



4. GAIA.

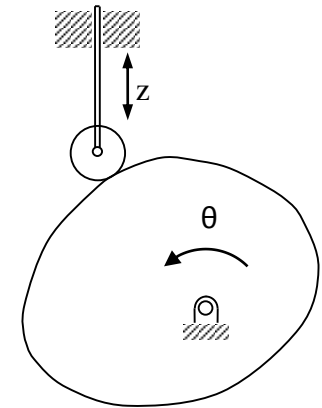
ESPEKEN ZINEMATIKA

Neftalí Carbajal de la Red

- 1.- SARRERA
- 2.- UKIPEN ZUZENEKO MEKANISMOAK
- 3.- DESPLAZAMENDU-DIAGRAMAK
- 4.- ESPEKA-PROFILA GRAFIKOKI MARRAZTEA
- 5.- ESPEKA-PROFILA ANALITIKOKI LORTZEA
6. - BIBLIOGRAFIA

DEFINIZIOA

Espekak lotura zinematikoak dira, non ukipena puntu bakar batean gertatzen den (edo lerro bakar batean hiru dimentsioetako kasuan). Elementu eragileari *espeka* deritzaio eta elementu gidatuari *jarraitzaile*. Definizio orokor honetan engranajeak sar daitezke kasu partikular bezala, non bi elementuen abiadura angeluarren arteko erlazioa konstantea den.



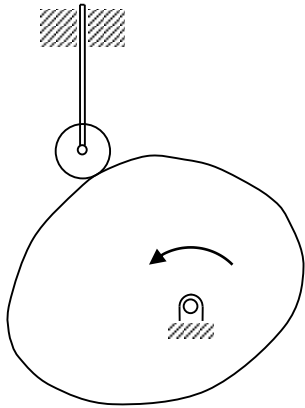
SAILKAPENA

1. Espeka mota: ERRADIALA (=DISKO-ESPEKA), AXIALA (TRANSLAZIO-ESPEKA), ESPEKA ZILINDRIKOA.
2. Jarraitzailearen mugimendu mota: TRANSLAZIOKOA, OSZILAKORRA
3. Loturaren itxiera mota: INDARREKOA (Malgukia), ITXURAKOA
4. Jarraitzailearen forma mota: ARRABOLEKOA, ALDE ESFERIKOA, ALDE LAUA, PUNTUKOA
5. Mugimenduko errekstrikzioA: MUTURREKO POSIZIO KRITIKOA, TRAIJEKTORIA KRITIKOA.
6. Mugimenduko programa mota:
 - a) Igoera-Jaitsiera
 - b) Igoera-Jaitsiera-Geldialdia
 - c) Igoera-Geldialdia-Jaitsiera-Geldialdia

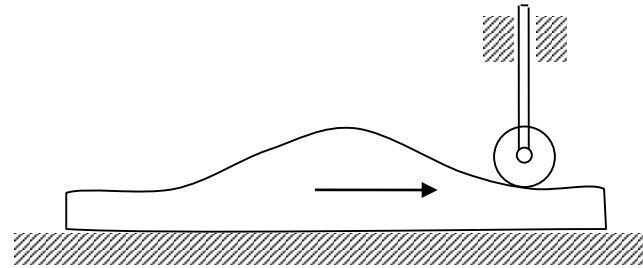
1. SARRERA

ESPEKEN ADIBIDEAK

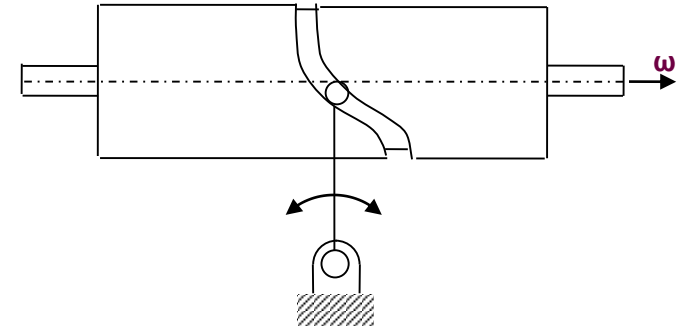
ESPEKEN ADIBIDEAK



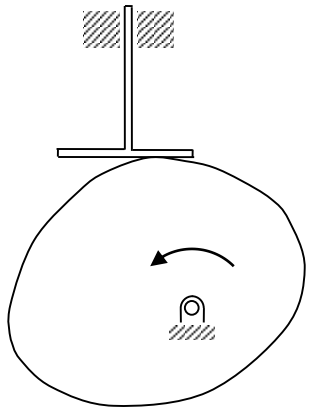
DISKO-ESPEKA



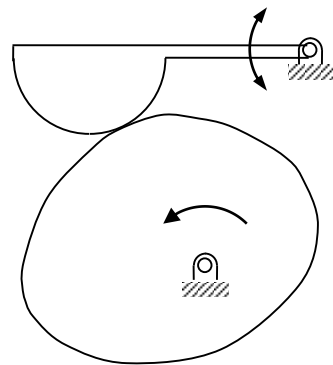
TRASLAZIO-ESPEKA



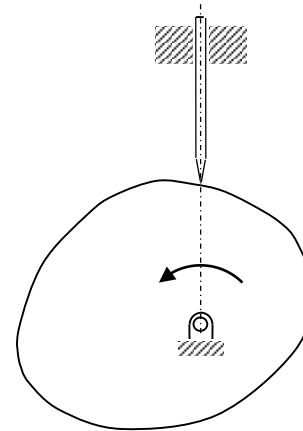
ESPEKA ZILINDRIKOA



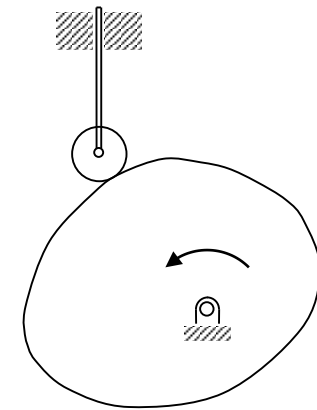
ALDE LAUEKO
JARRAITZAILEA



ALDE ESFERIKOKO
JARRAITZAILE
OSZILAKORRA

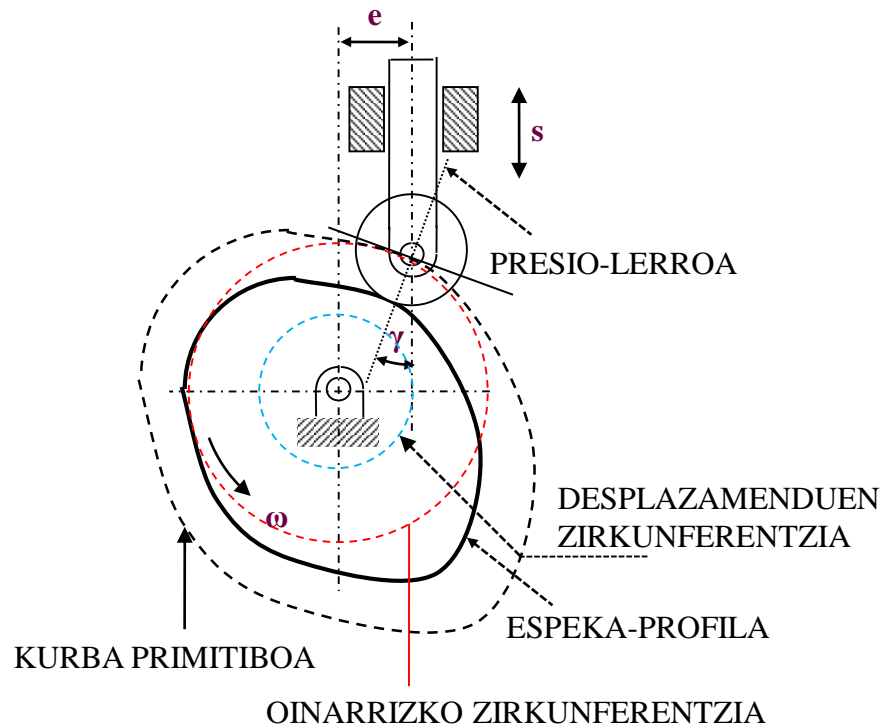


PUNTU-
JARRAITZAILE
ZENTRATUA



ARRABOL-JARRAITZAILE

ESPEKEN NOMENKLATURA

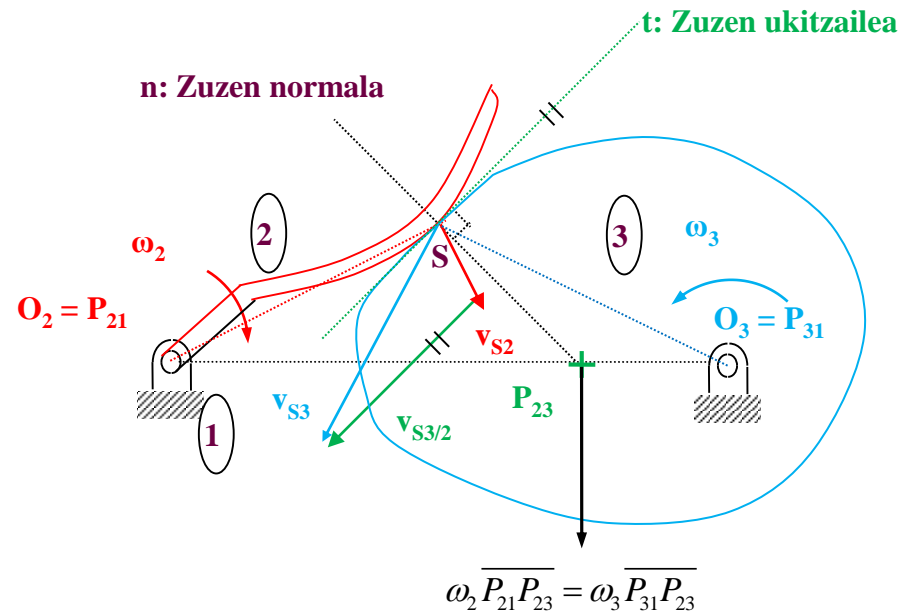


ELEMENTU NAGUSIAK

- PRESIO-ANGELUA (γ)
- PRESIO-LERROA
- ESPEKA-PROFILA
- KURBA PRIMITIBOA
- OINARRIZKO ZIRKUNFERENTZIA
- DESPLAZAMENDUEN ZIRKUNFERENTZIA
- ESZENTRIKOTASUNA

2.- UKIPEN ZUZENEKO MEKANISMOAK.

Espeketan, bi elementuen arteko ukipen zuzenaren bidez transmititzen da higidura, non elementuak aldiunero ukitzaileak diren.



$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{\overline{P_{31}P_{23}}}{\overline{P_{21}P_{23}}}$$

DESPLAZAMENDU-DIAGRAMAK

Jarraitzailearen desplazamendua z , espekak biratutako angeluaren (θ)-ren menpeko funtzioaren irudikapen grafikoa da.

$$\boxed{z = z(\theta)} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \boxed{\dot{z} = \frac{dz}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = z' \dot{\theta}} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \boxed{\ddot{z} = z'' \dot{\theta}^2 + z' \ddot{\theta}} \xrightarrow{\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = kte} \boxed{\ddot{z} = z'' \dot{\theta}^2}$$

-C⁰ jarraitasuna -> z jarraitua

-C¹ jarraitasuna -> z' jarraitua

-C² jarraitasuna -> z'' jarraitua

DESPLAZAMENDU-DIAGRAMA MOTAK

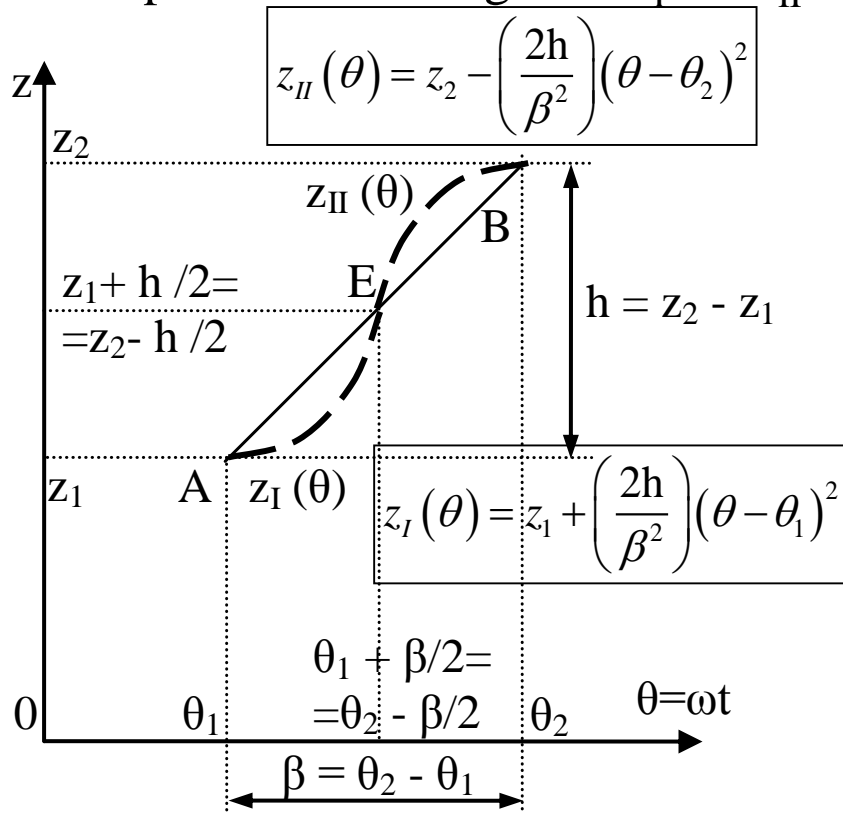
- | | | |
|---|----------------|-------------------------------------|
| { | 1) PARABOLIKOA | $z = z(\theta^2, \theta)$ |
| | 2) KUBIKOA | $z = z(\theta^3, \theta^2, \theta)$ |
| | 3) HARMONIKOA | $z = z(\cos \theta)$ |
| | 4) ZIKLOIDALA | $z = z(\theta, \sin \theta)$ |

3.- DESPLAZAMENDU-DIAGRAMAK

DESPLAZAMENDU-DIAGRAMA PARABOLIKOA

DESPLAZAMENDU-DIAGRAMA PARABOLIKOA

Desplazamendu-diagrama z_I eta z_{II} bi tarte parabolikoen bidez definituak daude.



$z_{II}(\theta) = d\theta^2 + e\theta + f \quad \theta_2 - \frac{\beta}{2} < \theta < \theta_2$

- 1) $z_{II}\left(\theta_2 - \frac{\beta}{2}\right) = z_2 - \frac{h}{2}$
- 2) $z_{II}(\theta_2) = z_2$
- 3) $z_{II}'(\theta_2) = 0$

$$z_{II}'(\theta) = -\left(\frac{4h}{\beta^2}\right)(\theta - \theta_2)$$

$z_I(\theta) = a\theta^2 + b\theta + c \quad \theta_1 < \theta < \theta_1 + \frac{\beta}{2}$

- 1) $z_I(\theta_1) = z_1$
- 2) $z_I\left(\theta_1 + \frac{\beta}{2}\right) = z_1 + \frac{h}{2}$
- 3) $z_I'(\theta_1) = 0$

$$z_{II}''(\theta) = -\left(\frac{4h}{\beta^2}\right)$$

$$z_I'(\theta) = \left(\frac{4h}{\beta^2}\right)(\theta - \theta_1)$$

$$z_I''(\theta) = \left(\frac{4h}{\beta^2}\right)$$

3.- DESPLAZAMENDU-DIAGRAMAK

DESPLAZAMENDU-DIAGRAMA KUBIKOA

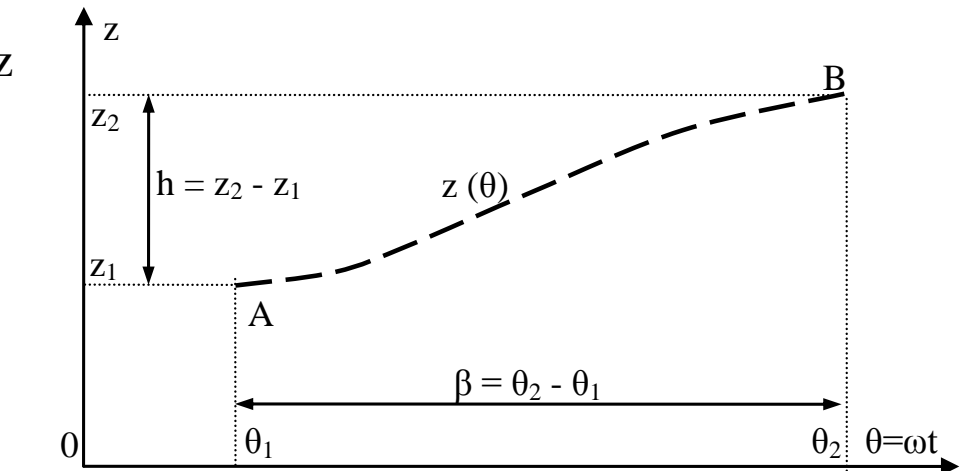
DESPLAZAMENDU-DIAGRAMA KUBIKOA

Igoera fasea polinomio kubiko baten bidez adierazten da.

$$z(\theta) = m + n(\theta - \theta_1) + p(\theta - \theta_1)^2 + q(\theta - \theta_1)^3$$

MUGA-BALDINTZAK

$$\left. \begin{array}{l} 1) z(\theta_1) = z_1 \\ 2) z(\theta_1 + \beta) = z_1 + h \\ 3) z'(\theta_1) = 0 \\ 4) z'(\theta_1 + \beta) = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left[\begin{array}{l} m = z_1 \\ n = 0 \\ p = \frac{3h}{\beta^2} \\ q = \frac{-2h}{\beta^3} \end{array} \right] \rightarrow$$



$$z(\theta) = z_1 + \left(\frac{3h}{\beta^2}\right)(\theta - \theta_1)^2 - \left(\frac{2h}{\beta^3}\right)(\theta - \theta_1)^3$$

$$z'(\theta) = \frac{6h}{\beta^2}(\theta - \theta_1) - \frac{6h}{\beta^3}(\theta - \theta_1)^2 \quad |z'_{\max}| = \frac{3h}{2\beta}$$

$$z''(\theta) = \frac{6h}{\beta^2} - \frac{12h}{\beta^3}(\theta - \theta_1) \quad |z''_{\max}| = \frac{6h}{\beta^2}$$

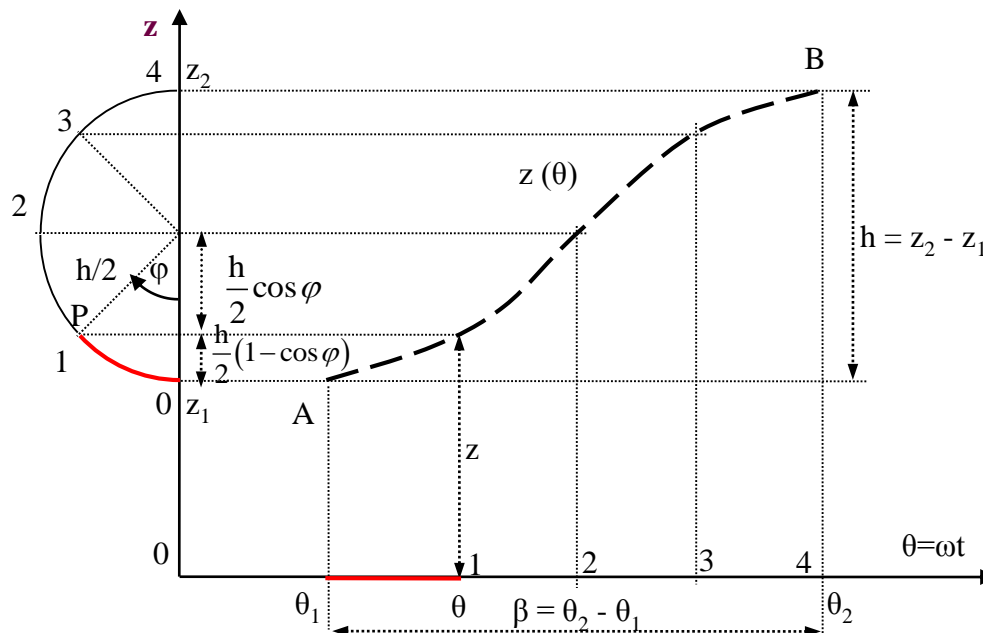
3.- DESPLAZAMENDU-DIAGRAMAK

DESPLAZAMENDU-DIAGRAMA HARMONIKOA

DESPLAZAMENDU-DIAGRAMA HARMONIKOA

Diagrama harmonikoa sortzen da abiadura konstanteko bi mugimendu hauek gainjarriz:

1. Ardatz horizontalean β ($= \theta_2 - \theta_1$) distantzia ibiltzen den bitartean
2. Ardatz bertikalean P puntua h ($= z_2 - z_1$) diametroko erdizirkunferentzian zehar higitzen da



$$\left. \begin{array}{l} \pi \rightarrow \beta \\ \varphi \rightarrow \theta - \theta_1 \end{array} \right\} \varphi = \pi \frac{(\theta - \theta_1)}{\beta}$$

$$z = z_1 + \frac{h}{2} \left\{ 1 - \cos \left[\frac{\pi}{\beta} (\theta - \theta_1) \right] \right\}$$

$$z' = \frac{h\pi}{2\beta} \sin \left[\frac{\pi}{\beta} (\theta - \theta_1) \right] \quad |z'_{\max}| = \frac{\pi h}{\beta 2}$$

$$z'' = \frac{h}{2} \left(\frac{\pi}{\beta} \right)^2 \cos \left[\frac{\pi}{\beta} (\theta - \theta_1) \right] \quad |z''_{\max}| = \left(\frac{\pi}{\beta} \right)^2 \frac{h}{2}$$

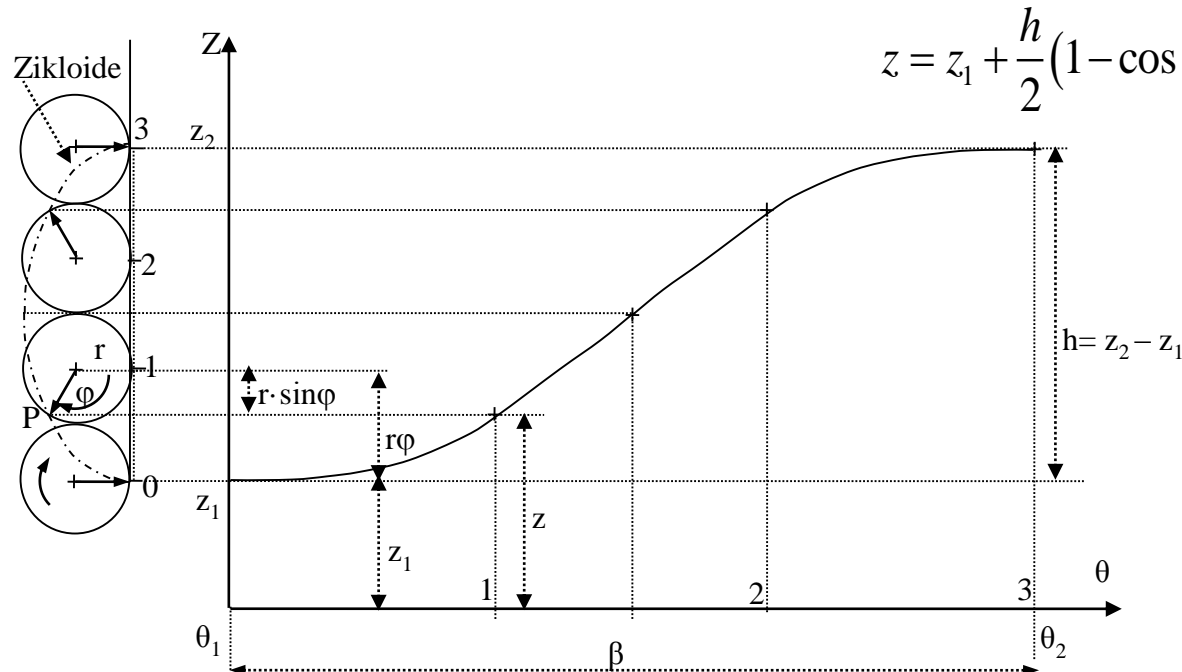
3.- DESPLAZAMENDU-DIAGRAMAK

DESPLAZAMENDU-DIAGRAMA ZIKLOIDALA

DESPLAZAMENDU-DIAGRAMA ZIKLOIDALA

Diagrama zikloidala sortzen da abiadura konstanteko bi mugimendu hauek gainjarriz:

1. Ardatz horizontalean β ($= \theta_2 - \theta_1$) distantzia ibiltzen den bitartean
2. Ardatz bertikalean h ($= z_2 - z_1$) distantzian zehar errodadura hutsarekin ibiltzen da buelta osoa emanaz r erradioko zirkunferentzi bat



$$z = z_1 + \frac{h}{2}(1 - \cos \varphi)$$

$$\left[\begin{array}{l} 2\pi \rightarrow \beta \\ \varphi \rightarrow \theta - \theta_1 \end{array} \right] \varphi = 2\pi \frac{(\theta - \theta_1)}{\beta}$$

$$z = z_1 + \frac{h}{\beta}(\theta - \theta_1) - \frac{h}{2\pi} \sin \left[\frac{2\pi}{\beta}(\theta - \theta_1) \right]$$

$$z' = \frac{h}{\beta} \left\{ 1 - \cos \left[\frac{2\pi}{\beta}(\theta - \theta_1) \right] \right\} \quad |z'_{\max}| = \frac{2h}{\beta}$$

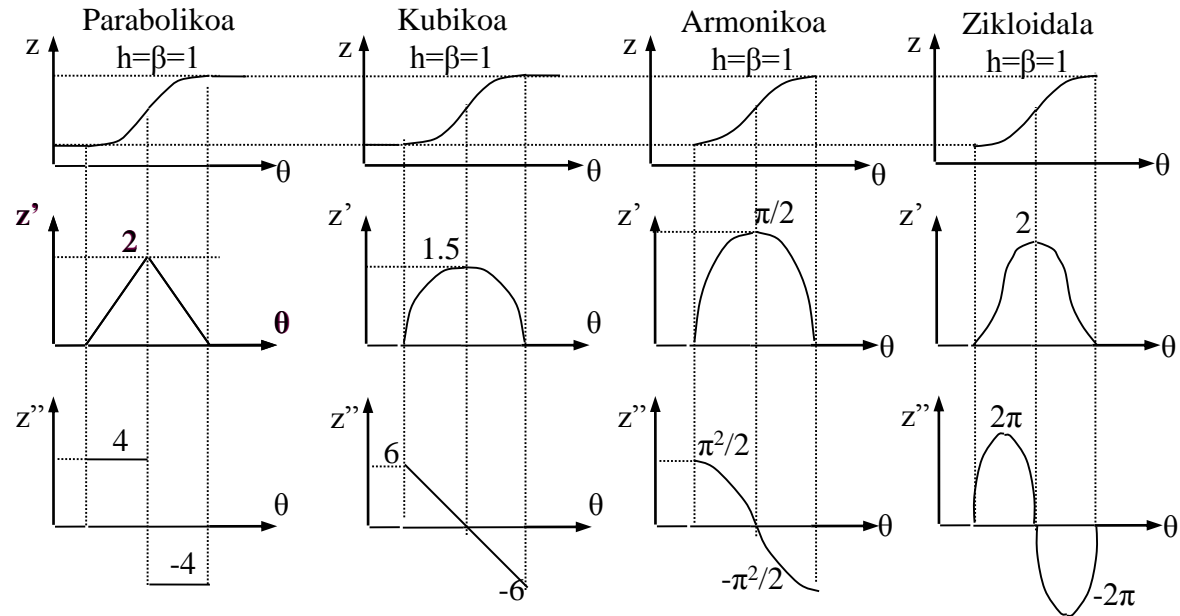
$$z'' = \frac{2\pi h}{\beta^2} \sin \left[\frac{2\pi}{\beta}(\theta - \theta_1) \right] \quad |z''_{\max}| = \frac{2\pi h}{\beta^2}$$

3.- DESPLAZAMENDU-DIAGRAMAK

KONPARAKETA

DESPLAZAMENDU-DIAGRAMA EZBERDINEN ARTEKO KONPARAKETA

z , z' , z'' , eta z'''
 funtzioak θ -ren
 menpe irudikatuz



z , z' , z'' funtzioen
 BALIO MAXIMOAK
 $h = \beta = 1$

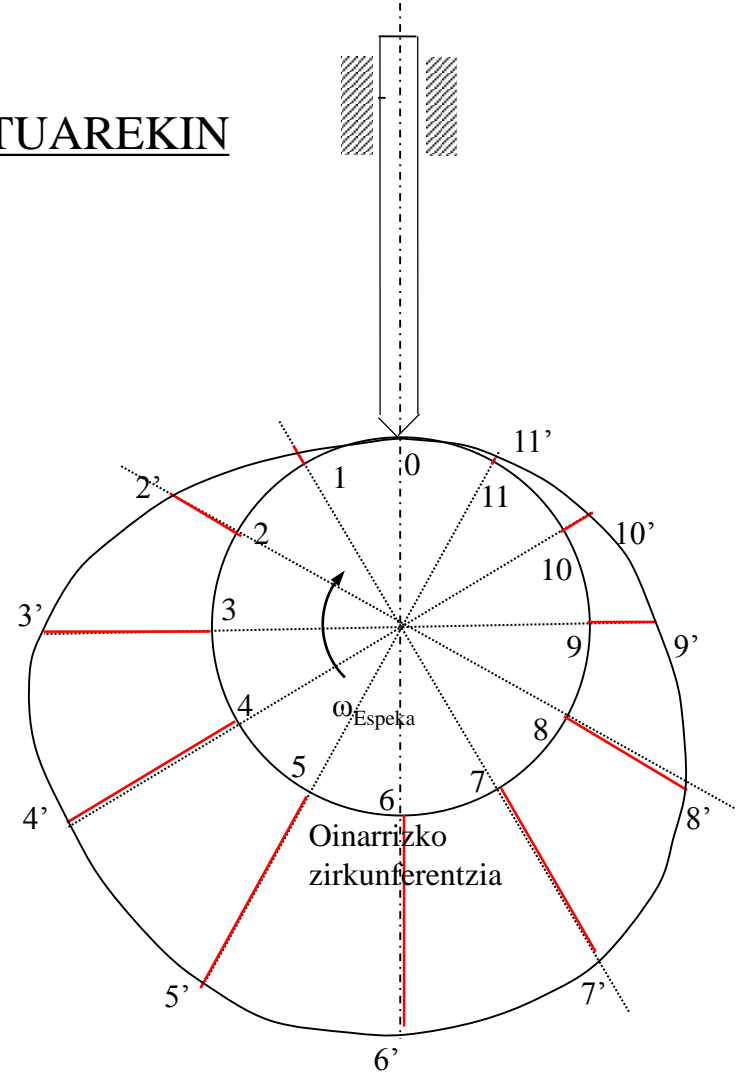
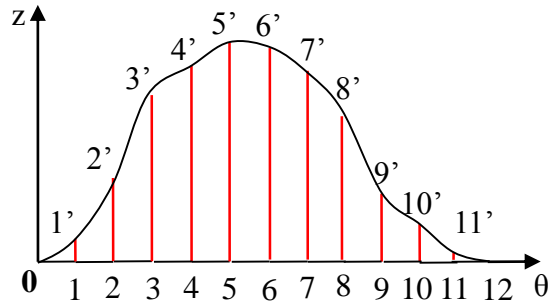
	PARABOLIKOA	KUBIKOA	ARMONIKOA	ZIKLOIDALA
z'	2	1,5 ($=3/2$)	1,571 ($=\pi/2$)	2
z''	4	6	4,935 ($=\pi^2/2$)	6,28 ($=2\pi$)
z'''	∞	∞	∞	Finitoa

4.- ESPEKA-PROFILA GRAFIKOKI MARRAZTEA

DISKO-ESPEKA PUNTU-JARRAITZAILE ZENTRATUAREKIN

DISKO-ESPEKA PUNTU-JARRAITZAILE ZENTRATUAREKIN

Desplazamendu-diagrama

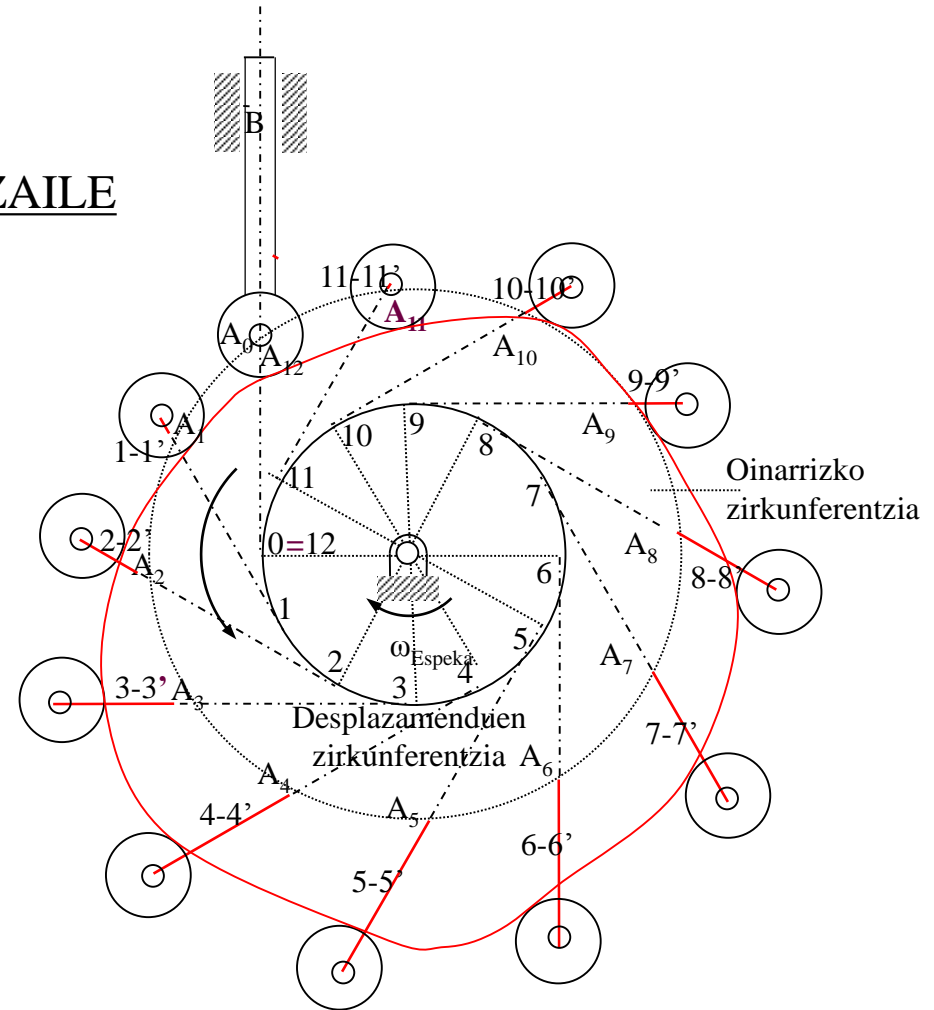
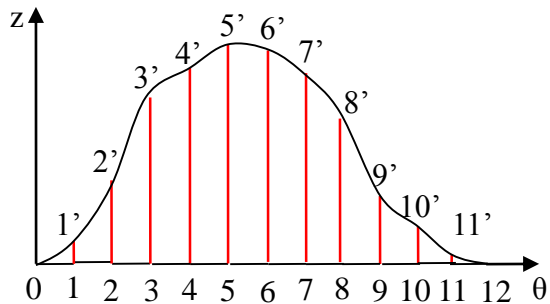


DISKO-ESPEKA

TRASLAZIOZKO ARRABOL-JARRAITZAILE

ZENTRATUGABEA

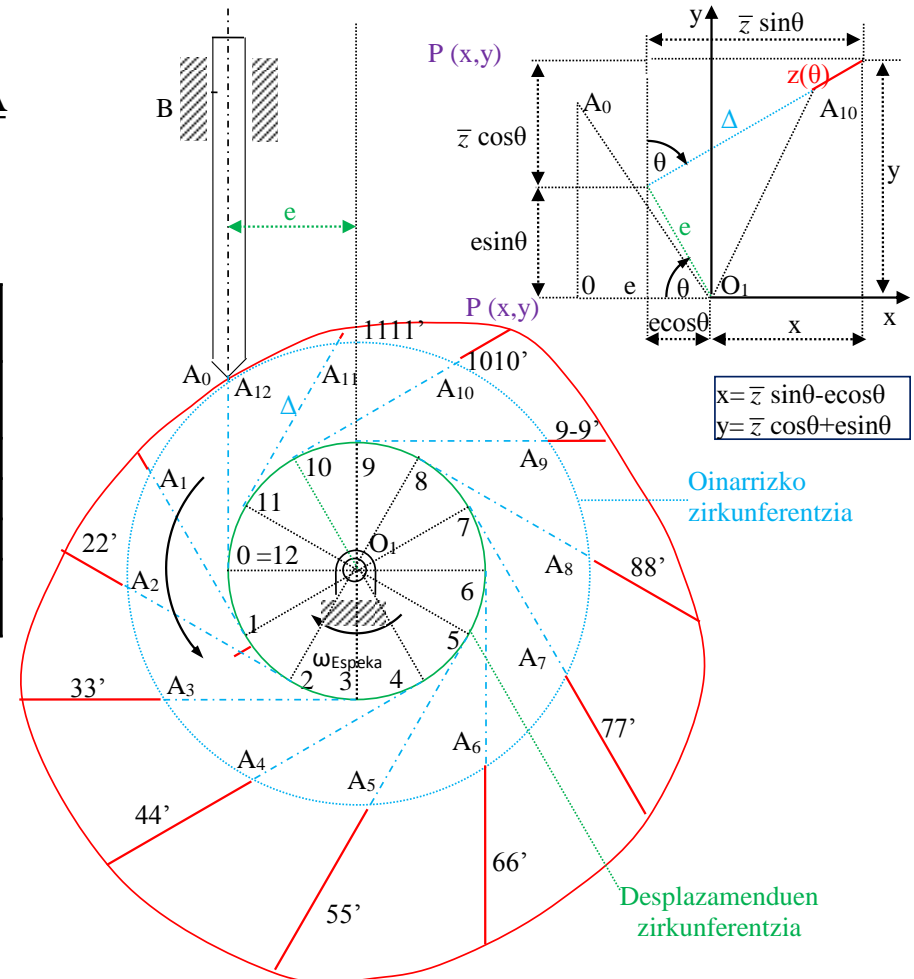
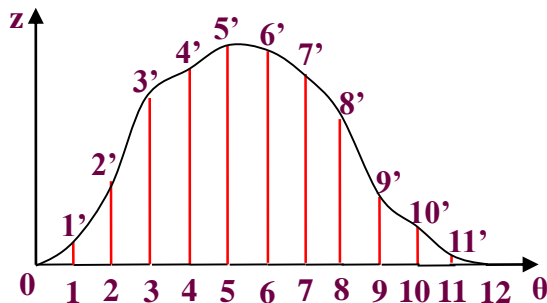
Desplazamendu-diagrama



DISKO-ESPEKA. TRASLAZIOZKO JARRAITZAILE PUNTUALA ZENTRATUGABEA

Datuak

DISKO-ESPEKA	- Errotazio-zentro finkoa	O_1
	- Abiadura angeluarren noranzkoa	Erloju orratzen alde
	- Hasierako puntua	A_0
TRASLAZIOZKO JARRAITZAILEA	- Eszentrikotasuna	e
	- Ukipen	Puntuala
	- Desplazamendu diagrama	A_0



- Avello, A. Teoría de máquinas. Escuela Superior de Ingenieros Industriales, San Sebastián, 2000.