

---

**LAUGARREN TESTA**

---

1.- Izan bedi  $V$   $n$  dimentsioko  $K$ -espazio bektoriala eta  $U$  azpiespazioa non  $\beta_U = \{u_1, \dots, u_r\}$   $U$ -ren oinarri bat den. Orduan existitzen dira  $\{v_1, \dots, v_{n-r}\} \subseteq V - U$  non  $\{v_1, \dots, v_{n-r}\} \cup U$   $V$ -ren oinarri bat den.

Erantzuna :     Egia  
                   Gezurra

2.- Izan bitez  $A, B \in M_n(K)$  non  $\det(AB) = 0$  den. Orduan  $A$  ez da alderanzgarria.

Erantzuna :     Egia  
                   Gezurra

3.- Izan bedi  $A \in M_n(K)$ . Demagun  $AX = 0$  ekuazio linealetako sistema homogeneoa bateragarri determinatua dela. Orduan  $AX = B$  sistema bateragarria determinatua da.

Erantzuna :     Egia  
                   Gezurra

4.- Izan bitez  $\beta_{\mathbb{R}^3} = \{(0, 1, 2), (0, 1, -1), (1, 0, 0)\}$  eta  $\beta'_{\mathbb{R}^3} = \{(0, 1, -1), (2, 0, 0), (0, 1/2, 1)\}$   $\mathbb{R}^3$ -ren oinarria. Orduan oinarri aldaketaren matrizea,  $\beta_{\mathbb{R}^3}$ tik  $\beta'_{\mathbb{R}^3}$ ra,  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$  da.

Erantzuna :     Egia  
                   Gezurra

5.-  $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$  aplikazioa non  $f(x) = |x| + 1$  den, injektiboa eta suprajektiboa da.

Erantzuna :  Egia  
 Gezurra

6.- Eraiki daiteke  $\mathbb{R}^2$ tik  $\mathbb{R}^3$ rako aplikazio lineal bat non  $f(1, 2) = (2, 4, 2)$  eta  $f(2, 2) = (4, 4, 4)$  diren.

Erantzuna :  Egia  
 Gezurra

7.- Existitzen dira  $A, B \in M_n(K)$  non  $rg(A) = rg(B) = n$  eta  $det(AB) = 0$  betetzen diren.

Erantzuna :  Egia  
 Gezurra

8.- Izan bitez  $V$  eta  $W$   $K$ -espazio bektorialak dimentsioak  $n$  eta  $m$  izanik hurrenez-hurren,  $n > m$  betetzen delarik eta  $f : V \rightarrow W$  aplikazio lineal bat. Demagun existitzen dela  $\{v_1, \dots, v_m\} \subseteq V$  sistema askea non  $\{f(v_1, \dots, v_n)\}$  ere askea den.  $\beta = \{v_1, \dots, v_m, v_{m+1}, \dots, v_n\}$   $V$ -ren oinarria bada orduan  $\{v_{m+1}, \dots, v_n\}$   $Ker f$ -ren oinarria da.

Erantzuna :  Egia  
 Gezurra

9.- Izan bitez  $V$  eta  $W$   $K$ -espazio bektorialak dimentsioak  $n$  eta  $m$  izanik hurrenez-hurren,  $n > m$  betetzen delarik, eta  $f : V \rightarrow W$  aplikazio lineal eta suprajektiboa. Orduan  $A$   $f$ -ri elkartutako matrize bat bada hurrengo baldintzak betetzen dira:

(i).-  $A$ -ren zutabeek  $m$  dimentsioko espazio bektoriala sortzen dute.

(ii).-  $A$ -ren  $m + 1$  herrenkadak linealki independenteak dira.

Erantzuna :  Egia  
 Gezurra

3

10.- Izan bitez  $V$  eta  $W$   $K$ -espazio bektorialak dimentsioak  $n$  eta  $m$  izanik hurrenez-hurren,  $n > m$  betetzen delarik, eta  $f : V \rightarrow W$  aplikazio lineala. Orduan, existitzen bada  $\{v_1, \dots, v_m\} \subseteq V$  sistema aske bat non  $\{f(v_1), \dots, f(v_n)\}$  ere askea den,  $f$  suprajektiboa da baina ez da injektiboa.

- Erantzuna :
- Egia
  - Gezurra