2. Gaia 6

Oinarri Aldaketen Matrizeak (zutabeetan ordenatuz)

[1]

Izan bitez $\beta = \{v_1, ..., v_n\}$ eta $\beta' = \{v_1', ..., v_n'\}$ V-ren bi oinarriak. Orduan $v \in V$ bektorearentzat $M_\beta(v) = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$ eta $M_{\beta'}(v) = \begin{pmatrix} \lambda_1' \\ \vdots \\ \lambda_n' \end{pmatrix}$ desberdinak dira. Bi matrize hauen arteko erlazioa lortuko dugu. Horretarako v bi matrizeen biderkadura moduan adieraziko dugu:

$$v = \lambda_1 v_1 + ... + \lambda_n v_n = (v_1 \cdots v_n) \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$$

Bestalde $v_i \in V$ denez eta β' V-ren oinarria, existituko dira $a_{1i}, ..., a_{ni}$ eskalar bakarrak non $v_i = a_{1i}v_1' + ... + a_{ni}v_n'$ betetzen duen $i = 1, ..., n$. Aurrekoan bezala matrizeen biderkadura moduan adierazi ahal dugu $v_i = (v_1' \cdots v_n') \begin{pmatrix} a_{1i} \\ \vdots \\ a_{ni} \end{pmatrix}$, $i = 1, ..., n$. Biderkadura hauek aurreko berdintzan ordezkatzen baditugu ondorengo lortuko dugu:

$$v = (v_1' \cdots v_n') \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$$

[1]OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia

[2]

Orduan adierazteko modua bakarra denez:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1^{'} \\ \vdots \\ \lambda_n^{'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$$

Definizioa 6.0.1. *Aurreko hipotesietan* $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ *matrizea* β *oinarritik* $\beta^{'}$ *oinarrirako aldaketaren matrizea deitzen da eta denotatuko dugu* $M_{\beta}^{\beta^{'}}$.

Frogatu dugu hurrengo teorema:

Teorema 6.0.2. *Izan bitez* $\beta = \{v_1, ..., v_n\}$ *eta* $\beta^{'} = \{v_1^{'}, ..., v_n^{'}\}$ V*-ren bi oinarriak. Orduan:*

$$M_{\beta}^{\beta^{'}} M_{\beta}(v) = M_{\beta'}(v).$$

Adibideak 6.0.3. *Izan bedi* $\mathbb{R}^3$ $\mathbb{R}$ *espazio bektoriala.* $\beta_k = \{e_1, e_2, e_3\}$ *eta* $\beta = \{(1,0,0),(1,1,0),(1,1,1)\}$ *oinarriak hartzen baditugu orduan:*

$$M_{\beta}^{\beta_k} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ eta } M_{\beta_k}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Oharrak 6.0.4. *1.- Izan bitez* $\beta = \{v_1, ..., v_n\}$ *eta* $\beta^{'} = \{v_1^{'}, ..., v_n^{'}\}$ V*-ren bi oinarriak orduan* $M_{\beta}^{\beta^{'}} M_{\beta'}^{\beta}$ β' *oinarritik* β' *oinarrirako aldaketaren matrizea da, hau da, identitate matrizea. Era berean* $M_{\beta'}^{\beta} M_{\beta}^{\beta^{'}}$ β *oinarritik* β *oinarrirako aldaketaren matrizea da, hau da, identitate matrizea. Beraz* $M_{\beta}^{\beta^{'}}$ *matrizea alderanzgarria da eta bere alderantzizkoa* $M_{\beta'}^{\beta}$.

2. Izan bedi $\beta = \{v_1, ..., v_n\}$ V*-ren oinarri bat.* $v \in V$ *bada* $v = (\lambda_1 \cdots \lambda_n) \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$ *moduan ere adierazi ahal da, hau da koordenatuak lerroka jarriz. Baina orduan oinarri aldakekaren matrizea ere aldatuko litzateke aurrekoaren iraulia lortuz.*

[2] OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia