Tema 9: Ecuaciones fundamentales de la dinámica de fluidos.

Tema 9: Ecuaciones fundamentales de la dinámica de fluidos.

INTRODUCCIÓN. CLASIFICACIÓN DE LAS FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE UN FLUIDO.

En el estudio de la Mecánica de Fluidos se suelen considerar tres tipos principales de fuerzas:

- **Fuerzas superficiales**: son aquellas que actúan sobre las fronteras del medio a través del contacto directo. El ejemplo principal de estas fuerzas es la *presión*.

- **Fuerzas volumétricas**: son fuerzas que se distribuyen sobre el volumen del fluido y actúan sin contacto físico. Ejemplo de estas fuerzas son las *fuerzas gravitacionales* y electromagnéticas.

- **Fuerzas interiores**. Son las fuerzas que ejercen las partículas interiores de fluido entre sí.

Tema 9: Ecuaciones fundamentales de la dinámica de fluidos.

INTRODUCCIÓN. CLASIFICACIÓN DE LAS FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE UN FLUIDO.

Las fuerzas que se aplican sobre una superficie tiene tres componentes:

- La componente perpendicular a la superficie donde se aplica o *componente normal* generalmente representada como σ, y que da lugar a esfuerzos de compresión o tracción.

- Las *componentes tangenciales* a la superficie, y que se aplican en el plano de la propia superficie, siendo generalmente representadas como τ. Estas fuerzas provocan deslizamiento o deformación de la propia superficie sobre la que se aplican. Son dos componentes, al ser la superficie una entidad de dos dimensiones.

Las fuerzas volumétricas están debidas al efecto de campos externos, como son el gravitacional o el electromagnético, y vendrán definidas por las leyes de esos campos. Son fuerzas que tienen carácter vectorial y, por tanto, también se pueden descomponer en tres componentes, aunque generalmente el sistema de referencia se adopta de tal forma que sólo sea no nula una de esas componentes.

ECUACIÓN DE EULER DEL MOVIMIENTO A LO LARGO DE UNA TRAYECTORIA

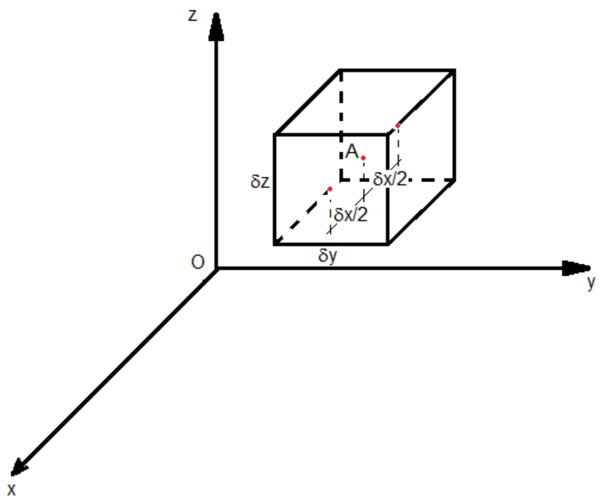

Fig. 9.1 Volumen de control diferencial

Si consideramos un punto A(x, y, z) en el interior de un paralelepípedo rectangular infinitesimal de fluido de lados dx, dy y dz, como se muestra en la figura. Sobre este paralelepípedo se suponen que actúan las fuerzas superficiales debidas a la presión que le rodea y el peso como fuerza volumétrica dirigida en la dirección vertical hacia abajo.

En dinámica:

$$\vec{R} - \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} P = \vec{a}$$

ECUACIÓN DE EULER DEL MOVIMIENTO A LO LARGO DE UNA TRAYECTORIA

Partimos de: $\vec{R} - \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} P = \vec{a}$

Si consideramos un fluido perfecto (μ=0):

$$\vec{R} - \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} P = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot v_X + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot v_Y + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cdot v_Z$$

En un campo gravitatorio: $\vec{R} = \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} P = -\vec{\nabla} U = -\vec{\nabla}(g \cdot z)$

Por lo que:

$$-\vec{\nabla} U - \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} P = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot v_X + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot v_Y + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \cdot v_Z$$

$$\vec{\nabla} U + \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} P + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{\nabla}\left(\frac{v^2}{2}\right) - \left(\vec{v} \wedge rot\, \vec{v}\right) = 0$$

ECUACIONES GENERALES DEL MOVIMIENTO DE LOS FLUIDOS PERFECTOS

Necesitamos 6 ecuaciones para la resolución de cualquier problema en dinámica de fluidos:

$$u = u(x, y, z, t)$$
$$v = v(x, y, z, t)$$
$$w = w(x, y, z, t)$$
$$P = P(x, y, z, t)$$
$$T = T(x, y, z, t)$$
$$\rho = \rho(x, y, z, t)$$

Obtendremos 3 ecuaciones de la ecuación vectorial de Euler, una ecuación de estado: f(P,ρ,T)=0, una procedente de la ecuación de continuidad, y una última procedente del tipo de proceso (isotermo, adiabático, isoentrópico).

Tema 9: Ecuaciones fundamentales de la dinámica de fluidos.

ECUACIONES DIFERENCIALES DEL MOVIMIENTO DE UN FLUIDO REAL. ECUACIONES DE NAVIER-STOKES.

Muchos de los teoremas y aplicaciones de la Mecánica de Fluidos se pueden obtener a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes, que modelan las ecuaciones del movimiento de un fluido real considerando las fuerzas que actúan sobre el fluido, incluyendo los esfuerzos cortantes generados por el movimiento del fluido y la viscosidad.

$$\vec{R} - \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} P + \nu \cdot \nabla^2 \vec{v} = \vec{a}$$

$$\text{Siendo:}$$

$$\nu = \mu / \rho$$

$$\nabla^2 = \vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\, \vec{v}\right) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\vec{i} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\vec{j} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\vec{k}$$