Azterketaren ebazpenean zehar garatu beharreko atal zein pausu desberdinei dagozkien puntuazioak adierazten dira. Puntuazio hauek ariketen enuntziatuetan emandako portzentaiak errespetatzen dituzte, orotara lortu daitekeen gehienezko puntuazioa 100 puntu izanik. Ebaluazio positibo bat eskuratzeko 50 puntuko kalifikazio minimo bat eskuratu beharko da.

Gorka Alberro Eguilegor
Joseba Aranburu Aierbe
Ganix Esnaola Aldanondo
Maddi Garmendia Antín
Estibalitz Goikoetxea Miranda

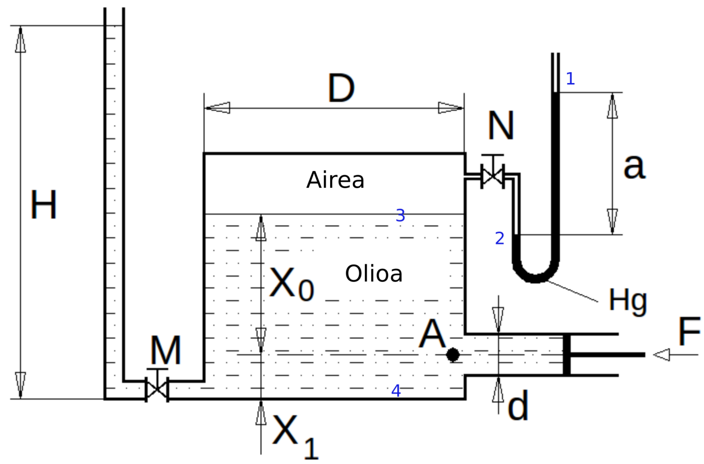
1. **(%15)** Irudian D diametroko depositu zilindrikoa ageri da, olioz eta airez betea. Ezkerraldetik hodi kapilare piezometriko bati loturik dago, eta eskuinaldetik U erako manometro batera. Behekaldean d diametroko zilindro bati konektaturik dago, muturrean pistoi mugikorra duena. Hasieran M eta N balbulak zabalik daude. Irudian adierazitako egoeran ondorengoa eskatzen da:

   a) Depositukoko airearen presio absolutua **Pa** eta **bar**-etan.

   b) Olioaren presioa A puntuan ($\boldsymbol{kg/cm^2}$).

   c) Pistoian egin beharreko **F** indarra (**N**).

   d) Hodi piezometrikoko **H** olio zutabea, hodiaren diametroa 1 mm bada eta olioak solidoa erabat bustitzen badu.



Datuak: $\gamma_{olio} = 7750\,N/m^3$; $s_{Hg} = 13,6$; $P_{atm} = 10^5\,Pa$; $d = 0,12\,m$; $X_0 = 1\,m$; $X_1 = 1\,m$; $a = 0,6\,m$; $\sigma_{olio} = 3,8.10^{-2}\,N/m$.

Soluzioaren hasiera

a) **Puntuazioa: 3,5 puntu**

$$\left.\begin{array}{l} P_2 = P_1 + \gamma_{Hg}\,a \\ P_3 \simeq P_2\;(airea) \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} {P_3}^{abs} = P_1 + \gamma_{Hg}\,a = P_1 + s_{Hg}\,\rho_0\,g\,a \\ {P_3}^{abs} = 10^5 + 13,6\times 1000\times 9,8\times 0,6 \end{array}\right\} \Longrightarrow {P_3}^{abs} = 179968\,Pa \simeq 1,8\,bar$$

b) **Puntuazioa: 3,5 puntu**

$$P_A = P_3 + \gamma_{olio}\,a = \gamma_{Hg}\,a + \gamma_{olio}\,X_0 = 13,6\times 9800\times 0,6 + 7750\times 1 = 87718\,Pa = 0,895\,kg/cm^2$$

c) **Puntuazioa: 3,5 puntu**

$$F = P_A\cdot\frac{\pi\,d^2}{4} = 87718\times\frac{\pi\times 0,12^2}{4} = 992,07\,N$$

d) **Puntuazioa: 4,5 puntu**

H altuera altuera hidrostatikoaren (H^{hidr}) eta kapilaratitatez agertutako igoeraren (h) batuketa izango da, likidoak solidoa bustitzen duenez.

$$P_4 = P_3 + \gamma_{olio}\,(X_0 + X_1) = 79968 + 7750\times(1 + 0,2) = 89268\,Pa$$

Dagokion altuera hidrostatikoa (H^{hidr}):

$$P_5 = 0 = P_4 - \gamma_{olio}\,H^{hidr} \Longrightarrow H^{hidr} = \frac{P_4}{\gamma_{olio}} \Longrightarrow H^{hidr} = 11,518\,m$$

Igoera kapilarra kalkulatzeko, goruntz desplazatutako bolumenaren pisua eta gainazal tentsioari lotutako indarra berdina direla baliatuko dugu, solido eta likidoaren ukitze angelua θ izanik:

$$\left.\begin{array}{l} \sigma_{olio}\, L\, \cos\theta - W = 0 \\ L = \pi\, D_{cap} \\ W = \gamma_{olio}\, V_{olio} = \gamma_{olio}\, (h\, \frac{\pi\, {D_{cap}}^2}{4}) \end{array}\right\} \Longrightarrow\ h = \frac{4\, \sigma_{olio}\, \cos\theta}{\gamma_{olio}\, D_{cap}}$$

Likidoak solidoa **guztiz bustitzen** dueneko hurbilketan ukipen angelu nulua ($\theta \simeq 0$) izango da:

$$h = \frac{4\, \sigma_{olio}\, \cos\theta}{\gamma_{olio}\, D_{cap}} = \frac{4 \times 3,8.10^{-2} \times 1}{7750 \times 10^{-3}} = 0,0196\, m$$

Beraz:

$$H = H^{hidr} + h = (11,518) + (0,0196) = 11,538\, m$$

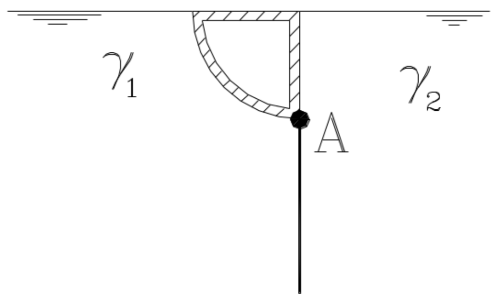
Soluzioaren amaiera

2. **(%15)** Irudiko konportaren sekzioa zilindro laurdena da, erradioa R du eta A puntuan giltzatua dago. Bere pisua alde batera utz daiteke. Konportak bi likido bereizten ditu ($\boldsymbol{\gamma_1}$ eta $\boldsymbol{\gamma_2}$). Konporta irudiko posizioan orekan badago:

   a) Kalkulatu bi likidoen pisu espezifikoen arteko erlazioa.

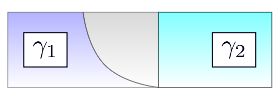
Oharra: marraztu indar indar hidrostatikoei lotutako presio-prisma akotatuak.

Datua: zirkulu-laurdenaren zentroidearen koordenatuak: $X_G = Y_G = \frac{4R}{3\pi}$



Soluzioaren hasiera

Eskema bi fluidoekin:

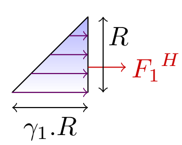


1 pausua, puntuazioa: 6 puntu

Prisma eta indar horizontalak (b balioko zabalera bat kontsideratuaz):

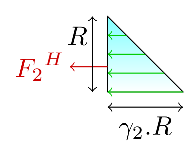
Ezkerreko fluidoa, indar horizontala (${F_1}^H$)

$$\boxed{{F_1}^H = \tfrac{1}{2}.(R).(\gamma_1.R).b \;\; (\rightarrow)}$$



Eskuineko fluidoa, indar horizontala (${F_2}^H$)

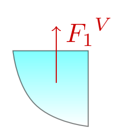
$$\boxed{{F_2}^H = \tfrac{1}{2}.(R).(\gamma_2.R).b \;\; (\leftarrow)}$$



2 pausua, puntuazioa: 3 puntu

Prisma eta indar bertikalak (osagarri bertikala solik ezkerreko aldean dago):

$$\boxed{{F_1}^V = (\gamma_1).(\tfrac{\pi.R^2}{4}).b \;\; (\uparrow)}$$



3 pausua, puntuazioa: 6 puntu

Konporta orekan dagoenez, A giltzaduran momentuan baturak nulua behar du izan $\sum_i M_i = 0$ eta baldintza honek enuntziatuak eskatutako pisu espezifikoen arteko harremana aurkitzeko balioko digu.

Ezkerreko aldetik eragiten duten osagarri horizontala (${F_1}^H$) eta bertikala (${F_2}^V$), eta dagozkien aplikazio puntuak, kontuan izanik lehendabizi, eta eskuinetik eragiten duen osagarri horizontala eta bere aplikazio puntua hartuz bigarren, indar horietako bakoitzari dagozkien momentu indibidualak kalkulatuko ditugu:

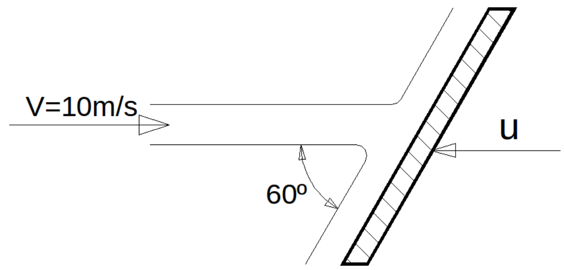
$$\left.\begin{aligned} M_1^H &= (\tfrac{R}{3}).(\tfrac{1}{2}.R.\gamma_1.R.b) \\ M_1^V &= (\tfrac{4R}{3\pi}).(\gamma_1.\tfrac{\pi.R^2}{4}.b) \\ M_2^H &= (\tfrac{R}{3}).(\tfrac{1}{2}.R.\gamma_2.R.b) \end{aligned}\right\} \Longrightarrow M_1^H + M_1^V - M_2^H = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{1}{3}$$

Oharra: Prisma bertikalen aplikazio puntua prismen altueraren (R) heren batera kokatzen da oinarritik neurturik (giltzaduratik beraz). Indar bertikalaren kasuan berriz, aplikazio punturako distantzia enuntziatuak emandakoa da.

Soluzioaren amaiera

3. **(%15)** Ur-txorrotak erabat leundurik dagoen plaka jotzen du 60^o-ko angeluaz. Txorrotak $80\,mm$-ko diametroa du eta $10\,m/s$-ko abiadura. Plaka txorrotarantz horizontalki $u = 3\,m/s$-ko abiaduraz desplazatzen dela suposatuz, kalkulatu:

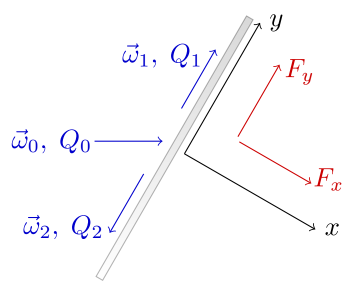
   a) Txorrotak plakan eragiten duen indarra, emari banaketa, potentzia erabilgarria eta errendimendua.



Soluzioaren hasiera

1 pausua, puntuazioa: 3 puntu

x eta y ardatzak irudiak adierazi bezala aukeratzen dira, eta plakarekin batera mugitzen den erreferentzia sistema bat hartzen da txorrotaren abiadura erlatiboa $\omega_0 = v_0 + u$ izateko moduan. Modu honetan, sarrerako txorrota $\{\vec{\omega}_0, Q_0\}$ (sartu) abiadura eta emariak ezaugarriturik geratzen da, eta plaka jo osteko bi txorrotak berriz $\{\vec{\omega}_1, Q_1\}$ (atera), eta $\{\vec{\omega}_2, Q_2\}$ (atera) abiadura eta emariek ezaugarriturik, hurrenez hurren. Aukeratutako ardatzak kontuan izanik **fluidoaren gaineko** indarrak, higidura kantitatearen teoremak emanak, F_x eta F_y izango dira.



Gure kontrol bolumenari higidura kantitatearen teorema aplikatuaz:

$$\sum_i \vec{F}_{kanpo} = \rho.\Big[\sum_i (Q_i.\vec{\omega}_i)_{irten} - \sum_j (Q_j.\vec{\omega}_j)_{sartu}\Big]$$

eta presio indar guztiak nuluak dirala kontuan izanik (txorrota uneoro presio atmosferikoan dagoenez), indarren adierazpena emango digun ekuazioa eskuratuko dugu:

$$\sum_i \vec{F}_{ext} = \vec{F} = F_x\,\widehat{i} + F_y\,\widehat{j} = \rho.\Big[(Q_1.\vec{\omega}_1 + Q_2.\vec{\omega}_2) - (Q_0.\vec{\omega}_0)\Big].$$

2 pausua, puntuazioa: 3 puntu

Kontrol bolumenaren sarrera eta irteeraren artean Bernoulli-ren teorema aplikatzen badugu, probleman ditugun hiru abiadurak berdinak direla ondorioztatuko dugu $\omega = \omega_0 = \omega_1 = \omega_2 = (10+3) = 13\,m/s$ (presio denak atmosferikoak izatearen eta kota aldaketak mespretxatzearen ondorio). Emaitza hau eta problemaren geometria kontuak izanik fluidoak jasandako indarrak ondorioztatzen dira:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{\omega}_0 = \omega.sin(60)\,\widehat{i} + \omega.cos(60)\,\widehat{j}\\ \vec{\omega}_1 = \omega\,\widehat{j}\\ \vec{\omega}_2 = -\omega\,\widehat{j}\end{array}\right\} \Longrightarrow \begin{array}{l}F_x = \rho.[\,0 - Q_0.\omega.sin(60)\,]\\ F_y = \rho.[\,Q_1.\omega - Q_2.\omega - Q_0.\omega.cos(60)\,]\end{array}$$

Plaka erabat leundurik dagoenez frikzio indarrak nulu kontsideratuko ditugu, edo bestela esanda esanda $F_y = 0$, eta beraz emarien harremana:

$$Q_1.\omega - Q_2.\omega = Q_0.\omega.cos(60) \implies Q_1 - Q_2 = Q_0.cos(60)$$

3 pausua, puntuazioa: 3 puntu

Aurreko ekuazioen gain jarraitasun ekuazioa hartzen badugu kontuan, kasu honetan $Q_0 = Q_1 + Q_2$ forma hartuko duena, emarien banaketa ondorioztatuko dugu:

$$Q_1 = \frac{Q_0.\big(1 + cos(60)\big)}{2} = 0,75.Q_0$$
$$Q_2 = \frac{Q_0.\big(1 - cos(60)\big)}{2} = 0,25.Q_0$$

4 pausu, puntuazioa: 3 puntu

Dagoeneko eztabaidatu denez F_y indarra nulua denez F_x indar horizontala soilik dugu kalkulatzeke:

$$F_x = -\rho.Q_0.\omega.sin(60) = -\rho.A_{txorrota}.\omega^2.sin(60) = -(1000).(\frac{\pi.0,08^2}{4}).(13^2).(\frac{\sqrt{3}}{2}) = -735,68\,N$$

Azkenik, fluidoaren gaineko indarra ($\vec{F}$) ezaguturik, plakaren gaineko indarra ($\vec{R}$) honakoa izango da:

$$\vec{R} = -\vec{F} \implies R_x = -F_x = 735,68\,N, \quad R_y = -F_y = 0$$

5 pausua, puntuazioa: 3 puntu

Azkenik, ondorioztatu dugun plakaren gaineko indarra erabiliz potentzia erabilgarria kalkulatu genezake, eta honen bidez eta txorrotaren potentzia erabiliaz errendimentua:

$$Pot_{erabilgarria} = \mid \vec{R}.\vec{u} \mid = R_x.sen(60).u = (735,68).(\frac{\sqrt{3}}{2}).(3) = 1911,34\,W$$
$$Pot_{txorrota} = \gamma_0.Q_0.\frac{{v_0}^2}{2g} = \gamma_0.A_{txorrota}.\frac{{v_0}^3}{2g} = (9800).(\frac{\pi.0,08^2}{4}).\frac{10^3}{2g} = 2513,27\,W$$

$$\left.\begin{array}{l}Pot_{erabilgarria} = 1911,34\,W\\ Pot_{txorrota} = 2513,27\,W\end{array}\right\} \Longrightarrow \eta_{txorrota} = \frac{Pot_{erabilgarria}}{Pot_{txorrota}} = 0,7605 \Longrightarrow \eta_{txorrota} = 76,05\,\%$$

Soluzioaren amaiera ____

4. **(%10)** L=1500 m-ko luzera eta e=12 mm-ko lodiera duen fibrozementuzko hodi batean zehar ura higitzen da 1,5 m/s-ko abiaduraz. Hodiaren amaieran dagoen balbula 3 s-tan ixten bada, kalkulatu hodiaren diametro minimoa, ixtea azkarra izan dadin. Diametro komertzialak 50 mm-ka doaz. Zenbatekoa da lorturiko gainpresioa (muz)?

Datuak: fibrozementuaren elastikotasun modulu bolumetrikoa 1.825.000 N/cm^2 da eta urarena $2,2.10^9\ Pa$.

Laguntza:

$$a = \sqrt{\frac{K/\rho}{1+(K/E)(D/e)}}$$

$$\text{Allievi} \rightarrow \Delta H = a \cdot v/g$$

$$\text{Micheaud} \rightarrow \Delta H = 2 \cdot L \cdot v/g \cdot T_{ixte}$$

Soluzioaren hasiera ______________________________

1 pausua, puntuazioa: 1 puntu

$$Datuak : \begin{cases} L = 1500\, m \\ e = 12.10^{-3}\, m \\ v = 1,5\, m/s \\ K = 2,2.10^9\ N/m^2\ (ura) \\ E = 1,825.10^6\ N/cm^2 = 1,825.10^{10}\ N/m^2 \end{cases}$$

2 pausua, puntuazioa: 3 puntu

Ariete kolpearen testu inguruan, ixte bat azkarra izan dadin honako baldintza bete beharko da:

$$t_{id} < \frac{2L}{a}$$

non t_{id} ixte denbora den, L hodiaren luzera eta a gainpresio uhinaren hedapen abiadura, enuntziatutik eskuragarri dagoen adierazpenak emana.

Ezarritako mugako ixte denbora ($t_{id} = 3\, s$) kontuan hartuz, kasu horro dagokion hedapen abiadura kalkulatuko dugu. Abiadura hau ixtea azkarra izango deneako abiadura maximoa da ($a \equiv a_{max}$), hau baina abiadura handiagoko edozein hedapenekin ixtea geldoa bilakatuko litzatekeelako:

$$t_{id} = 3 = \frac{2L}{a_{max}} \Longrightarrow a_{max} = \frac{2L}{3} = \frac{(2).(1500)}{3} = 1000\, m/s$$

3 pausua, puntuazioa: 3 puntu

Emandako perturbazioaren hedapen abiaduraren abiaduraren adierazpena eta emandako datuak kontuan izanik:

$$a = \sqrt{\frac{K/\rho}{1+(K/E)(D/e)}} \Longrightarrow \quad a_{max} \Longleftrightarrow D_{min}$$

abiadura maximo honi dagokion diametroa minimoa izango dela ondorioztatzen da ($a \equiv a_{max} \Longrightarrow D \equiv D_{min}$). Aurreko ekuaziotik eta enuntziatuak emandako datuekin abiadura $1000\, m/s$ izateko beharrezko diametro zehatza ondorioztatuko dugu:

$$a = a_{max} = 1000 = \frac{2L}{\sqrt{\frac{K/\rho}{1+(K/E)(D/e)}}} = \frac{(2)(1500)}{\sqrt{\frac{2{,}2.10^9/1000}{1+(2{,}2.10^9/1{,}825.10^{10})(D_{min}/12.10^{-3})}}} \implies D = 119,45\,mm$$

Dagoeneko eztabaidatu den bezala baliagarri zaigun diametro minimoa da hau, eta beraz instalatu beharreko hodiaren diametro komertziala eskuragarri dagoen tamaina handiagoko lehenengoa izango da, hau da $D_{inst} = 150\,mm$ duena.

4 pausua, puntuazioa: 3 puntu

Behin instalatu beharreko diametro komertziala aukeratu dugula, hodi horri dagokion hedapen abiadura ondorioztatuko dugu, eta hau erabiliaz ariete kolpeari loturiko gainpresioa, maximoa izango dena (Allieviren adierazpena beraz):

$$a = \frac{(2)(1500)}{\sqrt{\frac{2{,}2.10^9/1000}{1+(2{,}2.10^9/1{,}825.10^{10})(0{,}15/12.10^{-3})}}} = 936,8\,m/s\, <\, a_{max}$$

$$\frac{2L}{a} = 3.2\,s\, >\, 3\,s\ \ (ixte\,azkarra)$$

$$\Delta = \frac{a.v}{g} = \frac{(936,8).(1,5)}{9.8} = 143,39\,m.u.z.$$

Soluzioaren amaiera ______________________________

5. **(%15)** $\boldsymbol{d}$ diametroko diskoa $\boldsymbol{\omega}$ abiadura angeluarrez bibirarazteko $\boldsymbol{\rho}$ dentsitateko eta $\boldsymbol{\mu}$ biskositate dinamikoko fluido baten baitan beharrezko den $\boldsymbol{T}$ parea aipaturiko aldagaien eta $\boldsymbol{g}$ grabitatearen funtzio da:

$$T = f(d, \omega, \rho, \mu, g)$$

a) Dimentsio-analisiaren bidez parametro adimentsionalak deduzitu. Aldagai errepikatuak: $\boldsymbol{d}$, $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\rho}$.

b) 230 mm-ko diametroko disko batek 160 W xurgatzen ditu uretan 146 rad/s-ko abiaduraz biratzean. Zenbateko abiaduran biratu beharko luke 690 mm-ko diametroko disko batek airetan antzeko baldintza dinamikoetan? Kalkulatu abiadura horretan absorbaturiko potentzia.

Datuak: $\mu_{ura} = 101,3.10^{-5}\, Pl$; $airea = 1,25\, kg/m^3$; $\mu_{airea} = 1,85.10^{-5}\, Pl$.

Soluzioaren hasiera ______________________________

a) atala

1 pausua, puntuazioa: 3 puntu

Jarraian, probleman zer esana duten aldagaien dimentsio taula ematen da eta ondoren problemari dagokion zenbaki adimentsionalen edo Π zenbakien kopurua ondorioztatzen da (Aldagai errepikatuak):

	M	L	T
$\boldsymbol{T}$	1	2	-2
$\boldsymbol{d}$	0	1	0
$\boldsymbol{\omega}$	0	0	-1
$\boldsymbol{\rho}$	1	-3	0
$\boldsymbol{\mu}$	1	-1	-1
$\boldsymbol{g}$	0	1	-2

$$\left.\begin{array}{l} Aldagai\,kopurua: \quad n = 6 \\ Oinarrizko\,dimentsio\,kopurua: \quad m = 3 \end{array}\right\} \Longrightarrow n - m = 3 \Longrightarrow \pi_1,\ \pi_2,\ \pi_3$$

2 pausua, puntuazioa: 6 puntu (2 bakoitzeko)

3 zenbaki adimetsionalak ondorioztatuko ditugu:

$\boxed{\Pi_1}$

$$\left.\begin{array}{l} \pi_1 = T\,.\,d^a\,.\,\omega^b\,.\,\rho^c \\ [\pi_1] = M^0.L^0.T^0 = \\ = [M.L^2.T^{-2}].[L]^a.[T^{-1}]^b.[M.L^{-3}]^c \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} M:\ 0 = 1 + c \\ L:\ 0 = 2 + a - 3c \\ T:\ 0 = -2 - b \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} a = -5 \\ b = -2 \\ c = -1 \end{array}\right\} \Longrightarrow \boxed{\pi_1 = \frac{T}{d^5\omega^2\rho}}$$

$\boxed{\Pi_2}$

$$\left.\begin{array}{l} \pi_2 = \mu\,.\,d^a\,.\,\omega^b\,.\,\rho^c \\ [\pi_2] = M^0.L^0.T^0 = \\ = [M.L^{-1}.T^{-1}].[L]^a.[T^{-1}]^b.[M.L^{-3}]^c \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} M:\ 0 = 1 + c \\ L:\ 0 = -1 + a - 3c \\ T:\ 0 = -1 - b \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} a = -2 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{array}\right\} \Longrightarrow \boxed{\pi_2 = \frac{\mu}{d^2\omega\rho}}$$

$\boxed{\Pi_3}$

$$\left.\begin{array}{l} \pi_3 = g\,.\,d^a\,.\,\omega^b\,.\,\rho^c \\ [\pi_3] = M^0.L^0.T^0 = \\ = [L.T^{-2}].[L]^a.[T^{-1}]^b.[M.L^{-3}]^c \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} M:\ 0 = 0 + c \\ L:\ 0 = 1 + a - 3c \\ T:\ 0 = -2 - b \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow \boxed{\pi_3 = \frac{g}{d\omega^2}}$$

b) atala

Datuak:

Aldagaia	Ura	Airea
$D\,(mm)$	230	690
$\rho\,(kg/m^3)$	1000	1,25
$\mu\,(Pl)$	$101,3.10^{-5}$	$1,85.10^{-5}$
$\omega\,(rad/s)$	146	?
$Pot\,(W)$	160	?

3 pausua, puntuazioa: 3 puntu

Antzekotasun baldintzetan, biskositatearen menpekotasuna duen aldagaiarentzat:

$$(\pi_2)^{ura} = (\pi_2)^{airea}$$

Ekuazio hau garatuz uretan eta airean biratzen duten diskoen abiaduren erlazioa eskuratuko dugu:

$$\frac{\mu_{ura}}{d^2_{ura}.\omega_{ura}.\rho_{ura}} = \frac{\mu_{airea}}{d^2_{airea}.\omega_{airea}.\rho_{airea}}$$

$$\omega_{airea} = \omega_{ura}.\frac{\mu_{airea}.\rho_{ura}.d^2_{ura}}{\mu_{ura}.\rho_{airea}.d^2_{airea}}$$

$$\omega_{airea} = (146).\frac{(1,85.10^{-5}).(1000).(0,230)^2}{(101,3.10^{-5}).(1,25).(0,690)^2} = 237\,rad/s$$

4 pausua, puntuazioa: 3 puntu

Azkenekoz $(\pi_1)^{ura} = (\pi_1)^{airea}$ berdintza eta potentziaren definizioa $Pot = T.\omega$ erabiliko ditugu aztertutako bi kasuetako potentzien erlazioa ondorioztatzeko:

$$\frac{Pot_{ura}}{Pot_{airea}} = \frac{T_{ura}.\omega_{ura}}{T_{airea}.\omega_{airea}} = \frac{\rho_{ura}.d^5_{ura}.\omega^3_{ura}}{\rho_{airea}.d^5_{airea}.\omega^3_{airea}}$$

$$Pot_{airea} = Pot_{ura}.\frac{\rho_{airea}.d^5_{airea}.\omega^3_{airea}}{\rho_{ura}.d^5_{ura}.\omega^3_{ura}}$$

$$Pot_{airea} = (160).\frac{(1,25).(0,69)^5.(237)^3}{(1000).(0,23)^5.(160)^3} = 207,91\,W$$

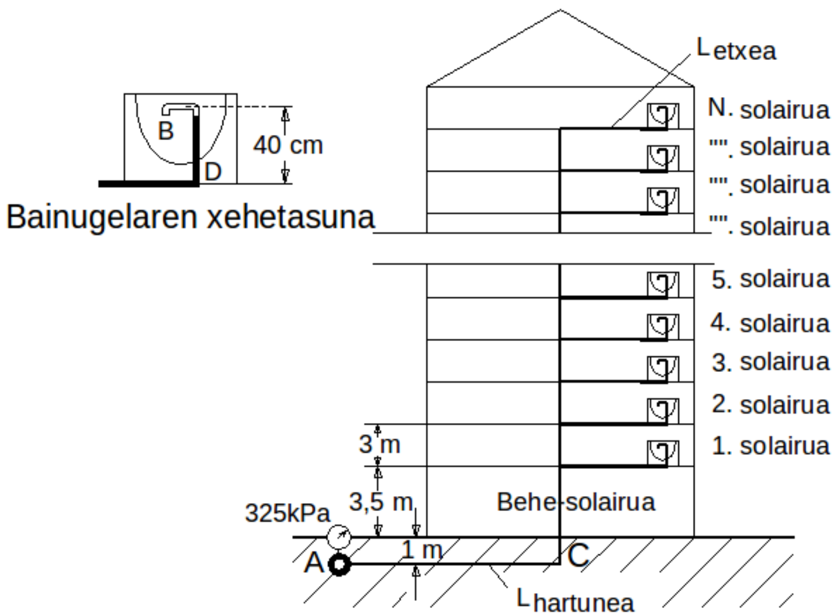
Soluzioaren amaiera

6. **(%15)** Irudian etxebizitza bateko ur hotzaren hornidura sarearen bertsio sinplifikatua ikus daiteke. Bainuontzi batean emari minimoa $0,3\,dm^3/s$. Presioa hartunean 325 kPa da. Hodi horizontalaren luzera (A-tik C-ra) L=11 m da, etxebizitza bakoitzeko sarrera eta D puntuaren artekoa L=8 m izanik. **Hazen-Williams**-en adierazpena erabiliz, honakoa kalkulatzea eskatzen da:

   a) Bainuontzi baten irteera koka litekeen altuera maximoa, emari minimoa irten dadin.

   b) Azken planta N, non sistemak emari egoki bat horni dezakeen.

Datuak: Hodi guztien materiala: kobrea. Bainuontziaren iturriaren eta hodiaren diametroa: 16 mm; Bainuontziaren zerbitzu-altuera: 40 cm (ikusi bainugelaren xehetasuna); funtzionamenduan bainuontzi bakarra dagoela kontsideratu; pieza berezietan karga galerak alde batera utzi. Solairuen altuera 3 m, $L_{etxea} = 8\,m$ eta $L_{hartunea} = 11\,m$.



Soluzioaren hasiera ___

$$Datos: \begin{cases} Q = 0,3\,dm^3/s = 0,3\,l/s \\ P_A = 325\,kPa = 325.10^3\,Pa \\ Kobrezko\,hodiak:\ \epsilon = 0,000015\,cm\ (abakoak) \\ D = 16\,mm \\ L_{hartunea} = 11\,m \\ L_{etxea} = 8\,m \end{cases}$$

a) atala

1 pausua, puntuazioa: 12 puntu

Bernoulli-ren ekuazioa aplikatuz hartune edo akometidako puntutik (A) abiatuta eta presio baldintza egokietan zerbitzua emango den azken solairuko bainerako grifora (X):

$$B_A = B_X + hf_{A\to X}$$

non B_A eta B_X A eta X puntuei dagozkien Bernouilliak diren hurrenez hurren, eta $hf_{A\to X}$ berriz bi puntu horien artean gertatutako karga galerak. Galera hauek **Hazen-Williams**-en ekuazioaren bidez adierazi daitezke kontuan izanez luzera osoak irudian adierazten diren L_{etxea} eta $L_{hartunea}$ kontuan hartu beharko dituela, eta baita hartunetik griforainoko z_x luzera bertikala. Terminoak garatzen badira:

$$\left.\begin{array}{l}
B_A = \frac{P_A}{\gamma_0} + z_A + \frac{{v_A}^2}{2g} \\
z_A = 0; \quad \frac{{v_A}^2}{2g} \approx 0 \\
\\
B_X = \frac{P_X}{\gamma_0} + z_X + \frac{{v_X}^2}{2g} \\
\frac{P_X}{\gamma_0} = 0 \ \ (P_{atm}\, X - en); \quad \frac{{v_X}^2}{2g} = \frac{16.Q^2}{2g.\pi^2.D^4} \\
\\
hf_{A\to X} = J.L_{tot}.Q_{l/s}^{1,582} \\
L_{tot} = 11 + 8 + z_x
\end{array}\right\} \Longrightarrow
\begin{array}{l}
\dfrac{P_A}{\gamma_0} = z_x + \dfrac{16.Q^2}{2g.\pi^2.D^4} + J.L_{tot}.(Q)^{1,582} \\
\dfrac{325.10^3}{9800} = z_x + \dfrac{16.(3.10^{-4})^2}{2g.\pi^2.(16.10^{-3})^4} + (1,757).(19 + z_X).(0,3)^{1,852} \\
z_X = 24,78\, m \quad (A - tik\, kontatuaz) \\
\\
non: \\
\dfrac{\epsilon}{D} = 9,375.10^{-5} \to (abakoa) \to C_{HW} = 140 \\
\to J = \dfrac{1,2117.10^{10}}{(140)^{1,852}.(16)^{4,87}} = 1,757
\end{array}$$

Hortaz eskatu zaigun gehienezko altuera $24,78\, m$ da hartunetik neurturik, edo bestela $23,78\, m$ kalearen mailatik.

b) atala

2 pausua, puntuazioa: 3 puntu

Problemaren geometria kontuan izanik zerbitzu eman ahal izango zaion azken solairua zazpigarrena izango da:

$$7\, solairua: \ \approx (6 \times 3) + (3,5) + (1) + (0,4) = 22,9\, m$$

Altuera hau esandako solairuaren zoruarekiko $40\, cm$-ko altueran dago.

Soluzioaren amaiera ______________________________

7. **(%15) TEORIA**

a) Eman honako termino hauen definizio labur bat: fluxu iraunkorra, fluxu ez-uniformea, fluxu masikoa eta fluxu laminarra.

b) Euler-en ekuaziotik abiatuta Bernoulli-ren ekuazioaren dedukziorako eginiko hipotesiak aipatu.

c) Hodi itxi batean presio dinamikoa neurtzen duten aparatuak. Gehitu eskema grafikoak.

d) Pareta meheko isurgailuetan emariaren adierazpenaren dedukziorako eginiko hipotesiak aipatu.

Soluzioaren hasiera

a galdera, puntuazioa: 8 puntu (2 definizioko)

Definiciones:

Fluxu iraunkorra: Puntu bateko abiadura konstantea da denbora zehar. Puntu bati aldiune desberdinetan dagozkion partikulen abiadura berdina da. Denboran zeharreko jarraitasun hau fluxuaren egoera definitzen duten gainontzeko aldagaiei ere aplika dakieke. Adibidea: Emari konstanteko ponpaketa hodi batean zehar.

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0$$

Fluxu ez uniformea: Abiadura bektorea aldatu egiten da puntu batetik bestera aldiune jakin batean. Adibidea: Sekzio aldakorreko hodi batean zeharreko edo hodi kurbatu batean zeharreko abiadura.

$$\frac{\partial v}{\partial s} \neq 0$$

Fluxu masikoa: sekzio bat denbora aldiuneko zeharkatzen duen duen fluido baten masa ($\dot{m}$):

$$\dot{m} = \rho.v.A = \rho.Q$$

Fluxu laminarra: Molekulean artean emandako higidura kantitatearen trukeen arabera fluxuak laminar zein turbulento gisan sailkatzen dira. Fluxu laminarra partikulen ibilbideak zuzen eta lauak, laminak balira gisan, garatzen denean ematen da.Fluxu mota honetan ez da higidura kantitatearen elkar trukerik ematen eta Newtonen biskositate legea betetzen da:

$$\tau = \mu.\frac{dv}{dy}$$

b galdera, puntuazioa: 2,5 puntu (0,5 hipotesiko)

a) 1 Hipotesia: Fluido perfektua ($\mu = 0$)

b) 2 Hipotesia: Kanpo eremua grabitatorioa da

c) 3 Hipotesia: Aplikazioa korronte lerro bakarren gain egiten da (s)

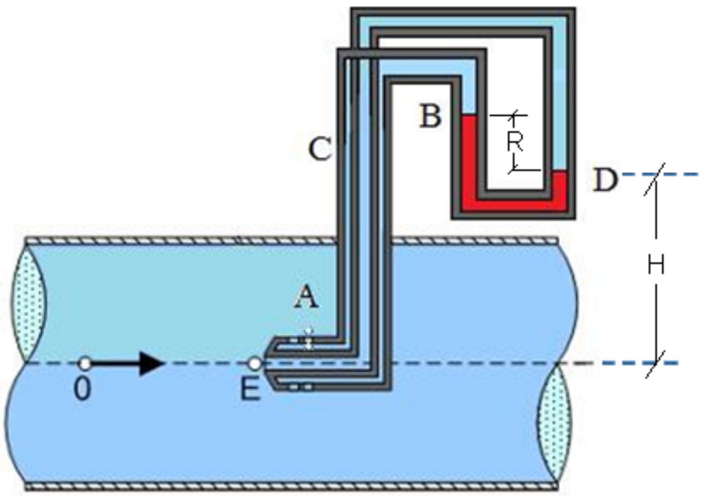
d) 4 Hipotesia: Fluxu iraunkorra

e) 5 Hipotesia: Fluxu konprimaezina

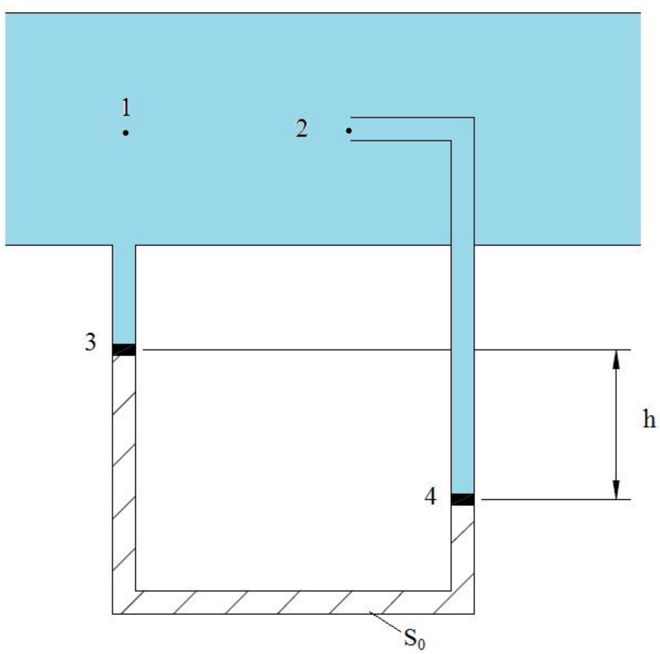
Zehaztasun gehiagorako ikus teoriako 10. gaia eta bibliografia osagarria.

c galdera, puntuazioa: 2,5 puntu (1,25 neurgailuko)

a) Pitot-en hodia eta hodi estatikoaren konbinaketa, edo Prandtl-en hodia (gehitu eskema grafiko minimo bat)



b) Pitot-en hodia eta piezometroaren konbinaketa (gehitu eskema grafiko minimo bat)



Zehaztasun gehiagorako ikus teoriako 11 gaia.

d galdera, puntuazioa: 2 puntu (0,5 hipotesiko)

a) 1 Hipotesia: Isurgailu aurreko abiadura nulua, edo energia zinetiko mespretxagarria.

b) 2 Hipotesia: Txorrota ez da deformatzen.

c) 3 Hipotesia: Presioa atmosferikoa da txorrota osoan zehar.

d) 4 Hipotesia: Karga galerak mespretxagarriak dira.

Zehaztasun gehiagorako ikus teoriako 11 gaia.

Soluzioaren amaiera