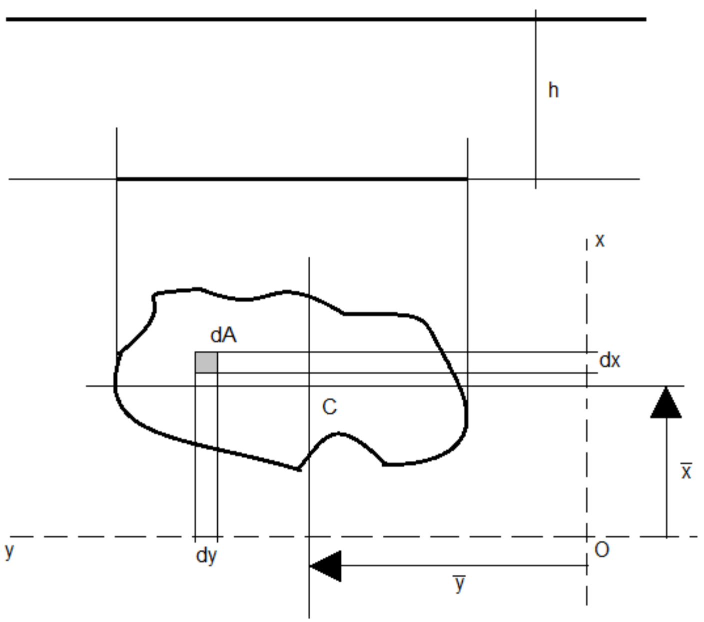
Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

eman ta zabal zazu

5. Gaia: Gainazalen gaineko indarrak.

Gorka Alberro Eguilegor
Joseba Aranburu Aierbe
Ganix Esnaola Aldanondo
Maddi Garmendia Antín
Estibalitz Goikoetxea Miranda

GAINAZAL LAU HORIZONTALEN GAINEKO INDARRAK. ERRESULTANTEA. PRESIO-ZENTROA.



5.1 Irudia. A azalerako gainazal horizontal lau baten vista. Geure irudia.

Indarraren balioa:

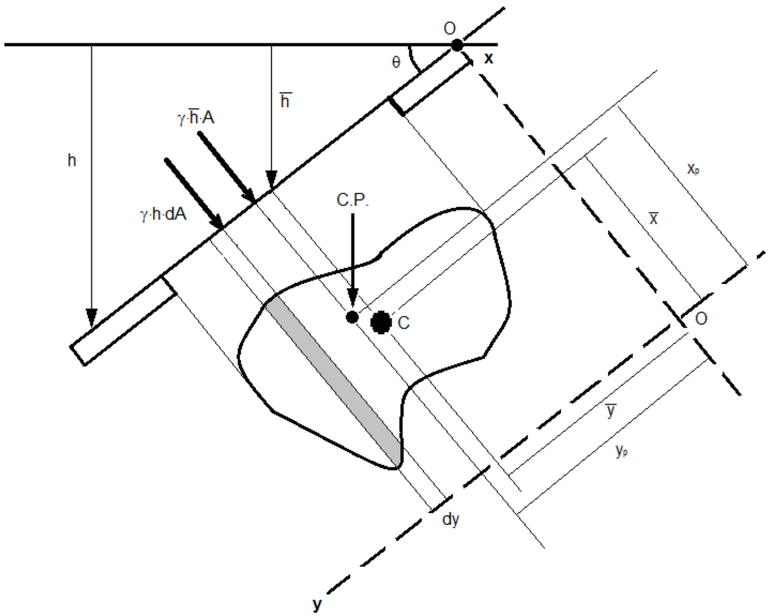
$$F = \int p \cdot dA = p \cdot \int dA = p \cdot A$$

Presio zentroa:

$$p \cdot A \cdot x_r = \int_A x \cdot p \cdot dA$$

$$x_r = \frac{1}{A} \cdot \int_A x \cdot dA = \bar{x}$$

GAINAZAL LAU INKLINATUEN GAINEKO INDARRAK. ERRESULTANTEA. PRESIO-ZENTROA.



5.2 Irudia. A azalerako gainazal lau inklinatu baten vista. Geure irudia.

Indarraren balioa:

$$dF = p \cdot dA = \left(P_{atm} + \gamma \cdot h\right) \cdot dA = \gamma \cdot y \cdot \sin\theta \cdot dA$$

$$F = \int p \cdot dA = \gamma \cdot \sin\theta \cdot \int y \cdot dA =$$

$$\gamma \cdot \sin\theta \cdot \bar{y} \cdot A = \gamma \cdot \bar{h} \cdot A = p_{CG} \cdot A$$

Presio zentroa:

$$x_p \cdot F = \int_A x \cdot p \cdot dA \qquad \longrightarrow \qquad x_p = \frac{1}{F} \cdot \int_A x \cdot p \cdot dA$$

$$y_p \cdot F = \int_A y \cdot p \cdot dA \qquad \qquad y_p = \frac{1}{F} \cdot \int_A y \cdot p \cdot dA$$

GAINAZAL LAU INKLINATUEN GAINEKO INDARRAK. ERRESULTANTEA. PRESIO-ZENTROA.

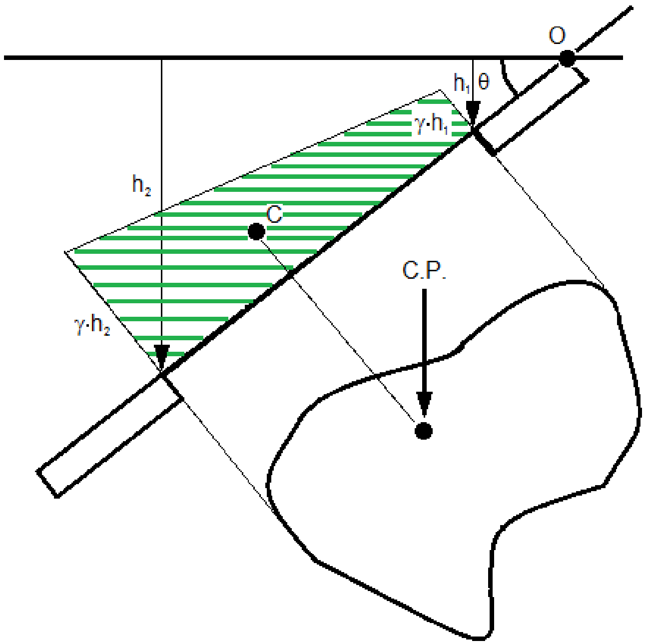
$$x_p = \frac{1}{\gamma \cdot \bar{y} \cdot A \cdot \sin\theta} \cdot \int_A x \cdot \gamma \cdot y \cdot \sin\theta \cdot dA = \frac{1}{\bar{y} \cdot A} \cdot \int x \cdot y \cdot dA = \frac{I_{xy}}{\bar{y} \cdot A}$$

$$y_p = \frac{1}{\gamma \cdot \bar{y} \cdot A \cdot \sin\theta} \cdot \int_A y \cdot \gamma \cdot y \cdot \sin\theta \cdot dA = \frac{1}{\bar{y} \cdot A} \cdot \int y^2 \cdot dA = \frac{I_x}{\bar{y} \cdot A}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} I_{xy} = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot A + \bar{I}_{xycg} \\ \\ I_x = I_G + y^2 \cdot A \end{array} \right\}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x_p = \dfrac{\bar{I}_{xycg}}{\bar{y} \cdot A} + \bar{x} \\ y_p = \dfrac{I_G}{y \cdot A} + y \end{array}}$$

INDARREN KALKULUA PRESIO-PRISMAREN BIDEZ



5.3 Irudia. A azalerako gainazal lau inklinatu baten presio prisma. Geure irudia.

Indarraren balioa:

$$dF = \gamma \cdot h \cdot dA = dV$$

Presio zentroa:

$$\bar{x} = \frac{1}{V}\int x \cdot dV$$

$$\bar{y} = \frac{1}{V}\int y \cdot dV$$

PRESIO ATMOSFERIKOAREN ERAGINA INDARREN KALKULUAN

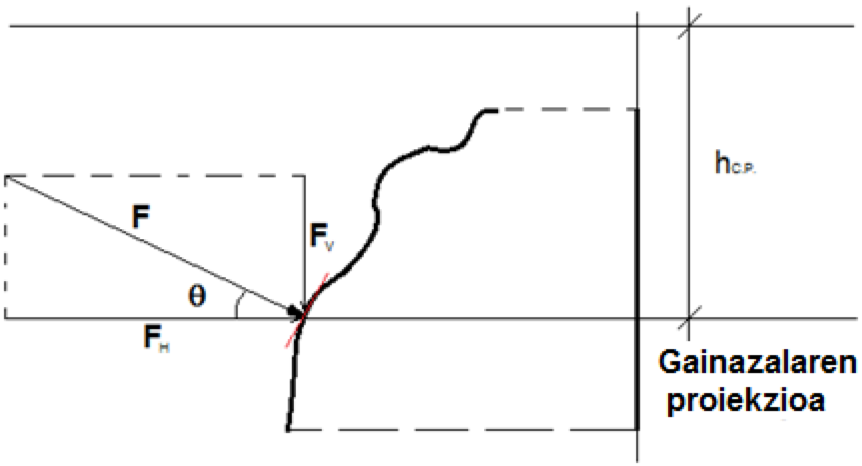
Presio-indarrak aipatzean, indarren kalkulurako erabili dugun datua zero balioko presio manometrikoa edo presio atmosferiko lokala izan da.

Gainazalaren aurkako aldea atmosferara irekita dagoenean, atmosferak indar bat egiten du gainazalean, p_0 presio atmosferikoaren eta A azaleraren arteko biderkaduraren balio berekoa dena. Likidoaren partean ere eragiten du presioaren ondoriozko indar horrek, zeinak forma hau izan behar lukeen zehatzki:

$$F = \int (p_0 + \gamma \cdot h) \cdot dA = p_0 \cdot A + \gamma \cdot \int h \cdot dA$$

Hemengo $p_0 \cdot A$ gaia orekaturik geratzen da gainazalaren beste aldean presio atmosferikoak egiten duen indarrarekin, eta beraz, ez du inolako ekarpenik indar erresultantearen determinazioari eta kokapenari dagokionez.

GAINAZAL KURBATUAREN GAINEKO INDARRAK. OSAGAI HORIZONTALA. ERRESULTANTEA. PRESIO-ZENTROA.

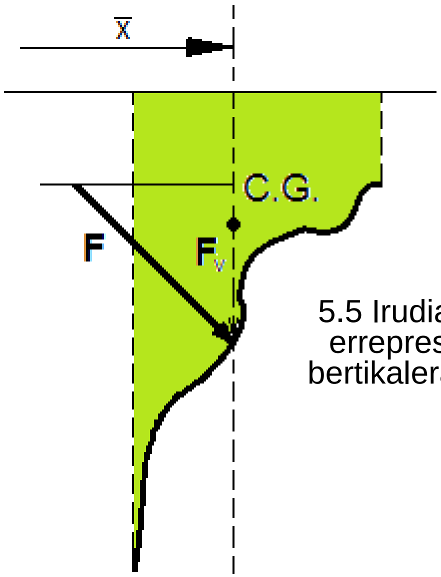


5.4 Irudia. Kurba arbitrario batetan eragiten duten osagaien errepresentazioa. Geure irudia.

Gainazal kurbatuaren gaineko presio-indarraren osagai horizontala fluidoak gainazal kurbatuaren proiekzio bertikal baten gainean egiten duen presio-indarraren berdina da, eta proiekzio horren presio-zentrotik pasatzen da. Agerikoa denez, proiekzioaren plano bertikala perpendikularra da osagaiaren norabidearekiko.

$$\partial F = p \cdot \partial A \cdot \cos\theta \longrightarrow F_H = \int p \cdot \cos\theta \cdot dA$$

GAINAZAL KURBATUAREN GAINEKO INDARRAK. OSAGAI BERTIKALA. ERRESULTANTEA. PRESIO-ZENTROA.



5.5 Irudia. Presio prismen errepresentazioa osagai bertikalerako. Geure irudia.

Gainazal kurbatuaren gaineko presio-indarraren osagai bertikala, gainazal kurbatuaren gainean eta gainazal askeraino bertikalki dagoen likidoaren (erreala edo irudikaria) pisuaren berdina da, eta likido horren (erreala edo irudikaria) grabitate-zentrotik pasatzen da.

Indarraren balioa:

$$F_v = \int p \cdot \sin\theta \cdot dA \longrightarrow F_v = \int p \cdot \sin\theta \cdot dA = \gamma \cdot \int h \cdot \sin\theta \cdot dA = \gamma \cdot \int dV \longrightarrow F_v = \gamma \cdot V$$

Presio-zentroa $\longrightarrow F_v \cdot \bar{x} = \gamma \cdot \int x \cdot dV \longrightarrow \bar{x} = \frac{1}{V}\int x \cdot dV$

AZPIPRESIO FENOMENOA

Likidoan murgilduriko gorputza likidoa bera baino dentsoagoa bada, gorputza ontziaren hondoaren gainean bermatuko da. Bi kasu kontsidera ditzakegu:

Gorputza zuzenean bermatzen da hondoan hedadura osoan, eta tartean ez dago likidorik. Kasu horretan ezin aplika daiteke zuzenean Arkimedes-en printzipioa, solidoa ez baitago guztiz murgildurik. Hondoko solidoaren gainean eragiten duen indarra, bermatze-gainazalean eragiten duen berbera da, alegia, gorputzaren pisua eta gaineko likido-zutabearena.

Gorputza zenbait puntutan bermatzen da hondoan, hedadura geometriko jarraiturik gabe, eta hondoaren eta gorputzaren artean xafla likidoa dago. Orduan Arkimedes-en printzipioa aplika daiteke, eta gorputzak ρV balioko goranzko bultzada jasaten du, V delakoa solidoaren bolumena izanik.

$$F_V = W - F_{sp}$$