

Material de estudio

OCW 2018: Utilizando Mathematica como apoyo al cálculo algebraico en los grados de Ingeniería

Tema 1. Comenzando a trabajar

Equipo docente del curso

Martín Yagüe, Luis Unzueta Inchaurbe, Aitziber Arrospide Zabala, Eneko García Ramiro, María Begoña Soto Merino, Juan Carlos Alonso González, Erik

Departamento de Matemática Aplicada Escuela de Ingeniería de Bilbao, Edificio II-I









TEMA 1. COMENZANDO A TRABAJAR CON MATHEMATICA.

Introducción

¿Qué es Mathematica?

Se trata de un *Sistema de Computación Algebraica* (siglas C.A.S. del inglés *Computer Algebraic System*) desarrollado por *Wolfram Inc*. Por lo tanto, es un programa de ordenador que facilita las operaciones matemáticas trabajando con ecuaciones y fórmulas de forma simbólica, en lugar de numéricamente. Por ejemplo, una expresión como x+y es interpretada siempre como "la suma de dos variables" y no como "la suma de dos números". Además de *Mathematica*, otros C.A.S. destacados son *Maple, Derive, MatLab, Maxima* y *MuPad*.

Este tipo de programas suelen incluir manipulaciones tanto con expresiones simbólicas como con expresiones numéricas y diversas representaciones de los resultados.

Debe entenderse el uso del programa *Mathematica* como una herramienta de apoyo en la resolución de los ejercicios clásicos de los diferentes temas que componen el programa del curso.

En este curso se ha utilizado tanto la versión *Wolfram Mathematica 11.2* como la *11.3*, última disponible.

Principales prestaciones

De forma general, se presentan las principales prestaciones del programa. Se irá profundizando a medida que avance el curso.

- Cálculo numérico
 - obtención de radicales

√10233.45

101.161

resolución de una integral definida con una precisión de 6 cifras significativas

$$N\left[\int_{1}^{\sqrt{13}} \frac{\log[x]^{2}}{x^{3}} dx, 6\right]$$

0.118184

- Cálculo simbólico
 - simplificación

Simplify
$$\left[\frac{(2+2a+b+ab)(a-1)^2}{(a^3-a^2-a+1)(b^2+3b+2)} \right]$$

1 + b

método de integración por partes

$$\int x^{4} \operatorname{ArcSin}[x] \, dx$$

$$\frac{1}{75} \sqrt{1 - x^{2}} \left(8 + 4 x^{2} + 3 x^{4} \right) + \frac{1}{5} x^{5} \operatorname{ArcSin}[x]$$





- Potente representación gráfica en 2 D y 3 D
 - ejemplo obtenido en la Ayuda del programa

ContourPlot[Cos[x] + Cos[y], {x, 0, 4Pi}, {y, 0, 4Pi}]



 ejemplo (distintas perspectivas de una lama de la cubierta exterior del estadio San Mamés en Bilbao)



Conceptos básicos

Estructuración

El programa *Mathematica* se estructura en 2 partes:

- Front End. Interfaz que permite la comunicación con el usuario, presenta las entradas y salidas y permite crear y editar ficheros que contienen texto, cálculos, gráficas, etc. Estos ficheros tienen la extensión .nb y se denominan notebooks (cuadernos de notas).
- Kernel (núcleo). Constituye la estructura interna del programa y se encarga de la realización de los cálculos y operaciones matemáticas que solicita el usuario.

Celdas

El área de trabajo se divide en casillas llamadas **celdas** (*cells*) que quedan delimitadas por un corchete situado en la parte derecha. Pueden ser, básicamente, de los siguientes tipos:

- Input (In[núm]:=). Asignación por defecto. Contienen las órdenes (comandos, instrucciones, operaciones, etc.) que el usuario quiere realizar. Para que el programa ejecute la instrucción contenida en una celda Input hay que pulsar la tecla <Intro> (o la combinación de teclas: <Shift>+<Enter>). En una celda de este tipo puede insertarse texto, a modo de comentario, siempre que se haga con el siguiente formato: (* texto del comentario *)
- Output (Out[núm]=). Asociada a cada celda Input (entrada) el programa genera una celda Output (salida) donde muestra el resultado de la operación ejecutada. El número núm se genera automáticamente y de manera secuencial a lo largo de una sesión de trabajo, desde que se inició el programa hasta que se sale de él. Puede servir como referencia de un cálculo previamente obtenido, dado que el programa almacena en el Kernel todas las evaluaciones y cálculos realizado durante una sesión de trabajo.

1 + 4 (* suma de dos números *)

5





- Text. Celdas cuyo contenido no es evaluable; permiten introducir texto sin necesidad de presentarlo como un comentario.
- Otros tipos de celdas. Puede darse a las celdas diferentes formatos. Esto permite organizar la presentación de la información contenida en un *notebook* y utilizar el programa como un editor de texto con la ventaja de poder intercalar celdas tipo *Input* que muestren cálculos. Las distintas opciones (*Title, Chapter, Subchapter, Section, Subsection, …*) se encuentran en el menú *Formato*—*Estilo*. También, puede mostrarse de forma permanente en la barra de herramientas: *Ventana*—*Barra de herramientas*—*Formato*.

| rema 1_Introduction.nb * - | | | | | _ | _ | · · · · · | |
|---|---|------------------------------|---|--|---|--|--|---|
| vo Edición Insertar Fo | rmato Celda Gráficos Evaluación Paletas | Vent | ana Ayuda | | | | | |
| em 🔻 🗉 1 | Estilo | • | litle | Alt+1 | | | | |
| | Eliminar formato Shift+Ctrl+Space | | Chapter | Alt+2 | | | | |
| | Hoja de estilo | | Subchapter | Alt+3 | | | | |
| | Entorno de pantalla | | Section | Alt+4 | | | | |
| | | | Subsection | Alt+5 | | | | |
| | Edital hoja de estilo | | Subsubsection | Alt+6 | | | | |
| | Inspector de opciones Shift+Ctrl+O | | Text | Alt+7 | | | | |
| Estructuración | w | | Code | Al. 0 | | | | |
| | Tipo de letra | | Code | AIL+0 | | | | |
| El programa | Про | • | input | Alt+9 | | | | |
| - Fron | Tamaño | • | Output | | | lidae y permite cre | ar v editar ficheroe que | 1 |
| cont | Color del texto | • | Subtitle | | mina | natebooks (cuad | ernos de notas) | |
| conc | Color de fondo | F | Subsubtitle | | 1 | (cood | | |
| Kero | Pictograma de celda | | Item | | ación | de los cálculos y o | peraciones matemáticas | |
| que | | | ItemParagraph | | | | | |
| | Alineación de texto | 1 🗖 | (Subitem | | | | | |
| Celdas | Justificación de texto | 1 | Cubite on Deve on and | | | | | |
| | Ajustar texto | • | Subitcminaregraph | | 1 | | | |
| El área de trab | ajo se divide en casillas llamadas celda | 5 | Subsubitem | | orche | te situado en la pa | rte derecha. Pueden ser | 1 |
| hásicamente, c | le los siguientes tipos: | | SubsubitemParagraph ItemNumbered | | | | | |
| | | | | | | | | |
| Input () | <pre>tn[núw]:=). Asignación por defecto. Coi</pre> | nt | SubitemNumbered | | tiones | , operaciones, etc |) que el usuario quiere | |
| realizar. | Para que el programa ejecute la instruc | c | s SubsubitemNumbered do o | | | do de comentario, siempre que se haga con el | | |
| tecias: | conficerencerence a compared a co | 62 | | | | | | |
| siguient | c formato. (" texto del comentario ") | | DirelasEeroula | | | | | 1 |
| Output | (Out[num]=). Asociada a cada celda Inpo | uL | DisparyFormula | | | put (salida) donde | muestra el resultado de | |
| la opera | ación ejecutada. El número núm se gene | ra | UisplayFormulaNumbered | | ncial | a lo largo de una s | esion de trabajo, desde | |
| que se | nicuo el programa nasta que se sale i la almacena en el Kernel todas las sucho | uE ar | Program | | un c | arculo previamente o de trabajo | ourienido, dado que el | |
| Program | a antecare en er rerrier coues las evalu | | Otro | Alt+0 | 10000 | | | |
| in[25]:= 1+4 (* suma d | e dos números *) | _ | | | 1 | | | |
| umm E | | | | | | | | 3 |
| 1Tema 1_Introducción.nb * | - Wolfram Mathematica 11.2 | | _ | _ | | | | |
| Tema 1_Introducción.nb * ivo Edición Insertar F | - Wolfram Mathematica 11.2 ormato Celda Gráficos Evaluación Paletas | Vent | tana] Ayuda | _ | | | | 1 |
| Tema 1_introducción.nb* ivo Edición Insertar F | - Wolfram Mathematica 11.2 ormato Celda Gráficos Evaluación Paletas 🗮 📕 (🗧 | Vent | tana) Ayuda Ampliación | - | , | | | 2 |
| ITema 1_introducción.nb * ivo Edición Insertar F | -Wolfram Mathematica 11.2 ormato Celda Gráficos Evaluación Paletas 蓋 ≣ ∢ | Vent | tana) Ayuda Ampliación Bana de henamientas | - | • | Reyle | | |
| ITema 1_Introducción.nb* ivo Edición Insertar F V I I IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII | -Wolfram Mathematica 11.2 ormato Celda Gráficos Evaluación Paletas 聞 ■ 4 | Vent | tana) Ayuda Ampliación Barra de Inerramientas Montor de actividad de Wolfra | m Cloud | , , | Reyla V Formato | | |
| ITema 1_Introducción.nb * ivo Edición Insertar F Celdas El área de tra | Wolfram Mathematica 11.2 ormato Celds Gréficos Evaluación Paletas 클 프 | Vent | tana) Ayuda Ampliación Barra de herramientas Monitor de actividad de Wolfra | m Cloud |) } | Regla ✔ Formato Plantilla | te derecha Pueden ser | |
| ITema 1 Introducción nb * ivo Edición Insetar F Celdas El área de tra básicamente | Wolfram Mathematica 11.2 ormato: Celda: Gráficos: Evaluación: Paletas 雲 ≣ | Vent | tana] Ayuda Ampliación Barra de henamientas Monitor de actividad de Wolfra Organizar ventanas | m Cloud | • • | Regle V Formato Plantilla Prueba | te derecha. Pueden ser, | |
| lTema 1 Introducción nb * ivo Edición Insetar F Celdas El área de tra básicamente, | Wolfram Mothematica 11.2 ormato Celda Gráficos Evaluación Paletas 클 ≣ < bajo se divide en casillas llamadas celde de los siguientes tipos: | Vent | tana) Ayuda Ampliación Barra de herramientas Monitor de actividad de Wolfra Organizar ventanas Treat todo a primer pleno | m Cloud |)) F11 | Regle V Formato Plantilla Prueba | te derecha. Pueden ser, | • • |
| ITema 1 Introducción nb * ivo Edición Insetar F Celdas El área de tra básicamente, Input | Wolfram Mohematics 11.2 emato Celda Graficos Evaluación Paletas ≡ ≡ ← bajo se divide en casillas llamadas celde de los siguientes tipos: (tn[ném]+). Asignación por defecto. Cc | Vent | tana) Ayuda Ampliación Bana de Instantientas Montor de actividad de Wolfra Organizar ventanas Tries todo a prime pleno Pantalla completa | m Cloud | , , F11 F12 | Reyla V Formatn Plantilla Prueba operaciones, etc. | te derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere | ا د [ا |
| ITema 1 Introducción.nb * ivo Edición Insettar F Celdas El área de tra básicamente, • Input realiza | Wolfram Mathematica 11.2 ormato Celda Gráficos Evaluación Paletas ■ ■ < bajo se divide en casillas llamadas celda de los siguientes tipos: (n(ma)=)-). Asignación por defecto. Cc (n(ma)=)-). Asignación por defecto. | Vent | ana) Ayuda Ampliacón Bara de horantientes Monitor de actividad de Woltra Organizar ventanas Trees todo a primes pleno Pantalia completa | m Cloud | , , F11 F12 | Regla V Formato Plantilla Prueba operaciones, etc. Sar la tecla <intra< td=""><td>te derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere p> (o la combinación de</td><td>[[[</td></intra<> | te derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere p> (o la combinación de | [[[|
| ITema 1 Introducción nb * wo Edición Insettar F ■ ● ■ ■ ■ ■ Celdas El área de tra básicamente, • Input realiza teclas: | Wolfram Mathematics 11.2 emato Celda Giaficos Evaluación Paletas ■ ■ ← bajo se divide an casallas llamadas celde de los siguientes tipos: (trinjma]+-). Asignación por defecto. Cc , Para que el programa ejecuta la instru- colator≠-casaes.). En una celde de | Vent | tana Ayuda Amplación Bara de herraraminista Montor de actividad de Wolfra Organizar ventanas Traet tolo a primer plano Pantalla completa Menzajes | m Cloud | , , F11 F12 | Regla V Formatin Plantilla Prueba operaciones, etc. sar la tecla <instructure comentanio, siemp</instructure | te derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere >> (o la combinación de re que se hegis con el | [[[] |
| ITema 1 Introducción nb * ivo Edición Insetar F Celdas El área de tra básicamente, - Input realiza teclos siguier | Wolfram Methematica 112 omnto: Célás Gráficos Evaluación Paletas ≣ ≡ < bajo se divida en casellas tilamadas celda de los siguientes tipos: (n/n/sel-)-). Asignación por defecto. Co , Dara que el porgrama ejecute la instru «DiaLES+EILDES-). En una celda de te formato: (+ text de L coenetario *) | Vent | tama) Ayuda Ampliación Bara de henemientes Montor de actividad de Woltra Organizer ventanas Trees todo a primer pleno Pantalia completa Mensajes Ol Tema L Jotro ducción no * | m Cloud | , , F11 F12 | Regla Formatn Plantilla Prueba sar la tecla < <u>Intx</u> comentario, siemp | te derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere q> (o la combinación de re que se hega con el | - [-] |
| lTema 1 Introducción nb * internation Insetar F Celdas El área de tra básicamente, - Input realiza teclas siguier - Output | Wolfram Michemates 11.2 emato Celda Gráficos Evaluación Paletas ≡ ■ ← bajo se divide an casellas llamadas celde de los siguientes tipos: (trinima)). Asignación por defecto. Cc , Para que el programa ejecute la instru- tostactor-encues-). En una celda de te formator: (* testo del comentario *) (vertingie)- Asicolada a cada celda ing | Vent | tana Ayuda Ampliación Ben de herrarmientes Montor de actividad de Wolfra Organizar ventanos Trees todo a prime pleno Panciala completa Mensajer Ol Terrea Ljor de ucción.n.b.* Son fatulo-2.* | m Cloud | , , F11 F12 | Regis V Formato Plantilla Prueba operaciones, etc. Sar la tecla < <u>Intr</u> comentario, siemp put (salida) donde | te derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere ç> (o la combinación de re que se hega con el muestra el resultado de |] |
| Trema 1_Introducción nº * ino Edición Insetar F celdas El área de tra básicamente, input realiza siguier e Output la ope | Wolfram Methematica 112 omnto: Celda Gráficos Evaluación Paletas ≡ ≡ < de los siguientes Epos: (trinjent)-). Asignación por defecto. Co (para que al porgrama signacte las instru- «Dia/Exp+Ellarsez»). En una celda de térmator (+ atta del comentario *) (outringe)-). Asociada a cada celda inge actor, ejecutada. El número das es gen | Vent | Angliacón Ampliacón Bana de herarnientes Montor de actividad de Woltra Organizar ventanes Tree todu a primor pleno Pantalla completa Mensaje O Terona J, brior ducción nb * Sin titulo-2* | m Cloud | , , F11 F12 | Regia V Formato Prueba operaciones, etc. sar la tecla <intx comentario, siemp sut (salida) donde to largo de una s</intx | te derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere 20 (o la combiación de re que se haga con el muestra el resultado de muestra el resultado | • []]] |
| ITema 1_Introducciónub * vice Edición Insetar F i v) ≋ (III) Celdas El área de tra básicamente, - Input realiza siguien e Output la ope gua se | Wolfram Mahemates 11.2 emato Celda Giaficos Evaluación Paletas ■ ■ 4 bajo se divida en casallas llamadas celda de los siguientes tipos: (trinima)-1>. Asignación por defecto. Co . Para que el programa ejecuta la instru- tostator+cimicación a cada celda log coltactor+cimicana hasta que se sale mación el engorma hasta que se sale | Vent | Ayuda Amplación Baria de horaminisa Monitor de activada de Wolfra Organizar ventans Tuers tolos a primer plano Partalla completa Mensajar Ol Tema J. Jote ducción nob Sin talue 2º Al Pueda, servie como rei | m Lloud | + + + + + + + + + + + + + + + + + + + | Regla V Formatn Plantille Prueba operaciones, etc. sar la tecla cintz comentario, siemp put (salida) donde lo largo de una s krute, previoamente | te derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere 2> (o la combinación de esión de trabajo, desde otheruido, dato que el | |
| ITems 1_Introducción nº " Tems 1_Introducción nº " | Wolfram Mathematica 11.2 ormato. Celda Gráficos Evaluación Paletas ≡ ≡ < de los siguientes tipos: (traiculero). Asignación por defecto. Co. Para que el porgrama ejecute las instru «Diuto-recurse»). En una celda de termato: (eta del comentario ") (outriangle). Asociada a cada celda segen cadon ejecutada. El número agle segen sionició al programa hacta que se cada e incició al programa hacta que se cada | Vent | tana Ayuda Ampliadón Barra de herarnientes Montor de actividad de Woltra Organizer ventanes Traes tolos aprimos pleno Pantalia completa Mensajo OlTerna Ljuteroducciónno * Smithulo-2* Al Puende servir como reinas y cálculos | m Cloud | F11 F12 | Regla V Formatin Pintilla Prueba operaciones, etc. Sar la tecla < <u>Intr</u> court (salida) donde to largo de una s de trabajo. | te derecha Pueden ser,) que el usuario quiere) o la combicación de re que se a lesauto d desión de trabajdo de abtenido, dade que el |] |
| ITems I Jintestucción de l' ivo Edición Insetz F i ■ ■ ■ ■ ■ Ceidas El árca de tra- básicamente, - <i>input</i> realiza teclas siguien - <i>Output</i> la open - <i>programa</i> | Wolfram Mathematics 11.2 mento Celda Giaficos Evaluación Paletas ■ ■ 4 bajo se divida en casallas llamadas celda de los siguientes tipos: (trinima):-). Asignación por defecto. Co . Para que el programa ejecuta la instru . Oblico:+Cincues:). En una celda de te formato: (* testo del cosentario ") (ordina):- Asignación e costa de ada celda ing ación ejecutada. El número más se que inscried el programa hastar, que na celas ma almacenta en el <u>Agenet</u> (todas las evala de dos números *) | Vent | tem Ayuda Ampliación Berra de Instantinitas Monitor de activatad de Wolfman Organizar ventanos Tores tolos a primer pleno Pantalla completa Mensaje Ol Torna J. Jote decición no ⁶ Sin talulo 2 ⁴ Al Dueda servir como neitres y cálculos realizado d | m Cloud ferencia de furante una | + F11 F12 | Regis Regis Protes protes sar la tocla <inzz comentario, siemp sut (salida) donde lo largo de una si de trabajo.</inzz | e derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere 2> (o la combinación de 2> (o la combinación de esión de trabajo, desde abtenión, dado que el | [[]]] |
| ITema 1 Jatrodución no ** No Edición Insetar F ** ■ ■ ■ ■ Celdas El área de tra básicamente, ** noutr ecitas siguier • Otrputo No Cotro • Otrputo ** ********************************** | Wolfram Mathematics 11.2 ormato. Celda Gráficos Evaluación. Paletas ≡ ■ (+ de los siguientes tipos: (struce)-), Asignación por defecto. Co. (struce)-), Asignación por defecto. Con Expangue of porgrama ejecute la instru «Dalto-recurse»). En una celda de teórmato: (+ texto del comentario *) (out rapid)-). Asociada a cada celda rop ración ejecutada. El número deja escala incició el programa hasta pue se sale ma almacente em degregi fotosia las evalu de dos números +) | Vent | tana Ayuda Ampliación Barra de heramientes Montor de actividad de Woltra Organizar ventanes Traes tolos aprimos pleno Pantalia completa Mensaje O Terne 1, Jeré ducciónno * Sin fitulo-2 * Al . Punde servir como rai nes y cálculos realizado d | m Cloud ferencia de lurante una | + F11 F12 | Regia Plantila Praeba operaciones, etc. sar la tocla < <u>Intx</u> comentario, siemp sut (salida) donde to largo de una s silorado de una s | te derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere 2) (a la combicación de re que se hega con el muestra el resultado de serio de trabajo, desde obtenido, dado que el | |
| Urens L Introducción Dr ² wo Edición Insetzr F i v i ≋ El árca de tra básicamente, interlas siguier el Jutput la open gue se progra PUES- 1.4 (4 suma OUCSI; 5 | Wolfram Mahemates 11.2 mento Celda Gisticos Evaluación Paletas ■ ■ 4 hajo se divida en casellas llamadas celda de los siguientes tipos: (Infone) -1). Asignación por defecto. Co n para que el programa ejecuta la instru- (Subtor+Caseca). En una celda de te formator: (* testo del cosentario 1) (Subtor+Caseca). En una celda de tesión el programa hatera que as gener insción el programa hatera que as gener la del de subtera en el dermet lossa las evalu de dos números +) | Vent | tem Ayuda Ampliación Berra de Instantinitas Monitor de activatad de Wortha Organizar ventanos Tores tolos a primer pleno Pantalla completa Mensaje Ol Tores J. Jotechoccionada " Sin talula-2" Al Pueda servir como realizado d | m Cloud ferencia da | PL1 FL1 FL2 | Regis Regis Plentilia Prueba operaciones, etc sar la tocla <intr comentario, siemp out (salica) donde to largo de una s stáruio proviamente n de trabajo.</intr | e derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere 2> (o la combinación de 2> (o la combinación de esión de trabajo, desde abtenión, dado que el | 2]]]]]] |
| Itema I Jetesducción de " | Welfam Mathematics 11.2 ormato Celda Gridicos Evaluación Paletas ≡ € bajo se divide en casellas flamadas celda de los siguientes tipos: (struce) ->, Asignación por defecto. Co. Fara que el porgrama ejecute la instru «Distro-etto-etto del comentario ») (out rapit)-). Asociada a cada celda regr ación ejecutada. El número aje se inción el programa hasta, que se cale ma almacema em degramo todas las evalu de dos mieros +) Celdas cuyo contanido no es eyeluzable i | Vent de a Jacio | Ayuda Ampliación Bera el terramineta Montor de actividad de Woltra Organize ventanas Tres tolos primer pleno Pantalla completa Mencajas Ot Tema 1,2-15 di. E Juréda cación de " Son trable-2-15 di. Puede servir como rei nes y cálculos realizado se permiten organizar la pr | m Cloud ferencia da lurante una | F11 F12 | Regla Plantila Praeba operaciones, etc. sar la tocla < <u>intr</u> comentario, siemo sar (salida) donde to largo de una s zácralo provismenta de trabajo. | te derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere p; (o la combinación de p; (o la combinación de seión de trabajo, desde obtendo, dado que el |]]]]]]]]]] |
| Urens Ljetoduscolende ¹⁷ wor Edición Insetzr F wor Edición Insetzr F Celdas El árca de tra básicamente, . <i>Input</i> realiza teclas: siguier el Output la open gua se progra PUES: 11.4 (4 sura OUCS): 5 . Tart. (4 | Wolfram Mahemates 11.2 mento Celda Gisticos Evaluación Paletas ■ ■ < bajo se divida en casallas llamadas celda de los siguientes tipos: (Infone) -). Asignación por defecto. Co: n para que el programa ejecuta la instru- (Subtor+Cascus-). En una celda de te formator: (* texto del cosentario") (voltactor+Cascus). En una celda de tación ejecutada. El número nel se genta insició el programa hatra que ao genta tenda de das números el se valuable de dos números el tendo de se valuables so opciones (Thèbe, Seccion, Subsection | Vent de a jacio | tem Ayuda Ampliación Bene de Insteministes Monitor de activitad de Wolfm Organizer ventants Toers tolor a primer pleno Pantalla completa Mensaje Ol Toma J. Joto ducción una la Mensaje Ol Toma J. Joto ducción una la A. Duede servir como rei nes y cálculos realizado d | m Cloud ferencia da lurante una resentación nenú Form | → F11 F12 → un c sesió | Bayls V Somato Plantilla Preta Operaciones, etc. Sar la tocla < <u>Intre</u> comentario, siene to tala donde to tala provisionente n de trabajo. Información conteres stilo. También, pue | e derecha. Pueden esr,) que el usuario quiere ey (o la combinación de ey) (o la combinación de esión de trabajo, desde esión de trabajo, desión de trabajo, de trabajo, de trabajo, de trabajo, de tr | |
| Trema I introducción do ¹ vice Edición Insertar F i • i ≡ m El área de tra básicamente, • i poput nal22 teclas • Orpoput • Orpoput | Welfam Mathematics 11.2 ormato Celda Grifficos Evaluación Paletas ■ ■ (+ bajo se divide en casellas flamadas celda de los siguientes tipos: (strutario) -) Asignación por defecto. Co. (strutario) -) Asignación por defecto. Co. (strutario) -) Asignación por defecto. (strutario) - Asignación por defecto. (strutario) - Asignación por defecto. (strutario) - Asignación de la serval (strutario) - Asignación de la serval (strutario) - Asignación de la serval de des mileros +) Caldas cuyo contanido no se systemato asignación de la serval servalo a la deraramenta correspon | Vent de a Jacio | Ayuda Ayuda Anpliación Brin el terramineta Montor de actividad de Wölta Organize ventanas Trees tolos primero pleno Pantalla completa Mencajes Ol Terra 1, brite ducción n.b.* San tulue.2* Al. Dunde servir como re resisten organizar la pre parmiten organizar la pre) se encuentran en el m) se ventana - estarra de here | m Cloud ferencia de lurante una resentación resentación | → F11 F12 → Lun c sesió a de la ato→F | Regis V Formato Plantilla Prueba operaciones, etc. Sar la tocla <inizy comentario, alemp at (galida) dordes a diruito proviamente in de trabajo. Información conter stilo. También, pu ato.</inizy | te derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere p) (o la combracción de p) (o la combracción de ser) (o la combracción de serio da trabajo, desde ohtenido, dado que al ante en un notebbook. Las dede mostrarse de forma | [[[[[[[[[[[[[[[[[[[|
| Umes Lintestucción de l' ve Edición Insetze F e ● ■ ■ ■ ■ ■ El área de tra básicamente, Lingut realiza- siguiene e Output la open- gue se progra- progra- suport progra- suport progra- | Wolfram Mahemates 11.2 mento Celda Gisticos Evaluación Paletas ■ • • • • • • • • • • • • • • • • • • • | Vent de da Jacio | tana) Ayuda Ampliación Bane de Insteministes Mondar de activada de Wolfra Organizar ventans Teres tolor a primer pleno Pantalla completa Mensajes Ol Teres J. Jotroducción-ub * Sin Italio-2* d. Puede servir como rei nes y cálculos realizado d es parmiten organizar la pr) se encuentran en el m te ventana—starra de here | m Cloud ferencia de lurante una recentaciór nenú Form rramientas- | PL1 FL1 FL2 a sesio a de la to→H | Reglé V Formato Plantilla Predba operaciones, etc. Sar la tocla < <u>Insc</u> comentario, sienze to tala donde to tala go de una s to tala go de una s tot tala go de una s tot tala go de una s to tala go de una s | e derecha. Pueden esr,) que el usuaño quiere 29 (o la combinación de re que se hege con el esión de trabajo, desde obtenicó, dado que el uida en un noclebock. Las | د [[[[[[] |
| Tema 1 introducción do " | Welfam Mahmata 112 ormato Celda Grificos Evaluación Paletas ■ ■ (+ bajo se divide en casellas llamadas celda de los siguientes tipos: (\nfight) -). Asignación por defecto. Co . Fara que el programa specute la instru- «Distro-Ellareza). En una celda de teórmato: (+ tetto del corentario *) (\nfight). Asociada a cada celda no ración ejecutada. El mierro ages esta- na anacene en el Agernet todas las evalu- de dos números +) Cadas cuyo contanido no es systubable as so opciones (<u>Thie, Sector</u> , Subsection sente la baara de herramientas correspon | Vent de a Jacio | Ayuda Ampliación Bara de terramineta Montor de actividad de Woltra Organize ventanas Tres tolos primer pleno Pantalla completa Mensije: 01 Terna 1, Jotro ducción n.b.* San talue-2* dl. Puede servir como re so calculos realizado de ne permiten organizar la pro) se encuentran en el n | m Cloud ferancia du lurante una resentación nenú Form rramientas- | → F11 F12 → Lon c sesió a da la ato→H | Regle Forman Prantine Practica Strategies (Constraints) Practica Strategies (Constraints) pract (Constraints) semp set (Constraints) set (Constraints) set (Constr | te derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere p) que el usuario quiere p) (o la combinación de p) (o la combinación de regio as hagas con el muestra el resultado anterior de trabajo, desde obtenido, dado que el anterior de trabajo, desde de mostrarse de forma | |
| ITems Ljatosucción de " we Edición Insetar F ceidas El árca de tra básicamente, inseta el árca de tra ceidas el árca de tra teclas siguier el Output la open gua ca progra progra 0.4(2); 5 • 7 vect., perman | Waffam Mahemates 11.2 emato Cela Gisficos Evaluación Paletas ■ ■ 4 hojo eo divida en casallas llamadas celada de los siguientes tipos: (trinima)-1>. Asignación por defecto. Co: n para que el programa ejecuta la instru- to Distator-Encuesaria. En una celada ela terición el programa hatar que os cela insición el programa hatar que os cela insición el programa hatar que os cela ana almacena en el <u>deme</u> (todas las evalu de dos números +) Celdas cuyos contanido no es exysluables is opcienes (Thèbe, Section, Subsection rente la barra de herramientas correspon | Vent de a Jacio | ana) Ayuda Ampliación Bane de Insternitiontes Mondar de activada de Worta Organizar ventantes Tear tolos primer pleno Partalla completa Manajas Ol Tema J. Jutorducciónulo * Sin titulo-2* d. Puede servir como rei nes y cálculos realizado d | m Cloud ferencia dr lurante una resentación nenú Form rramientas- | → F11 F12 a lin c sesió a de la ato→H | Regle Plantilla Plantilla Presta perzciones, etc. Sar la tocla < <u>Intra</u> comentario, sieme put (salida) donde lo tango de una se lo tango de una se lo tango de una se ta tabita de trabajo. Información conter stilo. También, pu tato. | e derecha. Pueden ser,) que el usuaño quiere 29 (o la combinación de re que se hege con el esión de trabajo, desde obtenico, dado que el unda en un nocebecei. Las | |
| ITema Ljetesukcosch of " word Edicion Insertar F a v m m m m m m m m m m m m m m m m m m | Welfam Mahmata 112 emato Celda Gráficos Evaluación Paletas ■ ■ | Vent de da jacio | Angliación Ampliación Bara de terramitentes Montor de activada de Woltra Organizar ventanas Traes tudo a primer pleme Pantalla completa Mensajes Ol Terra J. Unter ducción no fr Sin tudo-2° di . Duade servir como re son sub-2° calículos realizado de ne pormiten erganizar la po) se encuentran en el no | m Cloud ferencia de lurante una resentación nenú Form. ramientas- | → FL1 FL2 FL1 FL2 a dea laa a sessió | Regla Formato Presta Presta Presta operaciones, etc. Sar la tocla <intra- comentario, siemp sut (salida) donde lo largo de una s comentario, siemp sut (salida) donde lo largo de una s información conter stilo. También, pu ato.</intra- | te derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere p: (o la combinación de p: (o la combinación de p: (o la combinación de eladon de tratajo), desde date esta en un gotablook: Las ede mostrarse de forma | |
| ITema I Jettoducción D ^{a,4} tema I Jettoducción Dester F tema I de la res de tra El dres de tra básicamente, - Ipopu - Celdas El dres de tra - Detoduc - Ipopu - Detoduc - Detoduc - Popu - Celdas - Ipopu - Detoduc - Detoduc - Detoduc - Detoduc - Detoduc - Taxt. 4 detotini permai | Wolfram Methematica 11.2 monto Celda Grafices Evaluación Paletas ≡ < bejo se divida en casellas llamadas celda de los siguientes tipos: (trinole)-). Asignación por defecto. Co para que al porgrama ejecute la instrui «Dia/toy+cases»). En una celda de térmator (+ tota del contentario *) (outrinole)-). Asociada a cada celda no ración ejecutada. El número des para cados ejecutada. El número des para insción el porgrama hosta que a cada el des miseros +) Cadas cuyo contenido no se syaluable y as opciones (TZB, genetar). Subaction una tes baara de heramentas correspon tente la baara de heramentas correspon | Vent da a jacio | Ayuda Ampliación Bana de Ineremientes Monitor de activatad de Worta Tares todor a prime plemo Pantalia completa Menarije: 01 Tenes J. Jotor ducción no tre Son título-2* 4. Puende servir como ner prese y cálculos realizado d | m Cloud ferencia da lurante una resentaciór nenú Form. rramientas- | → F11 F12 a un c sesió a de la ato→H | Regla Pentita Plentita Preta preta parzciones, etc. sar la tocla <iniz; comentario, siemp put (salida) donda to largo de una s diculan previourmente n de trabajo. información conters salito. También, pu- hato.</iniz; | a derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere col la combinación de resión de trabajo, desde exión de trabajo, desde | |
| ITema Lintroducción do ²¹ vivo Edición Insetar F control de la control de la control Celdas El area de tra básicamente, - <i>Input</i> realiza siguer - <i>oupput</i> b oupput - <i>oupput</i> - <i>oupp</i> | Wolfam Mchimatica 11.2 emato Celda Gráficos Evaluación Paletas ■ ■ • • bajo se divida en caellas llamadas celda de los siguinteres topos: (tri[man]=). Asignación por defecto. Co (para que el programa siguecta la instru te formator (• texto del conenta) (tri[man]). Asciedas a cella celda Jop (tri[man]). Asciedas a cella cella Jop (tri[man]). Asciedas a cella cella Jop (tri[man]). Asciedas a cella cella Jop (tri[man]). Asciedas tella Jop (tri[man]). Asciedas a cella cella Jop (tri[man]). Asciedas tella Jop | Vent vent de a acio | Ayuda Ayuda Ayuda Ayuda Ayulascin Bara de terraministe Montor de activada de Wolfan Organizar ventans Traes todo a primer plem Pantala completa Mentaje Ol Terra L Jotraducciónne ¹ Santalue-2 ² Al Durade cendra companizar la pr) é e encuentran en el m te ventana-ventra de terra Valorador de terramiento en planta de terramie | m Cloud ferencia de lurante una recentación endi Form rramientas- | → F11 F12 a de la ato→H | Regle Formato Pretas Pretas operaciones, etc. Sar la tola <intra Comentario, siemp sut (salida) donde lo largo de una s dicta (prosomenta n de trabajo. Información conter satio. También, pue uto.</intra | e derscha. Dueden sar,) que el usuario quiere 2) (que el usuario que el usuario quiere 2) (que el usuario que | |
| Ilems Lintoducción de " times Lintoducción inserter F d | Walfam Mathematica 11.2 ormato Celda Graficos Evaluación Paletas ≡ ■ (4 de los siguientes tipos: (trinciento) - Anigracción paro defecto. Co. (para que el porgrama ejecute la instruí «Diutés+causes-). En una celda de teórmator (+ tota del comentario *) (outeriage)-). Asociada a cada celda repr ación ejecutada. El número dage ación siención del programa hasta que esale a dino ejecutada. El número dage ación siención del programa hasta que esale as anacesma em degrama (todas las evaluadas de das números +) Caddas cuyo contanido no es eyaluable y as opciones (<u>TZMe, Section, Subsection</u>). | Vent de a jacio | Anglación Bana de Inererrientes Monitor de activada de Woltra Organizar ventano Trete todo e primer plemo Pantalia completa Menaraje: 81 Tenes 3_hoto ducción no * Son talue 2-* 4. Duede asoriar como ner prese y cálculos realizado d | m Lloud ferencia di furante una resentación Form ramientas- | → FL1 FL2 a top c sesió a de la to→H →H orn | Regle Pentin Plentin Preta preta sar la tola <iniz; comentario, siemp put (salida) donde to largo de una s tolargo de una s ticulan previousmente n de trabajo. información conter stilo. También, pu hato.</iniz; | e derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere contrata el estado de la combinación de reuestra el resolutado de exisión de trabajo, desde exisión de trabajo, desde existen de trabajo, desde existen de trabajo, desde | |
| ITema L Introducción do ¹⁷ vivo Edición Insetar F d | Watefram Methematics 11.2 mate Celda Graficos Evaluación Paletas | Vent de a acio | Ayuda Ayuda Arabiación Bara de tervarnientes Montor de actividad de Woltra Organizar ventana Montor de actividad de Woltra Organizar ventana Montogie Denatala completa Montogie Otterna Juteroducciónnes Sontalue-2* Associationaria Discreta Juteroducciónnes y calculos realizado d mes y calculos realizado d | m Lloud | + F11 F12 a da la ato-+ orn | Regle Formato Pretia | e derecha. Dueden ser,) que el usuario quiere 2) (o la combinación de 2) (o la combinación de esión de trabajo, desde esión de trabajo, desd | |
| 11mm 1 jintoducción 0° " we Edición Insetar F Coldas El área de tra básicamente, • Input • Occutu • Occutu • Occutu • Occutu • Occutu • Occuto • Occuto | Walfam Mahmata 112 omato Celás Gráficos Evaluación Paletas ≡ ← bajo se divide en casellas llamadas celada de los siguientes tipos: (tratolen-), Asignación por defecto. Co , Para que el porgrama ejecute la instru «Diuto-recurse»). En una celás de te formato: (+ teta del comentario *) (outriagne), Asociada a cada celás rap ación ejecutada. El número dage se i pición del programa hasta que se cala el dos números *) Caldas cuyo contenido no se svaluable si as opciones (<u>TZBe, Section, Subsection</u> ente la barra de herramentas correspon | Vent de a acio | Ayuda Ampliación Bera el terraminetas Montor de activada de Wolta Organize ventanas Tres tolos primer pleno Pantalla completa Mencajas Ottama 2-2 di. Buede servir como rel so permiten organizar la pre bi se occuentran en el m | ferencia di ferencia di furante una resentación Form rementación Form | P F11 F12 a da la ato→i orn | Regle Provinin Provinin Provinin Provinin Provinin Sar la tocla < (IIII): Sar la tocla < (IIII): comentario, siemp put (salida) donda to largo de una s ticulan provisoamente n de trabajo. Información conter stitu.a Trabién, pu lato. | te derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere p: (o la combinación de p: (o la combinación de esión de trabajo, desde obtendo, dado que el wida en un notebeosi: Las dede mostrarse de forma | |
| ITema Lintroducción do ³¹ vivo Edición Insetar F totalican insetar F Celdas El área de tra básicamente, Insetar a la constructionador la constructionador POSI> 1+4 (a suas OUCE)> 5 • Tact, permai | Wolfam Mchanaics 112 mate Celde Griffices Evaluación Paletas ■ ● ● bajo se divida en casellas llamadas celda de los siguinantes tipos: (Int[ma]]=). Asignación por defecto. Co (Intrans]=). Asignación por defecto. Co (Intrans]=]. Asignación por | Vent de a acio | Ayuda Arpilación Brare de herraminente Montor de actividad de Wolta Montor de actividad de Wolta Montor de actividad de Wolta Montor de activitation Montor aplicat Montor aplicat Montor Montor Securitation Montor Securitation Securita | m Cloud ferencia di ferencia chi ferencia chi ferencia ferencia chi ferencia ferenc | F11 F12 a da la ada la sesió | Reyle Ø Formatin Pruebla Operaciones, etc. Sar la tocla Sar la tocla Joint (and the second sec | e derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere 2) (que el usuario quiere 2) (que el usuario quiere 2) (que combinación de esión de trabajo, desde obtendo, dudo que el aida en un notestecel: Las de mostrarse de forma | |
| 11rms 1 jettoducción de " vice Edición Inserter F Celdas El área de tra básicamente, - ipopu - otropu - otrop | Walfam Mahemata 112 omato Celás Gráficos Evaluación Paletas ■ ■ (4 bajo se divide en casellas flamadas celad de los siguientes tipos: (strafore) -), Asignación por defecto. Co , Para que el porgrama ejecute la instru («bitos-catos-catos-cato el cada celada segn ación ejecutada. El número daje segn ación ejecutada con des evaluables i se ociones (<u>T2Be, sectoro</u> , Subsection sente la baara de herramentas correspon | Vent de a jacio | Angliación Bran de tenraminetas Montor de activada de Wolta Organizar ventans Tres tolos primero pleno Pantalla completa Mencajar 01 ferra 1,0 reducción nb * Son tula-2 * dí. Duede servir como ne al so parmiten organizar la pri y se occuentran en el m servir como ne al so parmiten organizar la pri) se encuentran en el m servir como ne al so parmiten organizar la pri) se encuentran en el m servir como ne al so parmiten organizar la pri) se encuentran en el m servir como ne al so parmiten organizar la pri) se encuentran en el m servir como ne al so parmiten organizar la pri servir como ne al servir como ne al servi | m Lloud ferencia di furante una resentación Form remenú Form remenú Form | → F11 F12 a da la a da la a da la b → F orm | Regis V Formato Plantilia Prueba operaciones, etc. Sar la tocla <inizy comentario, atemp put (salida) donde sidicula proviamente in de trabajo. Información conter stilo. También, pu ato.</inizy | te derecha. Pueden ser,) que el usuario quiere p) (o la combracción de p) (o la combracción de sol (o la combracción de sol (o la combracción de desión de trabajo, deside obtenido, dado que el wida en un notebook. Las dede mostrarse de forma | |

Figura 1. Cómo mostrar de manera permanente el formato de celdas

Sintaxis

Las diferentes funciones definidas en *Mathematica* tienen una sintaxis precisa. Puede consultarse en el menú *Ayuda* -> *Documentación Wolfram*. Para que una función se ejecute de forma correcta en una celda de entrada debe estar escrita de manera que se ajuste estrictamente a las especificaciones de su sintaxis. En caso contrario, el programa devuelve un mensaje en el que se indica el error cometido.

Deben tenerse en cuenta las siguientes reglas básicas :

 Mayúsculas/minúsculas. Mathematica distingue unos caracteres de otros. Se recuerda que las funciones y palabras reservadas comienzan siempre por mayúscula.

$$\begin{split} & \text{Simplify}\Big[\frac{(2+2\,a+b+a\,b)\,(a-1)^2}{\left(a^3-a^2-a+1\right)\,\left(b^2+3\,b+2\right)}\Big]\;(\star\;\;\text{simplificación de una expresión simbólica}\;\star)\\ & \frac{1}{1+b} \end{split}$$





E = 1

```
Set: Symbol e is Protected.
```

1

```
E // N (* salida en formato numérico con seis cifras significativas *)
```

2.71828

 Espacios en blanco. Un espacio colocado entre dos variables o números en una celda Input se interpreta como el signo de multiplicar.

ΕE

e²

```
N[EE] (* salida en formato numérico con seis cifras significativas *)
```

7.38906

Paréntesis, corchetes y llaves. Los paréntesis, (), se utilizan para agrupar diferentes términos e indicar prioridad. Los corchetes, [], son de uso exclusivo de las funciones para delimitar sus argumentos. Las llaves, { }, se utilizan para definir listas de elementos: vectores, matrices, etc.

2 * (E + 3)

2(3 + e)

```
2 * E + 3
```

```
3 + 2 @
```

```
\{2 \star (E + 3), 2 \star E + 3\}
\{2 (3 + e), 3 + 2e\}
```

Cos[Pi]

-1

Una de las facilidades suministradas en las últimas versiones del programa consiste en la aparición de un menú desplegable que muestra las distintas *Funciones* del programa que comienzan con las letras que se van tecleando:

permite seleccionar la opción deseada sin necesidad de terminar de escribir; a continuación, se muestran los desplegables que aparecen sucesivamente a medida que se teclea Cont:

| Col | Con | Cont | | | |
|---------------------|-----------------------|---------------------------|--|--|--|
| <u>Co</u> s () | Control | Control | | | |
| <u>Co</u> ntrol | ContourPlot | Contern Dlast | | | |
| <u>Co</u> lumn | | <u>Cont</u> ourPlot | | | |
| ColorData | <u>Con</u> tainsAll | <u>Cont</u> ainsAll | | | |
| Choose Color Scheme | <u>Con</u> tourPlot3D | ContourPlot3D | | | |
| | <u>Con</u> volve | <u>Cont</u> inuedFraction | | | |
| <u>Co</u> mplement | * | ~ | | | |
| * | · | ~ | | | |

Figura 2. Menús desplegables de ayuda para la introducción de funciones

una vez escogida la Función deseada, el programa permite la opción de desplegar otro menú donde se especifica su sintaxis; por ejemplo, si se elige ContourPlot3D:





ContourPlot3D



Figura 3. Sintaxis de la función seleccionada

tras pinchar en una de las opciones (puede que una Función presente diferentes sintaxis según lo que se pretenda realizar) sólo queda introducir los datos de nuestro caso particular:

 $ContourPlot3D\left[f, \left\{x, x_{min}, x_{max}\right\}, \left\{y, y_{min}, y_{max}\right\}, \left\{z, z_{min}, z_{max}\right\}\right]$

pinchando sobre el símbolo o se abre la ayuda de la función correspondiente

Paletas

El programa *Mathematica* incorpora diferentes paletas en el menú desplegable *Paletas*. Junto con los diferentes formatos de las celdas puede realizarse una completa edición de textos técnicos.



Figura 4. Forma de mostrar el Ayudante de matemática básica

La paleta *Ayudante de matemática básica* permite introducir notación simbólica estándar. En este curso resulta de gran utilidad ya que, por una parte, facilita la edición de informes de tipo técnico y, por otra, permite plantear operaciones sin utilizar la sintaxis original de forma que resultan más comprensibles, incluso para quien no domine el programa.

Ejemplo. Cálculo de la primera derivada de la función $f(x) = \frac{2 - \sqrt[4]{x^3}}{1 - x^2}$

Sintaxis del programa

 $D[(2 - Power[x^3, 1/4]) / (1 - x^2), x] // Simplify$

$$\frac{x \ \left(-3 \ x \ - \ 5 \ x^3 \ + \ 16 \ \left(x^3\right)^{3/4}\right)}{4 \ \left(x^3\right)^{3/4} \ \left(-1 \ + \ x^2\right)^2}$$

Notación matemática estándar

$$\frac{\partial_{x} \left(\frac{2 - \sqrt[4]{x^{3}}}{1 - x^{2}} \right) / / \text{Simplify} }{\frac{x \left(-3 x - 5 x^{3} + 16 \left(x^{3} \right)^{3/4} \right)}{4 \left(x^{3} \right)^{3/4} \left(-1 + x^{2} \right)^{2} } }$$





Operadores aritméticos

Operadores

Mathematica puede utilizarse como una calculadora convencional aunque con una importante diferencia: la precisión en el cálculo. Las operaciones se realizan siempre en forma exacta o bien con el grado de precisión que se indique.

Se reconocen los operadores aritméticos habituales: suma (+), diferencia (-), producto (*), cociente (/) y potencia (^).

Jerarquía

En ciertas expresiones que involucren varios de los operadores pueden aparecer problemas de interpretación.

En estos casos, el programa evalúa la expresión de **izquierda a derecha** y aplica los criterios de **prioridad** habituales entre los operadores: la mayor corresponde a la potencia, el cociente y el producto se encuentran en el siguiente nivel de prioridad y, por último, la suma y la resta. Los paréntesis se usan para priorizar operaciones con menor jerarquía.

Producto

El operador * puede sustituirse por un espacio en blanco. Cuando se utiliza entre números el programa lo sustituye de forma automática por el símbolo x.

3×9

27

Debe prestarse especial cuidado al utilizar el espacio en blanco en cálculos simbólicos. No se recomienda porque es fuente de errores. Es preferible adquirir el hábito de teclear el asterisco para realizar productos.

```
x = 2; (* asignación del valor 2 a una variable x *)
```

El producto de las variable x e y puede plantearse de cualquiera de las dos formas siguientes:

 $\{x * y, x y\}$

 $\{2y, 2y\}$

Si se olvida el espacio blanco, el programa interpreta la secuencia de texto xy como una variable con ese nombre que no tiene asignado ningún valor.

ху

ху

Funciones del programa

Sintaxis

Mathematica incorpora una serie de funciones predefinidas. En este curso se utilizarán únicamente aquellas que permitan realizar las operaciones matemáticas necesarias para la resolución de los ejercicios planteados.

Una función se ejecuta correctamente en una celda de entrada siempre que no se hayan cometido errores sintácticos al teclear; en caso contrario, en la salida se devuelve el correspondiente mensaje de error.





Además de la forma indicada anteriormente, la sintaxis de cada función puede consultarse en el menú de *Ayuda* \rightarrow *Documentación Wolfram* o seleccionando el nombre de la función y pulsando la tecla <F1> .

Deben seguirse las siguientes reglas al teclear las funciones:

- el nombre se escribe en minúsculas salvo la primera letra que siempre es mayúscula
- contienen uno o varios argumentos encerrados entre corchetes y separados por comas
- sintaxis: Función[arg 1,arg 2, ..., arg n]

Ejemplo. Algunos ejemplos de funciones matemáticas (pueden consultarse en el menú de Ayuda):

```
Sqrt[4*(12 + 2)] (* raíz cuadrada *)

2\sqrt{14}

Log[E] (* logaritmo natural *)

1

Log[10, 1000] (* logaritmo decimal *)

3

Power[a, 3] (* potencia cúbica *)

a^{3}

Exp[2] (* función exponencial *)

e^{2}
```

Función de una función

Pueden anidarse funciones y operaciones con éstas teniendo en cuenta que todas ellas deben tener sus argumentos entre corchetes.

```
Ejemplo. Evaluar la expresión: \left| \frac{sen(0.5) + ln(e^2)}{cos(1.2) - \sqrt{23}} \right|
Abs[(Sin[0.5] + Log[E^2]) / (Cos[1.2] - Sqrt[23])]
0.559251
```

Funciones especiales

Salida previa: %

El símbolo % se utiliza para hacer referencia al resultado de la última celda ejecutada.

Ejemplo. Acceso a resultados de celdas Output.

```
N[9 * Sqrt[3 / (Log[2] + E)]]
8.43985
{Cos[%], Cos[8.43985]}
```

```
\{-0.552927, -0.552923\}
```





Ejecución simultánea: //

El símbolo // permite la ejecución simultánea en la misma celda de dos funciones de forma que la situada más a la izquierda es el argumento de la que está a su derecha.

Ejemplo. Ejecución simultánea de la operación planteada en el ejercicio anterior.

9*Sqrt[3/(Log[2] + E)]//N

8.43985

Se procede de igual manera con un mayor número de funciones.

Factorial: !

El símbolo ! está habilitado para calcular el factorial de un número $n \in \mathbb{N} \bigcup \{0\}$.

Ejemplo. Cálculo de factoriales.

{0!,4!,7!}

{**1, 24, 5040**}

Inhibición de la salida: ;

El símbolo ; escrito al final de la línea de comando inhibe la salida. Es decir, la celda Input se ejecuta pero no se muestra el resultado en la correspondiente celda Output. Puede resultar útil para reducir la longitud de un *notebook*.

Precisión numérica

Introducción

Mathematica en todas las operaciones realizadas con números enteros o racionales devuelve el valor exacto.

2^512

```
13 407 807 929 942 597 099 574 024 998 205 846 127 479 365 820 592 393 377 723 561 443 721 764 030 073 546 976 801 874 298 166 903 427 5
690 031 858 186 486 050 853 753 882 811 946 569 946 433 649 006 084 096
```

Si en una operación interviene un número decimal *Mathematica* devuelve siempre un valor aproximado con una precisión de 6 dígitos significativos (aunque internamente trabaja con una precisión mayor).

2.0^512

 $\textbf{1.34078} \times \textbf{10}^{\textbf{154}}$

Cociente y funciones trascendentes

En el caso de los cocientes, para evitar la falta de precisión, *Mathematica* devuelve una fracción simplificada.

51/34

3

2

El programa trabaja igual con las funciones trascendentes cuyos resultados no pueden expresarse con un número finito de decimales.





{Cos[3], Sqrt[2]/3}

$$\left\{ \cos[3], \frac{\sqrt{2}}{3} \right\}$$

Si en las operaciones aparecen números decimales, como ya se ha indicado, se opera normalmente.

51.0/34

1.5

```
{Cos[3.0], Sqrt[2]/3.0}
```

 $\{-0.989992, 0.471405\}$

La función N[]

Función habilitada para la resolución numérica de los diferentes cálculos que se planteen en el curso.

Sintaxis. Pueden introducirse uno o dos argumentos dependiendo de la precisión requerida. Por defecto, presenta una precisión de 6 cifras significativas aunque, internamente, trabaje con mayor precisión. El número deseado de cifras significativas puede indicarse con un segundo argumento, n.

Ejemplo. Evaluar con 5, 6 y 15 cifras significativas la expresión: cos (3 rad)

{N[Cos[3], 5], N[Cos[3]], N[Cos[3], 15]} (* ejecución de tres operaciones en la misma línea de comando *)

 $\{-0.98999, -0.989992, -0.989992496600445\}$

Ejemplo. Evaluar con 6 y 4 cifras significativas la expresión: $\sqrt{2}$

{N[Sqrt[2]], N[Sqrt[2], 4] }

 $\{\textbf{1.41421, 1.414}\}$

Constantes matemáticas

El programa *Mathematica* tiene predefinidas una serie de constantes habituales en Matemáticas, como son:

- el número \(\pi\): Pi
- número e : E
- la unidad imaginaria i : I
- factor de conversión de radianes a grados: Degree

Para hacer referencia al infinito se usa **Infinity**.

Ejemplo. Constantes matemáticas.

{I, E, Pi, Cos[Pi/4]}

$$\left\{$$
i, e, π , $\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$

{I, E, Pi, Cos[45 Degree]} // N

 $\{0. + 1. i, 2.71828, 3.14159, 0.707107\}$





Variables

Definición

Aunque ya se ha definido con anterioridad una variable y se le ha asignado un valor (x=2), básicamente, sólo se han utilizado valores numéricos. El uso de variables permite almacenar información de forma temporal y recuperar esos datos para cálculos posteriores; por lo tanto, son de gran utilidad en problemas y operaciones de cierta complejidad o que puedan descomponerse en diferentes pasos. Al ser usadas por primera vez el programa las identifica y almacena por lo que no es necesario declararlas previamente.

Para introducir una expresión simbólica y asignarle posteriormente un valor basta con elegir un nombre con el cual representarla siempre teniendo en cuenta las siguientes consideraciones y recomendaciones:

- No pueden utilizarse como nombres de variable los reservados para designar a las instrucciones, funciones y constantes de *Mathematica*. Se recomienda no usar mayúsculas, al menos en la primera letra, para diferenciarlas de las funciones y comandos reservados por el programa.
- El nombre de la variable tiene que empezar con una letra (carácter no numérico). Es válido cualquier nombre siempre que no contenga caracteres especiales. No hay restricción para la longitud del nombre y debe tenerse en cuenta que se distingue entre mayúsculas y minúsculas.

Asignación de valores

Una variable representada por un nombre tiene un valor simbólico hasta que no se le asigne una expresión o un valor determinado. El nombre de una variable aparece en color azul hasta que se realiza la asignación, en este momento pasa a figurar en color negro.

La asignación puede realizarse de dos formas:

Inmediata. Sintaxis: variable=valor(o expresión).

Ejemplo. Asignación de valor a una variable, **x**, y utilización posterior para asignar el valor de otra variable, **y**.

x = 2 2 y = 2 x + 1; {y, x = 3, y} {5, 3, 5}

> Diferida. Sintaxis: variable:=valor(o expresión). No produce salida. La asignación no es inmediata sino que se produce cuando se utiliza la variable de forma que cambios posteriores a este tipo de asignación sí afectan al valor de la variable.

Ejemplo. Asignación de valor a una variable, **x**, y utilización posterior para asignar de forma diferida el valor de otra variable, **y**.

x = 2 2 y := 2 x + 1 {y, x = 3, y} {5, 3, 7}





Borrado, la función Clear[]

Esta función permite borrar los valores asignados de las variables especificadas como argumentos. No devuelve salida.

Sintaxis. Pueden introducirse uno o varios argumentos que son los nombres de las variables cuyos valores quieren borrarse.

Una variable mantiene el valor que se le ha asignado mientras no se realice una nueva asignación o se borre su contenido (en este caso, aparece de nuevo en color azul). El borrado de contenido de las variables es aconsejable para evitar posibles conflictos y resultados inesperados en operaciones posteriores.

Puede borrarse el contenido de todas las variables definidas hasta el momento en una sesión de trabajo con el argumento:

Clear["Global`*"]

Otra posibilidad para realizar este borrado global consiste en desplegar el menú *Evaluación* \rightarrow *Salir del kernel* \rightarrow *Local*.



Figura 5. Borrado global de variables y funciones definidas por el usuario

Cálculo simbólico

Introducción

Mathematica permite realizar cálculos simbólicos, es decir, aquellos que involucran variables genéricas que no tienen asignado un valor numérico determinado.

Ejemplo. Asignación de valor a una variable, f, de la expresión simbólica: $b(z-1)^2$.

f = b * (z - 1) ^2

 $b (-1 + z)^2$

Debe tenerse especial cuidado con la jerarquía de los operadores aritméticos, la sintaxis de las funciones matemáticas y el uso correcto de corchetes y paréntesis.

Operadores de reemplazamiento: sustitución (/.) y regla (->)

Estos operadores permiten realizar sustituciones en las expresiones indicadas. No se trata de una asignación de valores y, por tanto, el reemplazamiento no modifica el valor de ninguna variable.





Se hace notar que, siempre, una asignación de valor a una variable prevalece sobre el operador regla.

El operador -> (\rightarrow) reemplaza la expresión situada a su izquierda por la que figura a su derecha.

El operador /. aplica una regla o conjunto de reglas situadas a su derecha de forma que se realizan una serie de sustituciones en la expresión que le precede.

Ejemplo. Sustituciones en la variable, **f**, del ejemplo anterior.

f
f
b (-1 + z)²
f /. b → 2
2 (-1 + z)²
f /. {b → 2, z → -3}
32
f
b (-1 + z)²

Simplificación, la función Simplify[]

Esta función realiza una serie de transformaciones algebraicas en una expresión con el fin de obtener la forma más sencilla posible.

Sintaxis. El argumento de la función es la expresión que quiere simplificarse. Pueden introducirse más argumentos como condiciones que deben asumirse durante la simplificación.

Ejemplo. Simplificación de una expresión simbólica.

Simplify
$$\left[\frac{(2+2a+b+ab)(a-1)^{2}}{(a^{3}-a^{2}-a+1)(b^{2}+3b+2)}\right]$$
$$\frac{1}{1+b}$$

Expansión, la función Expand[]

Si es posible, transforma una expresión en otra polinomial en la que sólo aparecen sumas, diferencias, productos, cocientes y potencias positivas.

Sintaxis. El argumento es la expresión que quiere desarrollarse. Como segundo argumento puede indicarse un patrón que hace que no se desarrollen las partes de la expresión en las que no aparece.

Ejemplo. Desarrollo de una expresión simbólica.

```
Expand [ (a + 1) ^2 (x - 1) * (1 - x^2) ]

-1 - 2a - a^2 + x + 2ax + a^2x + x^2 + 2ax^2 + a^2x^2 - x^3 - 2ax^3 - a^2x^3

Expand [ (a + 1) ^2 (x - 1) * (1 - x^2) , x]

- (1 + a)^2 + (1 + a)^2x + (1 + a)^2x^2 - (1 + a)^2x^3
```

Factorización

Si es posible, factoriza la expresión polinomial dada.

Sintaxis. La más básica incluye un solo argumento que es la expresión que quiere factorizarse.





Ejemplo. Factorización de una expresión simbólica.

```
Factor [64 - 80x - 20x^2 + 25x^3 + 10x^4 + x^5]
(-1 + x)^2 (4 + x)^3
```

Comparación

Mathematica dispone de símbolos predefinidos que permiten realizar comparaciones entre las expresiones que se indican. La celda de salida contiene False o True en función del resultado de la comparación.

- Igualdad. Unequal (!= , ≠) y Equal (==).
- Desigualdad. LessEqual (<=), Less (<), GreaterEqual (>=), Greater (>).

Ejemplo. Comparación de expresiones.

```
{x = 1, y = 0, z = -1};
{ (x - y) ^2 == z^2, x != y}
{True, True}
{ (x - y) ^2 <= z^2, (x - y) ^2 > z^2}
{True, False}
```

Funciones definidas por el usuario

Introducción

Un usuario puede definir sus propias funciones matemáticas de una o varias variables de forma que la expresión analítica correspondiente se asigna a un nombre de función. Es habitual la asignación diferida que tiene efecto cuando se hace referencia a la función.

Sintaxis

La sintaxis correcta es:

nombrefuncion[variable 1_,variable 2_, ... ,variable n_]:=expresión

El símbolo _ (*underscore*) a continuación de cada variable en la parte izquierda de la asignación es muy importante, indica al programa las variables independientes de la función. Ese símbolo no se pone en la parte derecha de la asignación.

Para denotar una función (nombrefuncion) se recomienda evitar nombres que comiencen con letra mayúscula para prevenir confusiones con las funciones predefinidas del programa. Además, hay que asegurarse que el nombre no haya sido usado anteriormente en la sesión de trabajo o borrar su contenido preventivamente.

Ejemplo. Definición de tres funciones polinómicas de una variable:

$$p(x) = x^{2} + 2x - 1, q(x) = -x^{2}, s(x) = p(x) + q(x)$$

Clear[x, p, q, s]

 $\{p[x_{-}] := x^{2} + 2x - 1, q[x_{-}] := -x^{2}, s[x_{-}] := p[x] + q[x] \};$





Referencias posteriores

Una vez definida la función ya se puede utilizar para cualquier cálculo sin más que hacer referencia a ella con el nombre asignado.

Ejemplo. Referencias a funciones definidas previamente (se usan las del ejemplo anterior)

evaluación para valores determinados de las variables

{p[0],q[0],s[0]}

 $\{-1, 0, -1\}$

obtención de listas de valores (la función Table se verá más adelante en este curso)

Table[s[i], {i, 10}]

- $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
 - cálculos numéricos

```
Sqrt[p[2] - q[0]]
```

 $\sqrt{7}$

 derivación (D deriva la función planteada como primer argumento respecto a la variable indicada como segundo argumento)

D[p[x], x]

2 + 2 x

q'[0]

0

Ejemplo. Definición de una función de dos variables: $f(x, y) = x^2 + y^2 - 1$

```
Clear[f, x, y]
f[x_, y_] := x^2 + y^2 - 1
f[0, 0]
-1
{D[f[x, y], x], D[f[x, y], y]}
```

 $\{\,2\;x\,\text{, }2\;y\,\}$

Representación gráfica

Introducción

Se presentan una serie de funciones del programa *Mathematica* para la representación gráfica de funciones de varias variables.

No se considera ámbito de este curso la profundización en este área; por ello, el estudio de las diferentes opciones de dibujo que ofrecen se deja en manos del alumno en el menú de *Ayuda* (*Ayuda* →*Documentación Wolfram*).

Representación gráfica en 2D

Representación gráfica de funciones de una variable en el plano.





- **Plot**. Traza la gráfica de las funciones indicadas como argumento en el intervalo señalado.
- **ContourPlot**. Representación gráfica de una función en forma implícita o de los puntos que verifican una ecuación.
- **ParametricPlot**. Representación gráfica en forma paramétrica.
- **Show.** Combina en una sola gráfica diferentes representaciones que se han asignado previamente a variables.

Ejemplo. Representaciones gráficas en el plano.

Clear[x]

 $\{p[x_{]} := x^{2} + 2x - 1, q[x_{]} := -x^{2}\};$

 $\texttt{g1} = \texttt{Plot}[\texttt{p}[\texttt{x}], \{\texttt{x}, -3, \texttt{1}\}, \texttt{PlotStyle} \rightarrow \{\texttt{Red}, \texttt{Thickness}[\texttt{0.015}]\}]$



g2 = Plot[{p[x],q[x]}, {x, -3, 1}]



g3 = Plot[{Cos[x], Sin[x]}, {x, -Pi, Pi}]



Show[g1, g3, PlotRange \rightarrow All]



 $\label{eq:contourPlot} ContourPlot[x^2 + y^2 = 1, \{x, -1, 1\}, \{y, -1, 1\}, ContourStyle \rightarrow \{Magenta, Thickness[0.02]\}]$







ContourPlot $[x^2 = y^2, \{x, -1, 1\}, \{y, -1, 1\}]$



Representación gráfica en 3D

Representación gráfica de funciones de dos variables en el espacio.

- Plot3D. Traza la gráfica de las funciones indicadas como argumento en el intervalo señalado.
- **ContourPlot3D.** Análogo al explicado para funciones de una variable.
- ParametricPlot3D. Representación gráfica en forma paramétrica.

Ejemplo. Intersección de superficies junto con la proyección de la línea de intersección.

Clear[x,y]

$$\begin{split} & esf2 = ContourPlot3D \big[x^2 + y^2 + z^2 == 4, \ \{x, \ -2, \ 2\}, \ \{y, \ -2, \ 2\}, \ \{z, \ 0, \ 2\}, \ ContourStyle \rightarrow \{Green, \ Opacity \ [0.5] \}, \\ & Mesh \rightarrow False, \ AxesLabel \rightarrow \{X, \ Y, \ Z\}, \ Ticks \rightarrow \{\{-2, \ 2\}, \ \{-2, \ 2\}, \ \{-2, \ 0, \ 2\}\}, \ BoxRatios \rightarrow Automatic \big]; \end{split}$$

plan3 = ContourPlot3D[3 z + $\sqrt{3}$ y == 2 $\sqrt{3}$, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, {z, 0, 2},

 $ContourStyle \rightarrow \{Yellow, Opacity[0.5]\}, Mesh \rightarrow False, AxesLabel \rightarrow \{X, Y, Z\}, Ticks \rightarrow \{\{-1, 0, 1\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}\} \Big];$

(* proyección de la línea de intersección sobre z=0 *)

Eliminate $\left[\left\{ x^2 + y^2 + z^2 = 4, 3z + \sqrt{3} \ y = 2\sqrt{3} \right\}, z \right]$ (* elimina la variable z *) 8 + 4 y - 4 y² = 3 x²

(* parametrización de la línea de intersección *)

$$\left\{x[t_{-}] = \sqrt{3} \operatorname{Cos}[t], y[t_{-}] = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \operatorname{Sin}[t], z[t_{-}] = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3} y[t]}{3}\right\};$$

 $\texttt{lin3} = \texttt{ParametricPlot3D[{x[t], y[t], z[t]}, {t, 0, 2 \pi}, \texttt{PlotStyle} \rightarrow \{\texttt{Magenta, Thickness[0.02]}];}$

 $lin3p = ParametricPlot3D[\{x[t], y[t], 0\}, \{t, 0, 2\pi\}, PlotStyle \rightarrow \{Red, Thickness[0.02]\}];$

Show[esf2, plan3, lin3, lin3p, PlotRange → All]

