4. Gaia 4

Oinarrizko Aldaketak

[1]

Izan bedi $\{v_1, ..., v_n\}$ V espazioaren sistema sortzailea. Orduan hurrengo propietateak betetzen dira:

1.- $\{v_1, ..., v_n\}$ bektore sisteman v_i eta v_j bektoreak elkar trukatzen badira lortutako bektore sistema ere V-ren sistema sortzailea da.

2.- $\{v_1, ..., v_n\}$ bektore sisteman v_i bektorearen ordez bere multiplo ez nulu bat jartzen badugu, λv_i, $\lambda \neq 0$ izanik, lortutako bektore sistema ere V-ren sistema sortzailea da.

3.- $\{v_1, ..., v_n\}$ bektore sisteman v_i betkorearen ordez bektore hori gehi beste ezberdin baten multiploa jartzen badugu, $v_i + \lambda v_j$, lortutako bektore sistema ere V-ren sistema sortzailea da.

Aurreko hiru propietateak hurrengo egoeran aplikatuko ditugu. Izan bedi $A \in M_{m\times n}(IK)$ matrizea. $A_{(1)}, ..., A_{(m)}$ $\langle A_{(1)}, ..., A_{(m)}\rangle$ azpiespazioaren sistema sortzailea da eta $A^{(1)}, ..., A^{(n)}$ $\langle A^{(1)}, ..., A^{(n)}\rangle$ azpiespazioarena. Bi azpiespazio hauek dimentsio berdina dute eta hau A-ren heina da. Beraz, aurreko propietateen arabera:

(i) A matrizean bi lerro (zutabe) elkartrukatzen badira matrizearen heina ez da aldatzen.

(ii) A matrizean lerro (zutabe) baten ordez bere multiplo ez-nulu bat jartzen badugu matrizearen heina ez da aldatzen.

(iii) A matrizean lerro (zutabe) baten ordez lerro (zutabe) hori gehi beste ezberdin baten multiploa jartzen badugu matrizearen heina ez da aldatzen.

Aurreko (i), (ii) eta (iii) **oinarrizko aldaketak** edo transformazio elemen-

[1]OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia

[2]

talak deitzen dira.

Adibidea. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -5 \\ 7 & 8 & 3 \end{pmatrix}$ matrizearen heina kalkulatuko dugu aurreko aldaketak erabiliz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -5 \\ 7 & 8 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -5 & 1 & 2 \\ 3 & 8 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -5 & 1 & 2 \\ 3 & 8 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 8 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -9 \end{pmatrix}$$

Argi eta garbi, heinaren definizioa erabiliz, azken matrizearen heina 3 da beraz $\mathrm{rg}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -5 \\ 7 & 8 & 3 \end{pmatrix} = 3.$

$\blacksquare$

[2]OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia