

Superficies básicas para Ingeniería



4. Desarrollo de superficies

Contenido

| | |
|------------------------------------------|----|
| 4. DESARROLLO DE SUPERFICIES | 3 |
| 4.1. DESARROLLOS | 4 |
| 4.1.1. Pirámide | 4 |
| 4.1.2. Cono | 8 |
| 4.1.3. Prisma | 14 |
| 4.1.4. Cilindro | 17 |
| 4.2. TRANSFORMADA DE LAS SECCIONES | 20 |

4. DESARROLLO DE SUPERFICIES

Al finalizar este tema se espera que el alumnado sea capaz de:

- Identificar superficies desarrollables.
- Calcular el desarrollo de las superficies desarrollables estudiadas en clase.
- Calcular la transformada de esas mismas superficies.
- Seleccionar el método gráfico más apropiado para cada caso.

Para un adecuado seguimiento de este tema previamente es necesario tener conseguidos los resultados de aprendizaje de los temas:

- Representación de superficies.
- Trazado de secciones planas.
- Sistema diédrico: Giros.

Una superficie es desarrollable cuando se puede extender sobre un plano sin que se produzca distorsión o rotura.

La superficie prismática, la cilíndrica, la piramidal y la cónica son superficies desarrollables. La superficie esférica es una superficie no desarrollable.

Las generatrices de una superficie están en verdadera magnitud en el desarrollo.

La sección recta tiene gran importancia en el desarrollo de las superficies prismática y cilíndrica, pues su transformada es una línea recta porque todas las generatrices forman el mismo ángulo (90°) con la línea de la sección. Ver apartado 3.4.3.



Figura 4.1. Ejemplo de un desarrollo de un cilindro recto

[<https://nextlevelmhe.files.wordpress.com/2013/07/structural-steel-rolling.jpg>],
[http://estaticos03.elmundo.es/elmundo/imagenes/2012/06/07/paisvasco/1339086618_0.jpg]

4.1. DESARROLLOS

4.1.1. Pirámide

Pirámide recta:

Cuando la pirámide es recta, el desarrollo de la superficie lateral consta de tantos triángulos, iguales entre sí, como lados tiene la directriz. Ver figuras 4.2 y 4.3.

Generalmente los triángulos son isósceles, salvo que la longitud de las aristas laterales y el lado de la generatriz coincidan, en este caso el desarrollo consta 3 de triángulos equiláteros y la superficie se denomina tetraedro.

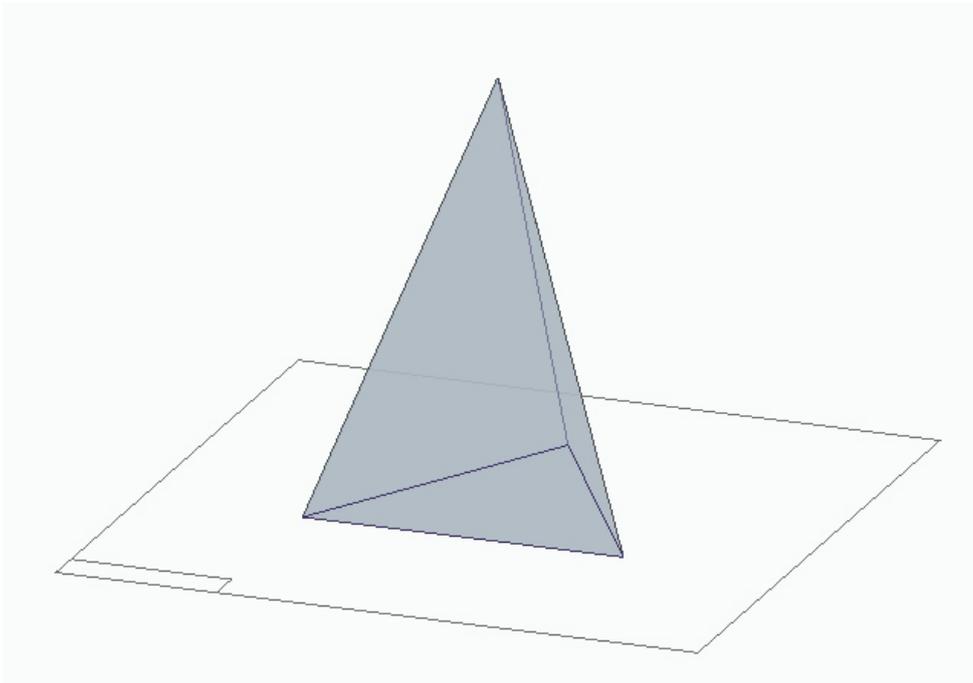


Figura 4.2. Pirámide recta (Imagen realizada con Solid Edge)

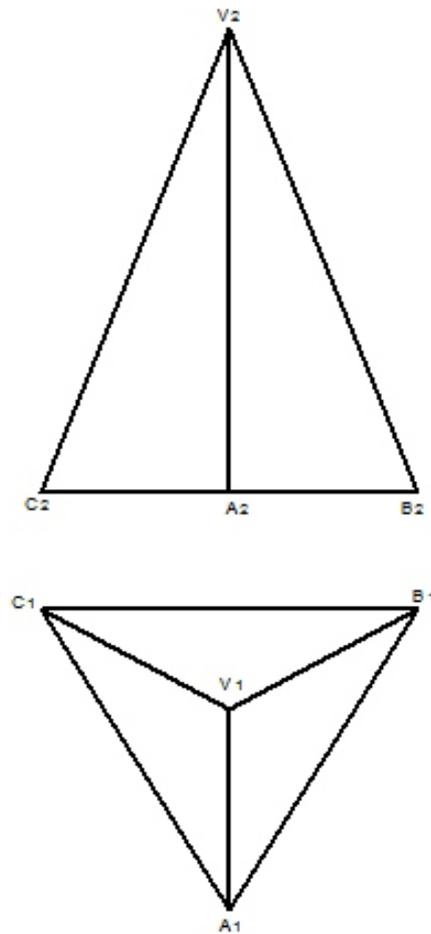


Figura 4.3. Proyecciones de una pirámide recta (Imagen realizada con Solid Edge)

Para hallar las superficies de los tres triángulos se hallan las dimensiones de sus aristas mediante giros. En este caso, al tratarse de una pirámide recta de base regular los tres triángulos son iguales. Ver figura 4.4.

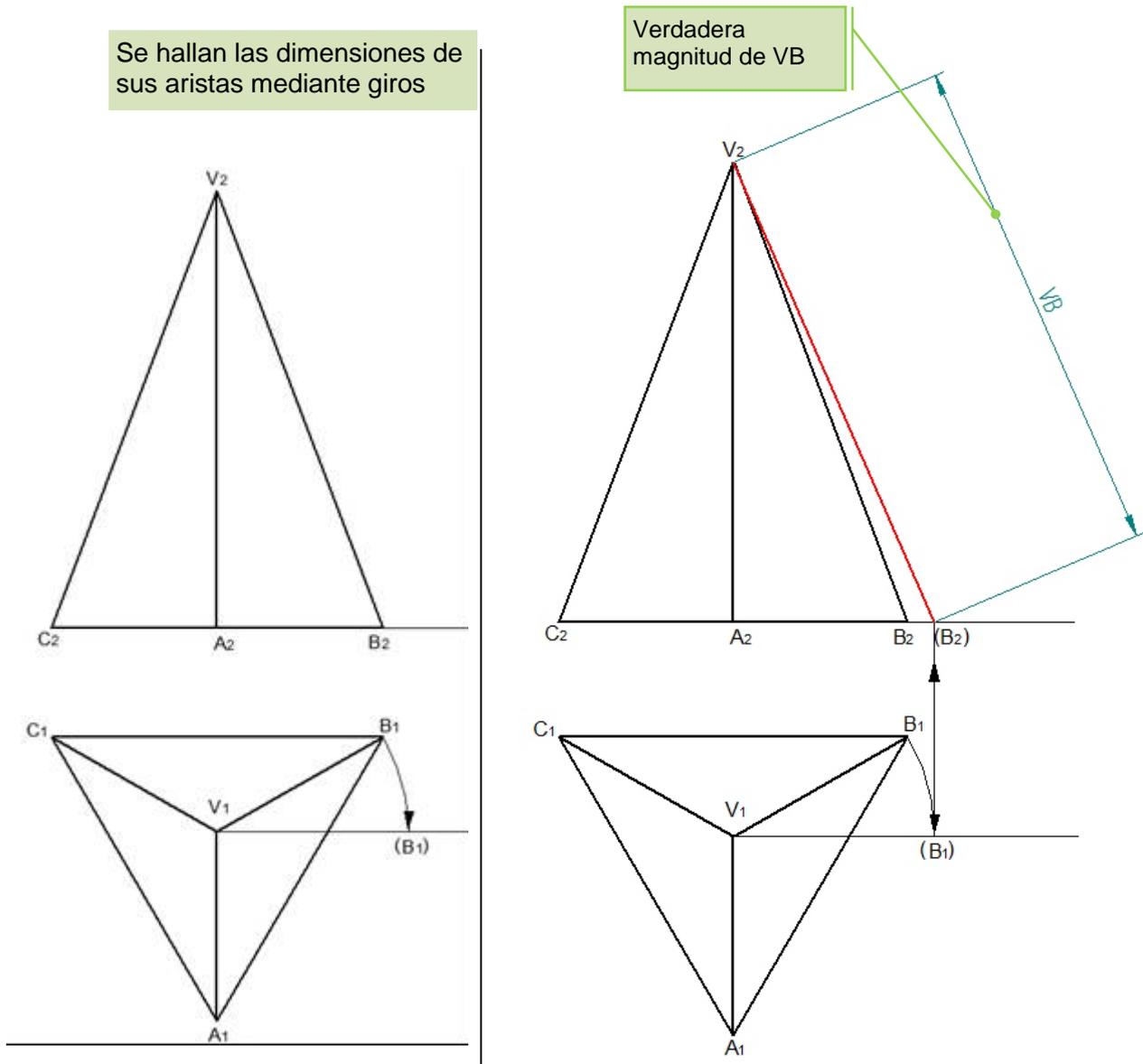


Figura 4.4. Proyecciones de una pirámide recta (Imagen realizada con Solid Edge)

Para realizar el desarrollo colocamos VB y llevamos las verdaderas magnitudes de VC y BC con el compás para encontrar el punto C. Ver figura 4.5.

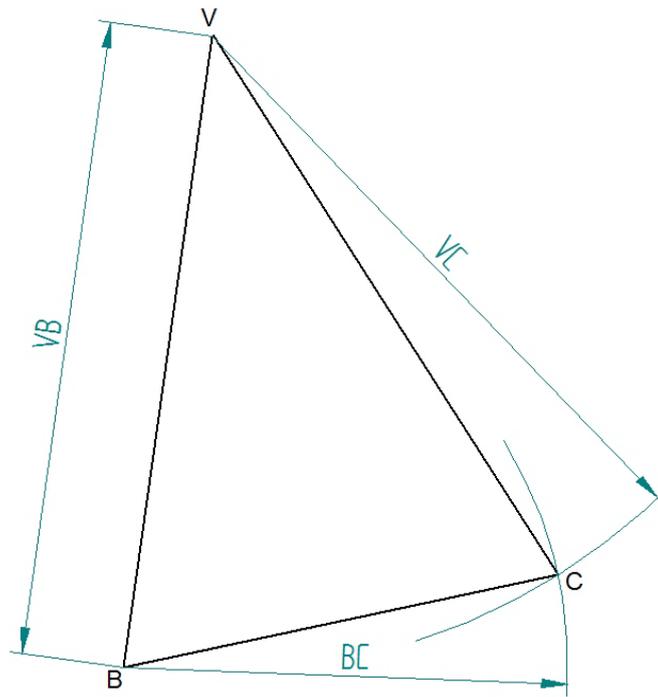


Figura 4.5. Método para el trazado del desarrollo de una pirámide recta (Imagen realizada con Solid Edge)

Se hace lo mismo para conseguir el punto A y finalizar el desarrollo. Ver figura 4.6.

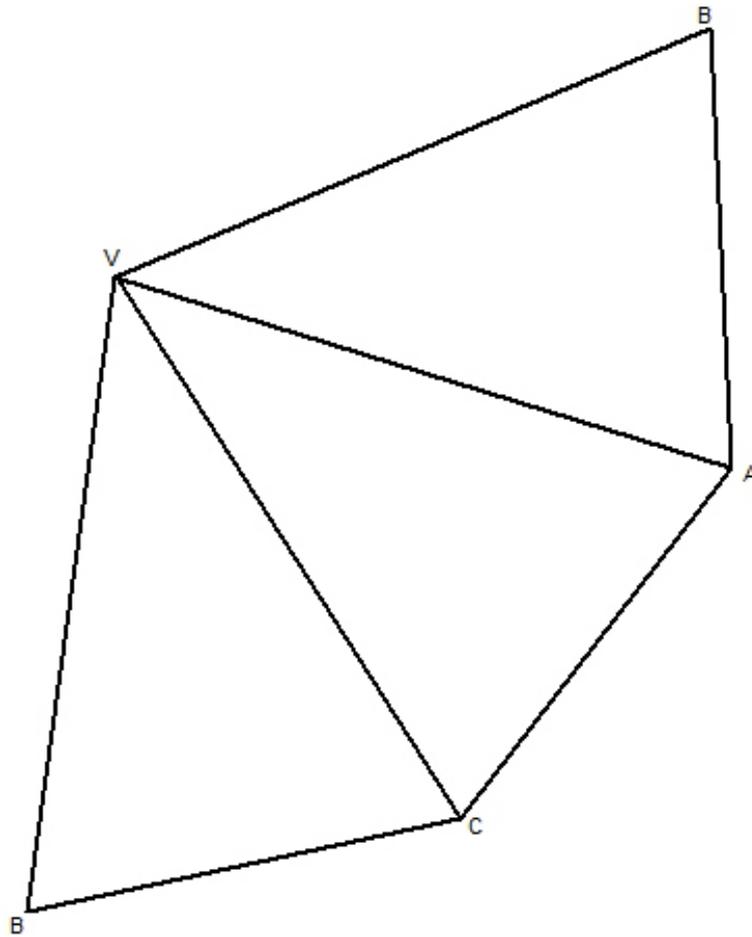


Figura 4.6. Método para el trazado del desarrollo de una pirámide recta (Imagen realizada con Solid Edge)

Pirámide oblicua:

Ver apartado EJERCICIOS DE DESARROLLO Y TRANSFORMADA DE LAS SECCIONES.

4.1.2. Cono

Cono recto:

Cuando el cono es recto de revolución, el desarrollo de la superficie lateral es un sector circular, de radio el valor de la generatriz y la longitud del arco igual a la de la circunferencia directriz. Por tanto, el valor del ángulo en el vértice del sector circular es:

$$\alpha^{\circ} = 360^{\circ} \cdot r / g$$

Ver apartado EJERCICIOS DE DESARROLLO Y TRANSFORMADA DE LAS SECCIONES.

Cuando el cono es recto, pero no es de revolución, el método general para hallar el desarrollo de la superficie lateral consiste en sustituirlo por una pirámide inscrita. El desarrollo obtenido es aproximado y la curva de la directriz en el desarrollo se traza con cierta imprecisión. Se mejora la precisión sabiendo que la curva de la directriz es tangente a las generatrices más larga y más corta. Generalmente, la generatriz de apertura en el desarrollo es la más corta.

Cono oblicuo:

Si el cono no es de revolución, pero tiene directriz circular, la superficie tiene un plano de simetría que es el formado por las generatrices más corta y más larga. Luego, para mayor sencillez del trazado del desarrollo, el plano de simetría de la superficie cónica ha de ser también el plano de simetría de la superficie piramidal inscrita. Generalmente, la generatriz de apertura en el desarrollo es la más corta, así, la generatriz más larga es eje de simetría del desarrollo. Ver figura 4.7 y 4.8.

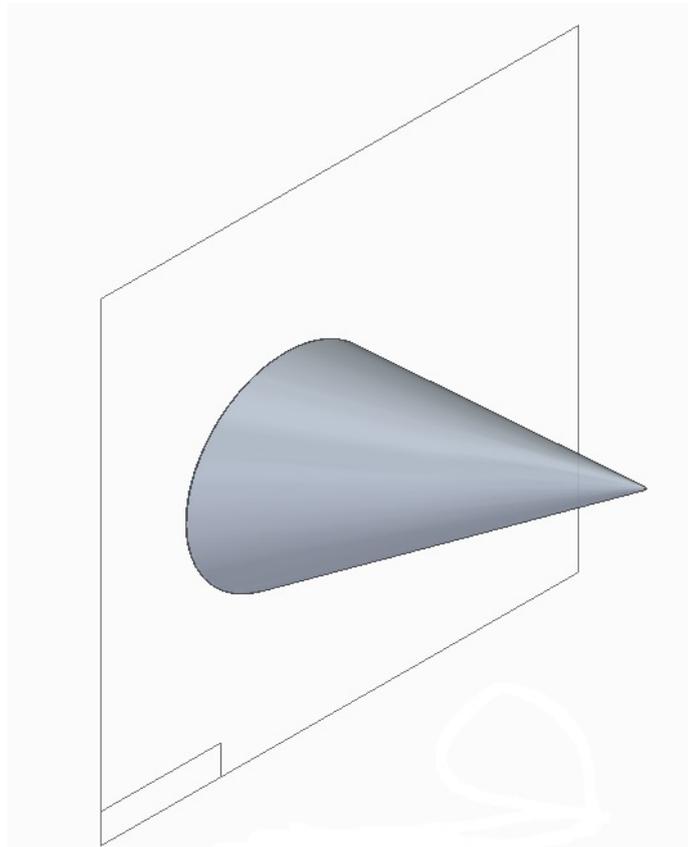


Figura 4.7. Cono oblicuo (Imagen realizada con Solid Edge)

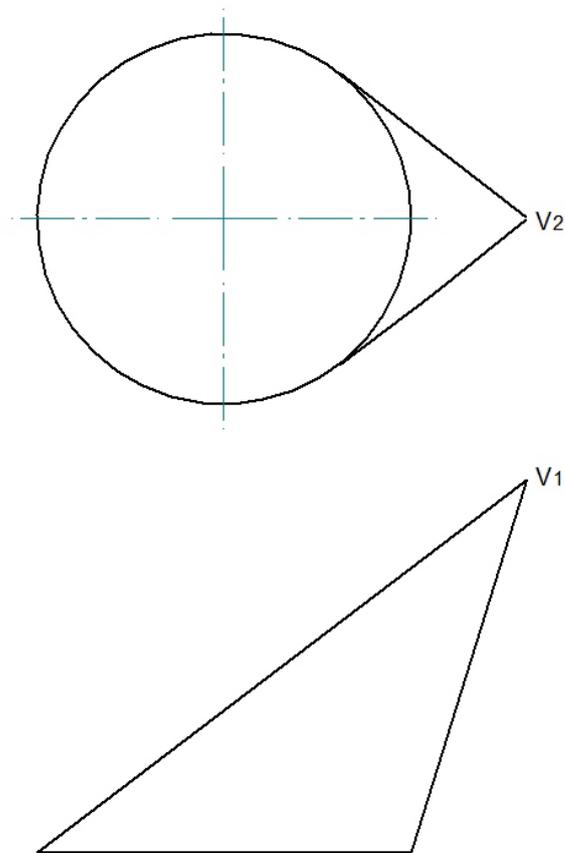


Figura 4.8. Proyecciones de un cono oblicuo (Imagen realizada con Solid Edge)

Las generatrices para hallar el desarrollo serán de longitudes diferentes por lo que es necesario dividir la base en un mínimo de 12 partes iguales y posteriormente hallar las verdaderas magnitudes de las 12 generatrices con los que se construirá el desarrollo. Ver figura 4.9.

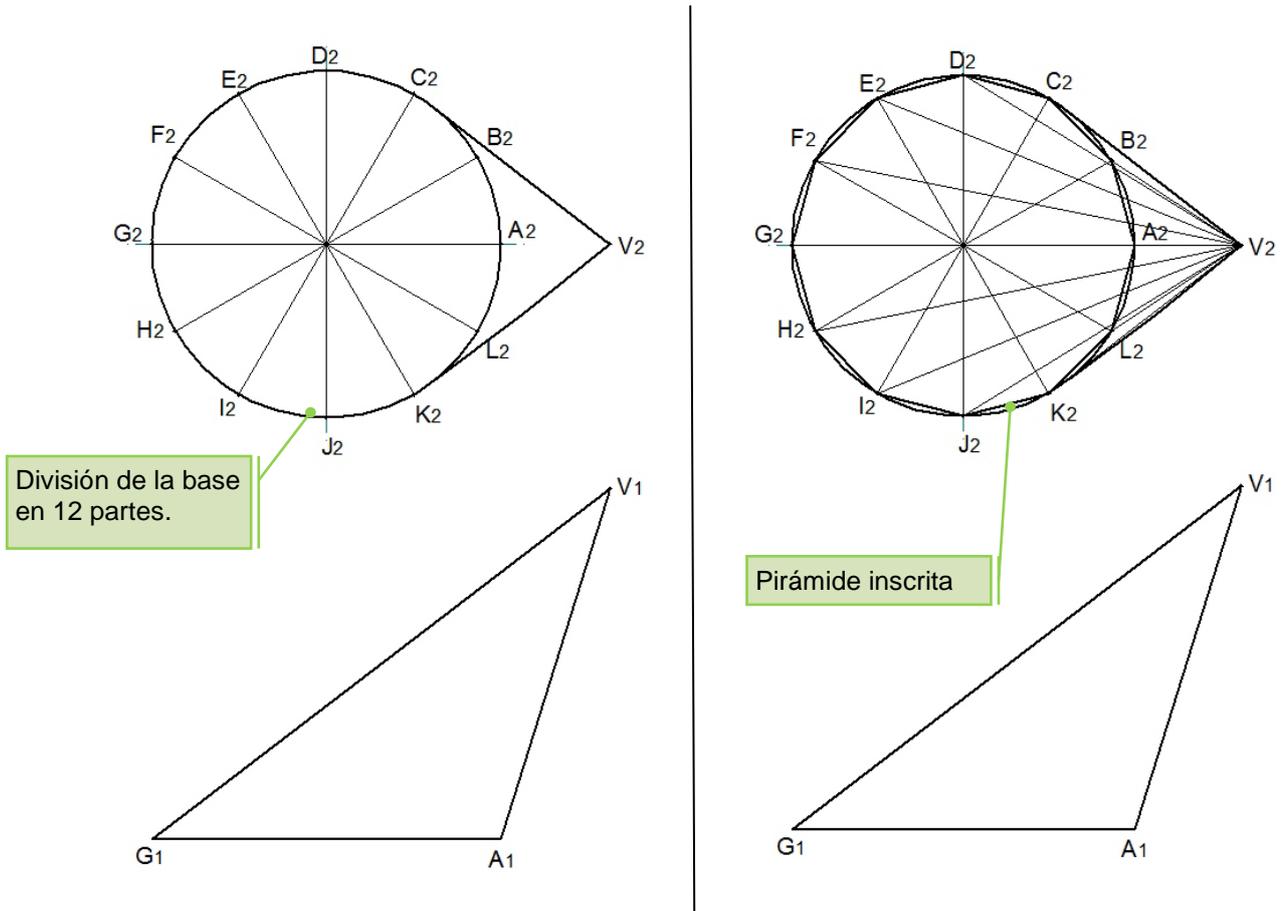


Figura 4.9. Método para el trazado del desarrollo de un cono oblicuo (Imagen realizada con Solid Edge)

Las verdaderas magnitudes se obtienen mediante giros. Ver figuras 4.10 y 4.11.

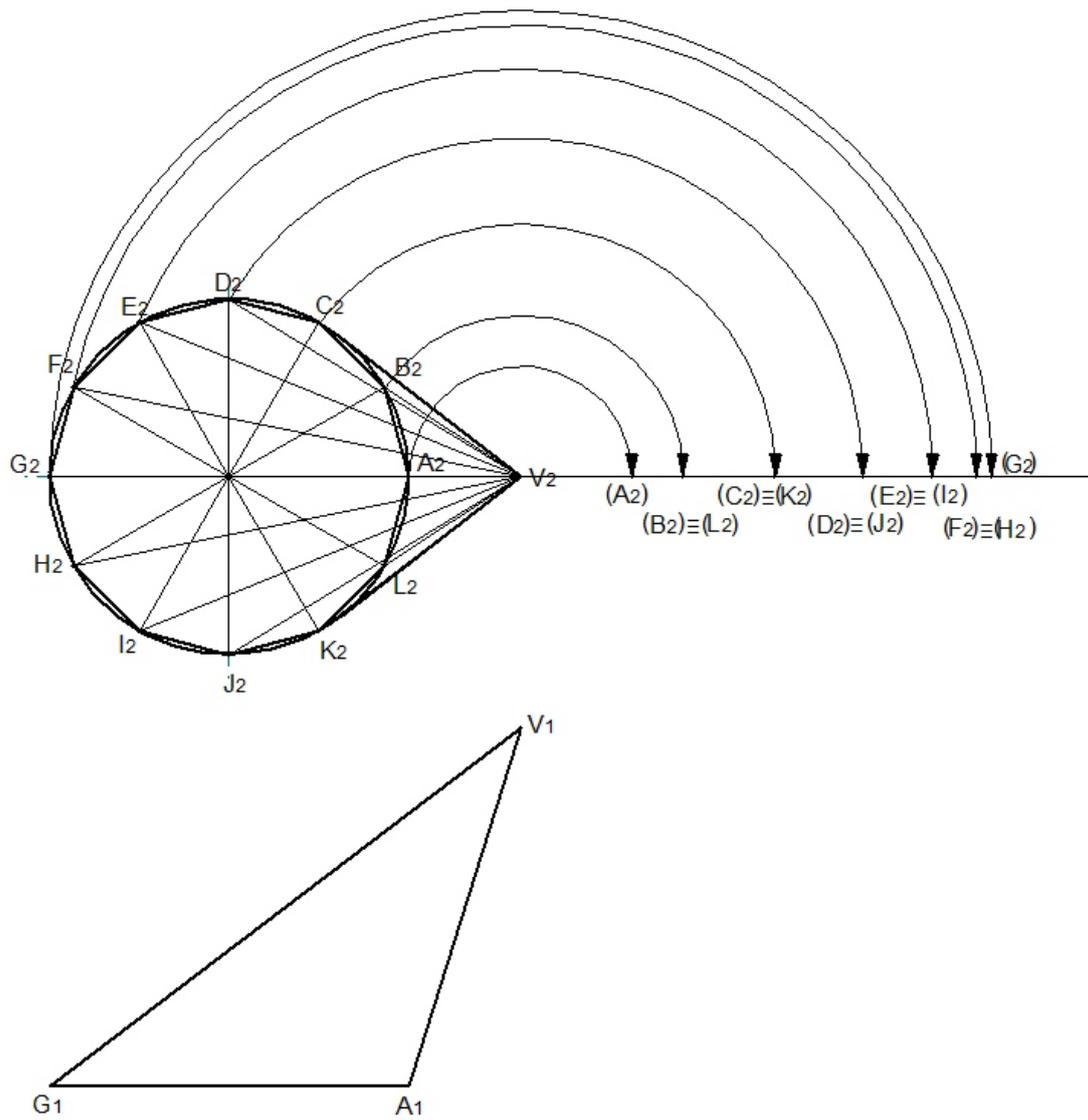


Figura 4.10. Método para el trazado del desarrollo de un cono oblicuo (Imagen realizada con Solid Edge)

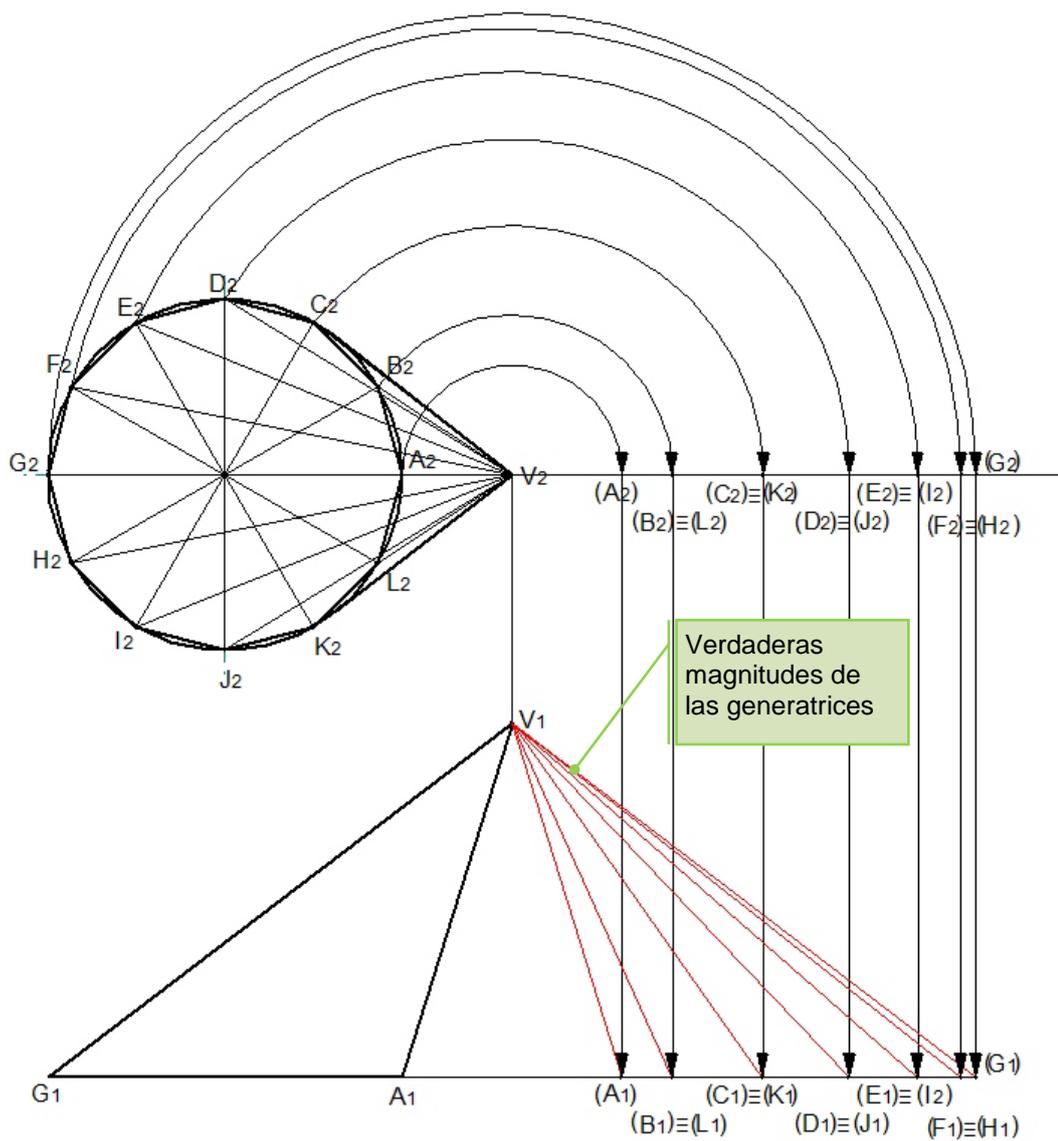


Figura 4.11. Método para el trazado del desarrollo de un cono oblicuo (Imagen realizada con Solid Edge)

Se coloca el primer elemento VA y se llevan las distancias con compas sucesivamente: AB y VB para encontrar el punto B, BC y VC para encontrar el punto C y al final se unen los puntos. Ver figura 4.12.

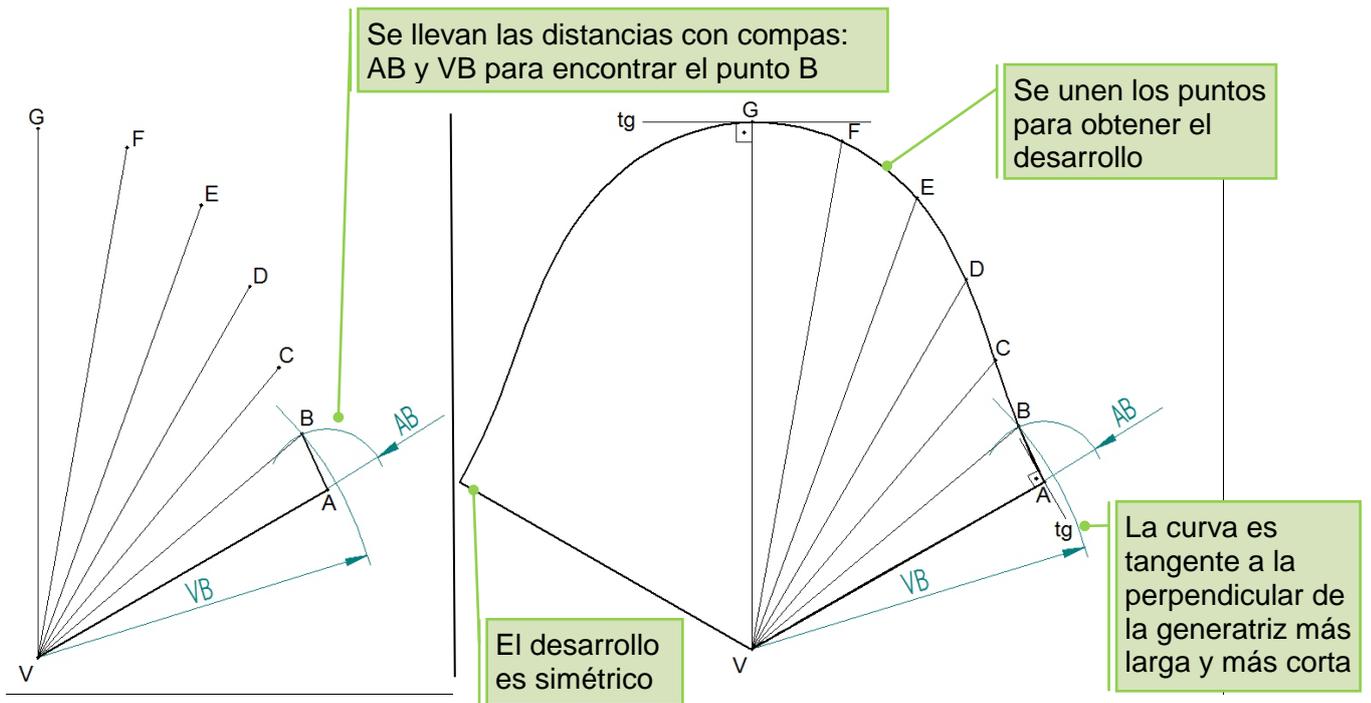


Figura 4.12. Método para el trazado del desarrollo de un cono oblicuo (Imagen realizada con Solid Edge)

4.1.3. Prisma

Prisma recto:

Cuando el prisma es recto, el desarrollo de la superficie lateral consta de tantos rectángulos como lados tiene la directriz. El desarrollo completo de la superficie lateral es un rectángulo de lados la longitud de las aristas laterales y el perímetro de la directriz. Las aristas laterales y la directriz son perpendiculares en el desarrollo porque la directriz es una sección recta de la superficie prismática.

Ver apartado EJERCICIOS DE DESARROLLO Y TRANSFORMADA DE LAS SECCIONES.

Prisma oblicuo:

Cuando el prisma es oblicuo, el desarrollo de la superficie lateral consta de tantos paralelogramos como lados tiene la directriz. Ver figuras 4.13 y 4.14. El método general para hallar el desarrollo de la superficie lateral consiste en realizar una sección recta. Ver figura 4.15. Esta sección es una recta en el desarrollo, a la que son perpendiculares las aristas laterales. El trazado del desarrollo se realiza llevando las distancias de las correspondientes aristas laterales a cada lado de la sección recta. Ver figura 4.16.

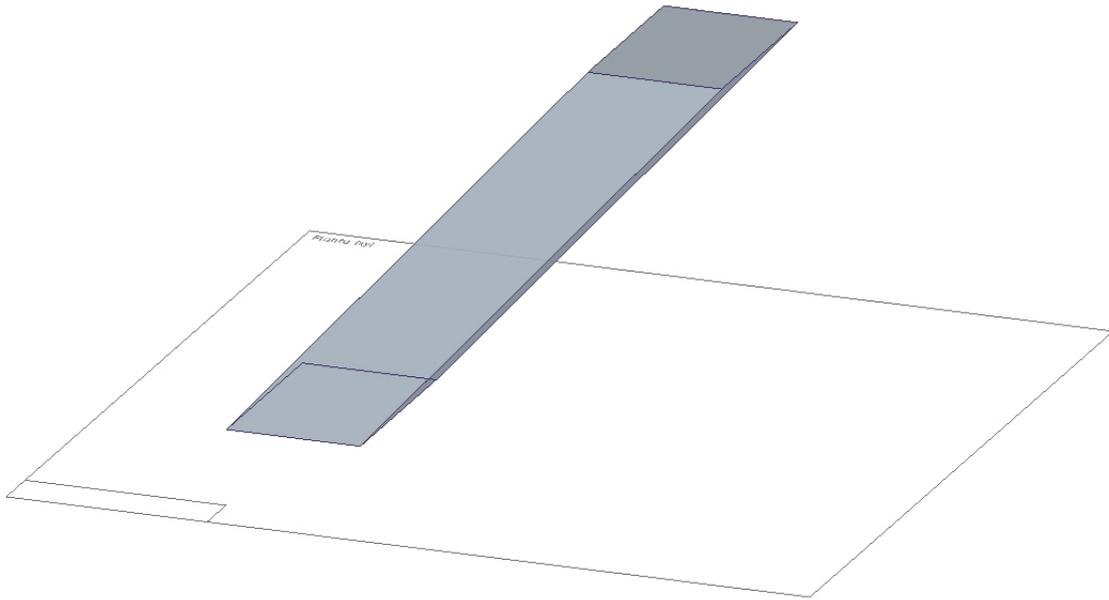


Figura 4.13. Prisma oblicuo (Imagen realizada con Solid Edge)

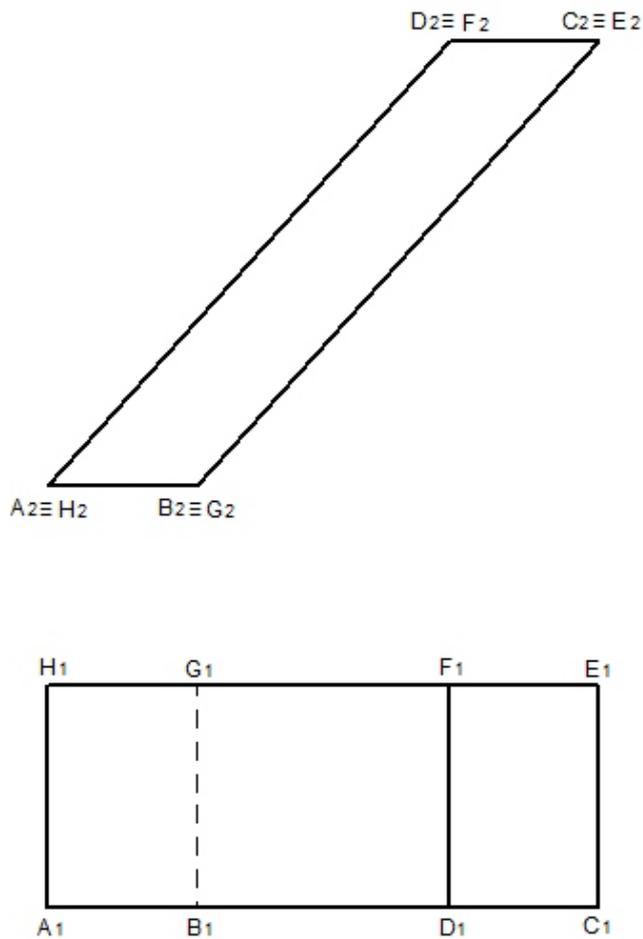


Figura 4.14. Proyecciones de un prisma oblicuo (Imagen realizada con Solid Edge)

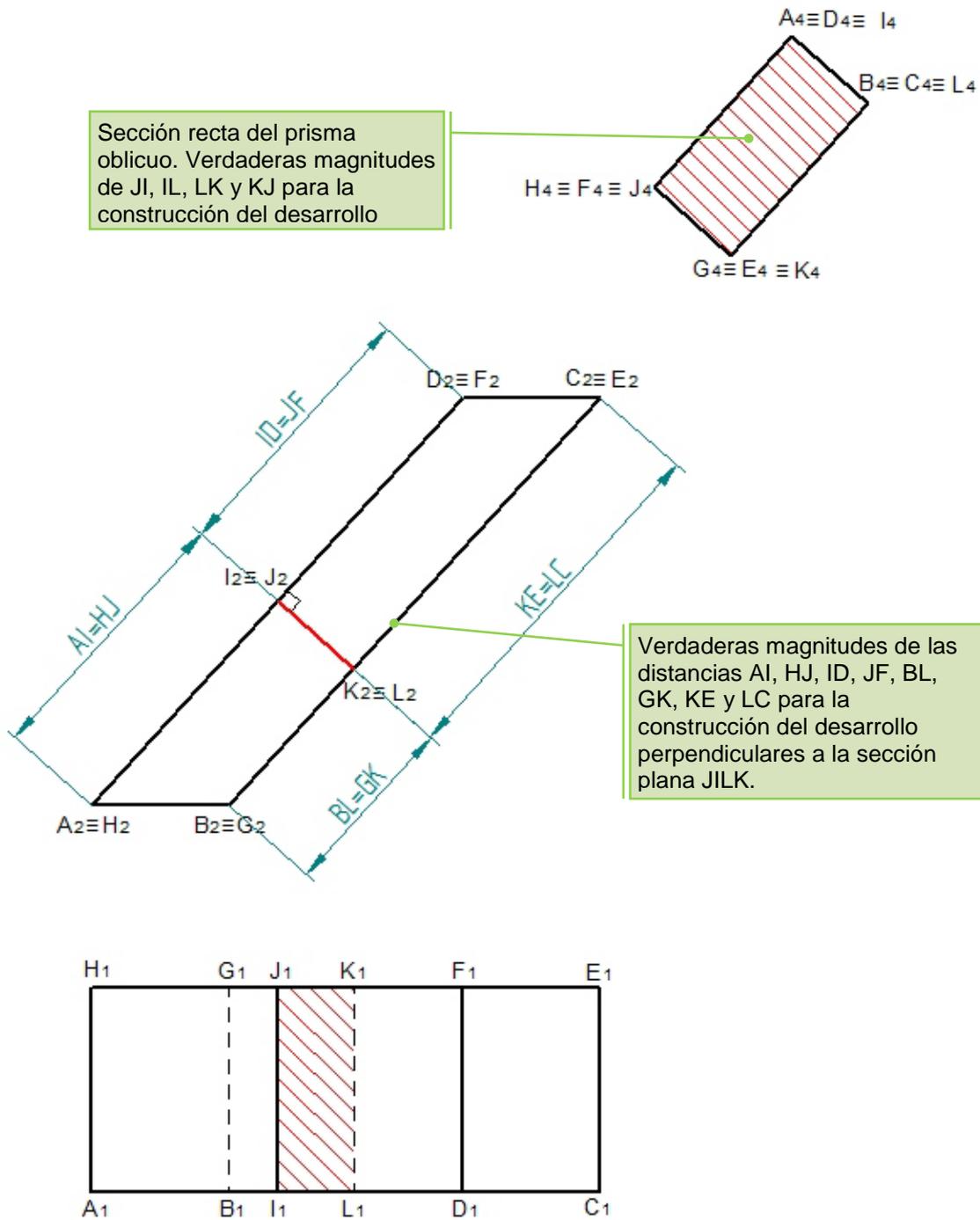


Figura 4.15. Método para el trazado del desarrollo de un prisma oblicuo (Imagen realizada con Solid Edge)

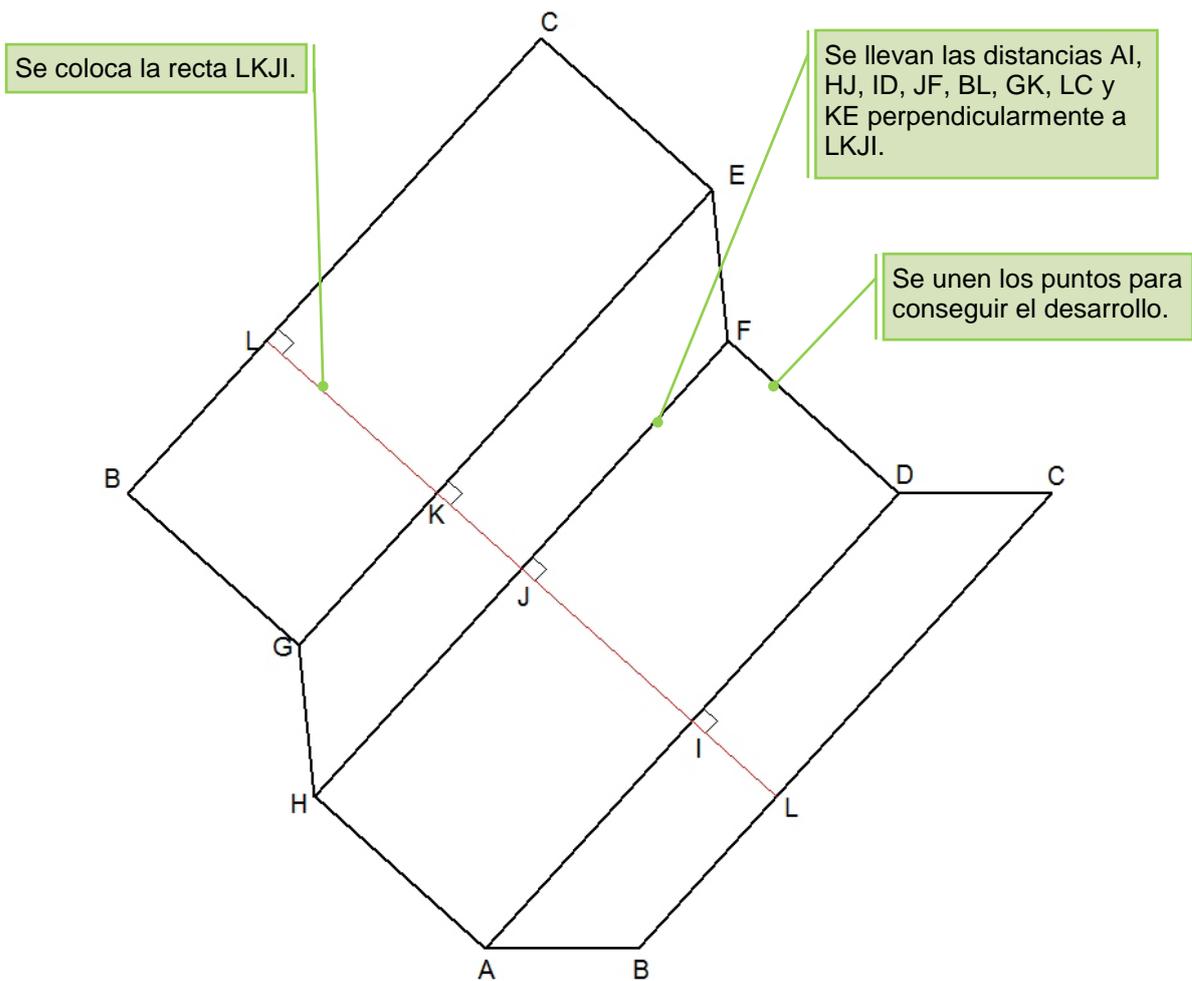


Figura 4.16. Método para el trazado del desarrollo de un prisma oblicuo (Imagen realizada con Solid Edge)

4.1.4. Cilindro

Cilindro recto:

Cuando el cilindro es recto, el desarrollo de la superficie lateral es un rectángulo de lados la longitud de la generatriz y el perímetro de la directriz. La generatriz y la directriz son perpendiculares en el desarrollo porque la directriz es una sección recta de la superficie cilíndrica. Ver figuras 4.17 y 4.18.

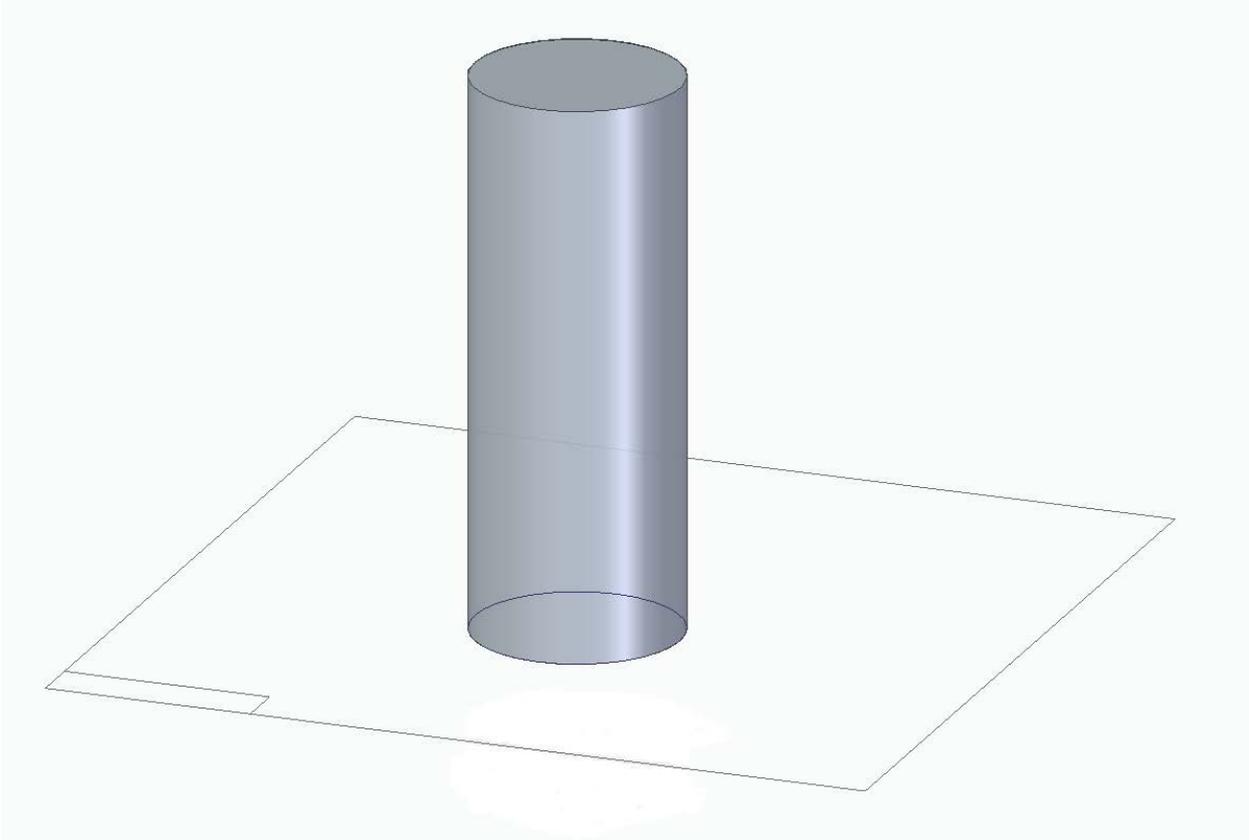


Figura 4.17. Cilindro recto (Imagen realizada con Solid Edge)

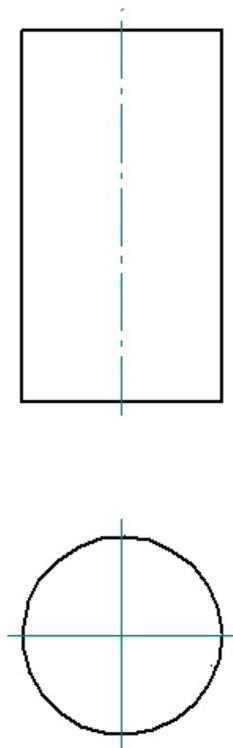


Figura 4.18. Proyecciones de un cilindro recto (Imagen realizada con Solid Edge)

El desarrollo se puede calcular matemáticamente. Al tratarse de un cilindro recto su desarrollo será un rectángulo. Su anchura medirá lo mismo que el perímetro ($\pi \cdot d$) y su altura será la misma que la altura del cilindro (AM). Ver figura 4.19.

También se puede hallar aproximadamente de la siguiente manera: Dividimos el perímetro de la directriz en 12 partes (A a L) y en el otro lado colocamos la generatriz (AM).

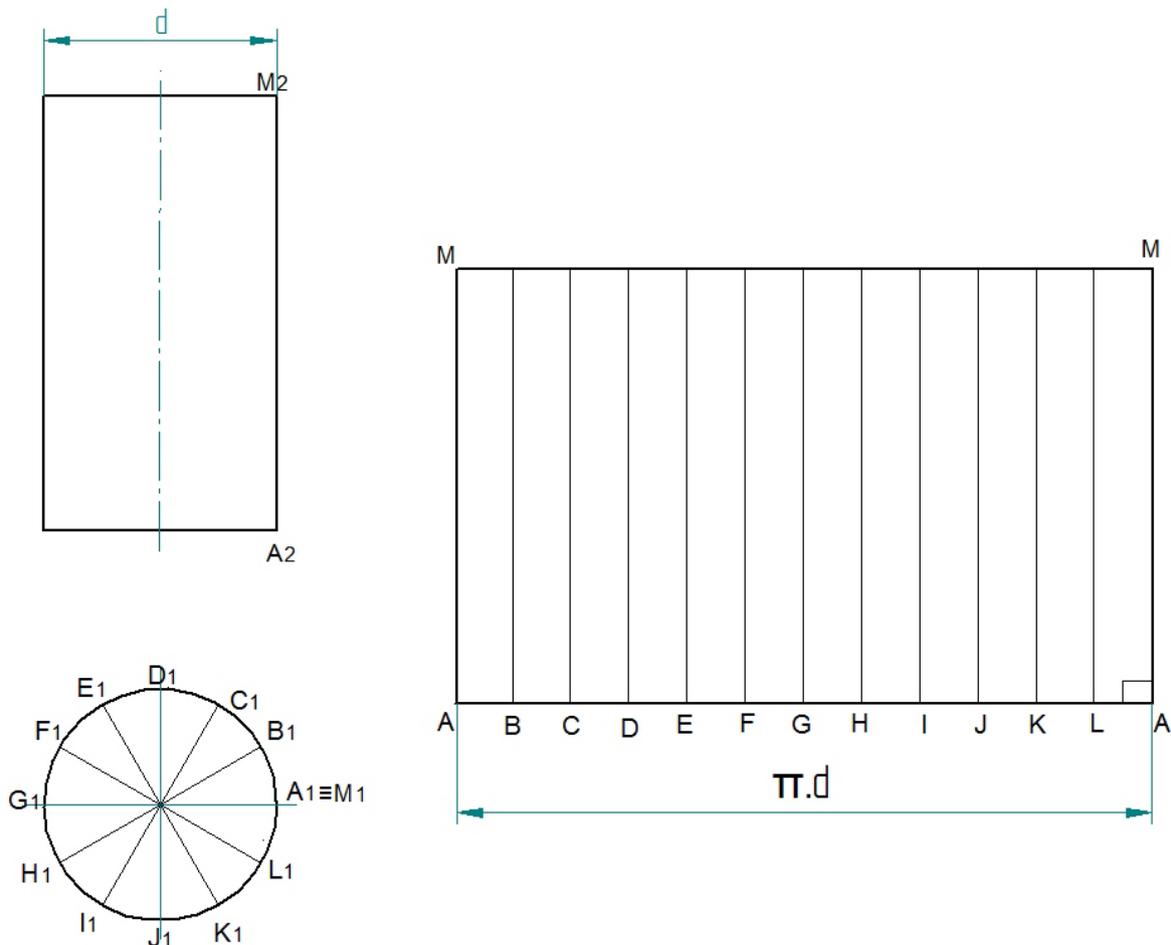


Figura 4.19. Desarrollo de un prisma recto (Imagen realizada con Solid Edge)

Cilindro oblicuo:

Cuando el cilindro es oblicuo, el método general para hallar el desarrollo de la superficie lateral consiste en sustituirlo por un prisma inscrito. El desarrollo obtenido es aproximado y la curva de la directriz en el desarrollo se traza con cierta imprecisión.

Si el cilindro es oblicuo, pero tiene directriz circular, la superficie tiene un plano de simetría. Luego, para mayor sencillez del trazado del desarrollo, el plano de simetría de la superficie cilíndrica ha de ser también el plano de simetría de la superficie prismática inscrita. Se mejora la precisión de la curva de la directriz en el desarrollo sabiendo que esta es tangente a la perpendicular a las generatrices contenidas en el plano de simetría.

Ver apartado EJERCICIOS DE DESARROLLO Y TRANSFORMADA DE LAS SECCIONES.

4.2. TRANSFORMADA DE LAS SECCIONES

La transformada de una sección es la representación en el desarrollo de la línea de la sección producida en la superficie.

La transformada de una sección tiene igual longitud que el perímetro de la correspondiente sección de la superficie.

Para obtener una transformada hay que llevar al desarrollo un número suficiente de puntos para que quede definida.

En el caso de las superficies piramidal y prismática, la sección plana es un polígono cuyos vértices están en las aristas laterales de la superficie. Ver apartado 3.1. Por tanto, los puntos suficientes son tantos como vértices.

En el caso de las superficies cónica y cilíndrica, la sección plana es una cónica. Ver apartado 3.4.4. Por tanto, los puntos suficientes son tantos como vértices tenga la superficie inscrita utilizada para el desarrollo.

La transformada de la sección recta de la superficie prismática y la cilíndrica es una línea recta perpendicular a las generatrices. Ver apartado 3.4.3.

A continuación, se presenta el método para hallar la transformada del plano W en el desarrollo de la **pirámide recta**: Ver figura 4.6.

Se hallan los puntos de intersección (D, E y F) (ver figura 4.20) y las verdaderas magnitudes (VD, VE y VF) se llevan al desarrollo. Ver figura 4.21.

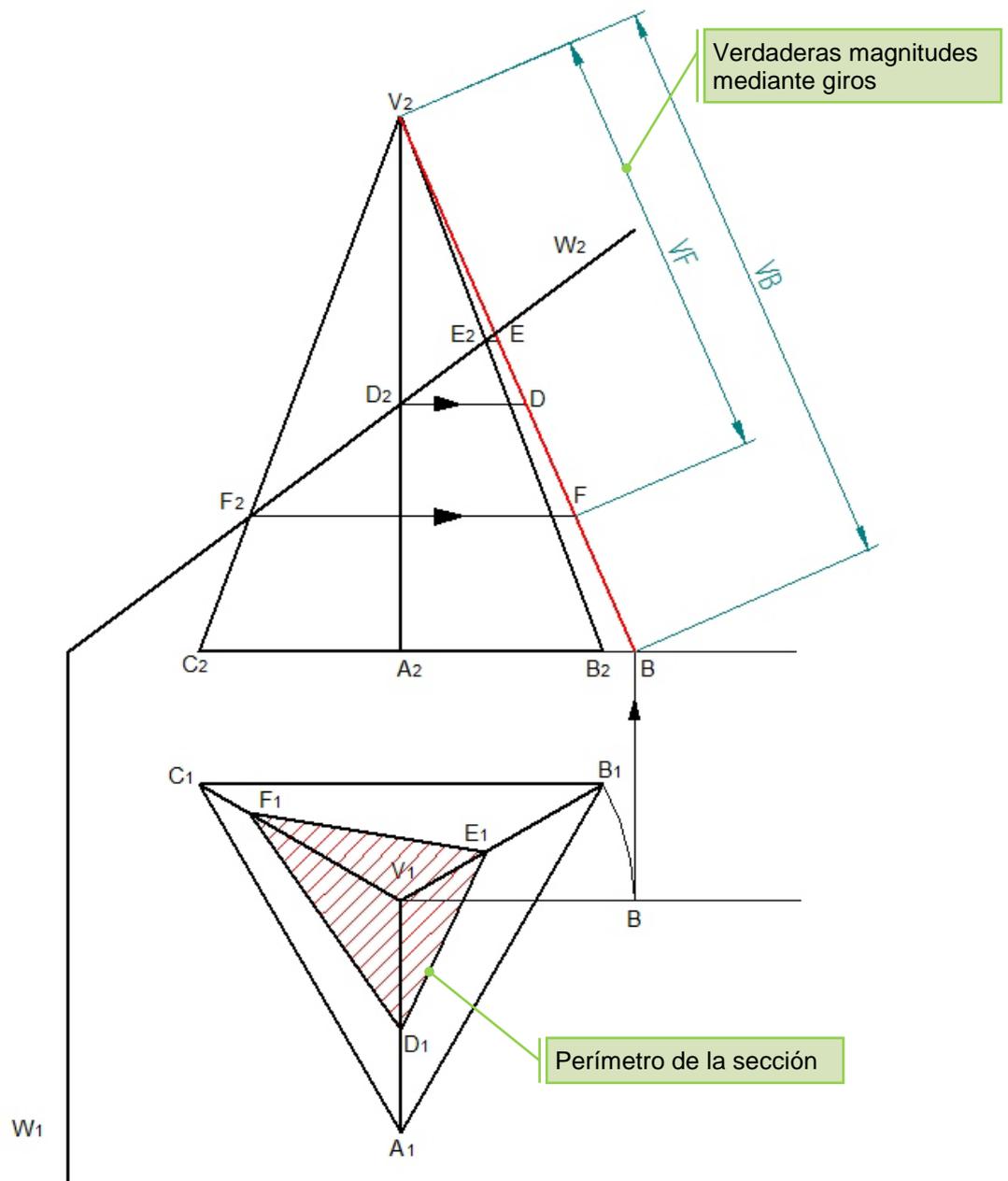


Figura 4.20. Método para el trazado de la trasformada de una pirámide recta (Imagen realizada con Solid Edge)

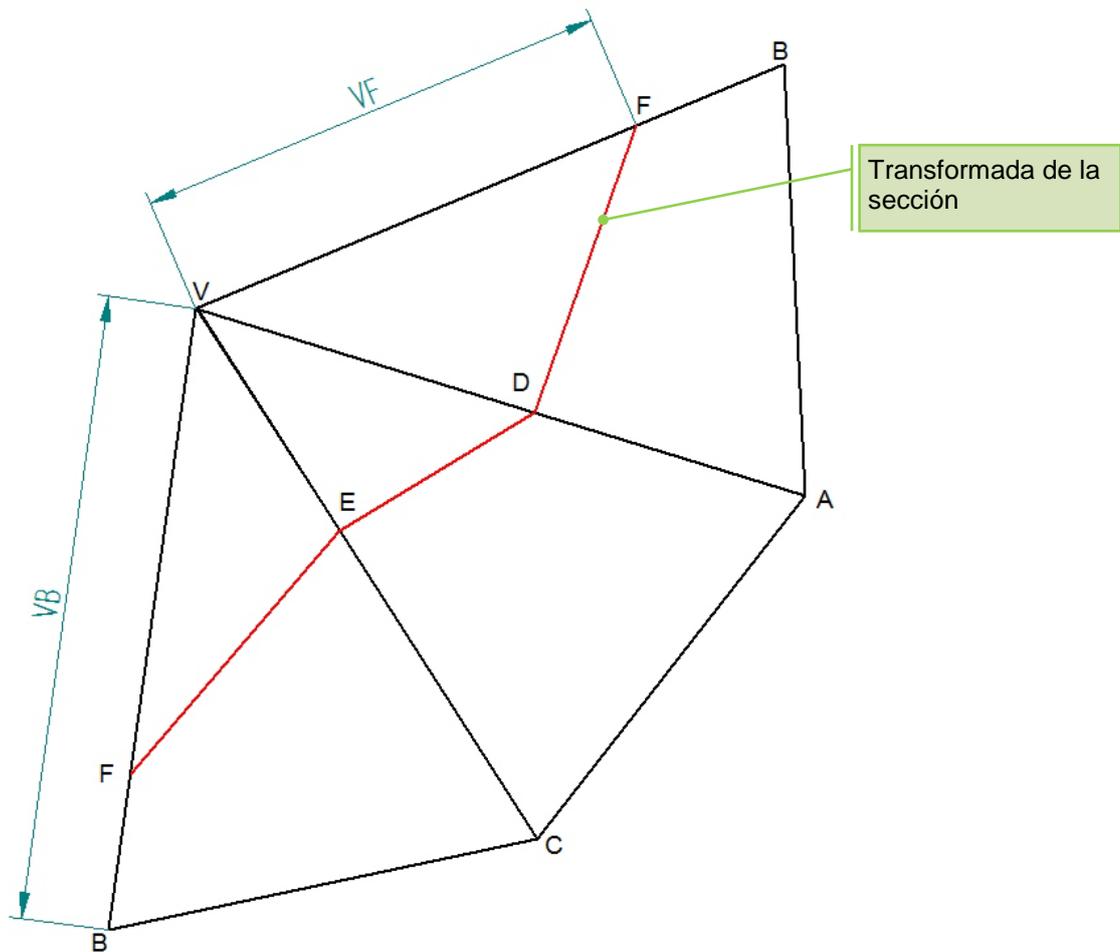


Figura 4.21. Método para el trazado de la transformada de una pirámide recta (Imagen realizada con Solid Edge)

A continuación, se presenta el método para hallar la transformada del plano W en el desarrollo de un **cilindro recto** (ver figura 4.19):

Se hallan los 12 puntos de intersección (A1-L1) (ver figura 4.22) y las verdaderas magnitudes (AA1-LL1) y se llevan al desarrollo donde se ha colocado la longitud del perímetro ($\pi \cdot d$). Ver figura 4.23.

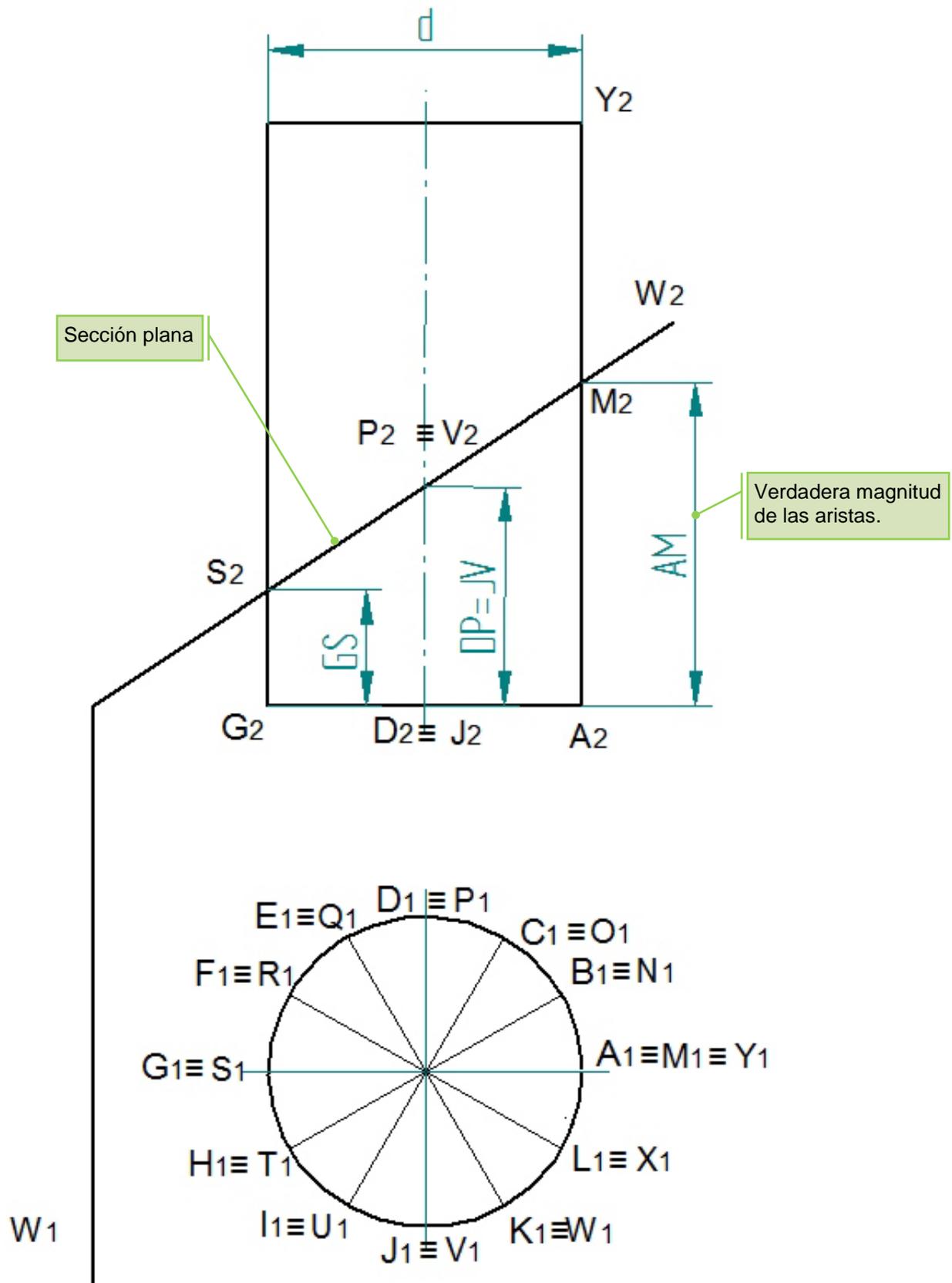


Figura 4.22. Método para el trazado de la trasformada de un cilindro recto (Imagen realizada con Solid Edge)

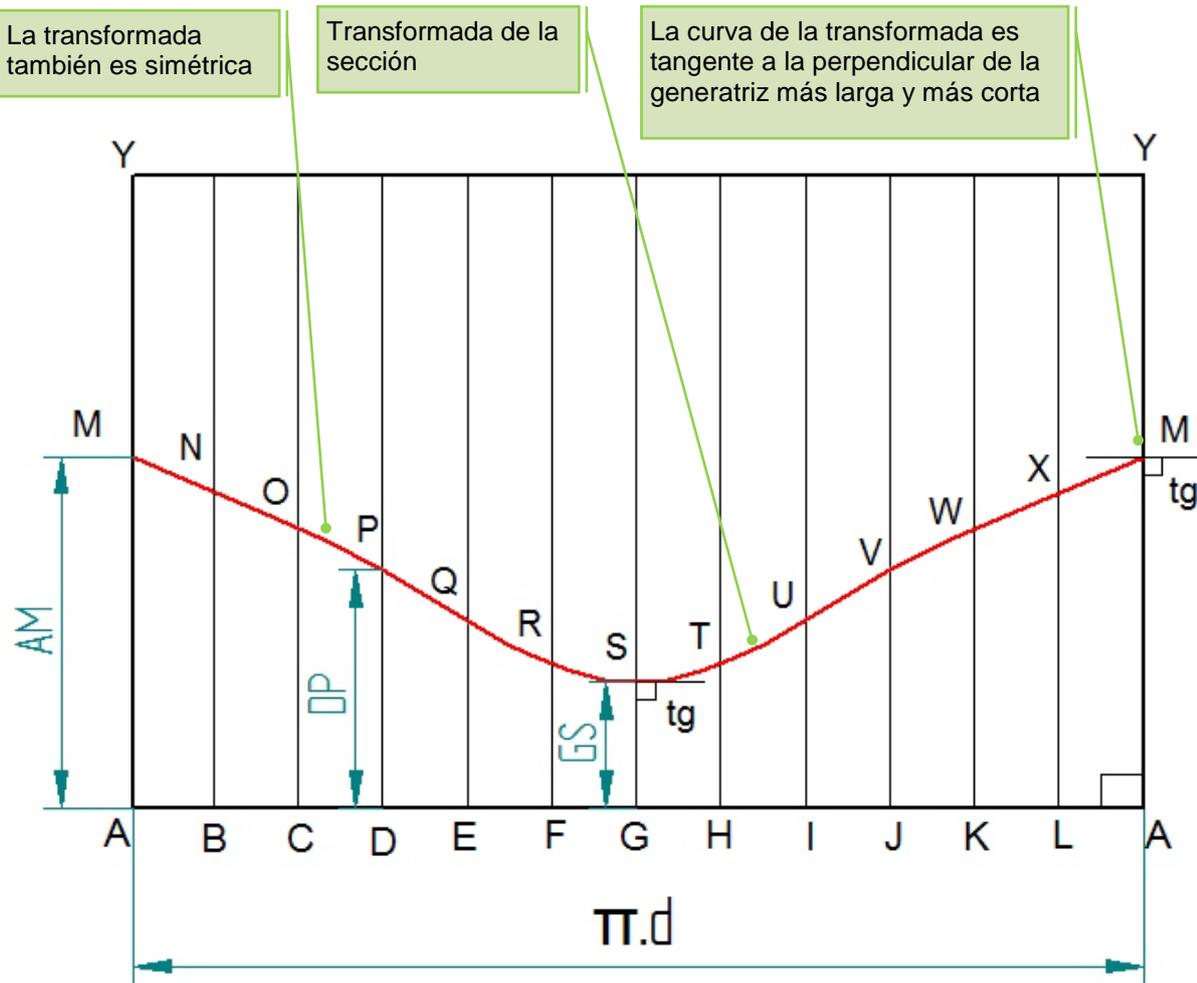


Figura 4.23. Método para el trazado de la transformada de un cilindro recto (Imagen realizada con Solid Edge)



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

