A lo largo de la resolución del examen se indican las puntuaciones asignadas a los diferentes apartados o pasos a realizar. Estas puntuaciones repetan los porcentajes indicados en los enunciados. La nota final se obtiene sumando estas puntuaciones, siendo la puntuación máxima posible de 100 puntos. Un mínimo de 50 puntos se debe obtener para una evaluación positiva.

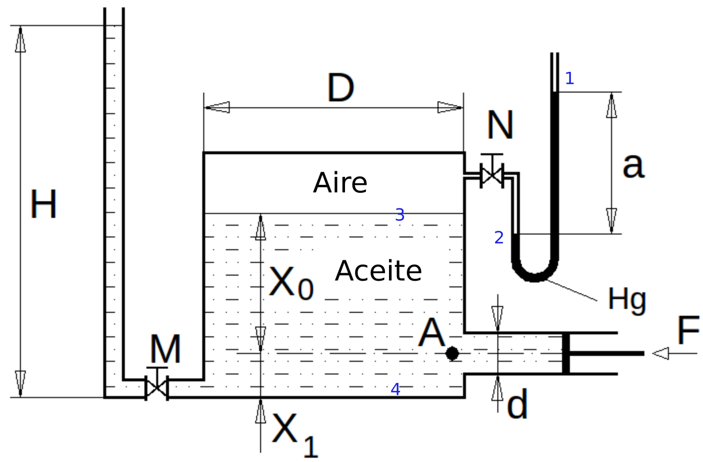
1. **(15%)** La figura representa un depósito cilíndrico de diámetro D que contiene aceite y aire. Está conectado a un tubo piezométrico en la parte izquierda, y a un tubo en U en la parte derecha. En la parte inferior tiene conectado un cilindro de diámetro d, en cuyo extremo existe un pistón móvil. Inicialmente las válvulas M y N están abiertas. En la situación representada en la figura se pide:

   a) Presión absoluta del aire del depósito en **Pa** y **bar**.

   b) Presión del aceite en el punto A en ***kg/cm²***.

   c) Fuerza **F** que es necesario ejercer sobre el pistón en **Newton**.

   d) Altura **H** de la columna de aceite en el tubo piezométrico, si el diámetro de dicho tubo es de 1 mm y el aceite moja totalmente al sólido.



Datos: $\gamma_{aceite} = 7750\, N/m^3$; $S_{Hg} = 13,6$; $P_{atm} = 10^5 Pa$; $d = 0,12\, m$; $X_0 = 1\, m$; $X_1 = 1\, m$; $a = 0,6\, m$; $\sigma_{aceite} = 3,8.10^{-2}\, N/m$.

Solución

a) **Puntuación: 3,5 ptos**

$$\left.\begin{array}{l} P_2 = P_1 + \gamma_{Hg}\, a \\ P_3 \simeq P_2\ (aire) \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} P_3{}^{abs} = P_1 + \gamma_{Hg}\, a = P_1 + S_{Hg}\, \rho_0\, g\, a \\ P_3{}^{abs} = 10^5 + 13,6 \times 1000 \times 9,8 \times 0,6 \end{array}\right\} \Longrightarrow P_3{}^{abs} = 179968\, Pa \simeq 1,8\, bar$$

b) **Puntuación: 3,5 ptos**

$$P_A = P_3 + \gamma_{aceite}\, a = \gamma_{Hg}\, a + \gamma_{aceite}\, X_0 = 13,6 \times 9800 \times 0,6 + 7750 \times 1 = 87718\, Pa = 0,895\, kg/cm^2$$

c) **Puntuación: 3,5 ptos**

$$F = P_A \cdot \frac{\pi\, d^2}{4} = 87718 \times \frac{\pi \times 0,12^2}{4} = 992,07\, N$$

d) **Puntuación: 4,5 ptos**

La altura H corresponderá a la suma de la altura hidrostática (H^{hidr}) y la elevación por capilaridad (h), dado que el líquido moja al sólido).

$$P_4 = P_3 + \gamma_{aceite}\, (X_0 + X_1) = 79968 + 7750 \times (1 + 0,2) = 89268\, Pa$$

Altura hidrostática correspondiente (H^{hidr}):

$$P_5 = 0 = P_4 - \gamma_{aceite}\, H^{hidr} \Longrightarrow H^{hidr} = \frac{P_4}{\gamma_{aceite}} \Longrightarrow H^{hidr} = 11,518\, m$$

Para el ascenso capilar se tiene que el peso del volumen elevado en el capilar es igual a la fuerza debida a la tensión superficial, siendo el ángulo de contacto entre el sólido y el líquido θ:

$$\left.\begin{array}{l}\sigma_{aceite}\, L\, \cos\theta - W = 0 \\ L = \pi\, D_{cap} \\ W = \gamma_{aceite}\, V_{aceite} = \gamma_{aceite}\, (h\, \frac{\pi\, {D_{cap}}^2}{4})\end{array}\right\} \Longrightarrow h = \frac{4\, \sigma_{aceite}\, \cos\theta}{\gamma_{aceite}\, D_{cap}}$$

En la aproximación de que el líquido **moja completamente** al sólido se tiene un ángulo de contacto nulo ($\theta \simeq 0$):

$$h = \frac{4\, \sigma_{aceite}\, \cos\theta}{\gamma_{aceite}\, D_{cap}} = \frac{4 \times 3,8.10^{-2} \times 1}{7750 \times 10^{-3}} = 0,0196\, m$$

De modo que:

$$H = H^{hidr} + h = (11,518) + (0,0196) = 11,538\, m$$

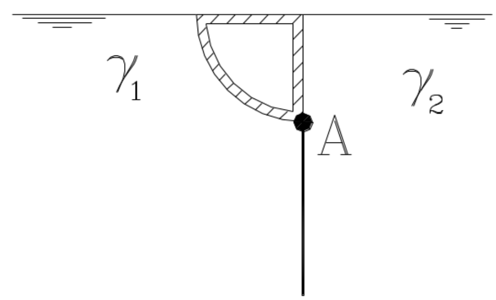
Fin solución

2. **(15%)** La compuerta de la figura, de sección de cuarto de cilindro y peso despreciable, de radio R, que pivota sobre el punto A, separa dos compartimentos de un depósito, con dos líquidos diferentes ($\boldsymbol{\gamma_1}$ y $\boldsymbol{\gamma_2}$). Si la compuerta se encuentra en equilibrio en la posición indicada, se pide:

   a) Deducir la relación entre los pesos específicos de los dos líquidos.

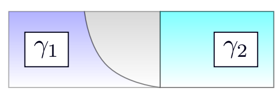
Nota: dibujar los prismas de presiones acotados correspondientes a las fuerzas hidrostáticas.

Dato: Coordenadas del centroide del cuarto de cilindro: $X_G = Y_G = \frac{4R}{3\pi}$



Solución

Esquema con los dos fluidos:

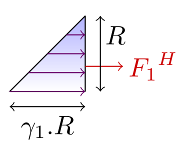


Paso 1, puntuación: 6 ptos

Prismas y fuerzas horizontales (considerando un grosor b):

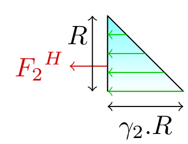
Fluido de la izquierda, fuerza horizontal (${F_1}^H$)

$$\boxed{{F_1}^H = \tfrac{1}{2}.(R).(\gamma_1.R).b \ \ (\rightarrow)}$$



Fluido de la derecha, fuerza horizontal (${F_2}^H$)

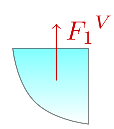
$$\boxed{{F_2}^H = \tfrac{1}{2}.(R).(\gamma_2.R).b \ \ (\leftarrow)}$$



Paso 2, puntuación: 3 ptos

Prismas y fuerza horizontal (solo existe componente horizontal en el lado izquierdo):

$$\boxed{{F_1}^V = (\gamma_1).(\tfrac{\pi.R^2}{4}).b \ \ (\uparrow)}$$



Paso 3, puntuación: 6 ptos

Al estar la compuerta en equilibrio, la suma de momentos respecto a la articulación A debe ser nula $\sum_i M_i = 0$, condición que nos permitirá la relación entre los pesos específicos que nos pide el enunciado.

Considerando las componentes horizontal (${F_1}^H$) y vertical (${F_2}^V$) de las fuerzas que actuan desde la parte izquierda por una parte, y la componente horizontal de la fuerza desde la partde derecha, así como los puntos de aplicación de dichas fuerzas deducimos los momentos individuales generados por cada una de dichas fuerzas:

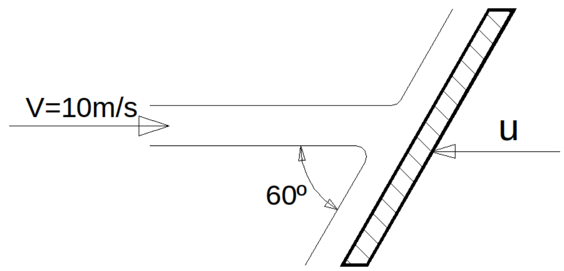
$$\left.\begin{aligned} M_1^H &= (\tfrac{R}{3}).(\tfrac{1}{2}.R.\gamma_1.R.b) \\ M_1^V &= (\tfrac{4R}{3\pi}).(\gamma_1.\tfrac{\pi.R^2}{4}.b) \\ M_2^H &= (\tfrac{R}{3}).(\tfrac{1}{2}.R.\gamma_2.R.b) \end{aligned}\right\} \Longrightarrow M_1^H + M_1^V - M_2^H = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{1}{3}$$

Nota: el punto de aplicación de los prismas verticales está a un altura de un tercio de la altura del prisma (R) contando desde la base en los prismas triangulares, y a la distancia indicada por el enunciado en el caso de la fuerza vertical.

Fin solución

3. **(15%)** Un chorro de agua golpea una placa plana totalmente pulida con un ángulo de 60^o. El chorro tiene un diámetro de $80\,mm$ y su velocidad es de $10\,m/s$. Suponiendo que dicha placa se desplaza horizontalmente en dirección al chorro a una velocidad $u = 3\,m/s$, determinar:

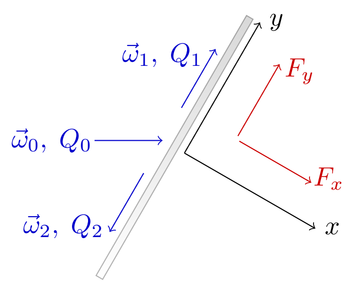
   a) La fuerza que ejerce el chorro sobre la placa, la distribución de caudales tras el impacto, la potencia útil y el rendimiento.



Solución

Paso 1, puntuación: 3 ptos

Se seleccionan los ejes x e y tal como se muestran en la siguiente figura, y se considera un sistema de referencia sobre la praca en movimiento de tal forma que la velocidad relativa del chorro sea $\omega_0 = v_0 + u$. De esta manera, el chorro de entrada queda caracterizado por la velocidad y caudales $\{\vec{\omega}_0, Q_0\}$ (entra), y los dos chorros en los que se divide tras golpear la placa viene caracteristados por las velocidades y caudales $\{\vec{\omega}_1, Q_1\}$ (sale), y $\{\vec{\omega}_2, Q_2\}$ (sale) respectivamente. Las fuerzas **sobre el fluido** en los ejes seleccionados, y que vienen dados por el teorema de la cantidad de movimiento, serán F_x y F_y.



Aplicando el teorema de la cantidad de movimiento:

$$\sum_i \vec{F}_{ext} = \rho.\Big[\sum_i (Q_i.\vec{\omega}_i)_{salen} - \sum_j (Q_j.\vec{\omega}_j)_{entran}\Big]$$

a nuestra volumen de control, la ecuación tiene la siguiente forma (teniendo en cuenta que el como el chorro está expuesto a presión atmosférica las fuerzas de presión son nulas):

$$\sum_i \vec{F}_{ext} = \vec{F} = F_x\,\widehat{i} + F_y\,\widehat{j} = \rho.\Big[(Q_1.\vec{\omega}_1 + Q_2.\vec{\omega}_2) - (Q_0.\vec{\omega}_0)\Big].$$

Paso 2, puntuación: 3 ptos

Aplicando Bernoulli entre la entrada y salidas del volumen de control se tiene que los módulos de las tres velocidades del problema son iguales $\omega = \omega_0 = \omega_1 = \omega_2 = (10+3) = 13\,m/s$ (consecuencia de que todas las presiones son atmosféricas y se desprecian los cambios de cota en el volumen de control). Teniendo en cuenta esto y la geometrá del problema se deducen las fuerzas que sufre el fluido:

$$\left.\begin{aligned} \vec{\omega}_0 &= \omega.sin(60)\,\widehat{i} + \omega.cos(60)\,\widehat{j} \\ \vec{\omega}_1 &= \omega\,\widehat{j} \\ \vec{\omega}_2 &= -\omega\,\widehat{j} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \begin{aligned} F_x &= \rho.[\,0 - Q_0.\omega.sin(60)\,] \\ F_y &= \rho.[\,Q_1.\omega - Q_2.\omega - Q_0.\omega.cos(60)\,] \end{aligned}$$

Al ser la placa totalmente lisa consideramos las fuerzas de fricción nulas, por lo que de esta condición que implica que $F_y = 0$ se deduce que:

$$Q_1.\omega - Q_2.\omega = Q_0.\omega.cos(60) \implies Q_1 - Q_2 = Q_0.cos(60)$$

Paso 3, puntuación: 3 ptos

Si además se tiene en cuenta la ecuación de continuidad, que en esta ocasión tiene la forma $Q_0 = Q_1 + Q_2$, se deduce la distribución de caudales:

$$Q_1 = \frac{Q_0.\big(1 + cos(60)\big)}{2} = 0,75.Q_0$$
$$Q_2 = \frac{Q_0.\big(1 - cos(60)\big)}{2} = 0,25.Q_0$$

Paso 4, puntuación: 3 ptos

Como ya se discutió, la fuerza F_y es nula por lo que queda solamente la componente F_x por deducir:

$$F_x = -\rho.Q_0.\omega.sin(60) = -\rho.A_{chorro}.\omega^2.sin(60) = -(1000).(\frac{\pi.0,08^2}{4}).(13^2).(\frac{\sqrt{3}}{2}) = -735,68\,N$$

Por lo tanto, conocida la fuerza sobre el fludio ($\vec{F}$), la fuerza ($\vec{R}$) sobre la placa es :

$$\vec{R} = -\vec{F} \implies R_x = -F_x = 735,68\,N, \quad R_y = -F_y = 0$$

Paso 5, puntuación: 3 ptos

Por último, una vez conocida la fierza sobre la placa podemos deducir la potencia útil, y mediante esta deducir el rendimiento utilizando para ello la potencia del chorro:

$$Pot_{util} = \mid \vec{R}.\vec{u} \mid = R_x.sen(60).u = (735,68).(\frac{\sqrt{3}}{2}).(3) = 1911,34\,W$$
$$Pot_{chorro} = \gamma_0.Q_0.\frac{{v_0}^2}{2g} = \gamma_0.A_{chorro}.\frac{{v_0}^3}{2g} = (9800).(\frac{\pi.0,08^2}{4}).\frac{10^3}{2g} = 2513,27\,W$$

$$\left.\begin{array}{l} Pot_{util} = 1911,34\,W \\ Pot_{chorro} = 2513,27\,W \end{array}\right\} \implies \eta_{chorro} = \frac{Pot_{util}}{Pot_{chorro}} = 0,7605 \implies \eta_{chorro} = 76,05\,\%$$

Fin solución

4. **(10%)** Por una tubería de fibrocemento, de espesor e =12 mm y longitud L =1500 m, circula agua a 1,5 m/s. Si el tiempo de cierre de una válvula situada aguas abajo de la misma es 3 s, calcular el diámetro mínimo de la tubería para que el cierre sea rápido. Los diámetros comerciales van de 50 en 50 mm ¿Cuál es la sobrepresión generada (mca)?

   Datos: módulo de elasticidad volumétrico del fibrocemento 1.825.000 N/cm^2 y del agua $2,2.10^9\,Pa$.

   Ayuda:

$$a = \sqrt{\frac{K/\rho}{1+(K/E)(D/e)}}$$

$$\text{Allievi} \rightarrow \Delta H = a \cdot v/g$$

$$\text{Micheaud} \rightarrow \Delta H = 2 \cdot L \cdot v/g \cdot T_{cierre}$$

Solución

Paso 1, puntuación: 1 pto

$$Datos: \begin{cases} L = 1500\,m \\ e = 12.10^{-3}\,m \\ v = 1,5\,m/s \\ K = 2,2.10^9\,N/m^2\,(agua) \\ E = 1,825.10^6\,N/cm^2 = 1,825.10^{10}\,N/m^2 \end{cases}$$

Paso 2, puntuación: 3 ptos

El el contexto del golpe de ariete, para que un cierre sea rápido se debe verificar que:

$$t_{tc} < \frac{2L}{a}$$

siendo t_{tc} el tiempo de cierre, L la logitud de la tubería y a la velocidad de propagaciíon de la onda de sobrepresión, que viene dada por la expresión proporcionada por el enunciado.

Considerando el tiempo de cierre límite asignado de $3\,s$ deducimos la velocidad a que le correspondería a dicho caso. Esta velocidad es la máxima ($a \equiv a_{max}$) premitible para la onda de propagación dado que para cualquier velocidad superior a esta un cierre de $3\,s$ se tornaría en lento:

$$t_{tc} = 3 = \frac{2L}{a_{max}} \implies a_{max} = \frac{2L}{3} = \frac{(2).(1500)}{3} = 1000\,m/s$$

Paso 3, puntuación: 3 ptos

Teniendo en cuenta la expresión de la velocidad de propagación de la terturbación y los datos proporcionados:

$$a = \sqrt{\frac{K/\rho}{1+(K/E)(D/e)}} \implies \qquad a_{max} \iff D_{min}$$

se deduce que el diámetro correspondiente a dicha velocidad máxima será a su vez el dimámetro mínimo ($a \equiv a_{max} \implies D \equiv D_{min}$). De la ecuación anterior y utilizando los datos proporcionados por el enunciado deducimos el diámetro exacto necesario para una velocidad de $1000\,m/s$:

$$a = a_{max} = 1000 = \frac{2L}{\sqrt{\frac{K/\rho}{1+(K/E)(D/e)}}} = \frac{(2)(1500)}{\sqrt{\frac{2{,}2.10^9/1000}{1+(2{,}2.10^9/1{,}825.10^{10})(D_{min}/12.10^{-3})}}} \implies D = 119{,}45\,mm$$

Como se ha discutido, este diámetro exacto es el mínimo, de modo que el diámetro comercial a instalar será eldiámetro comercial disponible inmediatamente superior, es decir $D_{inst} = 150\,mm$.

Paso 4, puntuación: 3 ptos Una vez seleccionado el diámetro comercial a instalar, deducimos la velocidad de propagación para el caso de dicha tubería, y con esta la sobrepresión generada por el golpe de ariete, que como se tiene que es un cierre rápido, será la máxima (expresión de Allievi):

$$a = \frac{(2)(1500)}{\sqrt{\frac{2{,}2.10^9/1000}{1+(2{,}2.10^9/1{,}825.10^{10})(0{,}15/12.10^{-3})}}} = 936{,}8\,m/s \,<\, a_{max}$$

$$\frac{2L}{a} = 3.2\,s \,>\, 3\,s \;\;(cierre\,rapido)$$

$$\Delta = \frac{a.v}{g} = \frac{(936,8).(1,5)}{9.8} = 143{,}39\,m.c.a.$$

Fin solución ______________________________

5. **(15%)** El par necesario $\boldsymbol{T}$ para hacer girar un disco de diámetro $\boldsymbol{d}$ a una velocidad angular $\boldsymbol{\omega}$ dentro de un fluido de densidad $\boldsymbol{\rho}$ y viscosidad dinámica $\boldsymbol{\mu}$, depende de las variables mencionadas y de la gravedad $\boldsymbol{g}$:

$$T = f(d, \omega, \rho, \mu, g)$$

a) Mediante el análisis dimensional obténgase los parámetros adimensionales.
Variables repetidas: d, ω, ρ.

b) Un disco de 230 mm de diámetro absorbe 160 W al girar dentro del agua a una velocidad de 146 rad/s. ¿Cuál sería la velocidad de rotación correspondiente de un disco similar, de 690 mm de diámetro, cuando gira en condiciones dinámicamente semejantes en aire? Calcular la potencia absorbida a esa velocidad.

Datos: $\mu_{agua} = 101,3.10^{-5}\,Pl$; $aire = 1,25\,kg/m^3$; $\mu_{aire} = 1,85.10^{-5}\,Pl$.

Solución

Apartado a)

Paso 1, puntuación: 3 ptos

Tabla de dimensiones de las variables involucradas y deducción del número de variables adimendionales o números Π involucrados (variables repetidas):

	M	L	T
$\boldsymbol{T}$	1	2	-2
$\boldsymbol{d}$	0	1	0
$\boldsymbol{\omega}$	0	0	-1
$\boldsymbol{\rho}$	1	-3	0
$\boldsymbol{\mu}$	1	-1	-1
$\boldsymbol{g}$	0	1	-2

$$\left.\begin{array}{l} Número\,de\,variables: \quad n = 6 \\ Número\,de\,dimensiones\,fundamentales: \quad m = 3 \end{array}\right\} \Longrightarrow n - m = 3 \Longrightarrow \pi_1,\ \pi_2,\ \pi_3$$

Paso 2, puntuación: 6 ptos (2 cada)

Deducimos los tres números adimensionales:

$\boxed{\boldsymbol{\Pi_1}}$

$$\left.\begin{array}{l} \pi_1 = T\,.\,d^a\,.\,\omega^b \rho^c \\ [\pi_1] = M^0.L^0.T^0 = \\ = [M.L^2.T^{-2}].[L]^a.[T^{-1}]^b.[M.L^{-3}]^c \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} M:\ 0 = 1 + c \\ L:\ 0 = 2 + a - 3c \\ T:\ 0 = -2 - b \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{r} a = -5 \\ b = -2 \\ c = -1 \end{array}\right\} \Longrightarrow \boxed{\pi_1 = \frac{T}{d^5 \omega^2 \rho}}$$

$\boxed{\boldsymbol{\Pi_2}}$

$$\left.\begin{array}{l} \pi_2 = \mu\,.\,d^a\,.\,\omega^b \rho^c \\ [\pi_2] = M^0.L^0.T^0 = \\ = [M.L^{-1}.T^{-1}].[L]^a.[T^{-1}]^b.[M.L^{-3}]^c \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} M:\ 0 = 1 + c \\ L:\ 0 = -1 + a - 3c \\ T:\ 0 = -1 - b \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{r} a = -2 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{array}\right\} \Longrightarrow \boxed{\pi_2 = \frac{\mu}{d^2 \omega \rho}}$$

$\boxed{\mathbf{\Pi_3}}$

$$\left.\begin{array}{l}\pi_3 = g\,.\,d^a\,.\,\omega^b\rho^c\\ [\pi_3] = M^0.L^0.T^0 =\\ = [L.T^{-2}].[L]^a.[T^{-1}]^b.[M.L^{-3}]^c\end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l}M:\ 0 = 0 + c\\ L:\ 0 = 1 + a - 3c\\ T:\ 0 = -2 - b\end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l}a = -1\\ b = -2\\ c = 0\end{array}\right\} \Longrightarrow \boxed{\pi_3 = \frac{g}{d\omega^2}}$$

Apartado b)

Datos:

Variable	Agua	Aire
$D\,(mm)$	230	690
$\rho\,(kg/m^3)$	1000	1,25
$\mu\,(Pl)$	$101,3.10^{-5}$	$1,85.10^{-5}$
$\omega\,(rad/s)$	146	?
$Pot\,(W)$	160	?

Paso 3, puntuación: 3 ptos

En condiciones dinámicas semejantes tendremos (número adimesional que contiene la viscosidad):

$$(\pi_2)^{agua} = (\pi_2)^{aire}$$

Desarrollando esta ecuación llegaremos a la relación entre las velocidades de rotación entre los discos que giran en agua y aire:

$$\frac{\mu_{agua}}{d^2_{\ agua}.\omega_{agua}.\rho_{agua}} = \frac{\mu_{aire}}{d^2_{\ aire}.\omega_{aire}.\rho_{aire}}$$

$$\omega_{aire} = \omega_{agua}.\frac{\mu_{aire}.\rho_{agua}.d^2_{\ agua}}{\mu_{agua}.\rho_{aire}.d^2_{\ aire}}$$

$$\omega_{aire} = (146).\frac{(1,85.10^{-5}).(1000).(0,230)^2}{(101,3.10^{-5}).(1,25).(0,690)^2} = 237\,rad/s$$

Paso 4, puntuación: 3 ptos

Por último utilizaremos la igualdad $(\pi_1)^{agua} = (\pi_1)^{aire}$ y la definición de la potencia $Pot = T.\omega$ para deducir la relación de potencias entre los dos casos estudiados:

$$\frac{Pot_{agua}}{Pot_{aire}} = \frac{T_{agua}.\omega_{agua}}{T_{aire}.\omega_{aire}} = \frac{\rho_{agua}.d^5_{\ agua}.\omega^3_{\ agua}}{\rho_{aire}.d^5_{\ aire}.\omega^3_{\ aire}}$$

$$Pot_{aire} = Pot_{agua}.\frac{\rho_{aire}.d^5_{\ aire}.\omega^3_{\ aire}}{\rho_{agua}.d^5_{\ agua}.\omega^3_{\ agua}}$$

$$Pot_{aire} = (160).\frac{(1,25).(0,69)^5.(237)^3}{(1000).(0,23)^5.(160)^3} = 207,91\,W$$

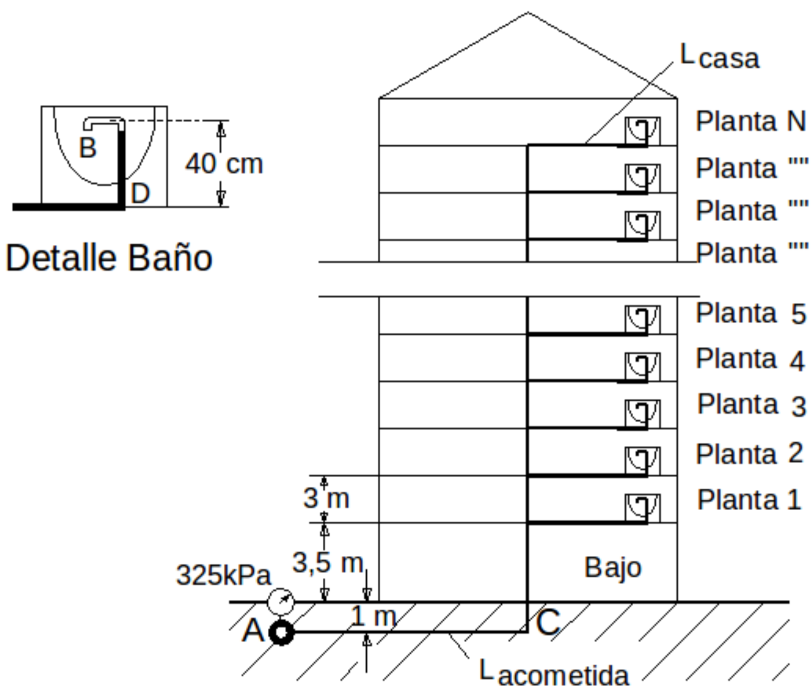
Fin solución

6. **(15%)** En la figura se muestra una versión simplificada de una instalación de agua fría en un edificio. El caudal mínimo de servicio de una bañera es de $0,3\,dm^3/s$ y la presión de acometida es de 325 kPa. La longitud de la tubería horizontal (desde la acometida A hasta C) es de 11 m mientras que la distancia entre la entrada a cada piso y D es de 8 m. Se pide, calcular mediante **Hazen-Williams**:

   a) La altura máxima a la que se pueda encontrar la salida de una bañera para que su caudal de salida sea el deseado.

   b) Última planta N a la que el sistema pueda suministrar un caudal adecuado.

Datos: Material de todas las tuberías: cobre. Diámetro de la tubería y del grifo de bañera: 16 mm; la altura de servicio de la bañera es de 40 cm (ver figura); considerar una única bañera en funcionamiento; no considerar pérdidas en piezas especiales. Altura de plantas 3 m. $L_{casa} = 8\,m$ y $L_{acometida} = 11\,m$.



Solución

$$Datos: \begin{cases} Q = 0,3\,dm^3/s = 0,3\,l/s \\ P_A = 325\,kPa = 325.10^3\,Pa \\ Tuberias\,de\,cobre:\ \epsilon = 0,000015\,cm\ (abacos) \\ D = 16\,mm \\ L_{acometida} = 11\,m \\ L_{casa} = 8\,m \end{cases}$$

Apartado a)

Paso 1, puntuación: 12 ptos

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre la toma de la cometida del edificio (A) y el grifo de la bañera del último piso (X) en el que se pueda dar servicio en condiciones adecuadas:

$$B_A = B_X + hf_{A\to X}$$

Donde B_A y B_X son los tde Bernoulli correspondientes a los puntos A y X, mientras que $hf_{A\to X}$ las pérdidas producidas entre los dos puntos. Estas pérdidas las que deberemos expresar siguiendo la ecuación de **Hazen-Williams**, y teniendo en cuenta que la longitud total de la tuberá debe incluir las longitudes L_{casa} y $L_{acometida}$ indicadas en la figura, así como la longitud z_x vertical desde la acometida hasta la salida del grifo. Desarrollamos los tres términos:

$$\left.\begin{array}{l}
B_A = \frac{P_A}{\gamma_0} + z_A + \frac{{v_A}^2}{2g} \\
z_A = 0; \quad \frac{{v_A}^2}{2g} \approx 0 \\
\\
B_X = \frac{P_X}{\gamma_0} + z_X + \frac{{v_X}^2}{2g} \\
\frac{P_X}{\gamma_0} = 0 \;\; (P_{atm}\, en\, X); \quad \frac{{v_X}^2}{2g} = \frac{16.Q^2}{2g.\pi^2.D^4} \\
\\
hf_{A\to X} = J.L_{tot}.Q_{l/s}^{1,582} \\
L_{tot} = 11 + 8 + z_x
\end{array}\right\} \Longrightarrow
\begin{array}{l}
\frac{P_A}{\gamma_0} = z_x + \frac{16.Q^2}{2g.\pi^2.D^4} + J.L_{tot}.(Q)^{1,582} \\
\frac{325.10^3}{9800} = z_x + \frac{16.(3.10^{-4})^2}{2g.\pi^2.(16.10^{-3})^4} + (1,757).(19 + z_X).(0,3)^{1,852} \\
z_X = 24,78\, m \quad (contando\, desde\, A) \\
\\
donde: \\
\frac{\epsilon}{D} = 9,375.10^{-5} \rightarrow (abaco) \rightarrow C_{HW} = 140 \\
\rightarrow J = \frac{1,2117.10^{10}}{(140)^{1,852}.(16)^{4,87}} = 1,757
\end{array}$$

Por lo tanto la altura máxima que se nos pide es de $24,78\, m$ medida desde el punto de acometida A, o bien $23,78\, m$ desde el nivel de la calle.

Apartado b)
Paso 2, puntuación: 3 ptos

Teniendo en cuenta la geometrá del problema la última planta a la que se pueda dar sevicio será la septima:

$$Planta\, 7: \approx (6.3) + (3,5) + (1) + (0,4) = 22,9\, m$$

que equivale a una altura de $40\, cm$ sobre la base de dicho planta.

Fin solución

7. **(15%) TEORIA**

   a) Definir brevemente: flujo permanente, flujo no uniforme, flujo másico y flujo laminar.
   b) Hipótesis de partida en la deducción de la ecuación de Bernoulli a partir de la ecuación de Euler.
   c) Aparatos que miden la presión dinámica del flujo en un conducto cerrado. Anãdir esquemas gráficos.
   d) Hipótesis de partida en la deducción de la expresión del caudal para vertederos de pared delgada.

Solución

Pregunta a, puntuación: 8 ptos (2 por definición)

Definiciones:

Flujo permanente: La velocidad en un punto cualquiera es constante en el tiempo. La velocidad de las sucesivas partículas que ocupan un punto en los sucesivos instantes es la misma. Esa continuidad en el tiempo en un punto se puede aplicar también al resto de las variables que definen el estado del fluido en ese punto. Ejemplo: Bombeo de agua por una tubería de caudal constante.

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0$$

Flujo no uniforme: El vector velocidad varía en un instante dado de un punto a otro. Ejemplo: Líquido que fluye a través de una tubería de sección variable, o una tubería curvada.

$$\frac{\partial v}{\partial s} \neq 0$$

Flujo másico: masa de fluido que atraviesa una sección por unidad de tiempo ($\dot{m}$):

$$\dot{m} = \rho.v.A = \rho.Q$$

Flujo laminar: En función del intercambio de la cantidad de movimiento entre moléculas los flujos se clasifican como laminares o como turbulentos. El flujo laminar es aquel en el que las trayectorias del fluido se mueven a lo largo de trayectorias lisas en capas o láminas, deslizándose una capa sobre la adyacente, sin intercambio de cantidad de movimiento y cumpliéndose la ley de Newton de la viscosidad:

$$\tau = \mu.\frac{dv}{dy}$$

Pregunta b, puntuación: 2,5 ptos (0,5 por hipótesis)

a) Hipótesis 1: Fluido perfecto ($\mu = 0$)

b) Hipótesis 2: Campo externo es el gravitatorio

c) Hipótesis 3: Aplicación sobre a una misma línea de corriente (s)

d) Hipótesis 4: Flujo permanente

e) Hipótesis 5: Flujo incompresible

Para más detalles ver tema 10 de la teoría y la bibliografía complementaria.

Pregunta c, puntuación: 2,5 ptos (1,25 por medidor)

a) Combinación de tubo de Pitot y piezómetro, o tubo de Prandtl (añadir un esquema mínimo)

b) Combinación de tubo de Pitot y un tubo estático (añadir un esquema mínimo)

Para más detalles ver tema 11 de la teoría.

Pregunta d, puntuación: 2 ptos (0,5 por hipótesis)

a) Hipótesis 1: Velocidad del fluido previo al vertedero nula, energía cinética despreciable.

b) Hipótesis 2: El chorro no se deforma.

c) Hipótesis 3: La presión es atmosférica en todo el chorro.

d) Hipótesis 4: Pérdidas de carga despreciables.

Para más detalles ver tema 11 de la teoría.

Fin solución