[1]

ARIKETAK

1.-Aztertu ondorengo K^3-ko endomorfismoa K gainean diagonalgarriak direnentz, K gorputza $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ izanik,

$$f(x,y,z) = (x+3y+6z, -3x-5y-6z, 3x+3y+4z), \forall(x,y,z) \in K^3.$$

Diagonalgarria denean, aurkitu K^3-ren oinarri bat non elkartutako matrizea diagonala den.

2.- Aztertu $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}$ $\mathbb{R}$ gainean diagonalgarriak denentz. Ahal denean, aurkitu forma diagonala,D, eta eman $P \in GL(n,\mathbb{R})$ non $P^{-1}AP = D$ den eta kalkulatu matrizearen $n$garren berredura edozein $n \in \mathbb{N}$.

3.- Izan bedi $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ endomorfismoa non $f(x,y,z) = (3x-y+z, -2x+4y-2z, -2x+2y)$.

- (i) Aurkitu, posible bada, $\mathbb{R}^3$-ren oinarri bat non f-ri elkartutako matrizea diagonala den.
- (ii) Aztertu ondorengo matrizeak f-ri elkartutakoak direnetz eta, elkartutakoa denean, eman oinarri bat non f-ri elkartutako matrizea hori den: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & -4 & 6 \end{pmatrix}$.

4.- Erabaki ondorengo bikotea antzeko den ala ez,

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \text{ eta } B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -5 \\ -2 & 4 & -5 \\ (-5/3) & 5/3 & -3 \end{pmatrix}.$$

[1]OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia

[2]

PROBLEMAK

1.- Izan bedi $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & b & 0 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $a, b \in \mathbb{R}$ izanik. Aztertu ondorengo puntuak:

- (i) Ze baldintzat bete behar dituzte a eta b matrizea diagonalgarria izan dadin?
- (ii) Diagonalgarria denean, eman bere forma diagonala D eta aldaketa matrizea P. Lortu matrizea, D eta P-ren arteko erlazioa.

2.- Izan bedi V $\mathbb{R}$ espazio bektoriala eta $f \in End(V)$ non $f^2 = 1_V$ den.

- (i) Froga ezazu f-ren balio propio posible bakarrak 1 eta -1 direla.
- (ii) Froga ezazu f diagonalgarria dela.(Argibidea: Froga ezazu $V = V(1) \oplus V(-1)$ dela.)
- (iii) $A \in Mat_{n\times n}(\mathbb{R})$ bada, ondorioztatu $A^2 = I_n$ dela b.s.b. A matrize diagonal baten antzekoa bada, diagonaleko elementuak 1 edo/eta -1 izanik.
- (iv) Izan bedi $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$. Lortu P aldenraznkarria non $P^{-1}AP$ diagonala den, diagonaleko elementuak 1 edo/eta -1 izanik.

3.- Izan bedi $f \in End(V)$ non bere polinomio karakteristikoaren erroak K gainean dauden. Froga ezazu f diagonalgarria dela b.s.b azpiespazio f-aldagaitz bakoitza osagarri f-aldagaitza badu.

[2]OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia