# 2. Gaia 4

# Koordenatuak

[1]

**Teorema 4.0.1.** *Izan bedi* $\beta = \{v_1, ..., v_n\}$ $V$*-ren oinarria. Orduan* $V$*-ko edozein bektore* $\beta$*-ko bektoreen konbinazio lineal moduan era bakar batean adierazi ahal da. Hau da,* $v \in V$ *bada orduan existititzen dira* $\lambda_1, ..., \lambda_n \in IK$ *bakarrak non* $v = \lambda_1 v_1 + ... + \lambda_n v_n$ *betetzen den.*

**Frogapena.** $\beta$ $V$-ren sistema sortzailea eta sistema askea da.

Existentziaren frogapena: $\beta$ sistema sortzailea izateagatik, $V$-ko edozein bektorea $v$ $v_1, ..., v_n$ bektoreen konbinazio lineal moduan adierazi ahal da. Hau da, existitzen dira $\lambda_1, ..., \lambda_n \in IK$ non $v = \lambda_1 v_1 + ... + \lambda_n v_n$ betetzen den.

Bakartasunaren frogapena: Demagun existitzen direla $k_1, ..., k_n \in IK$ non $v = k_1 v_1 + ... + k_n v_n$ betetzen den. Orduan,

$$\lambda_1 v_1 + ... + \lambda_n v_n = v = k_1 v_1 + ... + k_n v_n$$

Edo

$$(\lambda_1 - k_1)v_1 + ... + (\lambda_n - k_n)v_n = 0_V.$$

Baina $\beta$ sistema askea denez, $\lambda_1 - k_1 = \lambda_2 - k_2 = \cdots = \lambda_n - k_n = 0_{IK}$. Ondorioz $\lambda_1 = k_1, \lambda_2 = k_2, \cdots, \lambda_n = k_n$. ■

[1]OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia

[2]

**Definizioa 4.0.2.** *Izan bedi* $\beta = \{v_1, .., v_n\}$ $V$*-ren oinarri bat.* $v \in V$ *betorearentzat existitzen dira* $n$ *eskalar bakarrak* $\lambda_1, ..., \lambda_n$ *non* $v = \lambda_1 v_1 + ... + \lambda_n v_n$ *den.* $\lambda_1, ..., \lambda_n$ $v$*-ren* **koordenatuak** $\beta$ **oinarriarekiko** *deitzen ditzen dira eta denotatuko dugu* $M_\beta(v) = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$.

**Adibideak 4.0.3.** *Izan bedi* $\mathbb{R}^3$ $\mathbb{R}$ *espazio bektoriala.*

*1.-* $\beta_k = \{e_1, e_2, e_3\}$ *oinarri kanonikoa bada* $M_{\beta_k}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ *da.*

*2.-* $\beta = \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ *oinarriarekiko* $M_\beta(x, y, z) = \begin{pmatrix} x - y \\ y - z \\ z \end{pmatrix}$ *da.*

[2] OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia