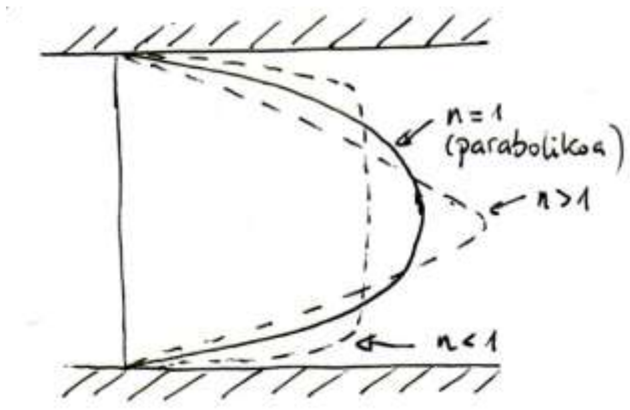
A) POTENTZIA LEGEA

Jariakin mota hauetan esfortzua (σ) eta zizailadura abiadura (u) ondoko lege potentzialaren arabera erlazionatuta daude:

$$\sigma = K\left(-\frac{du}{dr}\right)^n \qquad \text{(A.1)}$$

non K trinkotasun indizea eta n portaera indizea diren. n balio desberdinentzako potentzia legea jarraitzen duten jariakin ez newtoniarren abiadura profila ondokoa izango da:



A.1. irudia. Potentzia legea jarraitzen duten jariakinen abiadura profila (fluxu laminarrean).

A.1. Reynolds zenbakiaren definizioa: fluxu laminarra eta zurrunbilotsua

Potentzia legea jarraitzen duten jariakinentzat Reynolds zenbaki orokortua (Re_G) erabiltzen da:

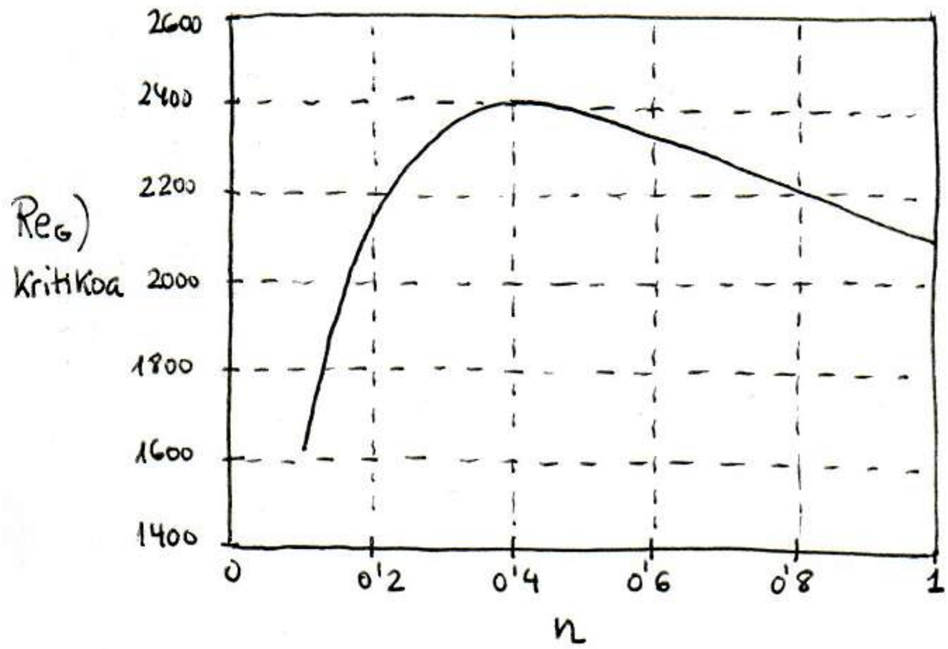
$$Re_G = \frac{D^n u^{2-n} \rho}{K 8^{n-1}}\left(\frac{4n}{3n+1}\right)^n \qquad \text{(A.2)}$$

n=1 eta K= μ balioentzako, jariakin newtoniarrentzako Reynolds zenbakia lortzen dugu.

Jariakin Newtoniarentzako erregimen laminarreko egoera Re<2100 balioentzako betetzen da. Jariakin ez-Newtoniarretan aldiz, irizpidea desberdina da. Reynolds kritikoa definitzen da, non balio horren azpitik jariakina fluxu laminarrean egongo den. Lege potentziala jarraitzen duten jariakinentzako Reynolds kritikoa horrela definitzen da:

$$Re_{G)kritikoa} = \frac{6464n}{(1+3n)^2\left(\frac{1}{2+n}\right)^{(2+n)/(1+n)}} \qquad \text{(A.3)}$$

Ekuazio honen irudikapen grafikoa 2. Irudian aurketzen da. n=0,4 portaera indizerako Reynolds zenbakiak maximoa erakusten du, 2400. Balio horretatik aurrera, bere balioa murriztuz doa 2100 balioa lortu arte, jariakin newtoniarren kasuan (n=1), alegia.



A.2. irudia. Reynolds kritikoaren balioaren bilakaera portaera indizearekin: Potentzia-legea.

<u>A.2. Abiadura profila, emari bolumetrikoa eta batazbesteko abiadura eta abiadura maximoaren kalkulua</u>

Potentzia legea jarraitzen duen jariakin baten abiadura profila honela kalkulatzen da:

$$u(r) = \left(\frac{\Delta P}{2LK}\right)^{1/n} \left(\frac{n}{n+1}\right) \left(R^{\frac{n+1}{n}} - r^{\frac{n+1}{n}}\right) \qquad \text{(A.4)}$$

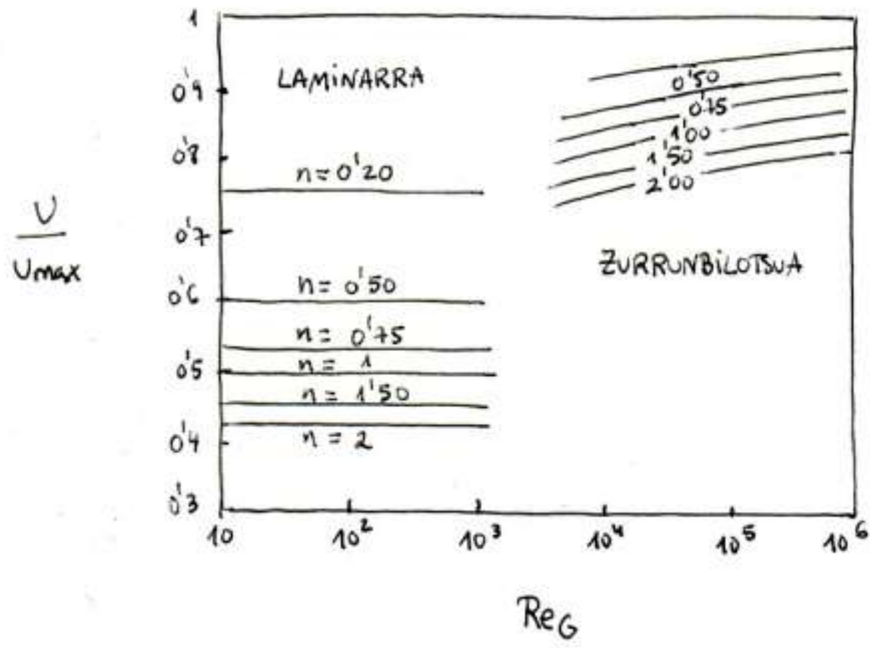
Emari bolumetrikoa aldiz,

$$\dot{Q} = \pi \left(\frac{n}{3n+1}\right) \left(\frac{\Delta P}{2LK}\right)^{1/n} R^{\frac{3n+1}{n}} \qquad \text{(A.5)}$$

Batazbesteko abiadura:

$$\bar{u} = \left(\frac{n}{3n+1}\right) \left(\frac{\Delta P}{2LK}\right)^{1/n} R^{\frac{n+1}{n}} \qquad \text{(A.6)}$$

Tutueria leunetan zehar garraiatzen diren jariakinentzako u/u_{max} arteko erlazioa Reynolds orokortuaren eta n portaera indizearen araberakoa da, 3. Irudian erakusten den bezala.



A.3. irudia. u/u_{max} erlazioa: Potentzia legea.

A.3. f faktorearen kalkulua erregimen laminar eta zurrunbilotsuan

Fanning-en marruskadura koefizientea, f, lege potentzia jarraitzen duten jariakinentzako emari laminarrean:

$$f = \frac{16}{Re_G} \qquad \text{(A.7)}$$

Erregimen zurrunbilotsuan f balioa grafikoki kalkulatu daiteke: Dodge eta Metzner-en diagrama (4. Irudia).

A.4. irudia. Dodge eta Metzner-en diagrama: Potentzia-legea.

(Ibarz et al. (2005), liburutik. 8.13 irudia)

B) BINGHAM PLASTIKOAK

B.1. Reynolds zenbakiaren definizioa: fluxu laminarra eta zurrunbilotsua

Bingham plastikoentzako Reynols zenbakia jariakin newtoniarren antzera definitzen da, non kasu honetan, μ jariakinaren biskositate plastikoa den:

$$Re_B = \frac{uD\rho}{\mu} \qquad \text{(B.1)}$$

Erregimen laminarra ala zurrunbilotsua den jakiteko, Reynolds kritikoa ondoko eran kalkulatzen da:

$$Re_{B)kritikoa} = \frac{He}{8\,m_c}\left(1 - \frac{4m_c}{3} + \frac{m_c^4}{r}\right) \qquad \text{(B.2)}$$

Bingham plastikoentzako beharrezkoa egiten da m parametro bat definitzea. Parametro honek jariotze-eremua (σ_0) eta paretako esfortzuaren (σ_W) arteko erlazioa adierazten du:

$$m = \frac{\sigma_0}{\sigma_w} \qquad \text{(B.3)}$$

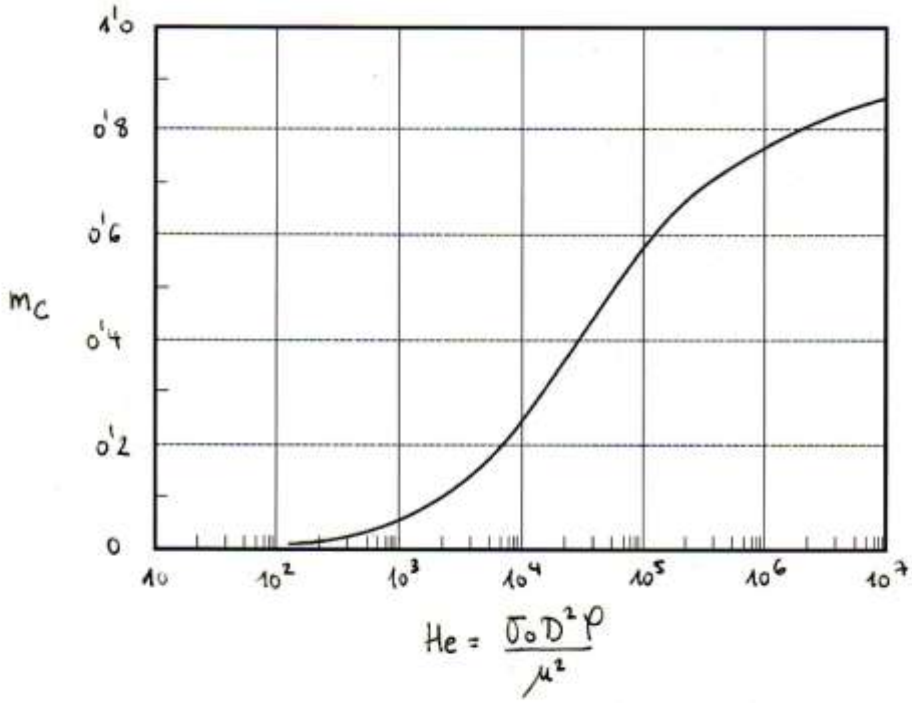
m_c m-ren balio kritikoa da eta ondoko ekuazioaren bitartez kalkulatzen da:

$$\frac{m_c}{(1-m_c)^3} = \frac{He}{16800} \qquad \text{(B.4)}$$

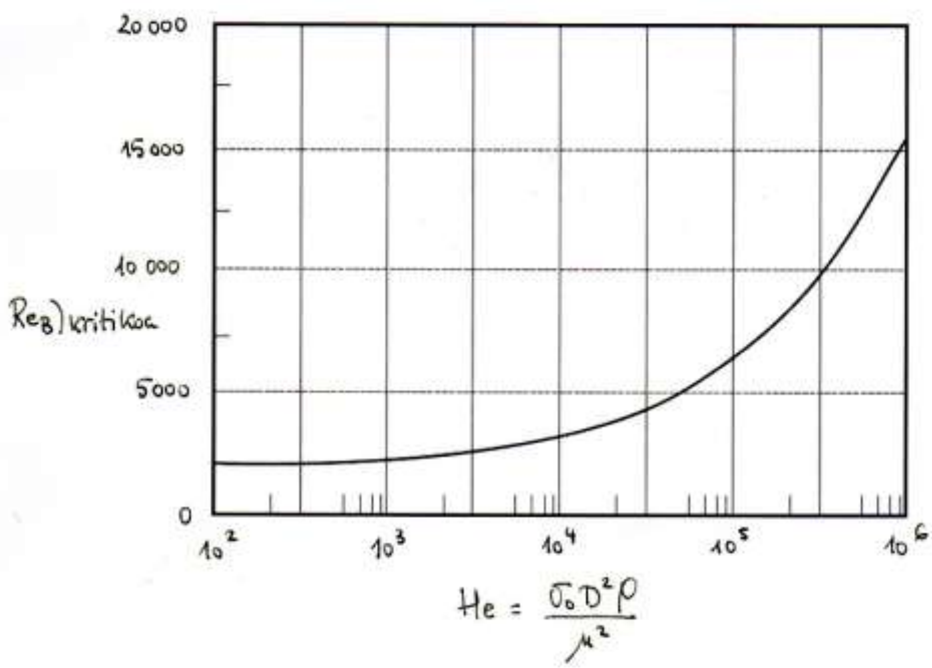
He Hedstrom zenbakia da eta ondoko eran kalkulatzen da:

$$He = \frac{\sigma_0 D^2 \rho}{\mu^2} \qquad \text{(B.5)}$$

m_c balio kritikoaren bilakaera He zenbakiarekiko B.1 irudian aurkezten da. Bestetik, Reynolds kritikoaren bilakaera He zenbakiarekiko B.2 irudian aurkezten da. Aipatzekoa da jariakin mota hauetan oso zaila dela erregimen zurrunbilotsuan lan egitea.



B.1. irudia. Bingham plastikoak: m_c balioaren bilakaera Hedstrom zenbakiarekiko.

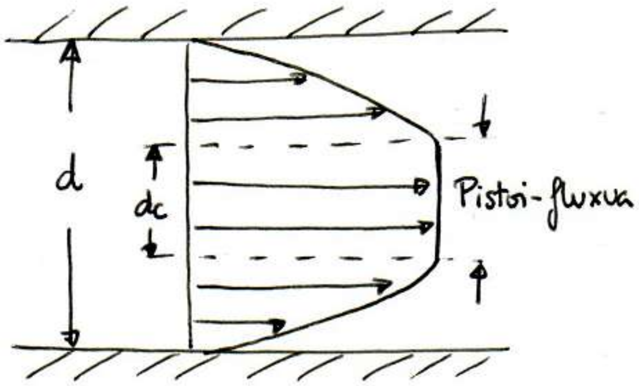


B.2. irudia. Bingham plastikoak: Reynolds kritikoaren bilakera Hedstrom zenbakiarekiko.

B.2. Abiadura profila, emari bolumetrikoa eta batazbesteko abiadura eta abiadura maximoaren kalkulua

Jariakin-mota hauetan erdiko gune bat sortzen da non abiadura maximoa den eta abiadura profila zuzena den. Gune honetan r0-ren balioa ondoko eran kalkulatzen da:

$$r_0 = \frac{2\sigma_0 L}{\Delta P} \qquad \text{(B.6)}$$



B.3. irudia. Bingham plastikoen abiadura profila erregimen laminarrean.

Abiadura profilaren kalkulua:

$$u = \frac{1}{\mu}\left[\frac{\Delta P}{4L}(R^2 - r^2) - \sigma_0(R - r)\right] \qquad \text{(B.7)}$$

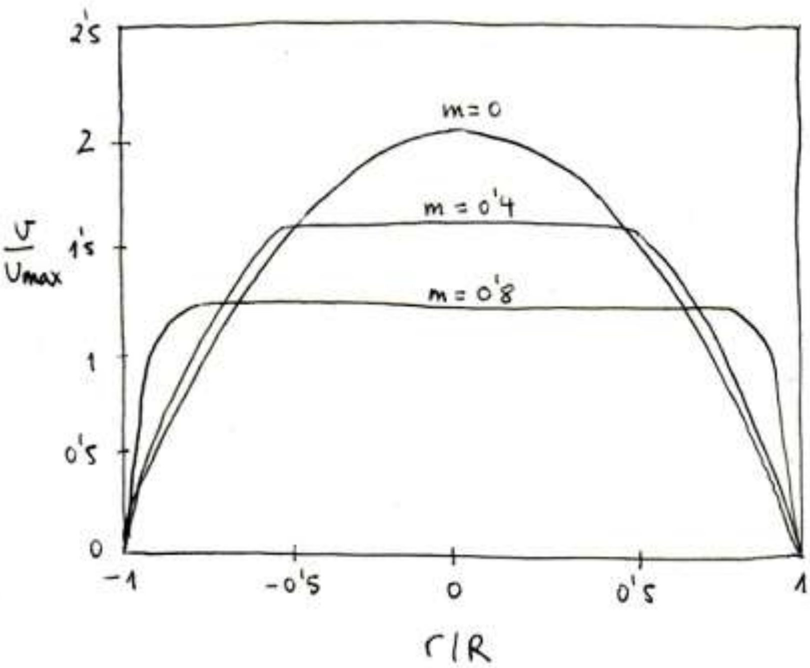
Emari bolumetrikoaren kalkulua (Buckingham-en ekuazioa):

$$Q = \frac{\pi R^3}{4}\frac{\sigma_w}{\mu}\left(1 - \frac{4}{3}m + \frac{1}{3}m^4\right) \qquad \text{(B.8)}$$

Batazbesteko abiadura:

$$\bar{u} = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} \qquad \text{(B.9)}$$

B.4 irudian $u/u_{batazb.}$ Irudikatzen da erradioaren posizio desberdinetarako.



B.4. irudia. Bingham plastikoak: abiadura profila m parametroaren arabera..

B.3. f faktorearen kalkulua erregimen laminar eta zurrunbilotsuan

Erregimen laminarrean f faktorea Reynolds (Re_B) eta Hedstrom zenbakien menpekoa da eta ondoko ekuazioaren bitartez kalkulatu daiteke:

$$\frac{1}{Re_B} = \frac{f}{16} - \frac{He}{6(Re_B)^2} + \frac{(He)^4}{3f(Re_B)^8} \qquad \text{(B.10)}$$

Erregimen zurrunbilotsurako Hedstrom-en diagrama (B.5 irudia) erabili dezakegu f kalkulatzeko. Plastizitate modulua (Pl) definitu beharra daukagu, Re eta He zenbakiez gain.

$$Pl = \frac{\sigma_0 D}{u\mu} \qquad \text{(B.11)}$$

B.5. irudia. Hedstrom-en diagrama: Bingham plastikoak

(Ibarz et al. (2005), liburutik. 8.16 irudia)

C) HERSCHEL-BULKLEY JARIAKINAK

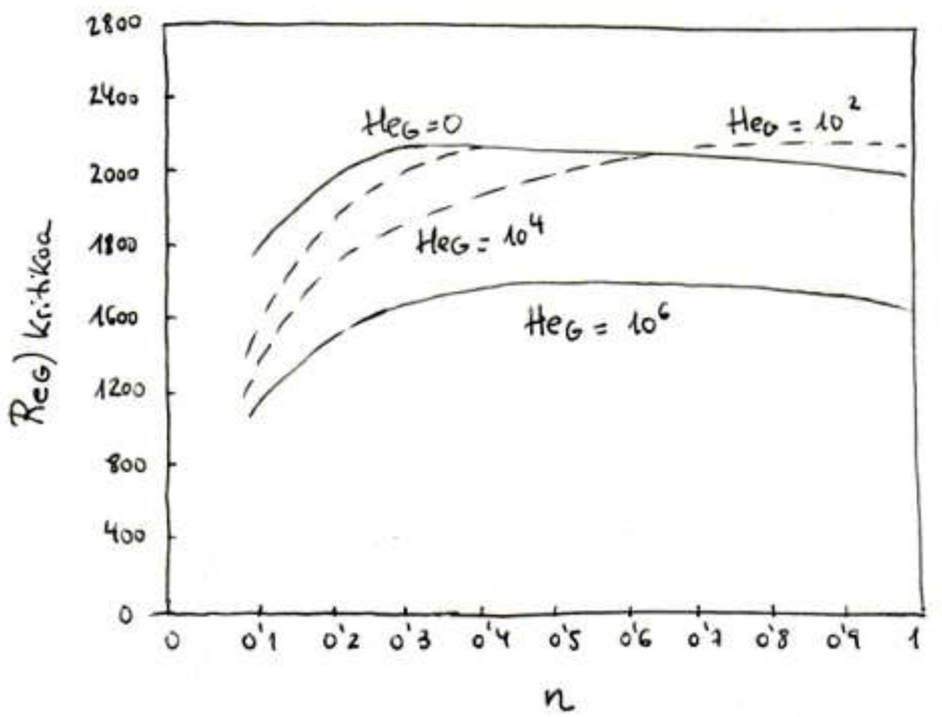
C.1. Reynolds zenbakiaren definizioa: fluxu laminarra eta zurrunbilotsua

Herschel-Bulkley jariakinentzako Reynolds orokortua potentzia legea jarraitzen duten jariakinen antzera definitzen da:

$$Re_G = \frac{D^n u^{2-n} \rho}{K 8^{n-1}} \left(\frac{4n}{3n+1}\right)^n \quad \text{(C.1)}$$

Reynolds kritikoaren balioa kalkulatzeko C.1 irudia erabili dezakegu, non Hedstrom zenbakia ondoko eran kalkulatu behar den:

$$He = \frac{D^2 \rho}{K} \left(\frac{\sigma_0}{K}\right)^{\left(\frac{2}{n}-1\right)} \quad \text{(C.2)}$$



C.1. irudia. Herschel-Bulkley jariakinak: Reynolds kritikoaren kalkulua

C.2. Abiadura profila, emari bolumetrikoa eta batazbesteko abiadura eta abiadura maximoaren kalkulua

Abiadura profila ondoko eran definitzen da:

$$u = \frac{2L}{\Delta P(b+1)K^b}\left[(\sigma_w - \sigma_0)^{b+1} - \left(\frac{r\Delta P}{2L} - \sigma_0\right)^{b+1}\right] \qquad \text{(C.3)}$$

non b=1/n den.

Emari bolumetrikoa:

$$Q = \pi R^3 \frac{(\sigma_w-\sigma_0)^{m+1}}{\sigma_w^3 K^m}\left[\frac{(\sigma_w-\sigma_0)^2}{m+3} + \frac{2\sigma_0(\sigma_w-\sigma_0)^2}{m+2} + \frac{\sigma_0^2}{m+1}\right] \qquad \text{(C.4)}$$

C.3. f faktorearen kalkulua erregimen laminar eta zurrunbilotsuan

Erregimen laminarrean f faktorea ondoko eran definitzen da:

$$f = \frac{16}{\psi Re_G} \qquad \text{(C.5)}$$

non ψ:

$$\psi = (3n+1)^n(1-m)^{1+n}\left[\frac{(1-m)^2}{3n+1} + \frac{2m(1-m)}{2n+1} + \frac{m^2}{n+1}\right]^n \qquad \text{(C.6)}$$

Erregimen zurrunbilotsurako n=0,2 eta n=0,5 deneko kasurako C.2 eta C.3 irudiak erabili ditzakegu f kalkulatzeko.

C.2. irudia. Herschel-Bulkley: f-ren kalkulua (n=0.2)

(Ibarz et al. (2005), liburutik. 8.4 irudia)

C.2. irudia. Herschel-Bulkley: f-ren kalkulua (n=0.2)

(Ibarz et al. (2005), liburutik. 8.5 irudia)

Gehiago sakontzeko...

Ibarz, A., Barbosa-Cánovas, G.V. (2005). *Operaciones unitarias en la Ingeniería de alimentos.* 8. Kapitulua: Transporte de fluidos por tuberías.