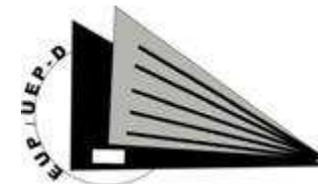
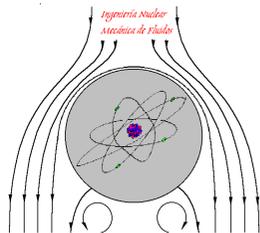


eman ta zabal zazu

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.



Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

CONCEPTOS DE PRESIÓN ESTÁTICA, DINÁMICA Y TOTAL.

Una de las aplicaciones fundamentales de la ecuación de Bernoulli es la puesta en marcha de aparatos de medida que nos indiquen las características de un fluido.

Estos elementos son de enorme importancia en gran cantidad de industrias en las que se lleve a cabo trasiego de fluidos, como oleoductos, circuitos neumáticos, etc. Hay necesidad de medir propiedades locales (velocidad, presión, temperatura, densidad, viscosidad...), integradas (flujo másico y flujo volumétrico) y globales (visualización de todo el campo fluido).

En este capítulo se van a mostrar las aplicaciones más importantes de la ecuación de Bernoulli a elementos de medida y otros sistemas para la determinación de caudales y presiones de un determinado flujo.

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

CONCEPTOS DE PRESIÓN ESTÁTICA, DINÁMICA Y TOTAL.

La ecuación de Bernoulli para un flujo de fluido que mantiene la misma altura geodésica tiene la expresión:

$$p + \rho \cdot \frac{v^2}{2} = C$$

en donde se tienen:

p : presión estática

$\rho \cdot \frac{v^2}{2}$: la presión dinámica

La **presión estática** es la que se mediría mediante un instrumento que se moviera junto al flujo.

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

APARATOS DE MEDIDA DE LA PRESIÓN ESTÁTICA: PIEZÓMETRO, TUBO ESTÁTICO.

Cuando las líneas de corriente son rectilíneas y paralelas, la variación de presión es hidrostática en una dirección perpendicular a ellas. Este resultado hace posible medir la presión estática en un fluido que se mueve utilizando un orificio en la pared en una región donde las líneas de corriente sean rectilíneas.

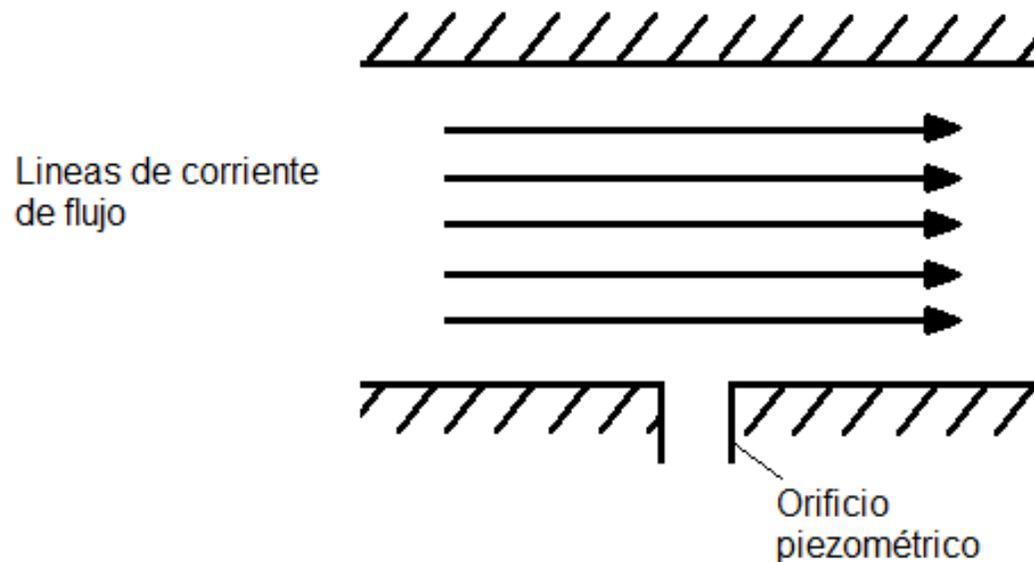
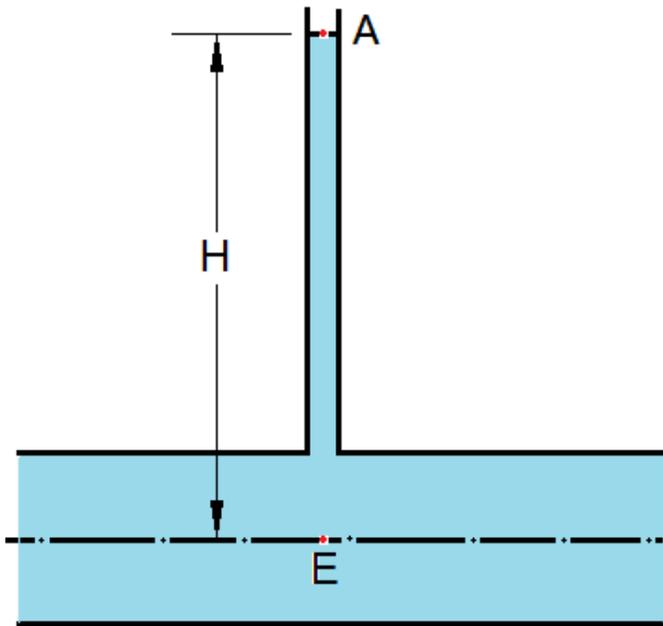


Fig. 11.1 Líneas de corriente y orificio piezométrico

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

APARATOS DE MEDIDA DE LA PRESIÓN ESTÁTICA: PIEZÓMETRO, TUBO ESTÁTICO.

Piezómetro



$$\frac{P_A}{\gamma} + z_A = \frac{P_E}{\gamma} + z_E$$

$$\frac{P_E}{\gamma} = z_A - z_E = H$$

Fig. 11.2 Piezómetro

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

APARATOS DE MEDIDA DE LA PRESIÓN ESTÁTICA: PIEZÓMETRO, TUBO ESTÁTICO.

Tubo estático

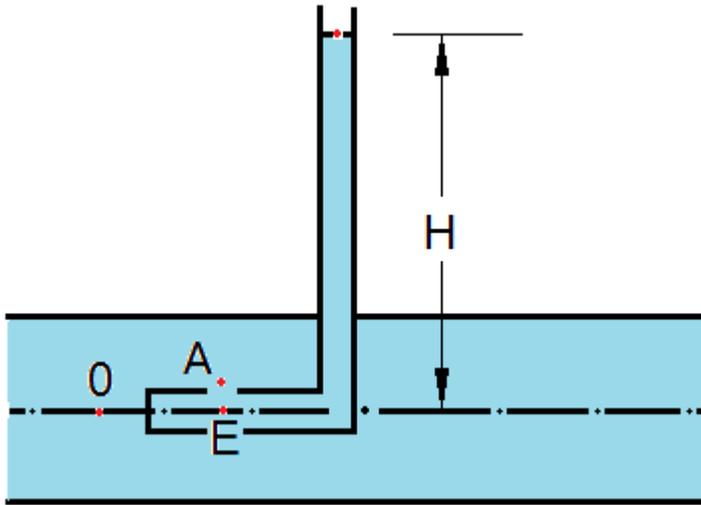


Fig. 11.3 Tubo estático (A punto externo al tubo estático, E punto interno al tubo estático)

$$\frac{P_0}{\gamma} + z_0 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{P_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2 \cdot g}$$

$$\frac{P_0}{\gamma} = \frac{P_A}{\gamma}$$

Variación hidrostática :

$$\frac{P_A}{\gamma} = \frac{P_E}{\gamma}$$

Por estática :

$$\frac{P_E}{\gamma} = H \rightarrow \frac{P_0}{\gamma} = H$$

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

APARATOS DE MEDIDA DE LA PRESIÓN TOTAL: TUBO DE PITOT.

La presión de estancamiento es el valor que toma la presión cuando un fluido en movimiento se desacelera hasta alcanzar la velocidad cero en un proceso sin rozamiento. De esta forma, aplicando la ecuación de Bernoulli a un fluido incompresible y despreciando las diferencias de cota, se tiene:

$$\frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{p_E}{\gamma} + \frac{v_E^2}{2 \cdot g}$$

y como $v_E = 0$ (siendo E el punto de estancamiento), la presión de estancamiento se puede representar como:

$$\frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{p_E}{\gamma}$$

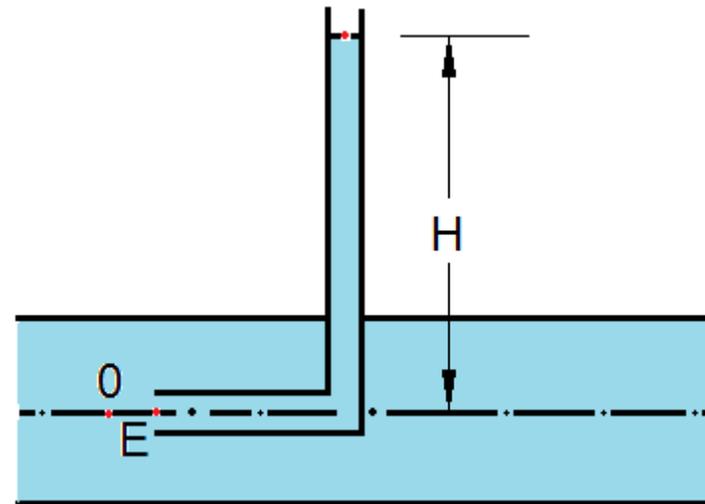


Fig. 11.4 Tubo de Pitot

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

APARATOS DE MEDIDA DE LA PRESIÓN TOTAL: TUBO DE PITOT.

Tubo de Pitot

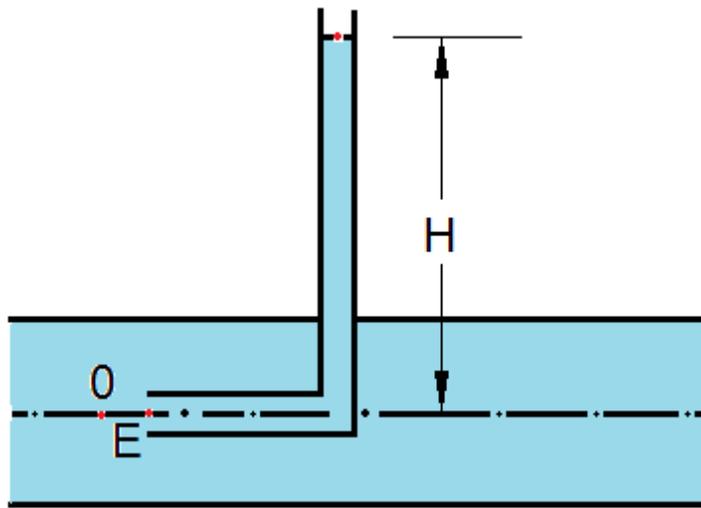


Fig. 11.4 Tubo de Pitot

Se cumple, por tanto, también que la presión de estancamiento representa la presión total del flujo, y es la suma de la presión estática y la dinámica.

Para medir esta presión total se utiliza el llamado tubo de Pitot. Tomando 0 la sección situada aguas arriba, y E, la sección de entrada al tubo de Pitot, se tiene:

$$\frac{p_E}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

$$\frac{p_E}{\gamma} = H \rightarrow \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = H$$

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

APARATOS DE MEDIDA DE LA VELOCIDAD: COMBINACIÓN DEL TUBO DE PITOT Y EL PIEZÓMETRO, Y EL TUBO ESTÁTICO.

Tubo de Prandtl

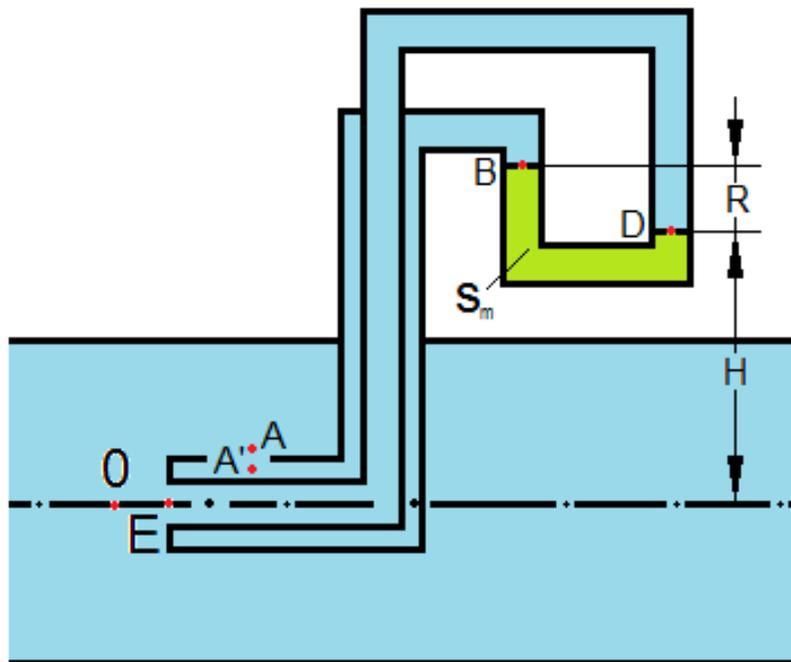


Fig. 11.5 Tubo de Prandtl

En la figura se muestra un tubo de Prandtl introducido en una corriente de fluido de densidad ρ , conectado a un manómetro diferencial, cuyo líquido manométrico tiene una densidad ρ_m .

El tubo de Prandtl, al igual que el tubo de Pitot, al ser introducido en el fluido produce un punto de estancamiento. O es el punto aguas arriba, E el punto a la entrada del tubo y A, la posición de entrada del tubo estático que lleva incorporado el tubo de Prandtl. Este tubo estático no perturba la corriente y mide, por tanto, presión estática

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

APARATOS DE MEDIDA DE LA VELOCIDAD: COMBINACIÓN DEL TUBO DE PITOT Y EL PIEZÓMETRO, Y EL TUBO ESTÁTICO.

Tubo de Prandtl

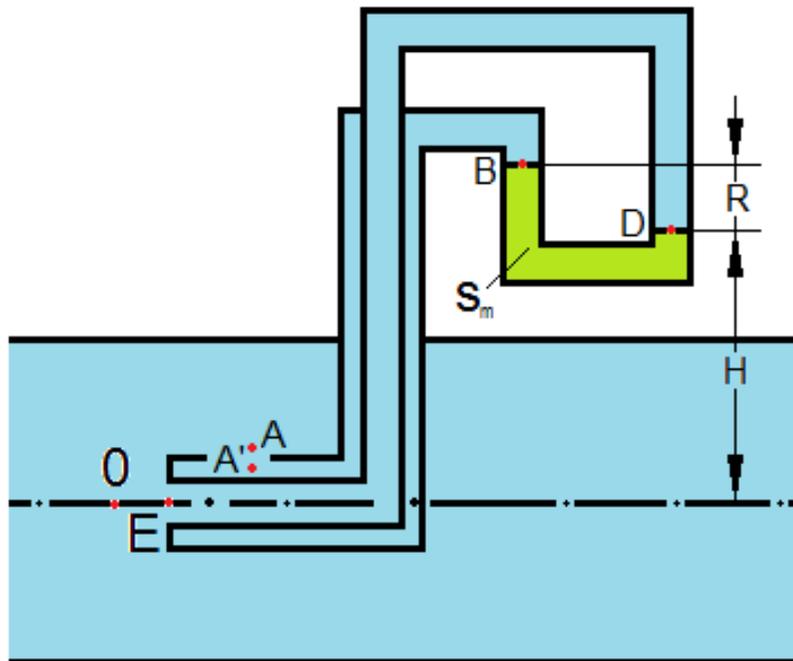


Fig. 11.5 Tubo de Prandtl

$$\frac{P_0}{\gamma} + z_0 + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{P_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2 \cdot g}$$

$$\frac{P_0}{\gamma} = \frac{P_A}{\gamma}$$

Variación hidrostática :

$$\frac{P_A}{\gamma} = \frac{P_{A'}}{\gamma}$$

$$\frac{P_E}{\gamma} = \frac{P_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

Por estática :

$$P_E = P_D + \gamma \cdot H = P_B + \gamma_m \cdot R + \gamma \cdot H$$

$$= P_{A'} - \gamma \cdot (H + R) + \gamma_m \cdot R + \gamma \cdot H$$

$$P_E = P_{A'} + R \cdot (\gamma_m - \gamma)$$

$$P_E - P_{A'} = R \cdot (\gamma_m - \gamma)$$

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

APARATOS DE MEDIDA DE LA VELOCIDAD: COMBINACIÓN DEL TUBO DE PITOT Y EL PIEZÓMETRO, Y EL TUBO ESTÁTICO.

Tubo de Prandtl

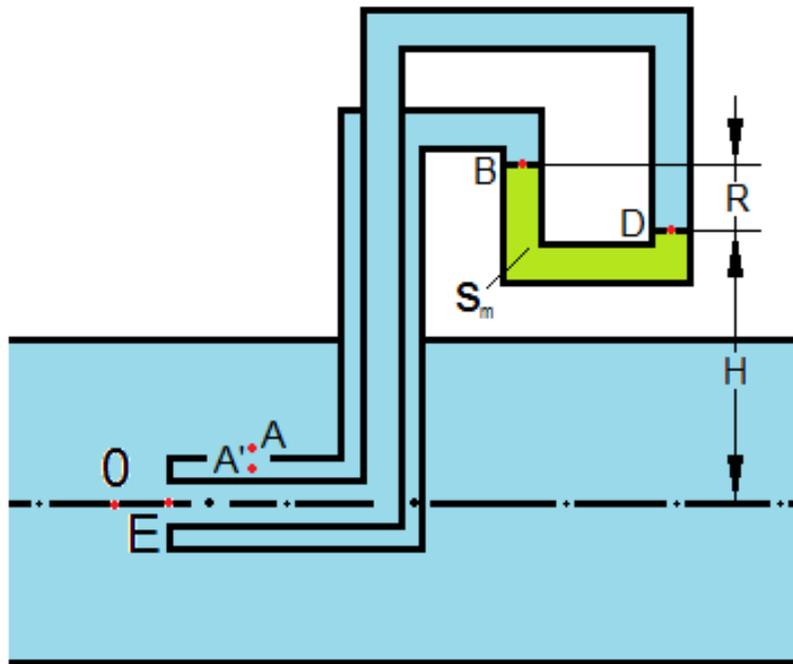


Fig. 11.5 Tubo de Prandtl

$$\frac{P_E}{\gamma} - \frac{P_{A'}}{\gamma} = \frac{P_E}{\gamma} - \frac{P_A}{\gamma} = \frac{P_E}{\gamma} - \frac{P_0}{\gamma}$$

$$\frac{P_E}{\gamma} - \frac{P_0}{\gamma} = \frac{R \cdot (\gamma_m - \gamma)}{\gamma} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

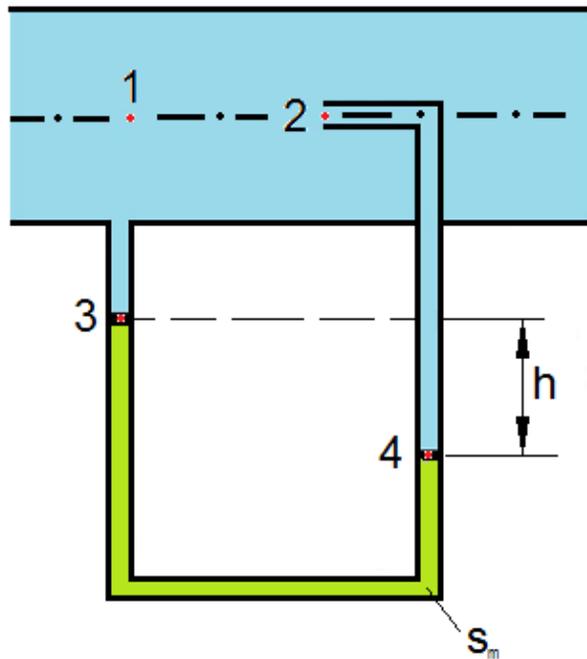
$$\frac{v_0^2}{2 \cdot g} = R \cdot \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right)$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot R \cdot \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right)}$$

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

APARATOS DE MEDIDA DE LA VELOCIDAD: COMBINACIÓN DEL TUBO DE PITOT Y EL PIEZÓMETRO, Y EL TUBO ESTÁTICO.

Tubo de Pitot + Tubo Piezométrico



$$v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h \cdot \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right)}$$

Fig. 11.6 Tubo de Pitot combinado con un tubo piezométrico

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

ORIFICIO DE AFORO EN UN RECIPIENTE. ECUACIÓN DE TORRICELLI

Se denomina orificio a cualquier abertura que tiene un perímetro cerrado y que se hace en un muro o división.

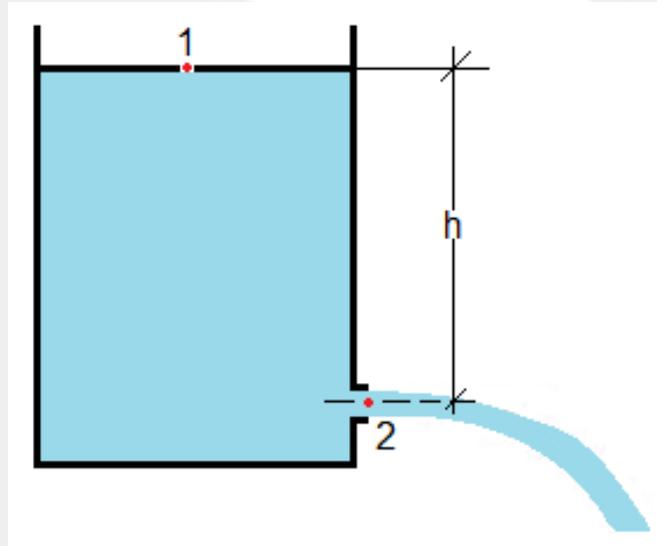


Fig. 11.7 Orificio de aforo en un depósito

En la figura se muestra un depósito que contiene un líquido y que presenta un orificio en la parte inferior. La superficie libre del líquido se mantiene a una altura h respecto a ese orificio.

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

ORIFICIO DE AFORO EN UN RECIPIENTE. ECUACIÓN DE TORRICELLI

$$z_1 + h_{p1} + h_{v1} = z_2 + h_{p2} + h_{v2}$$

$$z_1 - z_2 = \frac{v_{2t}^2}{2 \cdot g}$$

Esta expresión es aplicable para el caso de descarga a la atmósfera y pérdidas nulas.

$$v_{2t} = \sqrt{2 \cdot g \cdot (z_1 - z_2)} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

En la práctica, el caudal de descarga es menor que el que se muestra en este análisis, puesto que no se dan estrictamente las condiciones en que es válida la ecuación de Bernoulli

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

ORIFICIO DE AFORO EN UN RECIPIENTE. ECUACIÓN DE TORRICELLI

Otra forma de trabajar con la ecuación de Bernoulli es trabajar con términos reales en lugar de con el término de pérdidas de carga. Para ello hay que calcular los diferentes coeficientes de velocidad, contracción y descarga:

$$C_v = \frac{v_r}{v_t}$$

$$C_c = \frac{A_r}{A_t} = \frac{A_{\text{chorro}}}{A_{\text{orif}}}$$

$$C_d = \frac{Q_r}{Q_t} = \frac{v_r}{v_t} \cdot \frac{A_r}{A_t} = C_v \cdot C_c$$

En función del tipo de orificio (de cantos vivos, entrada cónica, entrada de cuarto de círculo, etc...) el coeficiente de contracción adquirirá un valor diferente

Demostrar que en un vaciado de depósito se cumple la siguiente expresión :

$$k = \frac{1 - C_v^2}{C_v^2}$$

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

ORIFICIO DE AFORO EN UN RECIPIENTE. ECUACIÓN DE TORRICELLI

La dificultad en el cálculo de coeficientes reside en calcular las variables (velocidad, sección y caudal) reales, ya que los teóricos son fáciles de obtener. Para ello:

- Un tubo de Pitot a la salida de un depósito, nos permite calcular la velocidad real.
- Un linnímetro nos ofrece la lectura del diámetro del chorro.
- El método volumétrico se emplea para el cálculo del caudal real.

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

VACIADO DE DEPÓSITOS EN RÉGIMEN PERMANENTE

Si la altura del líquido va disminuyendo en el depósito, la velocidad de salida también lo hace.

$$v_{2_i} = \sqrt{2 \cdot g \cdot (z_1 - z_2)} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

El volumen de fluido evacuado es:

$$dV(t) = Q_r \cdot dt = -A_{dep} \cdot dz$$

Luego el tiempo de vaciado se podrá calcular mediante:

$$dt = \frac{-A_{dep} \cdot dz}{Q_r} = \frac{-A_{dep} \cdot dz}{C_d \cdot A_{orif} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(\frac{P_1}{\gamma} + z \right)}}$$

$$\int_0^t dt = \int_{h_{mic}}^{h_{final}} \frac{-A_{dep} \cdot dz}{C_d \cdot A_{orif} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(\frac{P_1}{\gamma} + z \right)}}$$

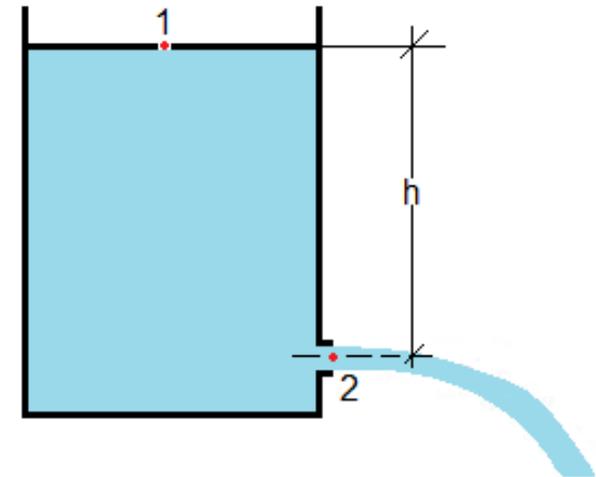


Fig. 11.8 Vaciado de depósito

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

VACIADO DE DEPÓSITOS EN RÉGIMEN PERMANENTE

Si $P_1 = 0$:

$$t = \frac{\sqrt{2} \cdot A_{dep}}{C_d \cdot A_{orif} \cdot \sqrt{g}} \cdot \left(\sqrt{h_{inic}} - \sqrt{h_{fin}} \right)$$

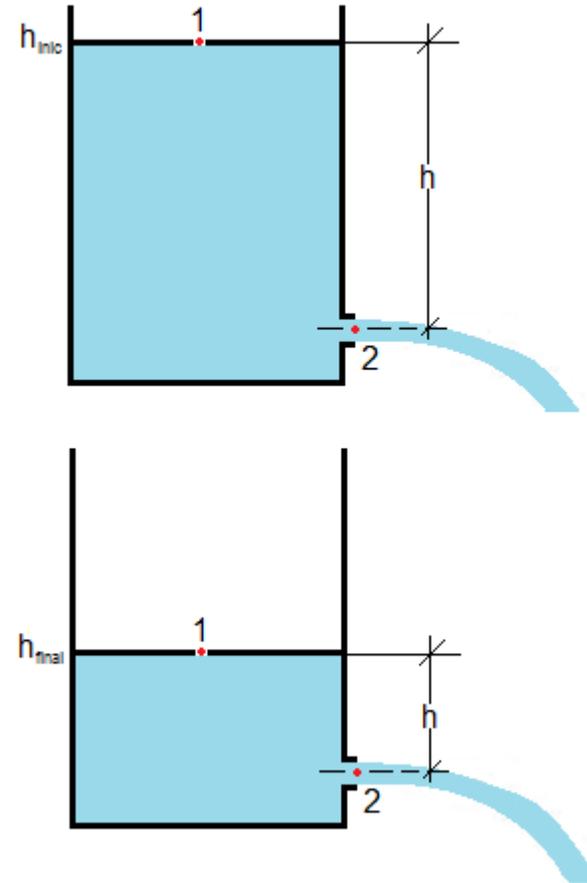


Fig. 11.9 Proceso de vaciado de depósito

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

APARATOS DE PRIMÓGENOS: VENTURÍMETRO, TOBERA, DIAFRAGMA Y MEDIDOR DE CODO.

Aplicando estática :

$$P_C = P_A + \gamma \cdot (h + l + z)$$

$$P_C = P_D + \gamma_m \cdot z$$

$$P_D = P_B + \gamma \cdot l$$

$$P_A + \gamma \cdot (h + l + z) = P_B + \gamma \cdot l + \gamma_m \cdot z$$

$$\frac{P_A}{\gamma} - \frac{P_B}{\gamma} = \frac{\gamma_m}{\gamma} \cdot z - (h + z) = z \cdot \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right) - h$$

$$\frac{P_A}{\gamma} - \frac{P_B}{\gamma} + h = z \cdot \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right)$$

$$\frac{P_A}{\gamma} - \frac{P_B}{\gamma} + (z_A - z_B) = z \cdot \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right)$$

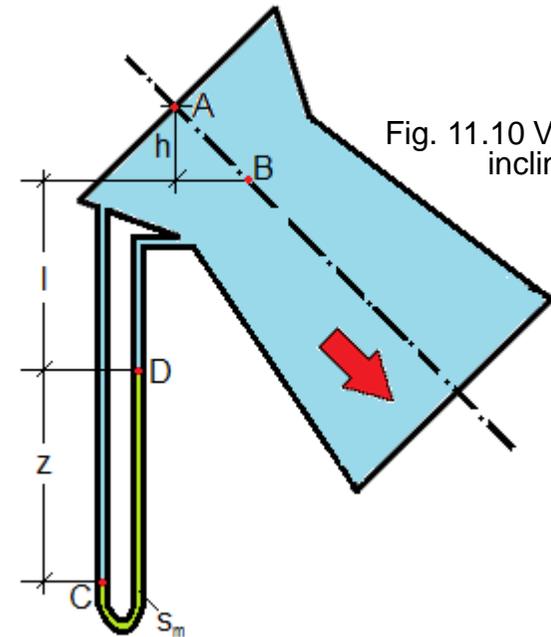


Fig. 11.10 Venturímetro inclinado

$$\frac{P_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2 \cdot g} = \frac{P_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2 \cdot g}$$

$$\frac{v_B^2}{2 \cdot g} - \frac{v_A^2}{2 \cdot g} = z \cdot \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right)$$

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

APARATOS DE PRIMÓGENOS: VENTURÍMETRO, TOBERA, DIAFRAGMA Y MEDIDOR DE CODO.

Aplicando el principio de continuidad :

$$Q_A = Q_B$$

$$c_{v_A} \cdot v_{A_t} c_{c_A} A_{A_t} = c_{v_B} v_{B_t} c_{c_B} A_{B_t}$$

Suponiendo $c_{v_A} = c_{v_B}$ eta $c_{c_A} = 1$:

$$v_{A_t} A_{A_t} = v_{B_t} c_{c_B} A_{B_t}$$

$$v_{A_t} = c_{c_B} v_{B_t} \frac{A_{B_t}}{A_{A_t}}$$

$$\frac{v_{B_t}^2}{2 \cdot g} - \frac{\left(c_{c_B} v_{B_t} \frac{A_{B_t}}{A_{A_t}} \right)^2}{2 \cdot g} = z \cdot \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right)$$

$$v_{B_t}^2 \left(1 - \left(c_{c_B} \frac{A_{B_t}}{A_{A_t}} \right)^2 \right) = 2 \cdot g \cdot z \cdot \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right)$$

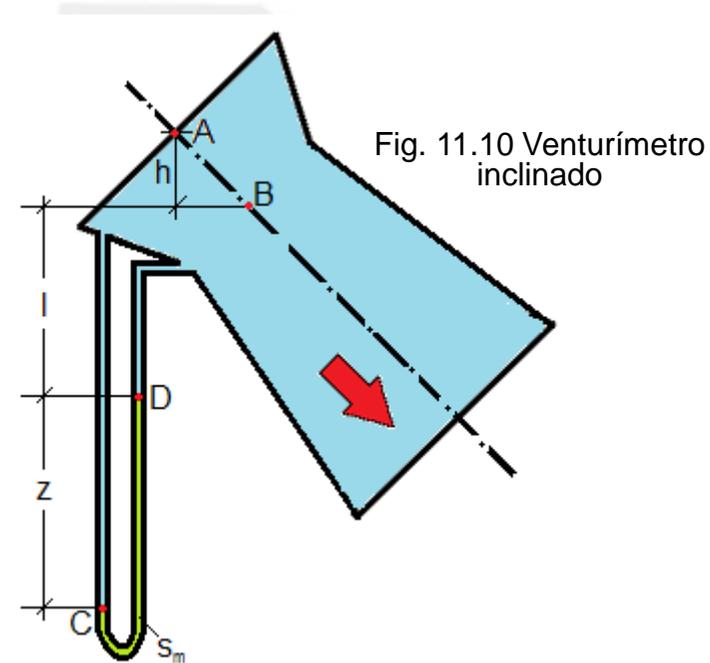


Fig. 11.10 Venturímetro inclinado

$$v_{B_t} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot z \cdot \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right)}{1 - \left(c_{c_B} \frac{A_{B_t}}{A_{A_t}} \right)^2}}$$

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

APARATOS DE PRIMÓGENOS: VENTURÍMETRO, TOBERA, DIAFRAGMA Y MEDIDOR DE CODO.

Por tanto :

$$Q_{B_r} = c_{v_B} c_{c_B} A_{B_t} \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot R \cdot \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1\right)}{1 - \left(c_{c_B} \frac{A_{B_t}}{A_{A_t}}\right)^2}}$$

$$Q_r = c_{v_B} \cdot c_{c_B} A_B \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot R \cdot \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - 1\right)}{1 - \left(c_{c_B} \frac{A_B}{A_A}\right)^2}}$$

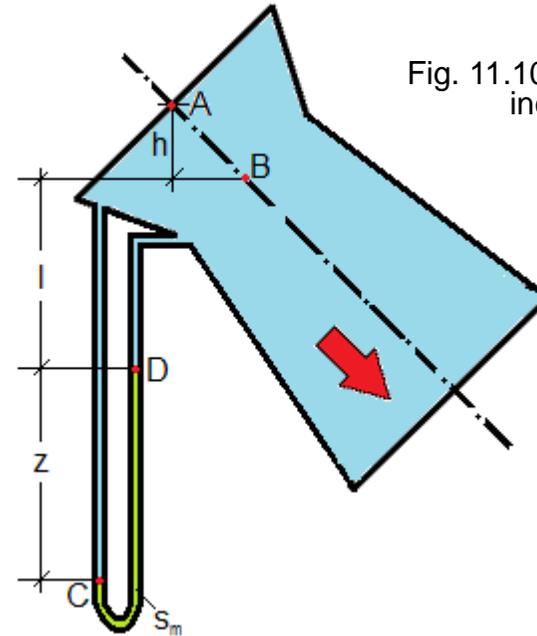


Fig. 11.10 Venturímetro inclinado

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

APARATOS DEPRIMÓGENOS: VENTURÍMETRO, TOBERA, DIAFRAGMA Y MEDIDOR DE CODO.

Diafragma:

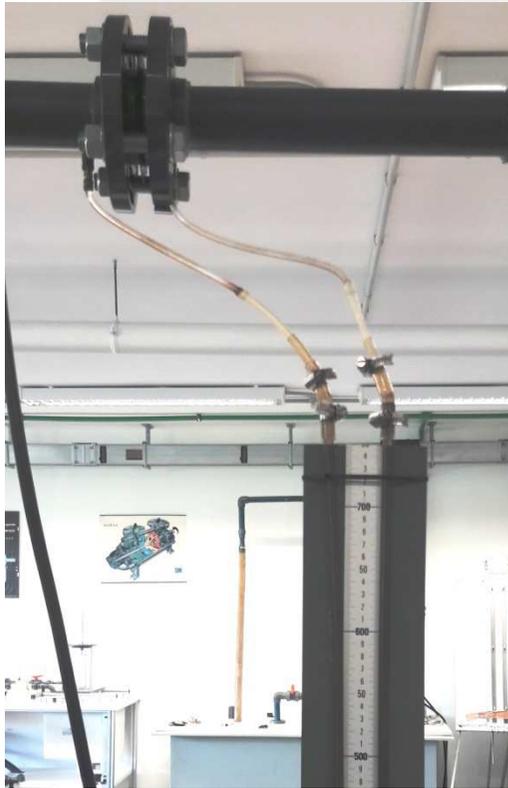


Fig. 11.11 Diafragma en instalación

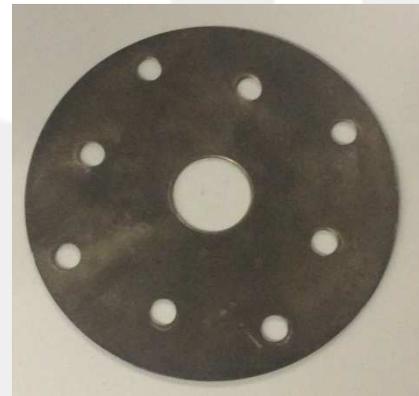


Fig. 11.12 Diafragma

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

APARATOS DEPRIMÓGENOS: VENTURÍMETRO, TOBERA, DIAFRAGMA Y MEDIDOR DE CODO.

Venturímetro	Diafragma	Tobera
$C_{CB}=1$	$C_{CB} \neq 1$	$C_{CB}=1$
$Q_r = C_{vent} \cdot A_B \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot R \cdot (\gamma_m - 1)}{\gamma \cdot \left(1 - \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2\right)}}$	$Q_r = C_{diafr} \cdot A_B \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot R \cdot \left(\frac{\gamma_m - 1}{\gamma}\right)}$	$Q_r = C_{tobera} \cdot A_B \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot R \cdot \left(\frac{\gamma_m - 1}{\gamma}\right)}$
$C_{vent} = C_{v_B}$	$C_{diafr} = \frac{C_{v_B} \cdot C_{c_B}}{\sqrt{1 - \left(c_{c_B} \cdot \frac{A_B}{A_A}\right)^2}}$	$C_{tobera} = \frac{C_{v_B}}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2}}$
No existen pérdidas de carga adicionales a las de la propia tubería	Existen mayores pérdidas adicionales	Existen pequeñas pérdidas de carga adicionales
El más caro Laboratorios	El más barato Industria	

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

VERTEDEROS.

Vertederos: Miden caudales en canales. Se llaman vertederos porque el canal vierte por encima de algo. Es un obstáculo en el canal que obliga al líquido a estancarse detrás y a verter por encima de él. Tipos:

- De pared delgada
 - ❖ Horizontal
 - ❖ En U
 - ❖ En V
- De pared gruesa



Fig. 11.13 Vertedero

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

VERTEDEROS DE PARED DELGADA

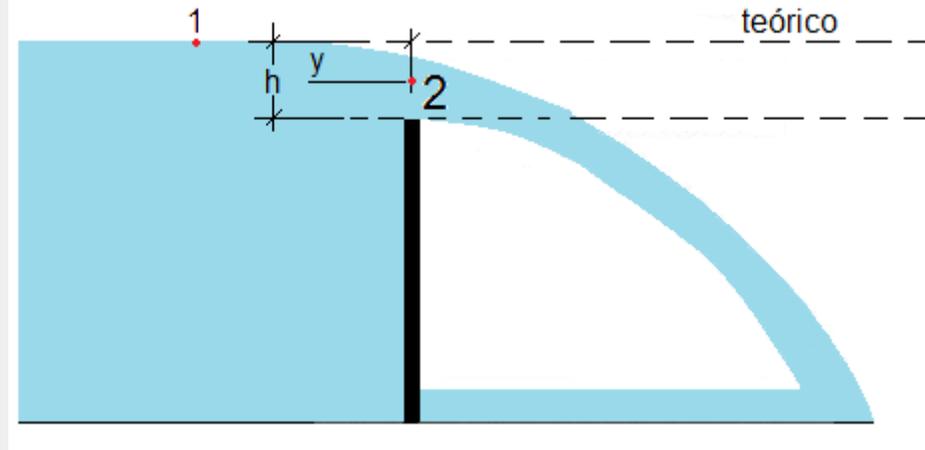


Fig. 11.14 Vertedero de pared delgada

Hipótesis de partida

- Velocidad del fluido previo al vertedero nula, energía cinética despreciable.
- El chorro no se deforma.
- La presión es atmosférica en todo el chorro.
- Pérdidas de carga despreciables.

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

VERTEDEROS DE PARED DELGADA

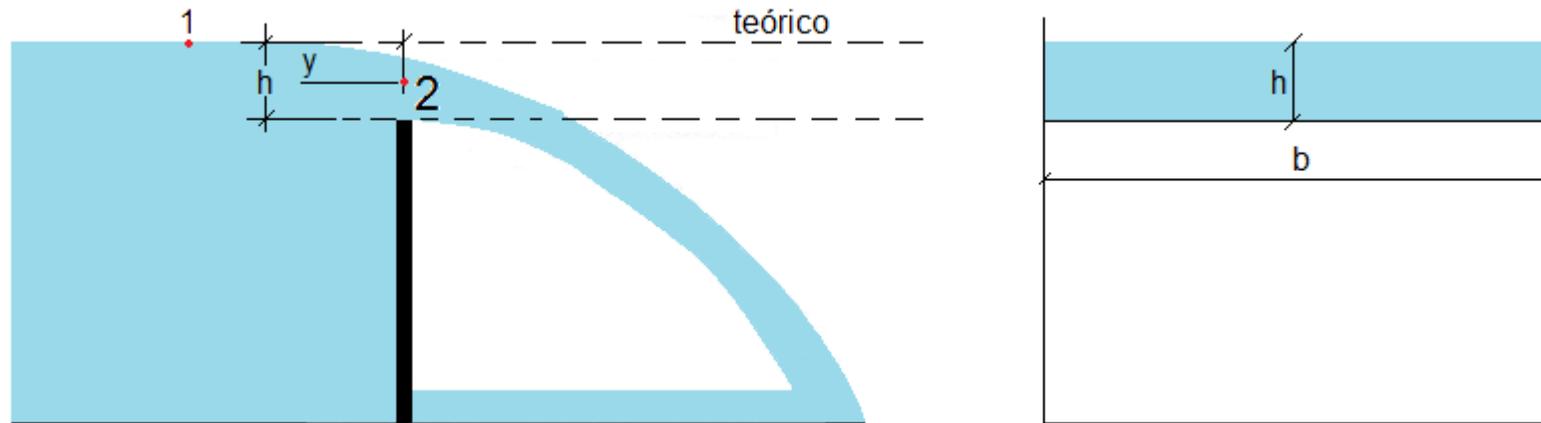


Fig. 11.15 Vertedero de pared delgada. Horizontal.

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\left(z + \frac{v_1^2}{2 \cdot g}\right) 2 \cdot g}$$

$$dQ = b \cdot dz \cdot v = b \cdot dz \cdot \sqrt{\left(z + \frac{v_1^2}{2 \cdot g}\right) 2 \cdot g}$$

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

VERTEDEROS DE PARED DELGADA

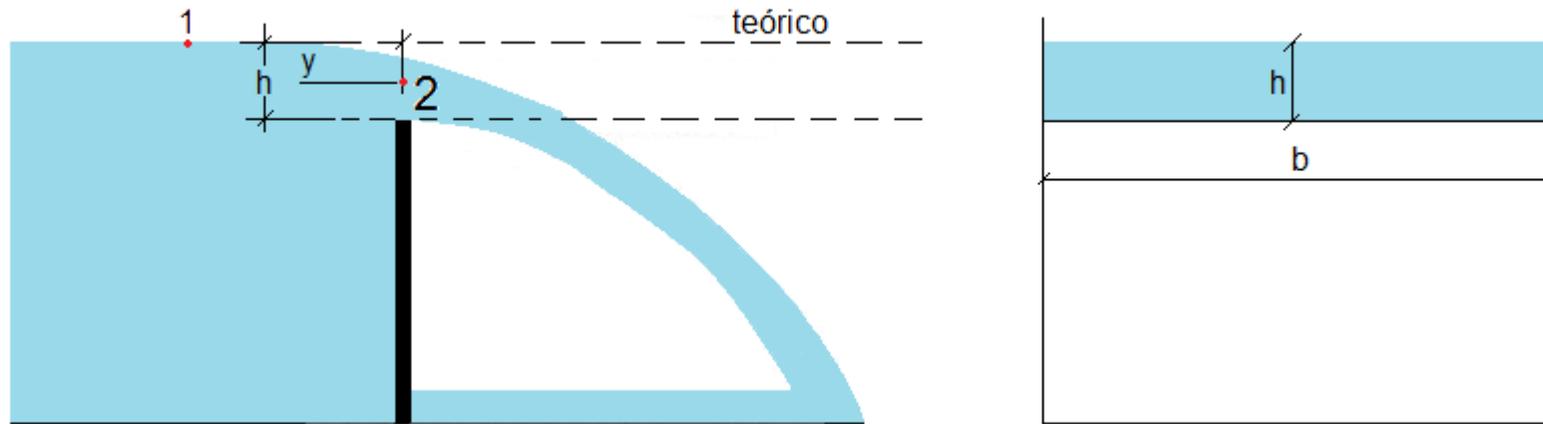


Fig. 11.15 Vertedero de pared delgada. Horizontal.

$$Q = \frac{2}{3} \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \left[\left(z + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \right)^{3/2} \right]_0^h = \frac{2}{3} \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \left[\left(h + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \right)^{3/2} - \left(\frac{v_1^2}{2 \cdot g} \right)^{3/2} \right]$$

$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} \approx 0$

$$Q_{teorico} = \frac{2}{3} \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot h^{3/2}$$

$$Q_{real} = C \cdot \frac{2}{3} \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot h^{3/2}$$

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

VERTEDEROS DE PARED DELGADA

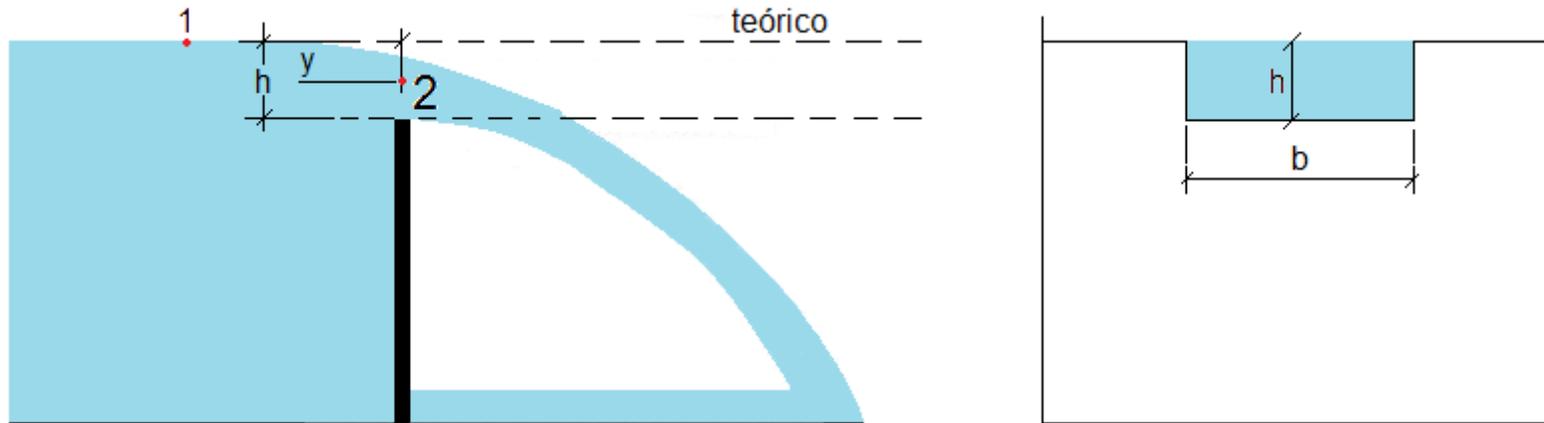


Fig. 11.16 Vertedero de pared delgada. De contracción lateral (n=2).

$$Q_{teorico} = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot (b - 0,1 \cdot n \cdot h) \cdot h^{3/2}$$

$$Q_{real} = C \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot (b - 0,1 \cdot n \cdot h) \cdot h^{3/2}$$

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

VERTEDEROS DE PARED DELGADA

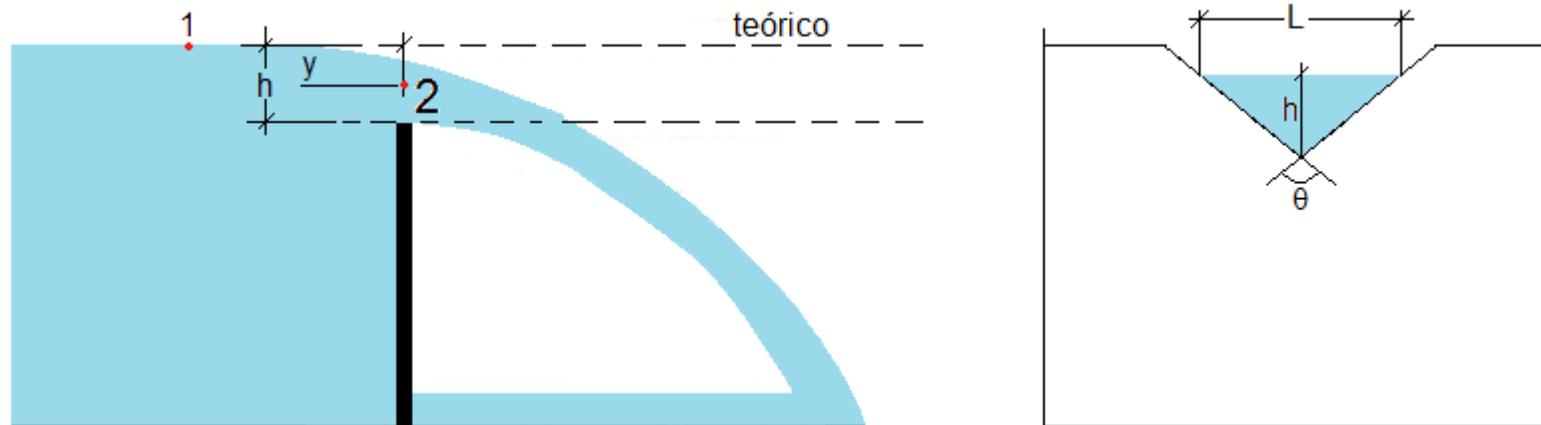


Fig. 11.17 Vertedero de pared delgada. Triangular.

$$Q_{teorico} = \frac{8}{15} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \operatorname{tg}(\theta/2) \cdot h^{5/2}$$

$$Q_{real} = C \cdot \frac{8}{15} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \operatorname{tg}(\theta/2) \cdot h^{5/2}$$

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

VERTEDEROS DE PARED GRUESA



Fig. 11.18 Vertedero de pared gruesa

El vertedero ocupa toda la anchura del canal.

Hipótesis de partida

- Velocidad del fluido previo al vertedero nula, energía cinética despreciable.
- Reparto hidrostático de presiones en la zona del vertedero.
- Pérdidas de carga despreciables.

Tema 11: Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli. Aparatos de medida.

VERTEDEROS DE PARED GRUESA

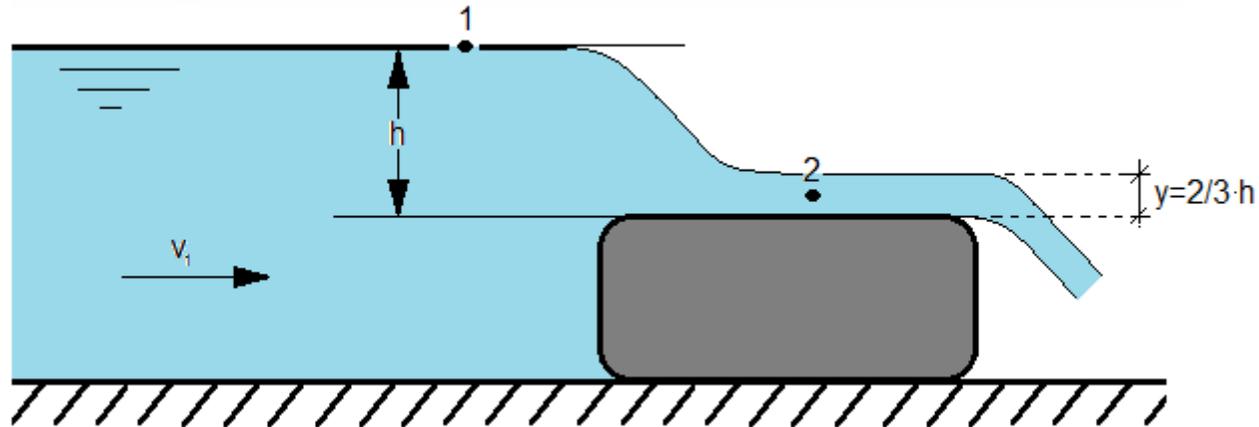


Fig. 11.19 Vertedero de pared gruesa (variación de la presión en 2, hidrostática)

$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} + h + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + y_2 + \frac{P_2}{\gamma}$$

$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} + h = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + (y - z_2)$$

$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} \approx 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + h = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + (y - z_2) \\ \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \approx 0 \end{array} \right\} v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h - y)} \rightarrow Q_{real} = v_2 \cdot A = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h - y)} \cdot y \cdot L$$

$$Q_{real} = \frac{2 \cdot h}{3} \cdot L \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h/3}$$