6. Gaia 6

Sarrera

[1]

1.- **ENDOMORFISMOEN KASUA**

Izan bedi V dimentsio finituko K-espazio bektoriala. f V gaineko endomorfismoa bada hurrengo galdera planteiatzen dugu: Existitzen al da β V-ren oinarri bat non:

$$M_{\beta}^{\beta}(f) = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix}?$$

Hau da matrize elkartua diagonala den. Zergatik? Matrize diagonalak dira matrize guztien artean errezenak maneiatzen.

Ohartu aurreko gaian ikusi duzuela $f : V \to V$ aplikazio lineala bada existitzen direla bi oinarriak β eta β' non:

$$M_{\beta}^{\beta'}(f) = \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Lortutako matrizea diagonala da baina gai honetan eskatzen dugu gainera eremuko eta helburu-multzoko oinaria berbera izatea eta hau aurreko teoremak ez digu zihurtatzen.

2.- **MATRIZE KARRATUEN KASUA**

Galdera baliokidea planteiatu ahal dugu matrizeen kasuan ere. Izan bedi $A \in M_n(K)$ matrize karratua. Existitzen al da P matrize alderanzgarria non $P^{-1}AP =$ matrize diagonala den?

[1]OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia

Demagun endomorfismoen kasuan galderaren erantzuna lortu dugula. Orduan matrizeen kasuan ere erantzuna lortuko genuke. Dakigunez, A matrizeari f endomorfismo bat elkartu ahal zaio. Aukeratzen dugu K^n eta β_k oinarri kanonikoa eta eskatzen dugu $M_{\beta_k}(f) = A$ izatea. Orduan existituko balitz β oinarri bat non $M_\beta(f) = D$ matrize diagonala den, A eta D endomorfismo berdinari elkartutako matrizeak izango ziren. Beraz existitzen da $P = M_\beta^{\beta_k}$ matrize alderanzgarria non $P^{-1}AP = D$ matrize diagonala den.

Sarrera honetan bi galdera planteiatu ditugun arren ikusi dugu azkenean galdera bakar batean bihurtzen dela:

Existitzen al da β V-ren oinarri bat non:

$$M_\beta^\beta(f) = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix}?$$

Oharra 6.0.1. *1.- Hemendik aurrera $M_\beta^\beta(f)$ idatzi beharrean $M_\beta(f)$ idatziko dugu.*

2.- $P^{-1}AP = D$ diagonala izatean betetzen duen P matrize alderanzgarriari **aldaketa matrizea** *deitzen zaio.*