alumnado de una manera gradual en las dificultades de cada una de las unidades temáticas y de las técnicas de trabajo. Al mismo tiempo, el pensamiento que está detrás de dicho diseño es servir de acicate para que el/la estudiante se mantenga en un alto nivel y pueda alcanzar los resultados de aprendizaje previstos. Por otra parte, las ventajas del autoaprendizaje son bien conocidas en el desarrollo de competencias. El uso de herramientas matemáticas también ayuda al alumnado a concentrarse en la interpretación de los resultados obtenidos y a centrarse en la comprensión de las metodologías implicadas.

Las competencias que se desean trabajar en la persona que aborde este curso son:

- C1** Disponer de una herramienta de consulta de las funciones que el programa *Mathematica* tiene implementadas para la resolución de los cálculos estadísticos más habituales.
- C2** Usar el programa *Mathematica* para calcular probabilidades en función de los sucesos descritos de determinado fenómeno aleatorio.
- C3** Analizar las características básicas de las variables aleatorias discretas y/o continuas usando la aplicación *Mathematica*.
- C4** Obtener información de una serie estadística dada usando la estimación de parámetros/contraste de hipótesis.
- C5** Fomentar en las personas participantes del curso el conocimiento de una herramienta informática que facilite el manejo de grandes series estadísticas.
- C6** Capacidad de un razonamiento crítico para implementar labores de análisis y síntesis en procesos estadísticos usando la argumentación lógica en la toma de decisiones

**C7** Potenciar el aprendizaje autónomo de la persona para adaptarse a entornos paulatinamente cambiantes

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Para alcanzar dichas competencias se usarán los recursos propuestos para potenciar los siguientes resultados concretos de aprendizaje:

- (C1|a1)** Introducir los datos de la serie estadística desde diversas fuentes.
- (C1|a2)** Conocer las funciones estadísticas de la aplicación informática que permiten obtener los diversos estadísticos de centralización, dispersión y/o forma.
- (C1|a3)** Representar los datos de la serie estadística en una tabla de frecuencias.
- (C1|a4)** Conocer las funciones para realizar representaciones gráficas de la serie estadística en función de las necesidades específicas de los datos disponibles y de las soluciones obtenidas.
- (C2|b1)** Usar la aplicación *Mathematica* para calcular los posibles casos del espacio muestral de un experimento aleatorio dado usando la combinatoria.
- (C2|b2)** Usar *Mathematica* para comprender las leyes de la probabilidad.
- (C3|c1)** Describir las variables aleatorias discretas y continuas disponibles en *Mathematica*.
- (C3|c2)** Usar *Mathematica* para analizar las características fundamentales de dichas variables aleatorias.
- (C4|d1)** Conocer las funciones de *Mathematica* para realizar estimación de parámetros, bien puntual bien confidencial/intervalar.
- (C4|d2)** Conocer las funciones de *Mathematica* para efectuar un contraste de hipótesis.
- (C5|e1)** Proponer entornos de aplicación de la estadística manejando gran cantidad de información.
- (C5|e2)** Usar las fuentes de información de la aplicación informática para buscar las funciones más apropiadas en función de la información disponible.
- (C6|f1)** Comparar los resultados obtenidos con los datos de partida para discriminar su consistencia dando, si es preciso, el error que se comete así como la correspondiente fiabilidad.
- (C7|g1)** Analizar el conocimiento que ha alcanzado cada persona del curso en función de las estimaciones previstas en cada una de las unidades.

## DOCENTES AUTORES/AS DE LA MATERIA

El equipo docente que ha diseñado y elaborado este curso se presenta en la siguiente relación:

Apellidos y nombre	Categoría
Arrospide Zabala, Eneko <sup>(1)</sup>	Profesorado Laboral Interino de Universidad
Martín Yagüe, Luis <sup>(1)</sup>	Profesorado Titular de Escuela Universitaria (Doctor)
Unzueta Inchaurre, Aitziber <sup>(1)</sup>	Profesorado Adjunto (Ayudante Doctor)
Soto Merino, Juan Carlos <sup>(1)</sup>	Profesorado Titular de Universidad
Durana Apaolaza, Gaizka <sup>(2)</sup>	Profesorado Agregado (Contratado Doctor)
Bikandi Irazabal, Iñaki <sup>(2)</sup>	Profesorado Agregado (Contratado Doctor)

<sup>(1)</sup> Departamento de Matemática Aplicada, Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea (UPV/EHU), Escuela de Ingeniería de Bilbao, Edificio II-I.

<sup>(2)</sup> Departamento de Ingeniería de Comunicaciones, Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea (UPV/EHU), Escuela de Ingeniería de Bilbao, Edificio F.

## DESCRIPCIÓN DEL CURSO

El curso se define en bloques relacionados con los tres pilares mencionados: estadística descriptiva, variable aleatoria e inferencia estadística. Está pensado para ser realizado en doce semanas. Los tres primeros temas implican una semana de trabajo con la estructura: en una primera fase, se estudian los contenidos correspondientes, y en la segunda se trabajan dichos contenidos de manera específica con ejercicios resueltos en *Mathematica* y realizando las pruebas previstas para contrastar el nivel alcanzado. El resto de los temas, en general, conllevan dos semanas con la mencionada distribución de fases. En tales condiciones, las sesiones semanales prevén una duración de seis horas por semana (de las cuales una corresponderá a la autoevaluación). Tanto la parte teórica como la parte práctica van de lo sencillo a lo complejo de una manera gradual. Además, se proponen ejercicios prácticos de diversos campos para que cada persona pueda aplicar los contenidos de cada tema. Así se mostrará en el cronograma del curso que se acompaña posteriormente. La estructura de los temas y la disposición del curso en la plataforma OCW son, en sí mismos, una ayuda para que cada persona organice su tiempo de estudio según sus necesidades concretas del momento. Evidentemente, cada persona puede disponer de su tiempo como mejor estime conveniente para llegar a alcanzar los resultados de aprendizaje previstos y seguir el itinerario que considere oportuno.

## PROGRAMA Y CONTENIDOS

Las unidades temáticas que se abordan en este curso son

### TEMA 1: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA: VARIABLES Y SERIES ESTADÍSTICAS

Definiciones básicas de la Estadística  
Partes de la Estadística  
La información estadística: atributo y variable  
Clasificación de la información

### TEMA 2: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA: CÁLCULO DE ESTADÍSTICOS

Frecuencia absoluta, frecuencia relativa y frecuencia acumulada  
Tipos de estadísticos: características que los definen  
Estadísticos de tendencia central  
Estadísticos de dispersión  
Estadísticos de posición  
Estadísticos de forma  
Momentos  
Tipificación

### TEMA 3: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA: TABLAS Y REPRESENTACIONES GRÁFICAS

La tabla de distribución de frecuencias de datos no agrupados  
La tabla de distribución de frecuencias de datos agrupados en intervalos de clase  
Tipos de representaciones gráficas en función del tipo de información estadística  
Diagrama de caja

### TEMA 4: PROBABILIDAD Y COMBINATORIA

Fenómeno aleatorio: experimento, suceso y resultado El espacio muestral. El álgebra de sucesos.  
Análisis combinatorio: variaciones, combinaciones, permutaciones.  
Modelos de probabilidad.  
Las leyes de la probabilidad: sucesos independientes, sucesos incompatibles (mutuamente excluyentes).  
Probabilidad condicional, probabilidad "a priori", probabilidad "a posteriori", probabilidad marginal.

### TEMA 5: VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

Concepto de variable aleatoria. Clasificación de las variables aleatorias.  
Variable aleatoria discreta.  
Magnitudes características de una variable aleatoria discreta.  
Función de probabilidad.  
Función de distribución.  
Distribución uniforme discreta.  
Distribución binomial o dicotómica.  
Distribución binomial negativa  
Distribución de Pascal o geométrica.  
Distribución hipergeométrica.  
Distribución de Poisson.

### TEMA 6: VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

La variable aleatoria continua.  
Magnitudes características de una variable aleatoria continua.  
La función de densidad de probabilidad. La función de probabilidad.  
La distribución uniforme continua.

La distribución exponencial.  
La distribución normal.  
Distribución t de Student.  
Distribución chi cuadrado de Fisher.  
Distribución F de Fisher-Snedecor.

## TEMA 7: INTERVALOS DE CONFIANZA

Definiciones básicas de la estimación de parámetros.  
Estimación de un intervalo para la media.  
Estimación de un intervalo para la diferencia de medias.  
Estimación de un intervalo para la varianza poblacional.  
Estimación de un intervalo para el cociente de varianzas.  
Estimación de un intervalo para la proporción.  
Estimación de un intervalo para la diferencia de proporciones.

## TEMA 8: CONTRASTE DE HIPÓTESIS

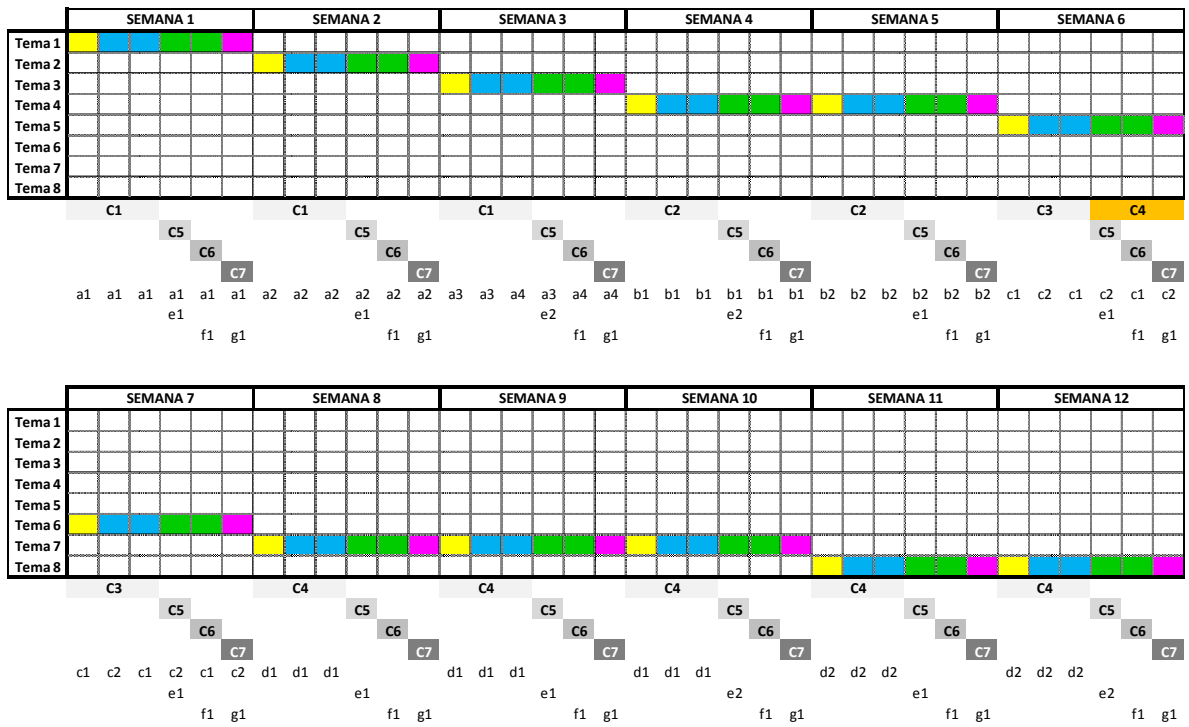
Definiciones básicas del contraste de hipótesis.  
Contraste para la media.  
Contraste para la diferencia de medias.  
Contraste para la varianza poblacional.  
Contraste para el cociente de varianzas.  
Contraste para la proporción.  
Contraste para la diferencia de proporciones.

## METODOLOGÍA PARA EL ESTUDIO

El curso está pensado para personas que tienen conocimientos de Estadística y que necesitan de una herramienta para mejorar sus habilidades de razonamiento cuantitativo y cualitativo con un enfoque práctico. En la documentación del curso se han utilizado las versiones 11.2 y 11.3 del programa *Mathematica*. Además, todos los materiales generados se han obtenido como documentos e imágenes procedentes del trabajo del profesorado del curso con dicho programa. En consecuencia, la persona que acceda a este curso deberá disponer de dicha herramienta.

La manera ideal de trabajar sería progresar desde el comienzo al final, si bien cada tema se puede abordar de una manera aleatoria según desee cada persona, dado que debe contarse con conocimientos estadísticos. Ahora bien, se hace necesario trabajar como bloque los temas 1-2-3 y los temas 7-8, por otra parte. De cualquiera de las maneras es obligatorio seguir un orden: contenidos teóricos, ejercicios resueltos, ejercicios propuestos y autoevaluación. Se proporcionan las respuestas de los ejercicios para contrastar el nivel alcanzado en cada sesión de trabajo. Con todo, se puede comenzar por el bloque 1 o por el tema 4, indistintamente. Después es preciso seguir con los temas 5-6 (en el orden que se prefiera), para finalizar con el bloque de inferencia estadística.

El siguiente cronograma (la unidad de trabajo es la hora, y el color indica la actividad prevista: amarillo, contenidos teóricos; azul, ejercicios resueltos; verde, ejercicios previstos; rosa, autoevaluación) resume la filosofía mencionada:



Además, se muestran las competencias que se trabajan y los resultados de aprendizaje previstos según la metodología propuesta.