Autoevaluación

OCW 2018: *Utilizando Mathematica como apoyo al cálculo algebraico en los grados de Ingeniería*

Ejercicios propuestos (1 de 2)

Equipo docente del curso
Martín Yagüe, Luis
Unzueta Inchaurbe, Aitziber
Arrospide Zabala, Eneko
García Ramiro, María Begoña
Soto Merino, Juan Carlos
Alonso González, Erik

Departamento de Matemática Aplicada
Escuela de Ingeniería de Bilbao, Edificio II-I

AUTOEVALUACIÓN. EJERCICIOS (1 de 2)

Ejercicio nº1

Se consideran las funciones: $\begin{cases} p(x) = e^x \\ q(x) = \frac{5}{2}\, x^2 \end{cases}$

- a) Defínalas correctamente como funciones de una variable, x.
- b) Calcule el valor de las funciones cuando $x = 0$, $x = -1$ y $x = \sqrt{2}$.
- c) Cree una lista con los valores de $p(x)$ cuando $x = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$; utilice cuatro cifras significativas.
- d) Halle los puntos comunes a ambas funciones.
- e) Represente ambas funciones en la misma gráfica.
- f) Obtenga el área del dominio limitado por las gráficas de las dos funciones.
- g) Calcule la primera derivada de las dos funciones y particularícelas cuando $x = 0$, $x = -1$ y $x = \sqrt{2}$.

Ejercicio nº2

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$.

Calcule : $\sum_{k=1}^{n} A^k \quad \forall\, n \in \mathbb{N}$. Compruebe el resultado.

Ejercicio nº3

Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} 2x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ x + 3y + 2z = 3 \end{cases}$

- a) ¿Es posible calcular, A^{-1}, la inversa de la matriz de coeficientes? Razone la respuesta y, en caso afirmativo, calcule dicha inversa.
- b) Resuelva el sistema de ecuaciones lineales.

Ejercicio nº4

Clasifique y resuelva el sistema S de ecuaciones lineales en función de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$.

$$S \equiv \begin{cases} b\,x + y + z = 1 \\ x + y + z + t = 1 \\ x + 2\,a\,y + t = 2 \\ x + a\,y = 1 \end{cases}$$

Ejercicio nº5

Se considera el subespacio vectorial $S = \{ p(x) \in \mathbb{P}_3(x) / p(1) = p'''(0) = 0 \}$ del espacio $\mathbb{P}_3(x)$.

- a) Determine las ecuaciones implícitas de S, halle una base B_s y la dimensión de S.
- b) Amplíe la base B_s de S hasta obtener una base B de $\mathbb{P}_3(x)$.
- c) Halle, si es posible, las coordenadas del polinomio $r(x) = 1 + x^3$ en la base B_s de S y en la base B de $\mathbb{P}_3(x)$.
- d) Halle la mejor aproximación de $r(x) = 1 + x^3$ en S considerando el producto escalar usual.

Ejercicio nº6

Sea la matriz: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{4\times 4}$.

- a) Calcule el polinomio característico.
- b) Determine el valor del determinante utilizando el polinomio característico.
- c) Determine si la matriz A es diagonalizable por semejanza.

Ejercicio nº7

Sea el espacio vectorial euclídeo $(\mathbb{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}), \langle\ ,\ \rangle)$ con el producto escalar usual. Se considera el subespacio

$$S = \left\{ A \in \mathbb{M}_{2\,x2}(\mathbb{R}) \; / \; A \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot A \right\}$$

- a) Halle una base, B_s, y la dimensión de S.
- b) Determine una base ortogonal B_{OT} y una ortonormal B_{ON} de S.
- c) Calcule las ecuaciones implícitas del subespacio ortogonal $S^{\perp}$.
- d) Prolongue la base B_s hasta obtener una base B de $\mathbb{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$.
- e) Calcule la matriz de Gram del producto escalar en la base B de S.
- f) Calcule la proyección de la matriz $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ sobre el subespacio S.