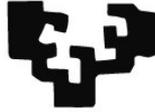


eman ta zabal zazu



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

Autoevaluación

OCW 2018: Utilizando Mathematica como apoyo al cálculo algebraico en los grados de Ingeniería

Test nº1 (enunciados)

Equipo docente del curso

Martín Yagüe, Luis

Unzueta Inchaurre, Aitziber

Arrospide Zabala, Eneko

García Ramiro, María Begoña

Soto Merino, Juan Carlos

Alonso González, Erik

Departamento de Matemática Aplicada
Escuela de Ingeniería de Bilbao, Edificio II-I

OCW
Open CourseWare



EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN: Test nº1

Ejercicios de autoevaluación de los tres primeros temas de la asignatura. Formato test con seis posibles opciones de respuesta. Sólo una es correcta. La resolución con el programa *Mathematica* se encuentra en otro fichero en formato *pdf*.

Ejercicio 1. Simplifique la expresión:

$$E = 15 \cdot \left[\frac{2}{3}(x-3) - \frac{4}{5} \left(\frac{y}{2} - x \right) + \frac{1}{5}(x+2) + 2(1-y) \right]$$

- | | |
|------------------------|------------------------|
| a) $E = 6 + 25x + 36y$ | d) $E = 6 + 25x - 24y$ |
| b) $E = 6 + 25x - 36y$ | e) $E = 3(x - y)$ |
| c) $E = 6 + 25x + 24y$ | f) $E = 6 - 25x - 24y$ |

Ejercicio 2. Calcule la matriz $C = A^2 - 2AB + B^2$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- | | |
|---|---|
| a) $C = (A - B)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ | d) $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ |
| b) $C = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ | e) $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ |
| c) $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ | f) $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ |

Ejercicio 3. Calcule el rango de la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

- | | |
|---------------|------------------------|
| a) $r(A) = 0$ | d) $r(A) = 3$ |
| b) $r(A) = 1$ | e) $r(A) = 4$ |
| c) $r(A) = 2$ | f) $r(A) = 4 \times 4$ |

Ejercicio 4. Calcule el determinante del producto de las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| a) $ A \cdot B \cdot C = 0$ | d) $ A \cdot B \cdot C = -4$ |
| b) $ A \cdot B \cdot C = 1$ | e) $ C \cdot B \cdot A = 4$ |
| c) $ A \cdot B \cdot C = -1$ | f) $ B \cdot C \cdot A = 4$ |

Ejercicio 5. Calcule la inversa de la matriz : $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

- | | |
|---|--|
| a) Matriz regular: no invertible | d) Matriz singular: no invertible |
| b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ | e) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ |
| c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ | f) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$ |

Ejercicio 6. Resuelva la ecuación: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x^2 \end{vmatrix} = 0$

- | | |
|---|---|
| a) La expresión dada no es una ecuación | e) $\begin{cases} x = -1 & (\text{raíz doble}) \\ x = 1 & (\text{raíz simple}) \end{cases}$ |
| b) $\begin{cases} x = 1 & (\text{raíz doble}) \\ x = -1 & (\text{raíz simple}) \end{cases}$ | f) $\begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$ |
| c) $x = 1$ (raíz doble) | |
| d) $x = 1$ (raíz triple) | |

Ejercicio 7. Calcule, con cinco cifras significativas, el área limitada en el intervalo $[0, 1.25]$ por la gráfica de $f(x) = (x+2)x^2$ y el eje de abscisas.

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| a) $Ar = 1.91243 u^2$ | d) $Ar = 2.1729 u^2$ |
| b) $Ar = 1.91240 u^2$ | e) $Ar = 2.17825 u^2$ |
| c) $Ar = 1.9124 u^2$ | f) $Ar = -1.91243 u^2$ |

Ejercicio 8. Obtenga, en función de los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$, el rango de la matriz:

$$M = \begin{pmatrix} 1-a & 1 & 1 \\ 1 & 1-a & 1 \\ 1 & 1 & 1-a \end{pmatrix}$$

a) $\begin{cases} \text{si } a = 0 \Rightarrow r(M) = 1 \\ \text{si } a = 3 \Rightarrow r(M) = 2 \\ \text{si } a \neq 0 \wedge a \neq 3 \Rightarrow r(M) = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \text{si } a = 0 \vee a = 3 \Rightarrow r(M) = 1 \\ \text{si } a \neq 0 \wedge a \neq 3 \Rightarrow r(M) = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \text{si } a = 0 \vee a = 3 \Rightarrow r(M) = 1 \\ \text{si } a \neq 0 \vee a \neq 3 \Rightarrow r(M) = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \text{si } a = 0 \wedge a = 3 \Rightarrow r(M) = 1 \\ \text{si } a \neq 0 \wedge a \neq 3 \Rightarrow r(M) = 3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \text{si } a = 0 \Rightarrow r(M) = 1 \\ \text{si } a \neq 0 \Rightarrow r(M) = 2 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \text{si } a = 0 \Rightarrow r(M) = 1 \\ \text{si } a = 3 \Rightarrow r(M) = 3 \\ \text{si } a \neq 0 \wedge a \neq 3 \Rightarrow r(M) = 2 \end{cases}$

Ejercicio 9. Señale una solución particular del sistema:

$$S \equiv \begin{cases} x - y + z - 3w = 4 \\ 4x + 3y - z + w = 0 \\ 5x + 2y + z - w = 4 \end{cases}$$

a) $\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \\ z = \frac{1}{2} \\ w = -\frac{1}{2} \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{4}{5} \\ z = -\frac{6}{5} \\ w = \frac{6}{5} \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ y = \frac{2}{7} \\ z = -1 \\ w = -1 \end{cases}$

d) El sistema S es incompatible, por tanto, no tiene solución

e) $\begin{cases} x = \frac{16}{21} \\ y = -\frac{4}{7} \\ z = -\frac{2}{3} \\ w = -\frac{2}{3} \end{cases}$

f) $\begin{cases} x = \frac{8}{3} \\ y = -4 \\ z = -\frac{2}{3} \\ w = \frac{2}{3} \end{cases}$

Ejercicio 10. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$S \equiv \begin{cases} x - y + z - 3w = 4 \\ 4x + 3y - z + w = 0 \\ 5x + 2y + z - w = 4 \end{cases}$$

a) $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = \frac{1}{2} \\ w = -\frac{1}{2} \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = \frac{1}{5}(4 - 9x) \\ z = \frac{1}{10}(12 - 7x) \\ w = -\frac{1}{10}(12 - 7x) \end{cases} \quad \forall x \in \mathbb{R}$

b) $\begin{cases} y = \frac{1}{5}(4 - 9x) \\ z = \frac{2}{5}(3 - 7x) \\ w = -\frac{2}{5}(3 - 7x) \end{cases} \quad \forall x \in \mathbb{R}$

e) $\begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = 1 \\ z = \frac{4}{3} \\ w = -\frac{1}{3} \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = \frac{1}{5}\left(6 - \frac{7}{2}x\right) \\ w = -\frac{1}{5}\left(6 - \frac{7}{2}x\right) \end{cases} \quad \forall x, z \in \mathbb{R}$

f) El sistema S es incompatible, por tanto, no tiene solución

Ejercicio 11. Resuelva, en función de los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$, el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$S \equiv \begin{cases} x + y + z = a \\ x + (1 + a)y + z = 2a \\ x + y + (1 + a)z = 0 \end{cases}$$

a) $\begin{cases} \text{si } a = 1: \begin{cases} x = y \\ z = -y \end{cases} \quad \forall y \in \mathbb{R} \\ \text{si } a = 0: z = -x - y \quad \forall x, y \in \mathbb{R} \\ \text{si } a \neq 0: \begin{cases} x = a \\ y = 1 \\ z = -1 \end{cases} \end{cases}$

c) $\begin{cases} \text{si } a \neq 0: z = -x - y \quad \forall x, y \in \mathbb{R} \\ \text{si } a = 0: \begin{cases} x = a \\ y = 1 \\ z = -1 \end{cases} \end{cases}$

b) S es incompatible $\forall a \in \mathbb{R}$

d) $\begin{cases} \text{si } a = 0: z = -x - y \quad \forall x, y \in \mathbb{R} \\ \text{si } a \neq 0: \begin{cases} x = a \\ y = 1 \\ z = -1 \end{cases} \end{cases}$

$$\text{e) } \begin{cases} \text{si } a = 0 : z = -x + y \forall x, y \in \mathbb{R} \\ \text{si } a \neq 0 : \begin{cases} x = a \\ y = -1 \\ z = -1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} \text{si } a = 0 : x = -z - y \forall y, z \in \mathbb{R} \\ \text{si } a \neq 0 : \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = -1 \end{cases} \end{cases}$$

Ejercicio 12. Discuta, según los valores de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$, la naturaleza del siguiente sistema de ecuaciones lineales (especifique expresamente los casos de incompatibilidad):

$$S \equiv \begin{cases} x + y + z = 3 \\ -x + by + z = 1 \\ -x - y - z = a \\ -x - y + z = 1 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} \text{si } a = -3 \wedge b \neq -1 : S \text{ compatible indeterminado} \\ \text{si } a = -3 \wedge b = -1 : S \text{ compatible determinado} \\ \text{si } a \neq -3 \forall b \in \mathbb{R} : S \text{ incompatible} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \text{si } a \neq -3 \wedge b \neq -1 : S \text{ compatible indeterminado} \\ \text{si } a \neq -3 \wedge b = -1 : S \text{ compatible determinado} \\ \text{si } b \neq -1 \forall a \in \mathbb{R} : S \text{ incompatible} \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \text{si } a = -3 \forall b \in \mathbb{R} : S \text{ compatible indeterminado} \\ \text{si } a \neq -3 \forall b \in \mathbb{R} : S \text{ incompatible} \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \text{si } a = -3 \wedge b \neq -1 : S \text{ compatible determinado} \\ \text{si } a \neq -3 \wedge b = -1 : S \text{ compatible indeterminado} \\ \text{si } a \neq -3 \forall b \in \mathbb{R} : S \text{ incompatible} \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} \text{si } a = -3 \wedge b \neq -1 : S \text{ compatible determinado} \\ \text{si } a = -3 \wedge b = -1 : S \text{ compatible indeterminado} \\ \text{si } a \neq -3 \forall b \in \mathbb{R} : S \text{ incompatible} \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} \text{si } a = -3 \wedge b \neq -1 : S \text{ compatible determinado} \\ \text{si } a = -3 \wedge b = -1 : S \text{ compatible indeterminado} \end{cases}$$

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN: Test nº1
(respuestas)

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
1	<i>b</i>	7	<i>c</i>
2	<i>d</i>	8	<i>a</i>
3	<i>d</i>	9	<i>f</i>
4	<i>d</i>	10	<i>d</i>
5	<i>b</i>	11	<i>d</i>
6	<i>b</i>	12	<i>e</i>