Tema 5: Fuerzas sobre superficies

FUERZAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS HORIZONTALES. RESULTANTE. CENTRO DE PRESIONES.

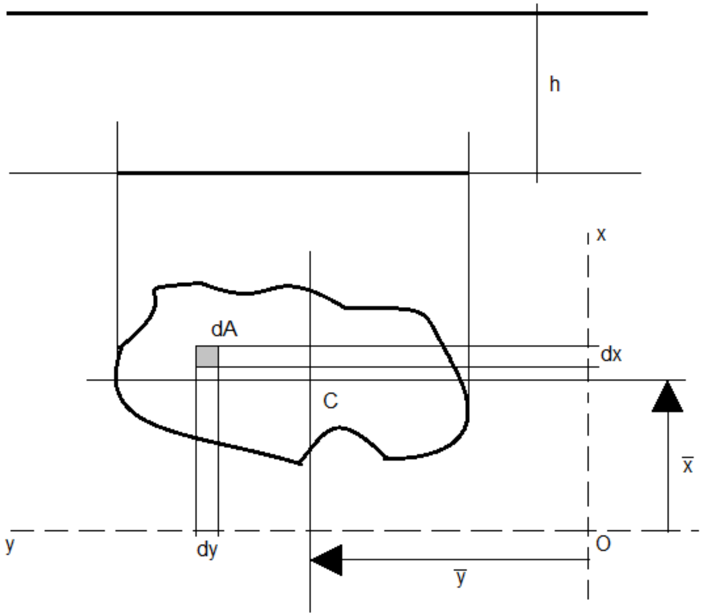

Fig. 5.1 Vista de una superficie plana horizontal de área A

Valor de la fuerza:

$$F = \int p \cdot dA = p \cdot \int dA = p \cdot A$$

Centro de presiones:

$$p \cdot A \cdot x_r = \int_A x \cdot p \cdot dA$$

$$x_r = \frac{1}{A} \cdot \int_A x \cdot dA = \bar{x}$$

FUERZAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS INCLINADAS.

RESULTANTE. CENTRO DE PRESIONES.

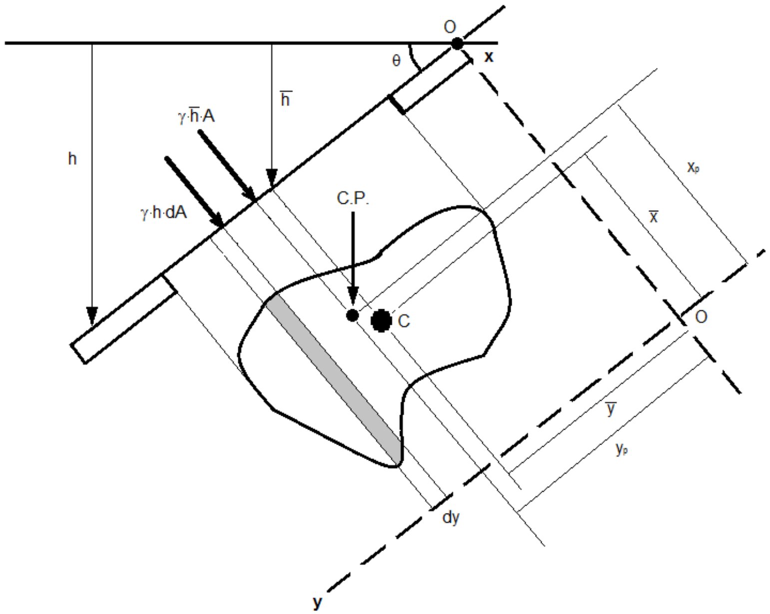

Fig. 5.2 Vista de una superficie plana inclinada de área A

Valor de la fuerza:

$$dF = p \cdot dA = \left(P_{atm} + \gamma \cdot h\right) \cdot dA = \gamma \cdot y \cdot sen\theta \cdot dA$$

$$F = \int p \cdot dA = \gamma \cdot sen\theta \cdot \int y \cdot dA =$$

$$\gamma \cdot sen\theta \cdot \bar{y} \cdot A = \gamma \cdot \bar{h} \cdot A = p_{CG} \cdot A$$

Centro de presiones:

$$x_p \cdot F = \int_A x \cdot p \cdot dA \quad \longrightarrow \quad x_p = \frac{1}{F} \cdot \int_A x \cdot p \cdot dA$$

$$y_p \cdot F = \int_A y \cdot p \cdot dA \qquad\qquad y_p = \frac{1}{F} \cdot \int_A y \cdot p \cdot dA$$

FUERZAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS INCLINADAS.

RESULTANTE. CENTRO DE PRESIONES.

$$x_p = \frac{1}{\gamma \cdot \bar{y} \cdot A \cdot sen\,\theta} \cdot \int_A x \cdot \gamma \cdot y \cdot sen\,\theta \cdot dA = \frac{1}{\bar{y} \cdot A} \cdot \int x \cdot y \cdot dA = \frac{I_{xy}}{\bar{y} \cdot A}$$

$$y_p = \frac{1}{\gamma \cdot \bar{y} \cdot A \cdot sen\,\theta} \cdot \int_A y \cdot \gamma \cdot y \cdot sen\,\theta \cdot dA = \frac{1}{\bar{y} \cdot A} \cdot \int y^2 \cdot dA = \frac{I_x}{\bar{y} \cdot A}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{xy} = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot A + \bar{I}_{xycg} \\ \\ I_x = I_G + \bar{y}^2 \cdot A \end{array} \right\}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x_p = \dfrac{\bar{I}_{xycg}}{\bar{y} \cdot A} + \bar{x} \\ y_p = \dfrac{I_G}{\bar{y} \cdot A} + \bar{y} \end{array}}$$

CÁLCULO DE FUERZAS MEDIANTE EL PRISMA DE PRESIONES.

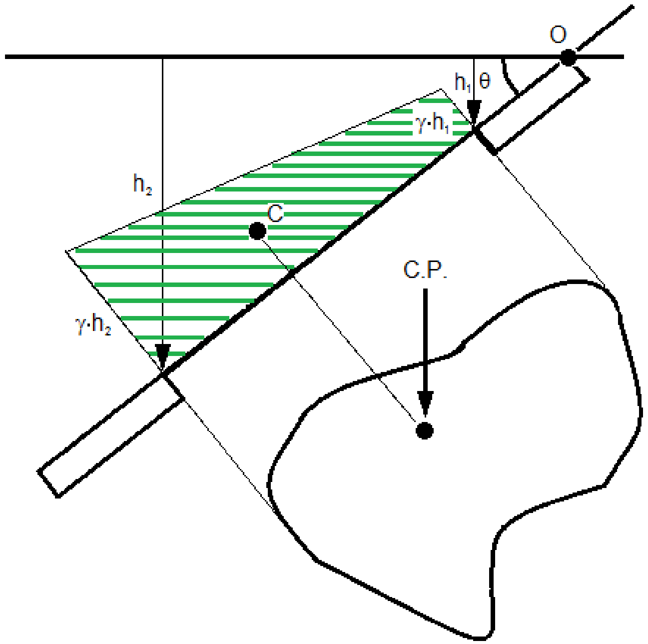

Fig. 5.3 Prisma de presiones de una superficie plana inclinada de área A

Valor de la fuerza:

$$dF = \gamma \cdot h \cdot dA = dV$$

Centro de presiones:

$$\bar{x} = \frac{1}{V}\int x \cdot dV$$

$$\bar{y} = \frac{1}{V}\int y \cdot dV$$

EFECTO DE LA PRESIÓN ATMOSFÉRICA EN EL CÁLCULO DE LAS FUERZAS.

Al hablar de fuerzas de presión el dato que hemos utilizado para el cálculo de las fuerzas es la presión cero manométrica o presión atmosférica local.

Cuando el lado opuesto de la superficie está abierto a la atmósfera, ésta ejerce una fuerza sobre ella igual al producto de la presión atmosférica p_0 y el área A. En el lado del líquido también actúa esa fuerza debida a la presión atmosférica que estrictamente debía tener la forma:

$$F = \int (p_0 + \gamma \cdot h) \cdot dA = p_0 \cdot A + \gamma \cdot \int h \cdot dA$$

cuyo término $p_0 \cdot A$ se contrarresta al otro lado de la superficie por la presión atmosférica que también actúa sobre la superficie, con lo que no contribuye para la determinación de la fuerza resultante y su ubicación.

FUERZAS SOBRE SUPERFICIES CURVAS. COMPONENTE HORIZONTAL. RESULTANTE. CENTRO DE PRESIÓN

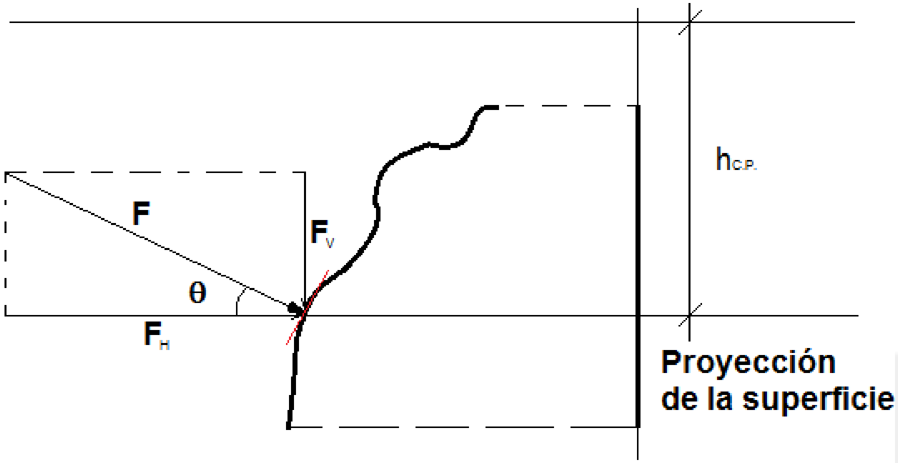

Fig. 5.4 Representación de las componentes sobre una superficie curva arbitraria

La componente horizontal de la fuerza de presión sobre una superficie curva es igual a la fuerza de presión ejercida sobre una proyección vertical de la superficie curva que pasa por el centro de presiones de dicha proyección. El plano vertical de la proyección es normal a la dirección de la componente.

$$\partial F = p \cdot \partial A \cdot \cos\theta \longrightarrow F_H = \int p \cdot \cos\theta \cdot dA$$

FUERZAS SOBRE SUPERFICIES CURVAS. COMPONENTE VERTICAL. RESULTANTE. CENTRO DE PRESIÓN

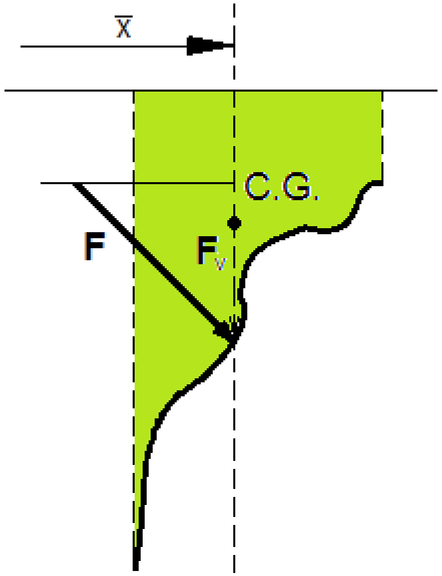

Fig. 5.5 Representación del prisma de presiones para la componente vertical

La componente vertical de la fuerza de presión sobre una superficie curva es igual al peso del líquido (real o imaginario) comprendido entre la superficie curva y la superficie libre y pasa por el centro de gravedad del líquido (real o imaginario).

Valor de la fuerza:

$$F_v = \int p \cdot sen\theta \cdot dA \longrightarrow \begin{array}{l} F_v = \int p \cdot sen\theta \cdot dA = \\ \gamma \cdot \int h \cdot sen\theta \cdot dA = \gamma \cdot \int dV \end{array} \longrightarrow F_v = \gamma \cdot V$$

Centro de presiones $\longrightarrow$ $F_v \cdot \bar{x} = \gamma \cdot \int x \cdot dV \longrightarrow \bar{x} = \dfrac{1}{V} \int x \cdot dV$

FENÓMENO DE LA SUBPRESIÓN

Si un cuerpo es más denso que el líquido, este se apoya sobre el fondo pudiéndose considerar dos casos:

El cuerpo se apoya directamente sobre el fondo en toda extensión sin que exista líquido intermedio. No es aplicable en este caso el Principio de Arquímedes por no estar el sólido totalmente sumergido. La fuerza que actúa sobre el sólido es la misma que actúa sobre la superficie de apoyo, es decir, el peso del cuerpo y el de la columna de agua que actúa sobre él.

El cuerpo se apoya sobre el fondo por varios puntos, sin extensión geométrica quedando interpuesta entre ambos una lámina líquida. Entonces sí es aplicable el Principio de Arquímedes, existiendo un empuje $\rho \cdot V$, siendo V el volumen del sólido.

$$F_V = W - F_{SP}$$