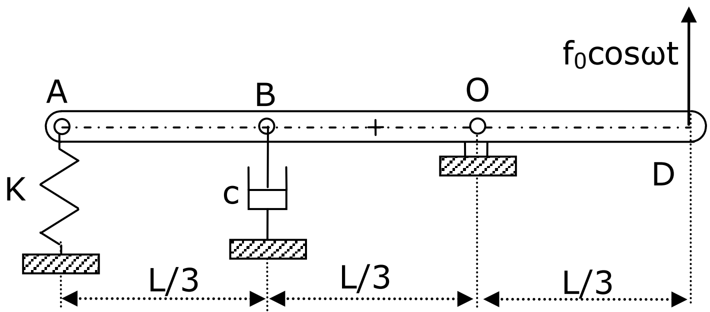
8. GAIA. BIBRAZIOEN TEORIA

8.1 PROBLEMA 8.1

8.1.1 ENUNTZIATUA

AD barra homogeneoa da, m masakoa eta L luzerakoa. A puntuan K zurruntasun-koefizienteko malgukiarekin, B puntuan c motelgarritasun-koefizienteko motelgailuarekin eta O puntuan giltzadura finkoarekin lotuta dago. D puntuan goraka doan indar harmoniko batek eragiten du.

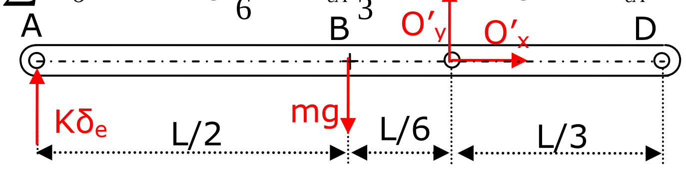
Kalkulatu bibrazioen ekuazio diferentziala



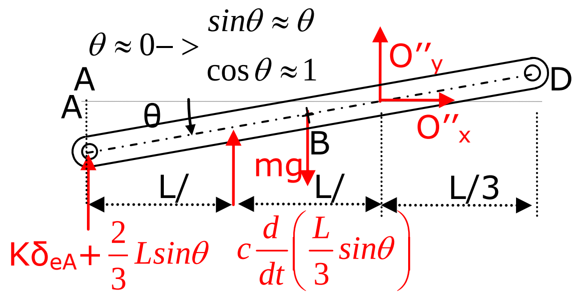
8.1.2 EBAZPENA

Irudian AD barraren solido askearen diagrama, posizio horizontalean oreka estatikoari dagokiona.

$$\sum M_O = 0 \rightarrow mg\frac{L}{6} - K\delta_{eA}\frac{2}{3}L = 0 \rightarrow mg - 4K\delta_{eA} = 0$$



Irudian AD barraren solido askearen diagrama posizio orokor batean θ angelua biratuta horizontalarekiko:



$$\sum M_O = I_O\ddot{\theta}$$

$$f_0\cos\omega t\frac{L}{3}\cos\theta + mg\frac{L}{6}\cos\theta - c\frac{L}{3}\cos\theta\dot{\theta} - \left(K\delta_{eA} + K\frac{2}{3}Lsin\theta\right)\frac{2}{3}L\cos\theta = \left[\frac{mL^2}{12} + m\left(\frac{L}{6}\right)^2\right]\ddot{\theta}$$

θ angelua oso txikia denean: sinθ≈θ eta cosθ≈1

$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{c}{m}\dot{\theta} + \frac{4K}{m}\theta = \frac{3F_0}{mL}\cos\omega t}$$

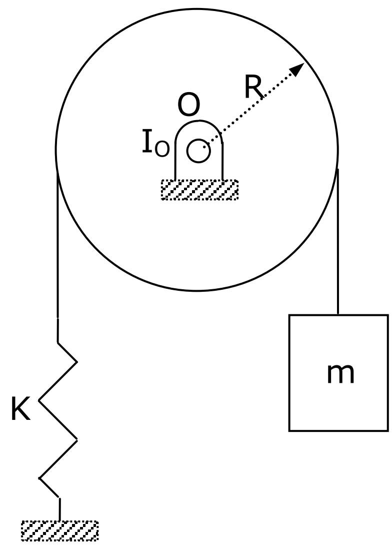
8.2 PROBLEMA 8.2

8.2.1 ENUNTZIATUA

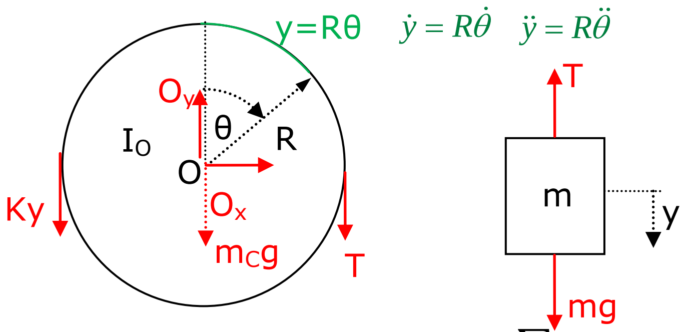
Irudiko **R** erradioko poleak O-rekiko $\mathbf{I_O}$ inertzia-momentua du eta kablea ez da irristatzen polearen gainean. **m** masako blokea **x** distantzia jaisten da bere oreka estatikoarekiko eta t=0 aldiunean geldirik dagoenean askatzen da. Honakoa kalkulatzea eskatzen da:

a) Sistemaren higidura bibratorioaren ekuazio diferentziala

b) Sistemaren maiztasun naturala



8.2.2 EBAZPENA



$$\sum M_O = I_O \alpha$$

$$TR - KyR = I_o \ddot{\theta}$$

$$\sum F_y = m\ddot{y}$$

$$mg - T = m\ddot{y}$$

$$mgR - m\ddot{y}R - KRy = I_o \frac{\ddot{y}}{R} \rightarrow \boxed{\left(m + \frac{I_o}{R^2}\right)\ddot{y} + Ky = mg}$$

Oreka estatikoko kokapenean (t=0) atsedenaldian egonda ekuazio diferentziala bete behar da:

$$t = 0 -> \left\{ \begin{matrix} \ddot{y} = 0 \\ y = y_0 \end{matrix} \right\} \rightarrow \left(m + \frac{I_o}{R^2}\right) 0 + Ky_0 - mg = 0 \rightarrow \boxed{Ky_0 - mg = 0}$$

Orain $y = y_0 + x \rightarrow \dot{y} = \dot{x} \rightarrow \ddot{y} = \ddot{x}$

$$\left(m + \frac{I_o}{R^2}\right)\ddot{x} + K\left(y_0 + x\right) - mg = 0 \rightarrow \left(m + \frac{I_o}{R^2}\right)\ddot{x} + Kx + \underbrace{Ky_0 - mg}_{=0} = 0 \rightarrow$$

$$\boxed{\left(m + \frac{I_o}{R^2}\right)\ddot{x} + Kx = 0}$$

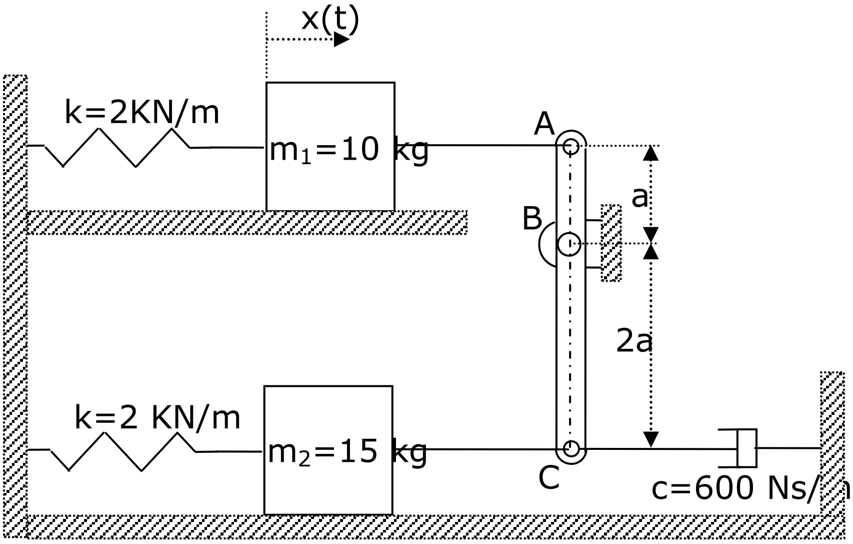
$$\omega = \sqrt{\frac{K_{sistema}}{m_{sistema}}} \rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{K}{m + \dfrac{I_O}{R^2}}}}$$

8.3 PROBLEMA 8.3

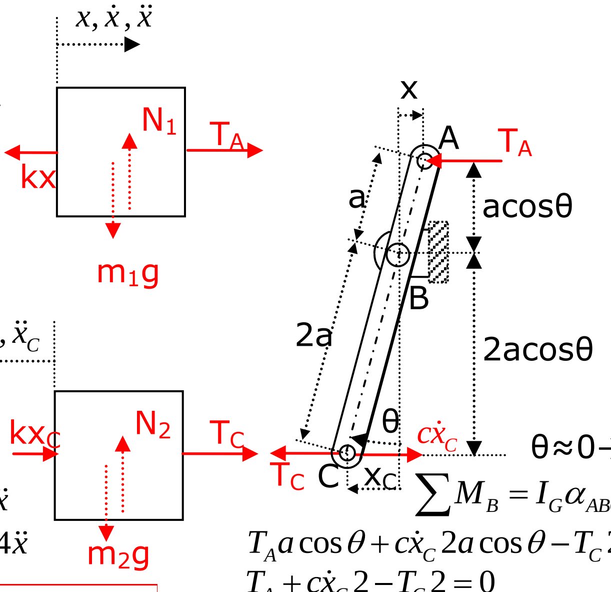
8.3.1 ENUNTZIATUA

Irudiko bi masek marruskadurarik gabeko zoru horizontalen gainean irrista egiten dute. Oreka estatikoko posizioan, ABC barra bertikala da, bere masa mespretxagarria izanik. Anplitude txikiko oszilazioak direla kontuan hartuz eta a = 100 mm jakinik honakoa kalkulatzea eskatzen da:

a) Sistemaren higidura bibratorioaren ekuazio diferentziala
b) Sistemaren maiztasun naturala
c) Sistemaren motelgarritasun kritikoa
d) Sistemaren motelgarritasun erlatiboa.



8.3.2 EBAZPENA



$$\sum F_x = m_1 a_{1x}$$
$$T_A - kx = m_1\ddot{x}$$
$$T_A = kx + m_1\ddot{x}$$

$$\frac{x}{a} = \frac{x_C}{2a}$$
$$x_C = 2x$$
$$\dot{x}_C = 2\dot{x}$$
$$\ddot{x}_C = 2\ddot{x}$$

$$\sum F_x = m_2 a_{2x}$$
$$-T_C - kx_C = m_2\ddot{x}_C$$
$$-T_C = k2x + m_2 2\ddot{x}$$
$$-2T_C = k4x + m_2 4\ddot{x}$$

θ≈0→cosθ≈1

$$\sum M_B = I_G \alpha_{ABC}$$
$$T_A a\cos\theta + c\dot{x}_C 2a\cos\theta - T_C 2a\cos\theta = I_G\alpha_{ABC} = 0$$
$$T_A + c\dot{x}_C 2 - T_C 2 = 0$$
$$kx + m_1\ddot{x} + c2\dot{x}2 + (k4x + m_2 4\ddot{x}) = 0$$

$$\boxed{(m_1 + 4m_2)\ddot{x} + (4c)\dot{x} + (5k)x = 0}$$

a) $\boxed{(m_1 + 4m_2)\ddot{x} + (4c)\dot{x} + (5k)x = 0}$

b) $\omega = \sqrt{\dfrac{K_{sistema}}{m_{sistema}}}$ -> $\boxed{\omega = \sqrt{\dfrac{5k}{m_1 + 4m_2}}}$ -> $\omega = \sqrt{\dfrac{5 \cdot 2 \cdot 10^3}{10 + 4(15)}}$ => <u>ω=11,95 rads^{-1}</u>

c) $\bar{c} = 2m_{sistema}\omega_{sistema}$ -> $\bar{c} = 2(m_1 + 4m_2)\sqrt{\dfrac{5k}{m_1 + 4m_2}}$ -> $\underline{\bar{c}}$ <u>=1673 N·s·m^{-1}</u>

d) $\xi = \dfrac{c}{\bar{c}}$ -> $\xi = \dfrac{4c}{\bar{c}}$ -> $\underline{\xi}$ <u>=1,434</u>

Oharra: Mekanismoa bere orekako kokapenetik aterata, solido askearen diagramak irudikatuz eta dinamikako ekuazioak aplikatuz higidura bibratorioaren ekuazio diferentzizala lortu da.