eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

Autoevaluación

OCW 2018: *Utilizando Mathematica como apoyo al cálculo algebraico en los grados de Ingeniería*

Ejercicios propuestos (2 de 2)

Equipo docente del curso
Martín Yagüe, Luis
Unzueta Inchaurbe, Aitziber
Arrospide Zabala, Eneko
García Ramiro, María Begoña
Soto Merino, Juan Carlos
Alonso González, Erik

Departamento de Matemática Aplicada
Escuela de Ingeniería de Bilbao, Edificio II-I

AUTOEVALUACIÓN. EJERCICIOS (2 de 2)

Ejercicio nº1

Se consideran las expresiones: $E_1 = \dfrac{b^2+ab}{a+ab}$ y $E_2 = \dfrac{(2+2a+b+ab)(a-1)^2}{(a^3-a^2-a+1)(b^2+3b+2)}$

- a) Evalúe E_1, con cuatro cifras decimales, cuando $b = 17$ y $a = \sqrt{2}$.
- b) Defina una función $f(x)$ a partir de E_1 realizando las siguientes asignaciones: $b = x^2 - 1$ y $a = x^2 + 1$.
- c) Evalúe E_2, con cuatro cifras decimales, cuando $b = \pi$.
- d) Defina una función $g(x)$ a partir de E_2 realizando la siguiente asignación: $b = x^2$.
- e) Calcule los puntos de corte entre las gráficas de ambas funciones, $f(x)$ y $g(x)$.
- f) Obtenga el área del dominio limitado por las gráficas de las dos funciones.

Ejercicio nº2

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & -3 & 4 \\ 3 & -2 & 2 & -2 & 5 \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{5\times 5}(\mathbb{R})$.

- a) Calcule su rango, $r(A)$.
- b) Obtenga una matriz, AR, equivalente por filas a A.
- c) Calcule la matriz $C = A + AR^{\mathrm{T}}$.
- d) ¿Es C invertible? En caso afirmativo, hallar C^{-1}.
- e) Resolver la ecuación: $X \cdot C + A = [0]_{5\times 5}$.

Ejercicio nº3

Clasifique y resuelva el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio nº4

Sea el siguiente sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} a\,x - 2\,y + 2\,z = 1 \\ 3\,x + 4\,a\,z = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$

- a) Clasifique, en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$, el sistema de ecuaciones usando el rango de la matriz de coeficientes, A, y el de la ampliada, AM.
- b) Resuelva el sistema de ecuaciones en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$.
- c) Interprete geométricamente la solución cuando el sistema sea compatible indeterminado.

Ejercicio nº5

Se consideran los subespacios vectoriales en el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$:

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \Big/ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \lambda, \mu \in \mathbb{R} \right\}$$

$$T = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \Big/ \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0 \right\}$$

- a) Indique, razonadamente, una base y la dimensión de cada uno de los subespacios.
- b) Exprese S y T en forma cartesiana.
- c) Determine el subespacio vectorial $S \cap T$, obtenga una base y su dimensión.
- d) Interprete el resultado obtenido en el apartado anterior.

Ejercicio nº6

Sea la matriz: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & n \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{4\times 4}$

- a) Determine para qué valores de $n \in \mathbb{R}$ la matriz A es diagonalizable.
- b) Si la matriz A es diagonalizable calcule las matrices A y P tal que $D = P^{-1} \cdot A \cdot P$.

Ejercicio nº7

En el espacio vectorial $\mathbb{P}_2(x)$ de los polinomios en x de grado menor o igual que 2 se define el producto escalar siguiente:

$$\forall\, p(x), q(x) \in \mathbb{P}_2(x) : \langle p(x), q(x) \rangle = \int_0^1 p(x) \cdot q(x)\, dx$$

- a) Determine el ángulo entre $p(x) = 1$ y $q(x) = x$.
- b) ¿Para qué valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$ son ortogonales $p_1(x) = x - a$ y $p_2(x) = x + a$?
- c) Calcule la matriz de Gram asociada a dicho producto escalar respecto a la base $B = \{1, x, x^2\}$.
- d) Calcule el subespacio ortogonal a $S = \mathcal{L}(\{1\})$.