Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

eman ta zabal zazu

9. Gaia: Fluidoen dinamikako funtsezko ekuazioak.

Gorka Alberro Eguilegor
Joseba Aranburu Aierbe
Ganix Esnaola Aldanondo
Maddi Garmendia Antín
Estibalitz Goikoetxea Miranda

FLUIDOAREN GAINEAN ERAGITEN DUTEN INDARRAK

Fluidoen mekanikaren azterketan hiru mota nagusiko indarrak kontsideratzen dira:

- **Gainazal-indarrak.** Ingurunearen mugetan eragiten dute kontaktu zuzenaren bidez. Adibide gisa aipatzeko, indar horietako garrantzitsuena presioa da.

- **Bolumen-indarrak.** Fluidoaren bolumenean banaturik dauden indarrak dira, eta kontaktu fisikorik gabe eragiten dute. Adibide gisa, *indar grabitatorioak* eta *indar elektromagnetikoak* aipa ditzazkegu.

- **Barne indarrak**. Partikulen artean duten atrakzio edo erakarpenak eragindakoak dira.

FLUIDOAREN GAINEAN ERAGITEN DUTEN INDARRAK

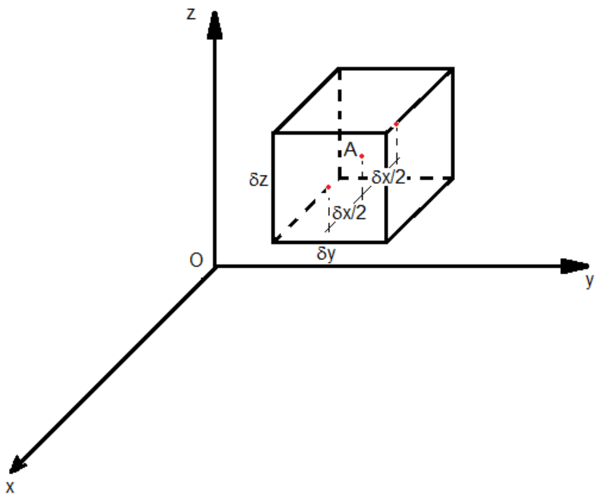
Gainazaletan aplikatzen diren indarrek hiru osagai dituzte:

- Gainazalarekiko perpendikularra den ***osagai normala***, normalean σ letraz adierazten dena, eta zeinaren eraginez konpresiozko edo trakziozko esfortzuak sortzen diren.

- Gainazalarekiko ukitzaileak diren ***osagai tangentzialak***, gainazalaren plano ukitzailean aplikaturik daudenak, eta normalean τ letraz adierazten direnak. Indar horiek gainazalaren beraren labainketa edo deformazioa sorrarazten dute. Bi osagai dira, gainazalak bi dimentsioko izaera baitu.

Bolumen-indarrak kanpo-eremuen eraginaren ondoriozkoak dira, hala nola grabitazio-eremuaren edo eremu elektromagnetikoaren eraginaren ondoriozkoak, eta eremu horiei dagozkien legeen bidez definituko dira. Indar horiek izaera bektorialekoak dira, eta hortaz, hiru osagaitan deskonposa daitezke, nahiz eta normalean osagaietako bat bakarra ez-nulua izateko moduan aukeratzen den erreferentzia-sistema.

IBILBIDEAN ZEHARREKO HIGIDURARI DAGOKION EULER-EN EKUAZIOA



9.1 Irudia. Kontrol bolumen diferentziala. Geure irudia.

Demagun *dx*, *dy* eta *dz* aldeak dituen fluidoaren paralelepipedo errektangeluar infinitesimalaren barnean dagoen *A*(*x*, *y*,*z*) puntua kontsideratzen dugula. Paralelepipedo horren gainean inguruko fluidoaren presioaren kausazko gainazal-indarrek eta beheranzko norabidea duen pisuaren kausazko bolumen-indarrak eragiten dutela suposatuko dugu.

Dinamikan:

$$\vec{R} - \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} P = \vec{a}$$

IBILBIDEAN ZEHARREKO HIGIDURARI DAGOKION EULER-EN EKUAZIOA

Abiapuntua: $\vec{R} - \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} P = \vec{a}$

Fluido perfektua kontsideratu ez gero (μ=0):

$$\vec{R} - \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} P = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot v_X + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot v_Y + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cdot v_Z$$

Grabitazio-eremu batean: $\vec{R} = \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} P = -\vec{\nabla} U = -\vec{\nabla}(g \cdot z)$

Ondorioz:

$$-\vec{\nabla} U - \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} P = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot v_X + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot v_Y + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cdot v_Z$$

$$\vec{\nabla} U + \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} P + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{\nabla}\left(\frac{v^2}{2}\right) - \left(\vec{v} \wedge rot\, \vec{v}\right) = 0$$

FLUIDO PERFEKTUEN HIGIDURAREN EKUAZIO OROKORRAK

Fluidoen dinamikako edozein problema ebazteko 6 ekuazio behar ditugu:

$$u = u(x, y, z, t)$$
$$v = v(x, y, z, t)$$
$$w = w(x, y, z, t)$$
$$P = P(x, y, z, t)$$
$$T = T(x, y, z, t)$$
$$\rho = \rho(x, y, z, t)$$

3 ekuazio Eulerren ekuazio bektorialetik lortuko ditugu, egoera ekuazio bat: f(P,ρ,T)=0, jarraitutasun ekuaziotik lortutako bat, eta prozesu motak (isotermoa, adiabatikoa, isoentropikoa) inposatzen duena da azkenekoa.

FLUIDO ERREALEN HIGIDURAREN EKUAZIO DIFERENTZIALAK. NAVIER-STOKES-EN EKUAZIOAK

Fluidoen mekanikako teorema eta aplikazio asko Navier-Stokes-en ekuazioetan oinarrituta lor daitezke. Ekuazio horiek fludio errealen higidurari dagozkion ekuazioak dira, eta fluidoaren gainean eragiten duten indar guztiak hartzen dituzte kontuan, fluidoaren higiduraren eta biskositatearen kausaz sorturiko ebakidura-esfortzuak barne.

$$\vec{R} - \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} P + \nu \cdot \nabla^2 \vec{v} = \vec{a}$$

Non:

$$\nu = \mu / \rho$$

$$\nabla^2 = \vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\,\vec{v}\right) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\vec{i} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\vec{j} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\vec{k}$$