# Introducción a la Teoría de Códigos

M.A. García, L. Martínez, T. Ramírez

Facultad de Ciencia y Tecnología. UPV/EHU

## Ejercicios y Problemas propuestos
## Tema 4: CÓDIGOS CÍCLICOS

Mayo de 2017

# Ejercicios Propuestos: Códigos cíclicos

1. $*$ Localizar los códigos cíclicos de $\mathbb{F}_2^7$, determinando para cada uno de ellos un polinomio generador y una matriz generadora.

2. $*$ Encontrar los códigos cíclicos no triviales de $\mathbb{F}_3^4$ y hallar para cada uno de ellos un polinomio de control y una matriz de control.

3. Hallar, si es que existe, un código cíclicos de $\mathbb{F}_2^7$ de dimensión 4 y determinar las palabras que lo forman.

4. $*$ Hallar, si es que existe, un código cíclico de $\mathbb{F}_2^7$ de dimensión 3 y determinar las palabras que lo forman.

5. $*$ Determinar, si es que existe, un código cíclico binario con la menor dimensión posible que contenga a

   (a) 1010011

   (b) 1001011

6. $*$ Se considera el código cíclico $C$ de $\mathbb{F}_2^9$ cuyo polinomio generador es $1 + x^3$. Hallar $C^{\perp}$.

7. $*$ Demostrar que si $C$ es un código cíclico binario de longitud $n$ impar, entonces $1 \dots 1 \in C$ si y sólo si $C$ contiene una palabra de peso impar.

8. $*$ Demostrar que si $C$ es un código cíclico binario de longitud $n$ impar, entonces $1 \dots 1 \in C$ si y sólo si $g(1) \equiv 1 \bmod 2$, siendo $g(x)$ el polinomio generador de $C$.

9. $*$ Sea $C$ un código cíclico binario de longitud $n$. Estudiar si el conjunto

$$C_1 = \{\mathbf{c} \in C \mid w(\mathbf{c}) \equiv 0 \bmod 2\}$$

   es un código lineal. En caso de respuesta afirmativa, determinar si es cíclico.

10. $*$ Sea $C \subseteq \mathbb{F}_q^n$ un código cíclico con polinomio generador $g(x)$. Si $g_0$ es el término independiente de $g(x)$, demostrar que $g_0 \neq 0$.

11. Sea $C \subseteq \mathbb{F}_q^n$ un código cíclico de dimensión $k$ con polinomio generador $g(x)$. Demostrar que $C^\perp$ es un código cíclico de dimensión $n-k$ y hallar el polinomio generador de $C^\perp$.

12. Se considera el código $C \subseteq \mathbb{F}_3^6$ tal que $C =< 122100, 012210, 120021 >$.

    (a) Demuestra que $C$ es un código cíclico.

    (b) Halla el polinomio generador de $C$ y el polinomio generador de $C^\perp$.

    (c) Calcula una matriz de control de $C$.

    (d) Utilizando el método de decodificación cíclica, decodifica la palabra 222022. ¿Es única su decodificación?

    (e) Usando una matriz de control de $C$, deduce cuál es la distancia mínima de $C$. ¿Cuántos errores detecta $C$? ¿Cuántos errores corrige $C$? ¿Es $C$ perfecto? Razona tu respuesta.

13. Hallar un código cíclico BCH de longitud 16 y distancia mínima prevista 9 en el cuerpo $\mathbb{F}_3$.