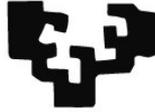


eman ta zabal zazu



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

## Autoevaluación

# OCW 2018: *Utilizando Mathematica como apoyo al cálculo algebraico en los grados de Ingeniería*

---

## Ejercicios propuestos (1 de 2)

### **Equipo docente del curso**

*Martín Yagüe, Luis*

*Unzueta Inchaurre, Aitziber*

*Arrospide Zabala, Eneko*

*García Ramiro, María Begoña*

*Soto Merino, Juan Carlos*

*Alonso González, Erik*

Departamento de Matemática Aplicada  
Escuela de Ingeniería de Bilbao, Edificio II-I

OCW  
OpenCourseWare



## AUTOEVALUACIÓN. EJERCICIOS (1 de 2)

### Ejercicio nº1

Se consideran las funciones: 
$$\begin{cases} p(x) = e^x \\ q(x) = \frac{5}{2} x^2 \end{cases}$$

- a) Defínalas correctamente como funciones de una variable,  $x$ .
- b) Calcule el valor de las funciones cuando  $x = 0$ ,  $x = -1$  y  $x = \sqrt{2}$ .
- c) Cree una lista con los valores de  $p(x)$  cuando  $x = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$ ; utilice cuatro cifras significativas.
- d) Halle los puntos comunes a ambas funciones.
- e) Represente ambas funciones en la misma gráfica.
- f) Obtenga el área del dominio limitado por las gráficas de las dos funciones.
- g) Calcule la primera derivada de las dos funciones y particularícelas cuando  $x = 0$ ,  $x = -1$  y  $x = \sqrt{2}$ .

### Ejercicio nº2

Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ .

Calcule:  $\sum_{k=1}^n A^k \quad \forall n \in \mathbb{N}$ . Compruebe el resultado.

### Ejercicio nº3

Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales: 
$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ x + 3y + 2z = 3 \end{cases}$$

- a) ¿Es posible calcular,  $A^{-1}$ , la inversa de la matriz de coeficientes? Razone la respuesta y, en caso afirmativo, calcule dicha inversa.
- b) Resuelva el sistema de ecuaciones lineales.

### Ejercicio nº4

Clasifique y resuelva el sistema  $S$  de ecuaciones lineales en función de los parámetros  $a, b \in \mathbb{R}$ .

$$S \equiv \begin{cases} bx + y + z = 1 \\ x + y + z + t = 1 \\ x + 2ay + t = 2 \\ x + ay = 1 \end{cases}$$

### Ejercicio nº5

Se considera el subespacio vectorial  $S = \{p(x) \in \mathbb{P}_3(x) / p(1) = p'''(0) = 0\}$  del espacio  $\mathbb{P}_3(x)$ .

- a) Determine las ecuaciones implícitas de  $S$ , halle una base  $B_S$  y la dimensión de  $S$ .
- b) Amplíe la base  $B_S$  de  $S$  hasta obtener una base  $B$  de  $\mathbb{P}_3(x)$ .
- c) Halle, si es posible, las coordenadas del polinomio  $r(x) = 1 + x^3$  en la base  $B_S$  de  $S$  y en la base  $B$  de  $\mathbb{P}_3(x)$ .
- d) Halle la mejor aproximación de  $r(x) = 1 + x^3$  en  $S$  considerando el producto escalar usual.

### Ejercicio nº6

Sea la matriz:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{4 \times 4}$ .

- a) Calcule el polinomio característico.
- b) Determine el valor del determinante utilizando el polinomio característico.
- c) Determine si la matriz  $A$  es diagonalizable por semejanza.

### Ejercicio nº7

Sea el espacio vectorial euclídeo  $(\mathbb{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \langle \cdot, \cdot \rangle)$  con el producto escalar usual. Se considera el subespacio

$$S = \left\{ A \in \mathbb{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) / A \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot A \right\}$$

- a) Halle una base,  $B_S$ , y la dimensión de  $S$ .
- b) Determine una base ortogonal  $B_{OT}$  y una ortonormal  $B_{ON}$  de  $S$ .
- c) Calcule las ecuaciones implícitas del subespacio ortogonal  $S^\perp$ .
- d) Prolongue la base  $B_S$  hasta obtener una base  $B$  de  $\mathbb{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ .
- e) Calcule la matriz de Gram del producto escalar en la base  $B$  de  $S$ .
- f) Calcule la proyección de la matriz  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  sobre el subespacio  $S$ .