3. Gaia 3

Aplikazio Lineal Bati Elkartutako Matrizeen Arteko Erlazioa

[1]

Izan bitez V (dim$V = n$) eta V' (dim $V' = m$) IK espazio bektorialak eta $f : V \to V'$ aplikazio lineala.

1.- $\beta_V = \{v_1, ..., v_n\}$ eta $\beta_{V'} = \{w_1, ..., w_m\}$ V eta V'en oinarriak badira hurrenez-hurren orduan:

$$f(v) = (w_1...w_m)M_{\beta_V}^{\beta_{V'}}(f)\begin{pmatrix}\lambda_1\\ \vdots\\ \lambda_n\end{pmatrix}.$$

2.- $\beta'_V = \{v'_1, ..., v'_n\}$ eta $\beta'_{V'} = \{w'_1, ..., w'_m\}$ V eta V'en oinarriak badira hurrenez-hurren orduan:

$$f(v) = (w'_1...w'_m)M_{\beta'_V}^{\beta'_{V'}}(f)\begin{pmatrix}\lambda'_1\\ \vdots\\ \lambda'_n\end{pmatrix}.$$

Ohartu hurrengo berdintzak betetzen direla:

(i) $(w'_1...w'_m)M_{\beta_{V'}}^{\beta'_{V'}} = (w_1...w_m)$.

(ii) $\begin{pmatrix}\lambda_1\\ \vdots\\ \lambda_n\end{pmatrix} = M_{\beta'_V}^{\beta_V}\begin{pmatrix}\lambda'_1\\ \vdots\\ \lambda'_n\end{pmatrix}.$

[1]OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia

[2]

Beraz 1.- formulan ordezkatuz:

$$f(v) = (w_1^{'} ... w_m^{'}) M_{\beta_{V'}}^{\beta'_{V'}} M_{\beta_V}^{\beta_{V'}}(f) M_{\beta'_V}^{\beta_V} \begin{pmatrix} \lambda'_1 \\ \vdots \\ \lambda'_n \end{pmatrix}.$$

Ondorioz elkartutako matrizea bakarra denez hurrengo erlazioa frogatu dugu:

$$M_{\beta_{V'}}^{\beta'_{V'}} M_{\beta_V}^{\beta_{V'}}(f) M_{\beta'_V}^{\beta_V} = M_{\beta'_V}^{\beta'_{V'}}(f).$$

Adibidea. Izan bedi $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ aplikazio lineala non $f(x, y, z) = (x-3y, x+z), \forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ den. Izan bitez β_1 eta β_2 $\mathbb{R}^3$ eta $\mathbb{R}^2$-ren oinarri kanonikoak hurrenez-hurren. Aurreko adibidiean ikusi bezala

$$M_{\beta_1}^{\beta_2}(f) = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Izan bitez $\beta'_1 = \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ eta $\beta'_2 = \{(1, 0), (1, 1)\}$ $\mathbb{R}^3$ eta $\mathbb{R}^2$-ren oinarriak hurrenez-hurren. Orduan:

$$M_{\beta'_1}^{\beta'_2}(f) = M_{\beta_2}^{\beta'_2} M_{\beta_1}^{\beta_2}(f) M_{\beta'_1}^{\beta_1}$$

Beraz:

$$M_{\beta'_1}^{\beta'_2}(f) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 & -4 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

■

[2]OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia