3. Gaia 3

Aplikazio Linealak

[1]

3.1 $L(V, V')$ Espazio Bektoriala

Definizioa 3.1.1. *Izan bitez V eta V' IK-espazio bektorialak. Definitzen dugu:*

$$L(V, V' = \{f : V :\to V' \quad | \quad f \text{ aplikazio lineala } \}$$

Teorema 3.1.2. *Izan bitez V eta V' IK-espazio bektorialak.*

1.- $f : V :\to V'$ eta $g : V :\to V'$ aplikazio linealak badira orduan $f + g : V :\to V'$, non $(f + g)(v) = f(v) + g(v), \forall v \in V$ den, ere aplikazio lineala da.

2.- $f : V :\to V'$ aplikazio lineala bada eta $\lambda \in IK$ orduan $\lambda f : V :\to V'$, non $(\lambda f)(v) = \lambda f(v), \forall v \in V$ den, ere aplikazio lineala da.

Frogapena.

1.- $f + g$ aplikazio lineala dela frogatzeko hurrengo bi baldintzak frogatu behar ditugu: (i) $(f + g)(v_1 + v_2) = (f + g)(v_1) + (f + g)(v_2)$, $\forall v_1, v_2 \in V$ eta (ii) $(f + g)(kv) = k(f + g)(v)$, $\forall k \in K, \forall v \in V$.

(i) $(f + g)(v_1 + v_2) = f(v_1 + v_2) + g(v_1 + v_2)$, $f + g$-ren definizioagatik. Gainera f eta g aplikazio linealak direnez $f(v_1) + f(v_2) + g(v_1) + g(v_2)$ eta hau $f + g$-ren definizioagatik, $(f + g)(v_1) + (f + g)(v_2)$ da.

[1] OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia

[2]

(ii) $(f+g)(kv) = f(kv) + g(kv)$, $f+g$-ren definizioagatik. Gainera f eta g aplikazio linealak direnez $kf(v) + kg(v)$ eta hau $f+g$-ren definizioagatik, $k(f+g)(v)$ da.

2.- λf aplikazio lineala dela frogatzeko hurrengo bi baldintzak frogatu behar ditugu: (i) $(\lambda f)(v_1+v_2) = (\lambda f)(v_1)+(\lambda f)(v_2)$, $\forall v_1, v_2 \in V$ eta (ii) $(\lambda f)(kv) = k(\lambda f)(v)$, $\forall k \in K, \forall v \in V$.

(i) $(\lambda f)(v_1+v_2) = \lambda(f(v_1+v_2))$, λf-ren definizioagatik. Gainera f aplikazio lineala denez $\lambda f(v_1) + \lambda f(v_2)$ eta hau $f+g$-ren definizioagatik, $(\lambda f)(v_1) + (\lambda f)(v_2)$ da.

(ii) $(\lambda f)(kv) = \lambda f(kv)$, λf-ren definizioagatik. Gainera f aplikazio lineala denez $\lambda k f(v)$ eta hau λf-ren definizioagatik, $k(\lambda f)(v)$ da.

■

Izan bedi $L(V, V')$ aurreko teoreman definitutako eragiketa eta kanpoko biderketarekin. Orduan frogatu daiteke $L(V, V')$ IK espazio bektoriala dela.

Oharrak 3.1.3. *1.- Aplikazio linealei deitzeko beste modu bat espazio bektorialen arteko* **homomorfismoak** *da.*

2.- $V = V'$ deneko kasuan $f : V \to V'$ aplikazio lineal bati V-ren gaineko **endomorfismoa** *deitzen zaio.*

[2]OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia