ALGORITMOEN DISEINUA

G7: BACKTRACK: Atzera jotze inteligentea

1) *L* balioa ematen digute bai eta $M=\{z_1, z_2,\ldots,z_n\}$ zenbakizko multzoa ere. Backtrack teknika erabiliz, *M*-ko zenbat azpimultzo dago osagaien batura zehazki *L* dena?

   Zuhaitza irudikatuz hasi, adarketa identifikatu, behar diren aldagaiak identifikatu, soluzio partziala soluzioa noiz den (hostoa) identifikatu, kima posibleak aztertu eta euren eragina eta azkenik algoritmoa idatzi.

2) *Irakasleen kontratazioa.* Ikastegi batek *IK* ordu irakasteko irakasleria kontratu behar du. Horretarako, *N* klase desberdinetako kontratuak egin ditzake: *i* klaseko irakasleak O_i ordu-blokea irakats dezake gehienez eta bloke osoagatik beti P_i euro ordainduko litzaizkioke (hots, kontratatuko O_i ordu guztiak ez irakastea onartzen da). Baina, ikastegiak ez ditu *M* euro baino gehiago ordaindu nahi.

   Backtack teknika erabiliz diseina ezazu algoritmo bat, irakasleen kontratazioaren problemak soluzioa duen mugatzeko, eta soluzioa balu, problema ebazten duten kontratuen bilduma emango lukeena. Saiakeren zuhaitza irudikatu azalpenak emanez (adarketa, kimak, parametrizazioa, soluzioaren itxura,…)

3) *Z* zenbaki bat emanik, kopuru hori batzen duten eta goranzko ordenan dauden osoko positibo zenbakizko zerrenda guztiak kalkulatzen dituen backtrack algoritmoa egizu. Adibidez, *Z=6* balitz, algoritmoaren irteerak *[1,2,3], [1,5], [2,4]* eta *[6]* zerrendak eman beharko lituzke.

4) R zenbakien karratuen baturaz X zenbakia lor litekeen ala ez mugatzen duen algoritmoa egizu.

5) *Alpedrete* zinema aretoan hainbat pelikula proiektatu nahi dira. Emanaldi bakoitzaren hasiera ordua eta amaiera ordua ezaguna izanik, hauexek dira jaso diren emaldi eskaerak: [1,2), [3,6), [4,5), [7,10), [9,11), [11,20), [12,16), eta [15,17). Eskolan ikusitako hautaketa prozedura erabiliz, proiektatuko liratekeen pelikulak zehazta ditzazun eskatzen zaizu.

6) 8x8ko xake taula batean elkar-eraso gabe 8 erregina kokatzeko posizio-konbinazio bat edo denak mugatu.

7) *Erregearen problema*. Problema honakoa da: xake taulako *(i,j)* gelaxkan errege bat kokatu da, kalkula ezazu –existitzen badu- errege-mugimenduen sekuentzia bat non *(i,j)* gelaxka abiapuntutik hasita taulako gelaxka guztiak bakarrik behin zeharkatzen dituen. Erregearen problema backtrack teknika erabiliz gara ezazu. Algoritmoaren analisia egizu. Iruzkina: xakeko erregea horizontalki, bertikalki nahiz diagonalean baina alboan dagoen gelaxkara soilik mugi liteke.

8) *Xake-zaldia*. Zaldia *NxN* gelaxka dituen xake moduko taula bateko (x,y) gelaxkaren batean dago kokatua. N^2-1 zaldi-mugimenduetan taulako gelaxka guztiak behin soilik bisita litezkeen erabaki behar duen algoritmoa egizu backtrack teknika erabiliz.

Koordenatuen kalkuluak eta idazkera laburtzeko, ondoren azaltzen zaizun funtzioa erabil dezakezu. M zenbakiak zaldiak egin ditzakeen 8 mugimenduen arteko bat adierazten du. Iparretik hasi eta ordu-orratzen zentzua jarraituz, 1..8 zenbakitzen ditugu. Honela *(i,j)* koordenatuan balego zaldia, m aukera egingo balitz, jomuga gelaxkaren koordenatuak *f(i,j,m)* espresioak emango luke.

a) Backtrack algoritmoaren estrategia ulergarria gerta dakizun, saiakeren zuhaitza irudikatu eta azaldu.

b) Saiakeren zuhaitzean deskribatutako estrategia inplementatzen duen backtrack algoritmoa idatz ezazu.

9) *Bikoteen agentzia*. Bikoteen agentzia batean n gizonezkoen eta n emakumezkoen preferentzien *G(1..n,1..n)* eta *E(1..n,1..n)* informazio taulak dituzte, hurrenez hurren. i emakumezko bakoitzeko, *E(i,j)* balioak, *i* emakumezkoak *j* gizonezkoagatik duen preferentzi gradua adierazten du. Paretsu, *x* gizonezko bakoitzeko, *G(x,y)* balioak *x* gizonezkoak *y* emakumezkoagatik duen preferentzi gradua adierazten du.

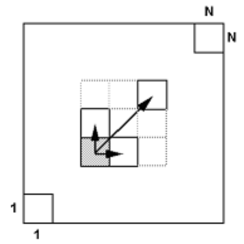
Gizon-emakumezko parekatze bijektibo bat proposatuko dion backtrack algoritmo bat egizu bikoteen agentziarentzat, bikoteetako preferentzien biderketen batura minimizatuko duena.

10) *N* objektuk p_1, p_2, ..., *pn* pisuak eta b_1, b_2, ..., *bn* balioak erlazionaturik dituzte hurrenez hurren. Bestalde, *E* edukiera duen motxila bat ere badugu. Helburua, motxilaren edukiera gaindituko ez duten objektuen azpimultzo bat bilatzea da haien balioen batura maximizatuz bai eta motxilaren etekin zehatza ere azpimultzo horrentzat. Backtracking eskema erabiltzen duen soluzioa ematea eskatzen da.

11) *E* edukiera duen motxila eta *N objektu klase* eskuragarri ditugu, klase bakoitzeko behar adina objektu edukiz. Bestalde, i klaseko ($1 \leq i \leq N$) objektuaren balioa eta pisua dakizkigu, b_i eta p_i izanik. Motxilaren edukiera gainditu gabe, objektuak sartuz, motxilaren irabazia maximizatzen duten objektuen azpimultzoa mugatu nahi da bai eta motxilaren etekin zehatza ere azpimultzo horrentzat.

Zertan eragingo luke esango baligute *i* klase bakoitzeko m*i* objektu ditugula?

12) (X_j,Y_j) jatorri puntutik (X_n,Y_n) helmuga puntura zenbat bide posible existitzen den mugatzen duen algoritmo bat idatzi bedi. Puntuen koordenatuak zenbaki arruntak direla suposatu. Bestalde, (X,Y) puntu batetik beste puntu batera joateko eman daitezkeen pausoak $(X+1,Y)$ eta $(X,Y+1)$ bakarrik izango dira. Algoritmoaren exekuzio-denbora aztertu.



13) Midas irakaslea bere autoa Irunetik Tarifara ari da gidatzen X errepidetik. Bere gasolio gordetegia beterik dagoela abiatzen bada, Midas-ek *N* kilometro gida ditzake. Bestalde bere errepide mapa eguneratuan zerbitzuguneak markaturik datoz, eta bere bideko zerbitzuguneen arteko distantzia ere azaltzen du kilometrotan. Irakasleak ahalik eta geldiune kopuru txikiena egin nahi duela eta, Midas irakasleak zein zerbitzugunetan gelditu beharko lukeen adieraziko duen algoritmo eraginkor bat idaztea eskatzen da. Erabilitako estrategiak beti soluzio onena emango duela froga bedi.

14) Demagun $N+1$ zenbaki osoko positibo ditugula, w_i $(1\leq i\leq N)$ eta K.

a) Optimizazio problema: $w_1,...,w_n$ osokoen azpimultzo desberdin guztien artetik zein azpimultzo da objektuen batura K-tik hurbilen egonik K kopurua gainditzen ez duena?

b) Erabaki problema: existitzen du w1,...,wn objektuen azpimultzorik balioen batura zehazki K dena? Azpimultzoak existitzen badu, gainera, itzuli azpimultzoa ere.

15) Demagun 1 bolumeneko edukiera duten nahi adina saski (bagoi) dugula eta $b_1,b_2,...,b_N$ bolumena duten N objektu ditugula, non $\forall i(1\leq i\leq N \leftarrow 0<b_i\leq 1)$ diren.

a) Optimizazio problema: Objektu guztiak paketatzeko behar diren saski kopuru txikiena zein den mugatu.

b) Erabaki problema: Sarrerako datuez gain, gainera *K* osokoa emanik, objektu guztiak *K* saskitan paketa litezke?

16) Hamilton zirkuitua/zikloa. Hamilton zikloa grafo zuzendu/ez-zuzendu batean grafoko erpin bakoitza zehazki behin zeharkatzen duen ibilbide/zikloa da.

a) Erabaki problema: Sarrerako grafoak Hamilton ziklorik du?

17) Saltzailearen problema (Traveling salesperson/Minimun tour). Grafo pisuduna sarrerako datua da.

a) Optimizazio problema: Pisu minimoa duen Hamilton zirkuitua mugatu. Saltzailearen problema izenez ezaguna da enuntziatu hau. Saltzaileak eskualde bat bisitatzen duenean orotara egin beharreko distantzia minimizatu nahi baitu. Beste aplikazio praktikoak dira: kamioien bideratzeak zaborrak biltzeko eta paketeen banaketak.

b) Erabaki problema: Grafoaz gain *K* osokoa dugu. Hamilton zirkuiturik badago gehienez orora *K* pisua duena?

18) Demagun *G* grafoa dugula bai eta M osoko positiboa ere. Jakinik gehienez M margo kolore erabil ditzakegula eta jakinik auzokide erpinak kolore desberdinez margotuta egon behar dutela, *G*-ko erpinak margo ote ditzakegun erabaki nahi dugu. Adibidea: Grafoa Koloratzearen aplikazio praktiko bat: Demagun unibertsitate batetako azken azterketak aste betean egiten direla eguneko hiru azterketa desberdin antolatuz eta guztira 15 denbora gelaxka betez. Ikasturte batzuetako azterketak, adibidez, Fisika I eta Kalkulua I, ordu desberdinetan antolatu behar dira irakasgai bietan dauden ikasle asko baitago. Izan bedi V irakasgaien multzoa eta izan bedi E ordutegi desberdinetan ospatu behar diren irakasgai pareen multzoa. Hau dena jakinik, 15 denbora gelaxkatan azterketa guztiak antola litezke arazorik gabe, baldin eta soilik baldin $G=(V, E)$ grafoa 15 koloretan margotu baliteke.

19) *Atazen banaketa agente artean.* Demagun N agente ditugula eta N ataza. i agenteari $(1\leq i\leq N)$ j ataza $(1\leq j\leq N)$ esleitzen badiogu, honen egiteak K_{ij} kostua du. Kostu guztiak K matrizean ditugu. Helburua, agente bakoitzari ataza desberdin bat esleitzea da ataza guztiak burutu daitezen, baino atazen burutzearen kostu guztien batura minimoa eginik.

20) Ataza banaketa zigorrekin (penalizazioak). Demagun N ataza egikaritu behar direla sekuentzialki: hots, une bakoitzean A_i ataza bakar bat egikari liteke. Bestalde, A_i ataza bakoitzeko ematen digute ($1\leq i\leq N$):

a) *ti* denbora: A_i atazaren exekuzioak behar duen denbora.

b) *bi* denbora: A_i ataza beranduen egikaritzen has litekeen denbora zigorrik gabe.Denbora hau lehenengo ataza exekutatzen hasten den denboratik neurtu da.

c) *pi* kostua: A_i ataza *bi* denbora baino beranduago egikaritzen hasteagatik jasan beharreko zigorra.

Denbora eta zigor balio guztiak osoko positiboak direla suposatuko dugu. Atazen banaketa denboran zehar π permutazio bat da $\{1, 2, 3, ..., N\}$ osagaiena, non $A_{\pi(1)}$ lehenen exekutatzen den ataza adierazten duen, $A_{\pi(2)}$ ondoren egikaritzen dena eta abar.

Atazen banaketa konkretu batek orotara lukeen zigorra ondorengo ekuazioak jasotzen du:

$$Z_{\pi} = \sum_{A=1}^{N} \left[if\left(t_{\pi(1)} + \ \ldots + t_{\pi(A)}\right) > b_{\pi(A)} then\ Z_{\pi(A)}\ else\ 0 \right]$$

d) Optimizazio problema: Kalkulatu zein den zigor minimoa ekoizten duen atazen banaketa bai eta banaketa horri legokiokeen zigorra guztira.

e) Erabaki problema: Sarrerako datuez gain, *K* osoko positiboa emanik, existitzen du atazen banaketarik $Z_{\pi} \leq K$ duena?

21) Akademia Antolakuntzarako Dekanorde batek irakasgaien azterketak egingarriak diren egunetan antolatu nahi ditu. Kanpoko zenbait faktorek (ikastaroak, ikastegi kanpoko gelak, etab.) egunero erabilgarri dauden eserlekuak konstantea ez izatea dakarte.

Egunetan zehar azterketa guztien antolaketen aukera guztiak ekoizten dituen algoritmo bat diseina diezaiogula eskatu digu Dekanordeak, aukera desberdinak ikasleekin eztabaidatzeko asmoz.

Irakasgai bakoitzak behar dituen eserleku kopurua ezaguna da. Azterketa guztien iraupena 2 ordukoa da eta egunean zehar 8 ordu ditugu azterketak egiteko. Bestalde, 15 egunetan burutu behar diren azterketak 50 dira.

Gainera, Matrikulan izeneko matrize bat daukagu, non irak irakasgaian ikas ikaslea matrikulaturik dagoenen true jasoa duen, *Matrikulan(irak,ikas)=true*, eta *false* bestela.

Esleipena onargarria izan dadin, irakasgai bakoitzaren azterketak behar dituen eserleku adina eserleku erabilgarri egotea derrigorrezkoa da eta elkar bateraezinak diren irakasgaien azterketak ezingo dira egun berean ospatu (hau da, egun berean ikasle batek bi azterketa izatea onartezina da).

22) Moldeagarri diren *n* objektuen bilduma dugu, bakoitzaren v_i bolumena ezaguna delarik, *i=1,...,n*. Objektu hauek *E* edukiera duten ontzietan paketatu behar dira. Jakinik objektuak ezin direla zatikatu, paketatze optimoa kalkulatuko duen algoritmoa egin ezazu, hots, erabilitako ontzi kopurua minimizatzen duena.

23) Fanfanisflaneko errepublikan puntako teknologia duten n faktori zabaldu berri dira, eta haien instalazio informatikoak eta haiek zuzenduko dituzten pertsonala behar da. Gobernu Gorenak *n* makinak esleitu ditu eta titulatu berri diren beste hainbeste teknikari, fabriken artean antolatu behar direnak. Makina guztiak ez dira egokiak fabrika guztietan, eta hori jasotzeko *egokiaDa?(m,f)* funtzio boolearra daukagu, *m* makina *f* fabrikan egokia den ala ez jasotzen duena. Era berean, teknikari guztiek ez dituzte makina guztiak ezagutzen, ondorioz, *ezagutzenDu?(t,m)* funtzio boolearrak *t* teknikariak *m* makina jasotzen duen ala ez jakinarazteko erabil ahal izango dugu. Azkenik, edozein teknikarik ez du edozein fabrikan lan egin nahi, zenbait fabrika armen industriarekin erlazionatuta baitaude, horretarako *onartukoLuke?(t,f)* funtzioa erabili ahal izango dugu,

non *t* teknikaria *f* fabrikan lan egiteko prest legokeen ala ez jasotzen duena. Helburua, esleipen onargarri bat kalkulatzea da, balego, non fabrika bakoitzari euren eginkizunetarako egokia den makina bat esleitzen dion bai eta teknikari bat ere, makina hori ezagutzen duena eta fabrika horretan lan egiteko prest legokeena.

24) *N* langile eta *N* ataza ditugu. I langilearen kualifikazioa J ataza egiteko *Kualif(i,j)*>0 da. Ondorengoak kontuan edukiz:

a) X_{ij} aldagaiak 0 balio du I langileari ez bazaio J ataza esleitzen; eta 1 bestela.

b) *J* atazarentzat $X_{1j}+\ldots+X_{nj}=1$ betetzen da; ondorioz, ataza bakoitza langile batek egingo du.

c) *I* langilearentzat $X_{i1}+\ldots+X_{in}=1$ betetzen da; ondorioz, langile bakoitzak ataza bat egingo du.

Helburua, langileen bidezko atazen burutzeak kualifikazio maximoz egitea da, hau da, maximizatzea $\Sigma i\ \Sigma j\ Kualif(i,j)\ X_{ij}$ backtrak teknika erabiliz.