5. Gaia 5

Determinantearen Garapena Herrenkada edo Zutabe Baten Elementuez

[1]

Definizioa 5.0.1. *Izan bedi $A \in M_n(IK)$ matrizea. a_{ij} elementuaren* **adjuntua**, *A_{ij} moduan adierazten duguna hurrengo balioa da:*

$$A_{ij} = (-1)^{i+j}\det\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1,j-1} & a_{1,j+1} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i-1,1} & \cdots & a_{i-1,j-1} & a_{i-1,j+1} & \cdots & a_{i-1,n} \\ a_{i+1,1} & \cdots & a_{i+1,j-1} & a_{i+1,j+1} & \cdots & a_{i+1,n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{n,j-1} & a_{n,j+1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

(Ohartu azkenengo determinantean agertzen den matrizea A matrizeari i. herrenkada eta j. zutabea kenduz lortzen dela, a_{ij} elementua aurkitzen deneko lerroa eta zutabea hain zuzen ere.)

Teorema 5.0.2. *(i)(Determinantearen garapena i. herrenkadado elementuak erabiliz)*

$$\det A = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \cdots + a_{in}A_{in}.$$

(ii)(Determinantearen garapena j. zutabeko elementuak erabiliz)

$$\det A = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj}.$$

[1]OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia

[2]

Adibidea. Aurreko teoremako garapenaren bitartez, hurrengo determinantearen balioa kalkulatu ahal dugu (era honetako determinante bati **Vandermonderen determinantea** esaten zaio):

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \cdots & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \cdots & x_n^{n-1} \end{pmatrix} = \prod_{i>j} (x_i - x_j)$$

(Argibidea: Determinante honetan $A_(i) \to A_(i) - x_1 A_(i-1), i = n, n-1, ..., 2$ aldaketak eginez n ordenako eta $n-1$ ordenako determinanteen arteko

erlazio bat lortzen da. Erlazio horretan oinarrituz eta n gaineko indukzioa erabiliz frogatzen da emandako formula.)

$\blacksquare$

[2]OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia