MEKANISMO LAUEN ANALISI ZINEMATIKOA

Mekanismoen Zinematika

4. Gaia

Itziar Martija López

Maider Loizaga Garmendia

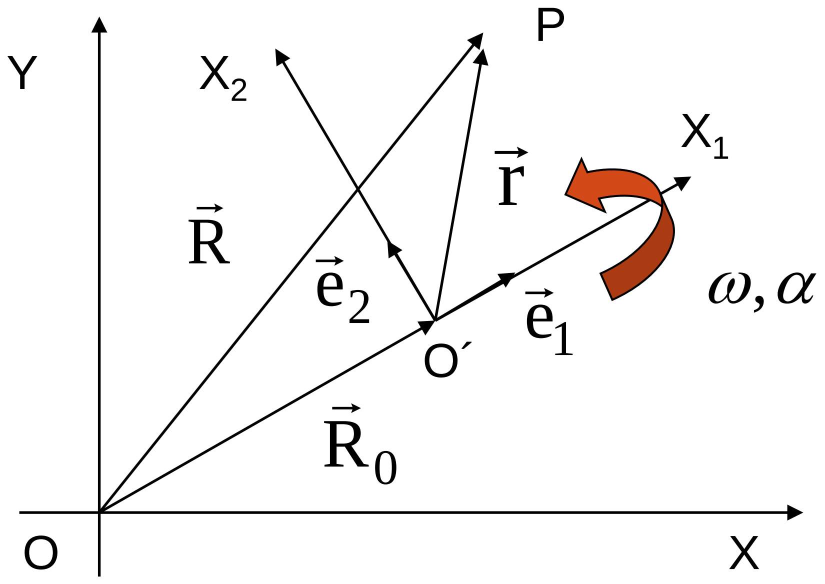
Departamento de Ingeniería Mecánica

Mekanika Ingeniaritza Saila

MEKANISMO LAUEN ANALISI ZINEMATIKOA

4.1 Oinarri teorikoa

- Grafikoki eta analitikoki erraz aplikatu daitekeen metodoa da. Puntu baten mugimendua bi osagaietan deskonposatzean datza: arrastre mugimendua eta mugimendu erlatiboa.



- Deskonposaketa ardatz mugikorren eta aukeraturiko ardatzen menpe dago. Ebazpena sinplifikatzen duen deskonposaketa aukeratzen da
- Iruditik ondokoa ondorioztatu daiteke:

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{r}$$

Itziar Martija López
Maider Loizaga Garmendia
Departamento de Ingeniería Mecánica
Mekanika Ingeniaritza Saila

4.1 Oinarri teorikoa

- $\vec{e}_1$ eta $\vec{e}_2$ erreferentzi mugikorraren bektore unitarioak izanda, hurrengoa idatzi daiteke:

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + \sum x_i \vec{e}_i$$

- Denborarekiko deribatuz:

$$\vec{v}_P = \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{d\vec{R}_0}{dt} + \sum \frac{dx_i}{dt}\vec{e}_i + \sum x_i \frac{d\vec{e}_i}{dt} =$$

$$= \vec{v}_0 + \sum x_i \left(\vec{\omega} \times \vec{e}_i\right) + \sum \dot{x}_i \vec{e}_i =$$

$$= \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \left(\sum x_i \vec{e}_i\right) + \sum \dot{x}_i \vec{e}_i \qquad (*)$$

$$\boxed{\vec{v}_P = \left[\vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}\right] + \vec{v}_r}$$

4.1 Oinarri teorikoa

- Aurreko ekuazioa (*) berriro deribatuz:

$$\vec{a}_P = \frac{d^2\vec{R}}{dt^2} = \vec{a}_0 + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \left(\sum \dot{x}_i \vec{e}_i + \sum x_i (\vec{\omega} \times \vec{e}_i)\right) +$$

$$+ \sum \ddot{x}_i \vec{e}_i + \sum \dot{x} (\vec{\omega} \times \vec{e}_i) =$$

$$= \vec{a}_0 + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}_r + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \sum \ddot{x}_i \vec{e}_i + \vec{\omega} \times \vec{v}_r$$

$$\boxed{\vec{a}_P = [\vec{a}_0 + \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] + \vec{a}_r + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r}$$

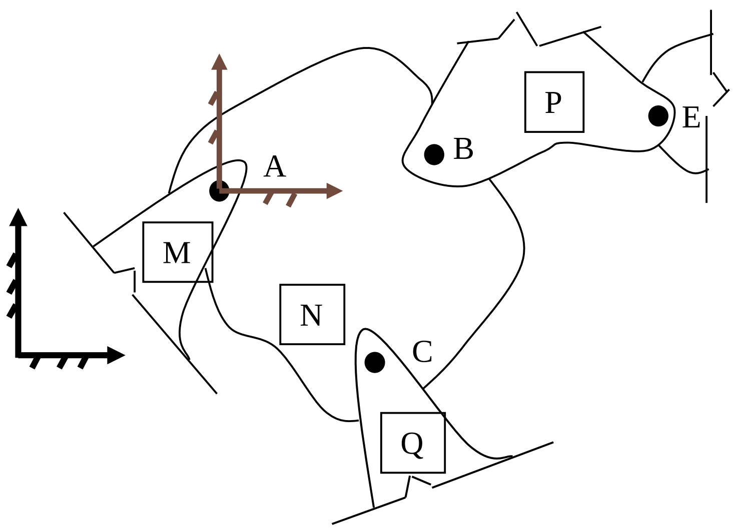
Itziar Martija López
Maider Loizaga Garmendia

Departamento de Ingeniería Mecánica
Mekanika Ingeniaritza Saila

4.2 Giltzadurei aplikazioa

R LOTURAK DITUZTEN MEKANISMOAK (Errotazioak)

Datuak: v_A (moduloa eta norabidea) eta v_B-ren norabidea (*)



Abiadurak

a) A puntuan bere buruarekiko paraleloki trasladatzen diren ardatzak.

A eta B puntuak N elementu berdinekoak izateagatik:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_{arr} + \vec{v}_{rel} \qquad \begin{cases} \vec{v}_{arr} = \vec{v}_A \\ \vec{v}_{rel} = \vec{v}_{BA} \end{cases}$$

$$\underset{D}{\overset{?}{v_B}} = \underset{D}{\overset{M}{v_A}} + \underset{\perp AB}{\overset{?}{v_{BA}}}$$

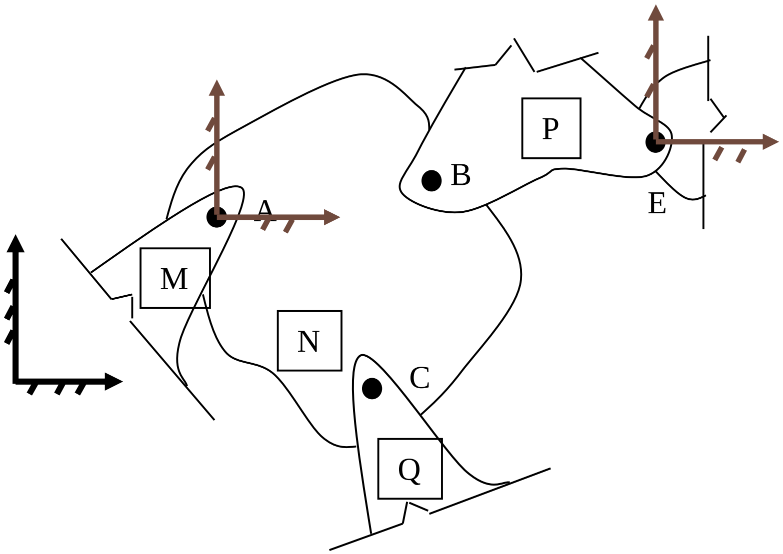
$$\boxed{\begin{aligned} \omega_N &= \frac{v_{BA}}{AB} \\ \omega_P &= \frac{v_B}{EB} \end{aligned}}$$

(*)OHARRA: Norabidea adierazteko D (dirección) erabiliko da, N hizkia normala adierazi behar denean erabili ahal izateko.

4.2 Giltzadurei aplikazioa

R LOTURAK DITUZTEN MEKANISMOAK (Errotazioak)

Datuak: A eta E puntuetako abiaduren moduloak eta norabideak : v_A eta v_E.



Abiadurak

a) A eta E puntuetan bere biratu gabe trasladatzen diren ardatzak..

A eta B puntuak N elementu berdinekoak izateagatik:

$$\underset{?}{\overset{?}{v_B}} = \underset{D}{\overset{M}{v_A}} + \underset{\perp AB}{\overset{?}{v_{BA}}}$$

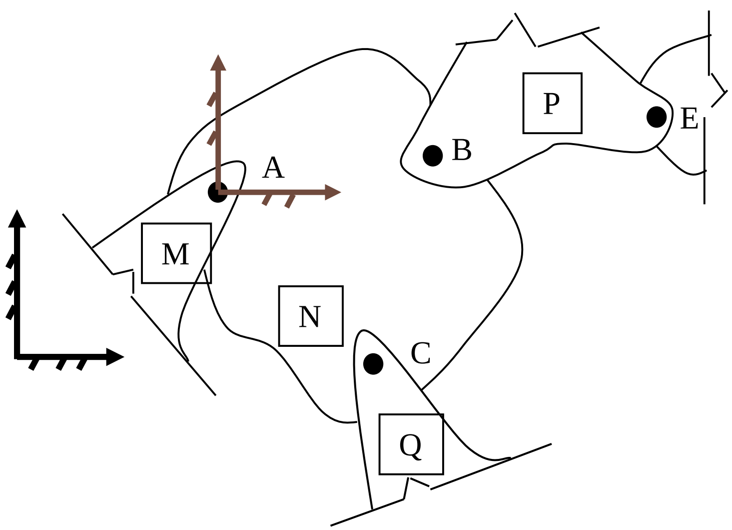
$$\underset{?}{\overset{?}{v_B}} = \underset{D}{\overset{M}{v_E}} + \underset{\perp EB}{\overset{?}{v_{BE}}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{v}_B, \\ \omega_N = \dfrac{v_{BA}}{\overline{AB}} \\ \omega_P = \dfrac{v_{BE}}{\overline{EB}} \end{array}}$$

4.2 Giltzadurei aplikazioa

R LOTURAK DITUZTEN MEKANISMOAK (Errotazioak)

Datuak: a_A (modulua eta norabidea.) eta a_B-ren norabidea



Azelerazioak

a) A puntuan biratu gabe trasladatzen diren ardatzak

ω_{arr}=0 ardatzek ez dutelako biratzen.

Abiaduren eremua ezaguna izanda.

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{arr} + \vec{a}_{rel} + \vec{a}_{cor}$$

$$\underset{D}{\overset{M}{a_B^N}} + \underset{D}{\overset{?}{a_B^T}} = \underset{D}{\overset{M}{a_A}} + \underset{\parallel AB}{\overset{\omega_N^2 \cdot AB}{a_{BA}^N}} + \underset{\perp AB}{\overset{?}{a_{BA}^T}}$$

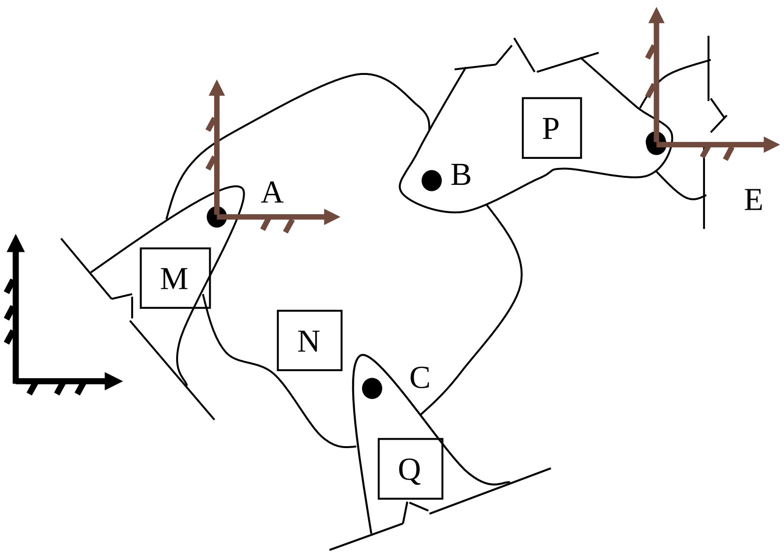
$$\boxed{\alpha_N = \frac{a_{BA}^T}{AB} \qquad \alpha_P = \frac{a_B^T}{EB}}$$

Itziar Martija López
Maider Loizaga Garmendia
Departamento de Ingeniería Mecánica
Mekanika Ingeniaritza Saila

4.2 Giltzadurei aplikazioa

R LOTURAK DITUZTEN MEKANISMOAK (Errotazioak)

Datuak: A eta E puntuetako azelerazioen modulua eta norabidea: a_A eta a_E



Azelerazioak

a) A eta E punetan biratu gabe trasladatzen diren ardatzak

$\omega_{arr}=0$, ardatzek ez dutelako biratzen.

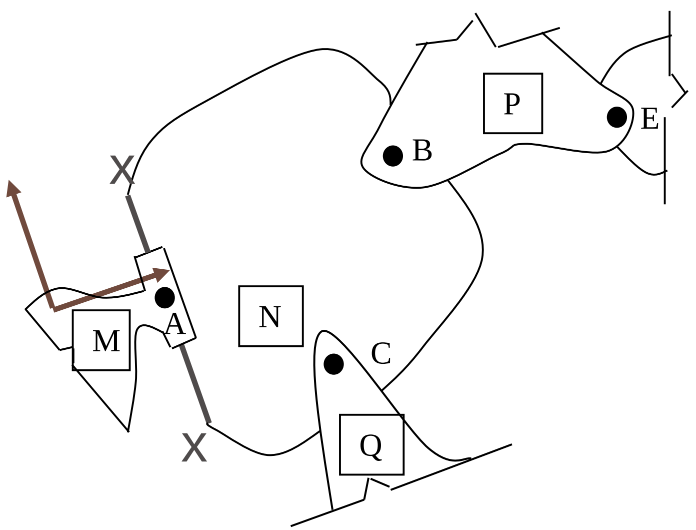
Abiaduren eremua guztiz ezaguna da.

$$\left.\begin{aligned}
\underset{?}{\overset{?}{a_B}} &= \underset{D}{\overset{M}{a_A}} + \underset{\parallel AB}{\overset{\omega_N^2\cdot AB}{a_{BA}^{N}}} + \underset{\perp AB}{\overset{?}{a_{BA}^{T}}} \\
\underset{?}{\overset{?}{a_B}} &= \underset{D}{\overset{M}{a_E}} + \underset{\parallel BE}{\overset{\omega_P^2\cdot EB}{a_{BE}^{N}}} + \underset{\perp BE}{\overset{?}{a_{BE}^{T}}}
\end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} &\vec{a}_B, \\ &\alpha_N = \frac{a_{BA}^{T}}{BA} \\ &\alpha_P = \frac{a_{BE}^{T}}{BE} \end{aligned}}$$

4.3 Lotura prismatikoei apikazioa

P LOTURAK DITUZTEN MEKANISMOAK (prismatikoa)

Datuak: A puntuko abiaduraren moduloa eta norabidea: v_A



Abiadurak

a) M elementuan soldaturiko ardatzak

$$\underset{D}{\overset{?}{v_B}} = v_{arr} + v_{rel} = \underset{D}{\overset{M}{v_A}} + \underset{\perp AB}{\overset{\omega_M \cdot AB}{v_{BA}}} + \underset{\parallel XX}{\overset{?}{v_{rel}}}$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\vec{v}_B \quad \vec{v}_{rel}}$

Lotura prismatiko baten bidez loturiko M eta N elementuentzat

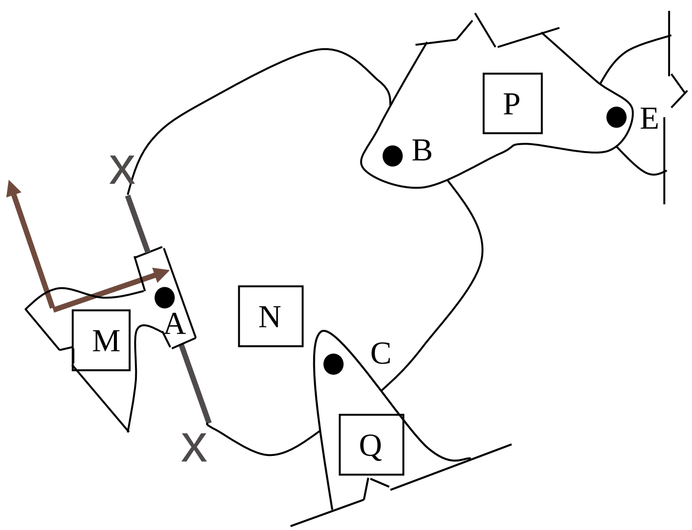
$$\omega_M = \omega_N$$

Itziar Martija López
Maider Loizaga Garmendia
Departamento de Ingeniería Mecánica
Mekanika Ingeniaritza Saila

4.3 Lotura prismatikoei aplikazioa

P LOTURAK DITUZTEN MEKANISMOAK (prismatikoa)

Datuak: A puntuko azelerazioaren moduloa eta norabidea: a_A



Azelerazioak

a) M elementuan soldaturiko ardatzak

$$\underset{D}{\overset{M}{a_B^N}} + \underset{D}{\overset{?}{a_B^T}} = \underset{D}{\overset{M}{a_A}} + \underset{\parallel AB}{\overset{\omega_M^2 \cdot AB}{a_{BA}^N}} + \underset{\perp AB}{\overset{\alpha_M}{a_{BA}^T}} + \underset{\parallel XX}{\overset{?}{a_{rel}}} + \underset{\perp XX}{\overset{2\cdot\omega_M\cdot v_{rel}}{a}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a}_B \qquad \vec{a}_{rel}}$$

Lotura prismatiko baten bidez loturiko M eta N elementuentzat:

$$\omega_M = \omega_N \qquad \alpha_M = \alpha_N$$

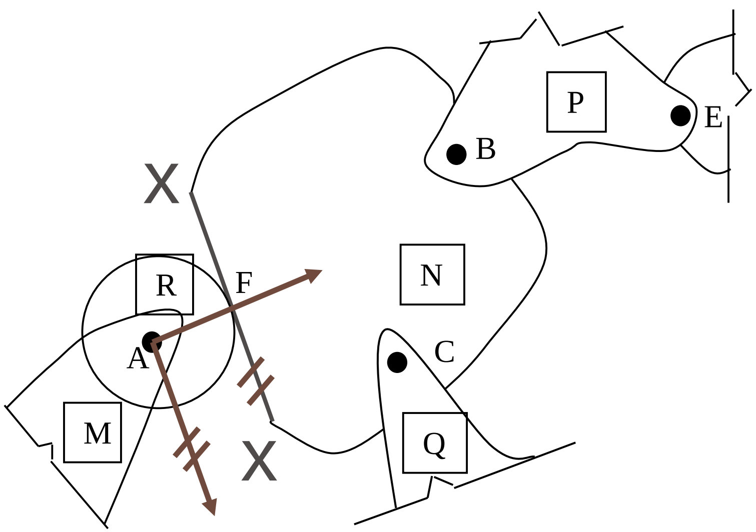
Itziar Martija López
Maider Loizaga Garmendia
Departamento de Ingeniería Mecánica
Mekanika Ingeniaritza Saila

4.4 Errodadura hutsaren kasurako aplikazioa

ERRODADURA PAREA

N elementuarekin batera biratzen duten gurpilaren zentroan definituriko ardatzak

$$\rightarrow \omega_S = \omega_N \quad \alpha_S = \alpha_N$$



$$\underset{D}{\overset{?}{v_B}} = v_{arr} + v_{rel} = \underset{D}{\overset{M}{v_A}} + \underset{\perp AB}{\overset{?}{v_{BA}}} + \underset{\parallel XX}{\overset{?}{v_{rel}}}$$

E puntuko datuak behar dira B puntuko azelerazioa ebazteko.

$$\underset{D}{\overset{M}{a_B^N}} + \underset{D}{\overset{?}{a_B^T}} = \underset{D}{\overset{M}{a_A}} + \underset{\parallel AB}{\overset{\omega_S^2 \cdot AB}{a_{BA}^N}} + \underset{\perp AB}{\overset{?}{a_{BA}^T}} + \underset{\parallel XX}{\overset{?}{a_{rel}}} + \underset{\perp XX}{\overset{2 \cdot \omega_S \cdot v_{rel}}{a}}$$

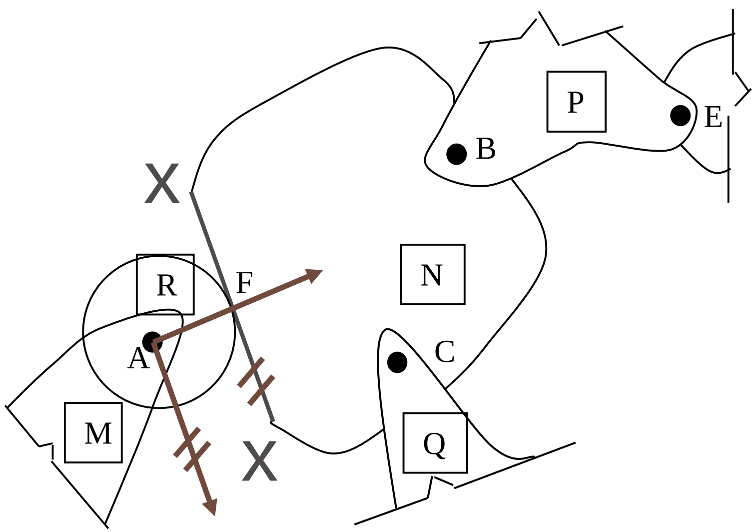
Eta aurretik E puntuarentzat lorturiko datuekin ebatzi ahal izango da.

Itziar Martija López
Maider Loizaga Garmendia
Departamento de Ingeniería Mecánica
Mekanika Ingeniaritza Saila

4.4 Errodadura hutsaren kasurako aplikazioa

ERRODADURA PAREA

ω_R eta α_R magnitudeen kalkulua errodadura baldintzak erabiliz.



Abiadurak:

$$v_{F_R} = v_{F_N}$$

$$\underset{?}{\overset{?}{v_{F_N}}} = \underset{D}{\overset{M}{v_B}} + \underset{\perp FB}{\overset{\omega_N \cdot FB}{v_{F_N B}}}$$

$$\underset{D}{\overset{M}{v_{F_R}}} = \underset{D}{\overset{M}{v_A}} + \underset{\perp FA}{\overset{?}{v_{F_R A}}}$$

$$\boxed{\omega_R = \frac{v_{F_R A}}{\overline{AF}}}$$

Itziar Martija López
Maider Loizaga Garmendia

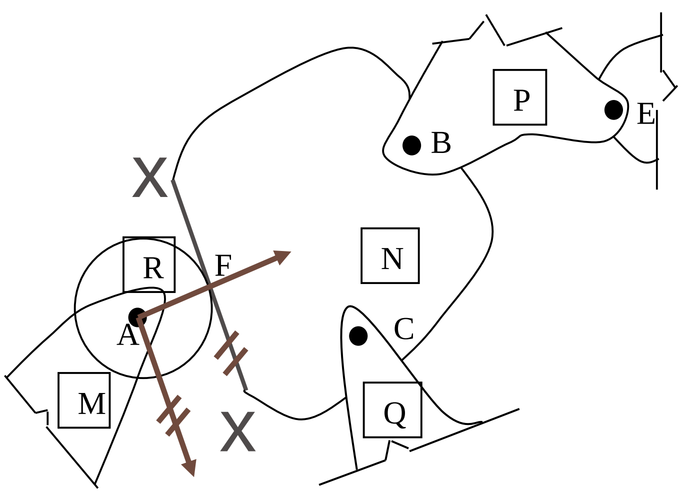
Departamento de Ingeniería Mecánica
Mekanika Ingeniaritza Saila

4.4 Errodadura hutsaren kasurako aplikazioa

ERRODADURA PAREA

ω_R eta α_R magnitudeen kalkulua errodadura baldintzak erabiliz.

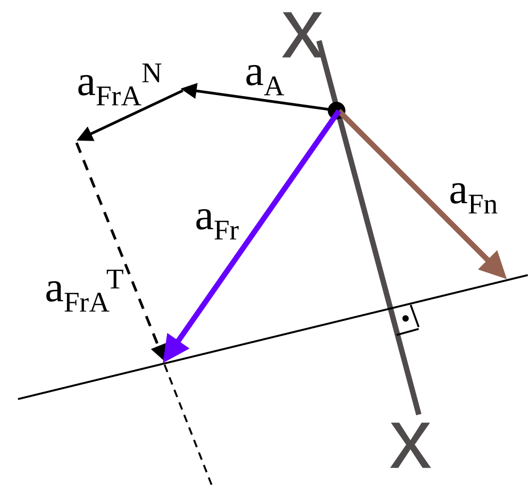
Azelerazioak:



$$a_{F_R}^{\parallel XX} = a_{F_N}^{\parallel XX}$$

$$\underset{?}{\overset{?}{a_{F_N}}} = \underset{D}{\overset{M}{a_B}} + \underset{\parallel BF}{\overset{\omega_N^2 \cdot FB}{a_{F_N B}^{N}}} + \underset{\parallel BF}{\overset{\alpha_N \cdot FB}{a_{F_N B}^{T}}}$$

$$\underset{?}{\overset{?}{a_{F_R}}} = \underset{D}{\overset{M}{a_A}} + \underset{\parallel AF}{\overset{\omega_R^2 \cdot AF}{a_{F_R A}^{N}}} + \underset{\parallel AF}{\overset{?}{a_{F_N B}^{T}}}$$



$$\boxed{\alpha_R = \frac{a_{F_N B}^{T}}{\overline{AF}}}$$

Itziar Martija López
Maider Loizaga Garmendia
Departamento de Ingeniería Mecánica
Mekanika Ingeniaritza Saila