

Mecánica de Fluidos

Alberro Eguilegor, Gorka
Almandoz Berrondo, Francisco Javier
Eснаоla Aldanondo, Ganix
Garmendia Antín, Maddi
Jiménez Redal, Rubén

ANÁLISIS DIMENSIONAL Y TEORÍA DE MODELOS (Tema 14)

1. La fuerza de resistencia F sobre un proyectil de alta velocidad depende de la velocidad v del proyectil, de la densidad del fluido ρ , del módulo de elasticidad volumétrico del fluido K , del diámetro D del proyectil y de la viscosidad absoluta del fluido μ . Se pide:

a) Obtener los parámetros adimensionales. Variables repetidas: V , D y ρ .

El proyectil prototipo se lanza en el aire a una velocidad de 150 m/s. Despreciando los efectos de compresibilidad:

b) ¿A qué velocidad deberá lanzarse el proyectil modelo ($\lambda=1/24$) en el agua?

c) Se lleva a cabo el ensayo y se mide una fuerza de resistencia sobre el modelo de 150 N. ¿Cuál será la fuerza de resistencia en el prototipo?

Datos: $\nu_{\text{aire}} = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$; $\nu_{\text{agua}} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$; $\rho_{\text{aire}} = 1,24 \text{ kg}/\text{m}^3$.

2. Se propone estudiar un modelo de un submarino, a escala 1:30, para estudiar la influencia de una modificación en la forma. El prototipo está diseñado para desplazarse a 15 m/s. El modelo es ensayado en un tanque de agua.

a) ¿Qué tipo de flujo es, flujo en carga o en superficie libre?

b) ¿A qué velocidad debiera desplazarse el modelo? ¿Qué tipo de semejanza se verifica?

Dada la elevada velocidad de desplazamiento del modelo, se decide prescindir de los efectos de la viscosidad. El modelo es desplazado a 2 m/s y se ha medido una fuerza de resistencia de 2,15 N.

c) Determinar la fuerza de resistencia en el prototipo.

3. Se desea estudiar experimentalmente el comportamiento de un canal por el que circula agua ($\nu=10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$). Para ello se construye un modelo a escala 1/3. Hallar la relación de velocidades entre modelo y prototipo y la viscosidad cinemática del fluido que deberá emplearse en el modelo para que haya semejanza absoluta.

4. Una nueva empresa dedicada al diseño de turbomáquinas hidráulicas desea ensayar su última bomba, especialmente diseñada para bombear gasolina ($s=0,68$). La potencia P de la bomba depende de la variación de presión ΔP , diámetro de la tubería D , velocidad de giro del rodete N , caudal de fluido Q , densidad del fluido ρ y constante de la gravedad g .

a) Determinar parámetros adimensionales. Variables repetidas: ρ , N y D .

Sabiendo que la velocidad de giro de la bomba es de 1450 rpm, el caudal de gasolina circulante $Q=100$ l/s y la potencia hidráulica $P=750$ W.

b) Calcular velocidad de giro, caudal y potencia generada en el modelo, construido a escala 1:6, que trabaja con agua.

5. Un codo de gran diámetro de una instalación de aceite está sometido a un importante esfuerzo y se desea ensayar en un laboratorio de modelos reducidos para comparar el valor experimental con el valor obtenido de la aplicación del teorema de la cantidad de movimiento. Se sabe que la fuerza F depende del ángulo de giro de la corriente en el codo (α), diámetro del codo (D), pérdida de presión en el codo (ΔP), caudal (Q), viscosidad del aceite (ν) y la densidad (ρ) del mismo. Se pide:

a) Obtener los parámetros adimensionales que permitan estudiar el problema tomando como variables repetidas: D , Q y ρ .

b) Si se realiza un ensayo a escala reducida $=1/10$ con el mismo fluido en el laboratorio, obtener las relaciones: F_p/F_m , P_p/P_m y Q_p/Q_m .

6. La potencia generada por una turbina Pelton depende entre otros factores del flujo másico que pasa por la turbina, de la sección A del chorro del inyector y de la velocidad de giro N de la turbina. Se desea conocer la relación entre las potencias generadas en dos turbinas A y B (P_A/P_B) si ensayadas en un banco con agua, se han medido las siguientes relaciones: $\dot{m}_A/\dot{m}_B = 2$, $A_A/A_B = 3$, $N_A/N_B = 1/4$.

a) 0,375

b) 0,45

c) 2,67

d) 2,22

7. La potencia P obtenida en el eje de una hélice depende de la densidad del fluido ρ , del diámetro de la hélice D , de la velocidad del fluido v , de la velocidad de rotación de la hélice n , de la viscosidad dinámica del fluido μ y de la velocidad del sonido en el fluido c .

a) Obtener los parámetros adimensionales que definen el fenómeno físico, tomando como variables repetidas D , μ y v . Identificar si se ha obtenido algún parámetro adimensional conocido.

La velocidad del flujo de aire en un aerogenerador es de 12 m/s, siendo la velocidad de rotación de su hélice de 10 rpm y la potencia obtenida en el eje de 300 kW.

b) Teniendo en cuenta los parámetros adimensionales previamente calculados y despreciando los efectos de compresibilidad del fluido, se quiere diseñar un modelo del aerogenerador a escala 1:4 para poder realizar ensayos dentro de un túnel de viento. Calcular para el modelo: la velocidad del flujo de aire, la velocidad de rotación de la hélice y la potencia obtenida en el eje.

8. En un laboratorio de Ingeniería Fluidomecánica se pretende hacer una serie de pruebas de pérdidas de carga en tuberías. Para ello se dispone de un panel con distintos elementos para la conducción de fluidos: tuberías de distintas longitudes y diámetros, codos, válvulas, ... Las pruebas del **modelo** se realizan con agua, el caudal utilizado es de 2000 l/h en una tubería de PVC, horizontal, de 16 mm de diámetro y 1 m de longitud. Las pérdidas de carga medidas son de 0,53 mca.

Se quieren aprovechar las pruebas realizadas para diseñar un conducto, **prototipo**, por el que circulará aire a una temperatura de 1300 K y una presión absoluta de 101300 Pa. El modelo de laboratorio se ha construido a escala **1/18,8** del conducto de aire (prototipo).

Al ser un flujo en conducto cerrado y el aire un fluido compresible, se puede suponer que la variación de la presión hidrostática Δp^* es función de las siguientes variables: diámetro D , rugosidad del material ε , longitud L , velocidad media del flujo v , densidad ρ , viscosidad cinemática ν y velocidad del sonido a .

- Calcular los parámetros adimensionales que intervienen en el proceso. Variables repetidas: ρ , D y V .
- Utilizando una semejanza restringida, al no tener en cuenta el nº de Mach, ¿qué caudal de aire debe circular por el conducto a diseñar, para que el flujo de aire sea semejante al de agua?
- Pérdidas de carga que se producirán en el conducto de aire.

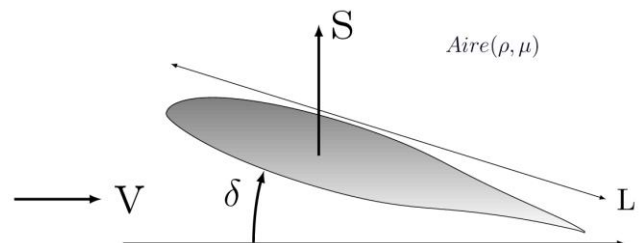
Datos: $\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg / m}^3$; $\nu_{\text{agua}} (20 \text{ }^\circ\text{C}) = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$; $\nu_{\text{aire}} (1300 \text{ K}) = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

9. La resistencia F al avance de un cuerpo flotante depende de las siguientes variables: gravedad g , longitud característica L , densidad del fluido ρ , viscosidad dinámica del mismo μ y velocidad media v . Como resultado del análisis dimensional se obtiene que en el fenómeno intervienen el número de Reynolds y el de Froude.

- Con estos datos, ¿cuáles han sido las variables repetidas seleccionadas? ¿Qué opciones hay? Justificar la respuesta.
- Calcular el resto de parámetros adimensionales que intervienen en el proceso, si una de las variables repetidas es la densidad.
- Se quiere hacer un ensayo con un modelo reducido, construido a escala 1/3. El prototipo se desplazará en tetracloruro de carbono a 20°C ($\rho=1595 \text{ kg/m}^3$; $\nu=6,23 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$), con una velocidad de 20 km/h ¿Cual debe ser la viscosidad cinemática del fluido empleado en el ensayo con el modelo? ¿Qué fluido es?
- ¿Cuál debe ser el peso del modelo si se estima que el prototipo pesará 1500 kg ?

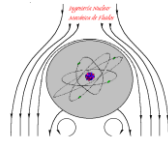
10. La fuerza de sustentación S generada sobre un ala de avión depende del ángulo de ataque δ , la longitud del ala L , de la velocidad media del flujo v , de la densidad ρ y la viscosidad μ del fluido. Se pide:

- Obtener los parámetros adimensionales que definen el fenómeno físico, tomando como variables repetidas L , ρ y v . Identificar si se ha obtenido algún parámetro adimensional conocido.



Se ensayan las propiedades aerodinámicas de un ala para un avión con un modelo a escala geométrica 1:16, una relación de pesos 1:16 y un ángulo de ataque de 16° en un laboratorio situado a nivel del mar.

- Calcular el ángulo de ataque y la densidad del aire en el prototipo, para que se de la **semejanza dinámica absoluta**.
- Deducir la altura o alturas de vuelo del avión a la que se da la situación anterior.



Datos: las variaciones de la viscosidad del aire con la altura son despreciables. Considérese que la densidad del aire varía con la altura z (m) siguiendo la expresión $\rho(z) = \rho_0 e^{-Az}$, siendo $\rho_0 = \rho(z=0) = 1,29 \text{ kg/m}^3$ y A una constante de valor $A = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$.

11. Se pretende diseñar un vertedero de pared semi-fina para canales que transporten líquidos. Para ello se va a realizar el ensayo en un modelo a escala reducida en el laboratorio. Si se tienen en cuenta los efectos de la tensión superficial del líquido, las variables involucradas en el fenómeno son: la tensión superficial σ del líquido, la densidad ρ del líquido, el ancho L del canal, la velocidad v del flujo, la aceleración de la gravedad g y el grosor d del vertedero.

a) Obtener los parámetros adimensionales que definen el fenómeno físico, tomando como variables repetidas L, ρ y v . Identificar si se ha obtenido algún parámetro adimensional conocido.

El prototipo de vertedero se empleará en un canal de 3,5 m de ancho, con una velocidad característica del flujo de 0,5 m/s y con agua a 10°C. Se pide

b) Deducir las condiciones necesarias para que se de la **semejanza dinámica absoluta**. Discutir su aplicabilidad.

c) Asumiendo una situación de flujo en superficie, y empleando agua a 10°C para ensayar el modelo, deducir cuál será el valor mínimo de la **escala geométrica** para que se puedan despreciar los efectos de la tensión superficial del líquido. Considerar que dichos efectos son despreciables para números de Weber mayores de 100.

Datos: $\sigma_{\text{agua}}(10^\circ\text{C}) = 7,4 \text{ cN/m}$, $\rho_{\text{agua}}(10^\circ\text{C}) = 1 \text{ g/cm}^3$.

12. Se desea estudiar la caída de presión de un fluido ($v = 4,7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$) a lo largo de un canal de sección semicircular de diámetro D . Se sabe que dicha caída depende de las siguientes variables: densidad del fluido circulante ρ ; velocidad media del flujo v ; longitud del canal L ; rugosidad de las paredes del canal ε ; diámetro del canal D ; gravedad g ; viscosidad absoluta del fluido μ y calado h .

$$\Delta p = f(\rho, v, L, \varepsilon, D, g, \mu, h)$$

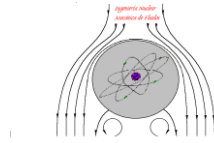
Aplicando el análisis dimensional:

a) ¿Cuántos parámetros adimensionales intervienen en el fenómeno?

b) Obtener dichos parámetros. Variables repetidas: ρ, D y v .

c) Determinar la viscosidad cinemática del fluido a utilizar en el ensayo del modelo para obtener la semejanza absoluta.

Dato: $\lambda = D_{\text{prototipo}} / D_{\text{modelo}} = 10$.



13. Se construye un modelo a escala 1/25 del espigón de un río, y se mantiene un flujo de agua a una velocidad de 2 m/s. La fuerza medida sobre el modelo es de 15 N. Calcular la velocidad y la fuerza correspondientes al prototipo. ¿Qué tipo de semejanza se obtiene? Razonar la resolución.

14. Se ha construido un modelo de túnel para analizar diferentes flujos. Se observa que cuando el fluido es agua la velocidad del flujo es de 4 m/s y la potencia absorbida es de 2750 W. El mismo túnel se utiliza para estudiar el flujo de aire. Se pide:

- a) Si la potencia P consumida en el túnel es función de las siguientes variables: longitud del túnel L , densidad del fluido ρ , viscosidad dinámica del fluido μ , velocidad del flujo v y gravedad g , obtener los parámetros adimensionales que representan el flujo en el túnel. Variables repetidas: v , ρ y L .
- b) ¿Se obtiene la semejanza absoluta entre los dos flujos? Razónese la respuesta. ¿Qué tipo de semejanza restringida habría de obtenerse?
- c) Velocidad del flujo y potencia absorbida en el túnel de aire.
- d) Escala de caudales ($Q_{\text{agua}}/Q_{\text{aire}}$)

Datos: $\nu_{\text{agua}} = 1,14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$; $\nu_{\text{aire}} = 14,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$; $\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_{\text{aire}} = 1,28 \text{ kg/m}^3$.

15. La resistencia R que ofrece el río a una piragua depende de las siguientes variables: densidad del agua del río ρ , ángulo de ataque de la piragua α , velocidad media de la corriente v , aceleración de la gravedad g , viscosidad dinámica del fluido μ , longitud de la piragua L y profundidad hasta la que está sumergida la piragua h .

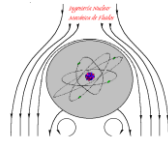
- a) Obtener los parámetros adimensionales que definen el fenómeno físico, tomando como variables repetidas L , ρ y v . Identificar si se ha obtenido algún parámetro adimensional conocido.

Se decide realizar un modelo a escala reducida de la piragua ($\lambda = 1/10$) para trabajar con él en el canal del laboratorio de hidráulica.

- b) ¿Puede conseguirse en el ensayo con el modelo la semejanza absoluta si el fluido del canal es el mismo y está a la misma temperatura que la del río? Razonar la respuesta.
- c) ¿Qué tipo de semejanza se debe conseguir? Razonar la respuesta.

Una piragua, cuya longitud es de 5,3 m se desplaza a 3,5 m/s en un río que opone una resistencia de 150 N.

- d) Calcular la velocidad a la que debe desplazarse la piragua modelo y la resistencia que va a sufrir en el ensayo en el canal.
- e) Relación de potencias desarrolladas por la piragua.

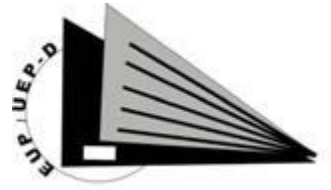
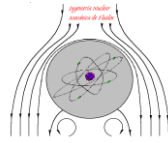


SOLUCIONES

- 1.a) $\pi_1 = F/\rho \cdot D^2 \cdot v^2$, $\pi_2 = K/\rho \cdot v^2$, $\pi_3 = \mu/\rho \cdot D \cdot v$;
 b) $v_m = 240$ m/s;
 c) $F_p = 41,85$ N.
- 2.a) Flujo en carga;
 b) $V_m = 450$ m/s, semejanza restringida Reynolds;
 c) $F_R = 108,84$ kN.
- 3.a) $v_m = 1,92 \cdot 10^{-7}$ m²/s;
 b) $v_p/v_m = 1,732$.
- 4.a) $\pi_1 = \text{Pot}/N^3 \cdot D^5$; $\pi_2 = \Delta P/N^2 \cdot D^2$; $\pi_3 = Q/N \cdot D^3$; $\pi_4 = g/N^2 \cdot D$;
 b) $N_m = 3551,76$ rpm; $Q_m = 1,134$ l/s; $\text{Pot}_m = 2,084$ W.
- 5.a) $\pi_1 = F \cdot D^2/\rho \cdot Q^2$, $\pi_2 = \alpha$, $\pi_3 = \Delta P \cdot D^4/\rho \cdot Q^2$, $\pi_4 = v \cdot D/Q$;
 b) $Q_p/Q_m = 10$, $F_p/F_m = 1$, $P_p/P_m = 0,01$.
- 6.a).
- 7.a) $\pi_1 = \text{Pot}/(D \cdot \rho \cdot v^2)$, $\pi_2 = \rho \cdot v \cdot D/\mu$, $\pi_3 = n \cdot D/v$, $\pi_4 = c/v$;
 b) $v_m = 48$ m/s, $n_m = 160$ rpm, $\text{Pot}_m = 1200$ kW.
- 8.a) $\pi_1 = \Delta p^*/\rho \cdot v^2$, $\pi_2 = L/D$, $\pi_3 = \varepsilon/D$, $\pi_4 = v/v \cdot D$, $\pi_5 = v/\alpha$;
 b) $Q = 451,2$ m³/h;
 c) $h_f = 0,216$ m.c.aire.
9. a) ρ , L y v ó μ , L y v ;
 b) $\pi_3 = F/(L^2 v^2)$;
 c) $v_m = 1,2 \cdot 10^{-7}$ m²/s, El fluido es mercurio;
 d) $W_m = 473,7$ kg.
10. a) $\pi_1 = S/\rho \cdot L^2 \cdot v^2$, $\pi_2 = \delta$, $\pi_3 = \mu/\rho \cdot L \cdot v$;
 b) $\delta_p = 16^\circ$, $\rho_p = 0,081$ kg/m³;
 c) $z = 22180,71$ m.
11. a) $\pi_1 = \sigma/(\rho \cdot L \cdot v^2)$, $\pi_2 = (g \cdot L)/v^2$, $\pi_3 = d/L$;
 b) $\sigma_m/\sigma_p = (\rho_m/\rho_p) \cdot \lambda^2$;
 c) $\lambda_{\min} > 0,092$.
- 12.a) 6;
 b) $\pi_1 = \Delta p/\rho \cdot v^2$, $\pi_2 = L/D$; $\pi_3 = \varepsilon/D$, $\pi_4 = g \cdot D/v^2$; $\pi_5 = \rho \cdot D \cdot v/\mu$; $\pi_6 = h/D$;
 c) $v_m = 1,486 \cdot 10^{-6}$ m²/s.
13. a) $V_p = 10$ m/s; $F_p = 2,344 \cdot 10^5$ N;
 b) Se obtiene la semejanza restringida de Froude.
14. a) $\pi_1 = P/L^2 \cdot \rho \cdot v^3$; $\pi_2 = \mu/\rho \cdot v \cdot L$; $\pi_3 = g \cdot L/v^2$;
 b) No se cumple la semejanza absoluta porque se utiliza el mismo túnel y el mismo fluido. Es un flujo en carga, habría de obtenerse la semejanza restringida de Reynolds;
 c) $v_{\text{aire}} = 51,93$ m/s; $P_{\text{aire}} = 7702,25$ W;
 d) $Q_{\text{agua}}/Q_{\text{aire}} = 0,077$.
15. a) $\pi_1 = R/L^2 \cdot v^2$, $\pi_2 = \pi_3 = g \cdot L/v^2$, $\pi_4 = \mu/L \cdot v$, $\pi_5 = h/L$;
 b) La semejanza absoluta no es posible;



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea



c) Como es un flujo en superf. libre, semejanza restringida (despreciar Re);

d) $v_m = 1,11 \text{ m/s}$, $R_m = 0,15 \text{ N}$;

e) $Pot_m/Pot_p = 3,16 \cdot 10^{-4}$.